

Lehrbuch der Ingenieur-und Maschinen-mechanik

Julius Ludwig Weisbach

H o l z s t i c h e
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

P a p i e r
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

Lehrbuch

der

Ingenieur- und Maschinen-Mechanik.

Ohne

Anwendung des höhern Calculs

für den

Unterricht an technischen Lehranstalten

sowie zum

Gebrauche für Techniker

bearbeitet

von

Dr. Julius Weisbach,

Königl. sächsischer Bergrath und Professor an der königl. sächsischen Bergakademie zu Freiberg:
Ritter des königl. sächsischen Verdienstordens, correspondirendes Mitglied der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften
zu St. Petersburg u. s. w.

In drei Theilen.

Dritter Theil: Die Zwischen- und Arbeitsmaschinen enthaltend.

Erste Abtheilung.

Mit 418 in den Text eingedruckten Holzstichen.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1851 — 1860.

Die Mechanik

der

Zwischen- und Arbeitsmaschinen.

Ohne

Anwendung des höhern Calculs

für den

Unterricht an technischen Lehranstalten

sowie zum

Gebrauche für Techniker

bearbeitet

von

Dr. Julius Weisbach,

Königl. sächsischer Bergrath und Professor an der königl. sächsischen Bergakademie zu Freiberg;
Ritter des königl. sächsischen Verdienstordens, correspondirendes Mitglied der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften
zu St. Petersburg u. s. w.

Erste Abtheilung.

Die Zwischenmaschinen.

Mit 418 in den Text eingedruckten Holzstichen.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1851 — 1860.

Vorrede.

Wenn auch bei Bearbeitung des dritten Bandes meiner Ingenieur- und Maschinenmechanik mehrfache und länger anhaltende Unterbrechungen vorgekommen sind, so ist deshalb doch im Plane des ganzen Werkes nichts verändert worden und die Behandlungsweise in demselben überall dieselbe geblieben. Nur sind in den ersten Lieferungen dieses Bandes einige Fehler und Mängel wahrgenommen worden, weshalb ich mich genöthigt gesehen habe, dieser Schlußlieferung einige Cartons beizufügen, in welchen die hauptsächlichsten Unrichtigkeiten beseitigt sind.

Dieser Band besteht aus zwei Abtheilungen, wovon die eine die Zwischen- und die andere die Arbeitsmaschinen behandelt. Die Uebertragung der mechanischen Arbeit der Kraft- oder Umtriebsmaschinen auf die Arbeitsmaschinen ist entweder mit einer bloßen Fortpflanzung, oder mit einer Abänderung der Bewegung verbunden, und die letztere besteht entweder in einer Abänderung der Geschwindigkeit, oder in einer Abänderung der Bewegungsweise. Zu den Zwischenmaschinen oder Maschinentheilen, welche bloß die Fortpflanzung der Bewegung bewirken, gehören die im ersten Kapitel abgehandelten Wellen, Stangen, Seile, Ketten u. s. w., wogegen die Zwischenmaschinen, welche die Abänderung oder Umsetzung der Geschwindigkeit der stetigen Kreisbewegung hervorbringen, die im zweiten

Kapitel abgehandelten Zahn- und Riemenräderwerke in sich fassen. Ferner zur Umsetzung der stetigen Kreisbewegung in eine absetzende geradlinige, sowie umgekehrt zur Umänderung der letzteren in die erstere, dienen die verschiedenen Excentriks und vor Allem die Krummzapfenmechanismen, welche möglichst gründlich und ausführlich im dritten Kapitel abgehandelt werden. Mit dem Krummzapfenmechanismus ist noch ein besonderer Apparat verbunden, welcher im vierten Kapitel unter dem Titel »die Gerad- und Senkrechtführung« Gegenstand der Behandlung ist. Im fünften Kapitel sind ferner die Schrauben und Schraubenräder, und im sechsten Kapitel die ungewöhnlicheren Mechanismen zur Abänderung der Bewegung abgehandelt. Den Schluß der ersten Abtheilung bildet endlich ein sechstes Kapitel, worin die Mechanismen zum Reguliren des Ganges, und die Hülfsmittel zum In- und Außergangsetzen einer Maschine Gegenstände der Behandlung sind.

Ich habe bei Bearbeitung dieser Abtheilung immer nur das Wichtigste und Bewährteste ins Auge gefaßt, wenn aber trotzdem durch dieselbe nicht allen Ansprüchen genügt wird, so bitte ich zu berücksichtigen, daß es keine leichte Arbeit ist, aus der großen, sehr zerstreuten und außerordentlich schnell wachsenden Stoffmenge die zweckentsprechende Auswahl zu treffen. Auch ist nicht außer Acht zu lassen, daß die Ingenieur- und Maschinenmechanik kein Lehrbuch der Maschinenbaukunst ist und daher specielle praktische Regeln der Maschinenbaukunst in derselben nicht zu suchen sind. Von diesem Gesichtspunkte aus sind auch die Anmerkungen auf Seite 304 und 316 in der Constructionslehre für den Maschinenbau von Moll und Reuleaux zu beurtheilen. Wenn in diesem Werke mehrere specielle Lehren mitgetheilt werden, welche in Werken über Mechanik nicht stehen, so liegt dies in der Natur der Sache; es würde sogar einem Werke über Maschinenbaukunst ein Vorwurf zu machen sein, wenn dies nicht der Fall wäre. Daß aber die Herren Verfasser der gedachten Constructionslehre gerade deshalb den Schriftstellern über Mechanik irrige Ansichten unterschieben, bedarf einer Widerlegung. In der Anmerkung auf Seite 316 sagen sie z. B., »die meisten technischen Schriftsteller, unter anderen Burg, Weisbach, Redtenbacher, Armengaud, stellen die durchaus irrige Behauptung auf, daß alle Räder mit Fadenlinienverzahnung immer

dann richtig zusammen arbeiten können, wenn sie nur gleiche Theilung haben.« Nach meiner Ueberzeugung läßt sich gegen diesen Satz nichts einwenden, daß aber derselbe noch eine Ergänzung nöthig hat, wenn man noch eine besondere Bedingung macht, z. B. fordert, daß diese Räder ein gewisses Umsetzungsverhältniß geben sollen, versteht sich wohl von selbst.

Die zweite und größere Abtheilung des dritten Bandes, welche von den Arbeitsmaschinen, d. i. von denjenigen Maschinen handelt, durch welche die geforderte Arbeit verrichtet, z. B. Wasser gehoben, Eisen geschmiedet wird u. s. w., zerfällt in vier Abschnitte. Der erstere Abschnitt behandelt die sogenannten Förderungsmaschinen, d. i. die Maschinen zum Heben und Fortschaffen der Körper auf Straßen, Schienen- und Wasserwegen; im zweiten Abschnitt sind die Wasserhebungsmaschinen, d. i. die Maschinen zum Heben und Fortschaffen des Wassers, und im dritten Abschnitt die Luftbewegungsmaschinen, insbesondere die sogenannten Gebläse- und Wettermaschinen Gegenstand der Behandlung. Ich habe bei schriftlicher Bearbeitung dieser Maschinen möglichste Vollständigkeit zu erzielen gesucht, und auch ältere und unvollkommenere Maschinen mit in Betrachtung gezogen, weil ich es für eine besondere und nicht unwichtige Aufgabe der Maschinenmechanik halte, auf theoretischem Wege auch die Unvollkommenheiten und Mängel an Maschinen zu untersuchen. Im vierten und letzten Abschnitte der zweiten Abtheilung behandle ich noch diejenigen Formveränderungsmaschinen, deren Umtrieb nur die Ueberwindung der Schwerkraft oder das Heben von Gewichten erfordert. Bei den übrigen Maschinen dieser Kategorie sind die Arbeitsverrichtungen meist so eigenthümlicher Art, daß sich ihre mechanischen Leistungen ohne besondere Erfahrungssätze nicht ermitteln lassen; es ist daher die Behandlung dieser Maschinen speciellen Zweigen der Technik, z. B. der mechanischen Technologie, Mühlenbaukunst, Landwirthschaft u. s. w. zu überlassen. Zu den Arbeitsmaschinen, welche mittels niederfallender Gewichte arbeiten, gehören die Poch-, Stampf- und Hammerwerke, welche daher auch hier eine systematische und gründliche Behandlung gefunden haben.

In dem mit diesem Werke verbundenen Taschenbuch »Der Ingenieur« werden, wie nicht anders erwartet werden kann, nicht bloß die allgemeinen Constructionsregeln, theoretischen und Erfahrungs-

sätze der hier abgehandelten Maschinen zusammengestellt, sondern auch die zur Construction und Beurtheilung der Leistung anderer Arbeitsmaschinen nöthigen theoretischen und empirischen Regeln und Sätze mitgetheilt.

Schließlich erlaube ich mir nur noch auf eine Auslassung des Herrn Professors Schellbach in der Vorrede zu seinen neuen Elementen der Mechanik, Berlin 1860, hier in wenigen Worten Folgendes zu erwidern. Herr Professor Schellbach findet darin einen Anstoß, daß ich in meiner Mechanik die Masse eines Körpers durch den Quotienten aus dem Gewichte desselben und der Beschleunigung der Schwere messe. Obgleich Herr Professor Schellbach hierbei indirect mit einer großen Anschuldigung gegen mich hervortritt, glaube ich doch meine Schüler und die Leser meines Werkes dadurch beruhigen zu können, daß ich hierin den berühmtesten neueren Autoritäten, Poisson, Navier, Poncelet u. s. w., gefolgt bin (s. Poisson's Traité de Mécanique, Band 1, Seite 227, 2. Aufl. ferner Navier's Résumé des leçons de Mécanique, Seite 81, und Poncelet's Introduction à la Mécanique industrielle, Seite 116, 2. Aufl.).

So übergebe ich denn hiermit den geehrten Lesern meiner Ingenieur- und Maschinenmechanik den Schluß des ganzen Werkes, begleitet mit dem Wunsche, daß diese Schrift trotz ihrer Mängel eine nachsichtige Beurtheilung finden, Ingenieuren und Mechanikern als ein nützliches Lehr- und Handbuch dienen und der deutschen Literatur zur Ehre gereichen möge!

Freiberg, den 15. September 1860.

Der Verfasser.

Inhalt des dritten Theiles.

Erste Abtheilung.

Die Mechanik der Zwischenmaschinen.

§.		Seite

Einleitung.

Erstes Kapitel.

Von den fortpflanzenden Maschinentheilen.

Zweites Kapitel.

Von den Räderwerken, oder den Hülfsmitteln zur Abänderung der stetigen Kreisbewegung.

Drittes Kapitel.

Von den Excentriks und den Krummzapfen, als den einfachsten Hülfsmitteln zur Verwandlung der Kreisbewegung in eine geradlinige, und umgekehrt.

Viertes Kapitel.

Von den Gerad- und Senkrechtführungen bei der Verwandlung der Kreisbewegung in die geradlinige, und umgekehrt, bei der Umsetzung der geradlinigen Bewegung in die kreisförmige.

Fünftes Kapitel.

Von den Schrauben und von den Schraubenrädern.

Sechstes Kapitel.

Von den ungewöhnlicheren Zwischenmaschinen oder Hülfsmitteln zur Abänderung der Bewegung.

Siebentes Kapitel.

Von den mechanischen Vorrichtungen zum Reguliren, Moderiren, Egalisiren, In- und Außergangsetzen der Maschinen.

Zweite Abtheilung.

Die Mechanik der Arbeitsmaschinen.

Einleitung.

Erster Abschnitt.

Von den Förderungsmaschinen.

Erstes Kapitel.

Von den Maschinen zum Heben der Lasten auf kleinere Höhen.

Zweites Kapitel.

Von den Maschinen zum Heben der Lasten auf größere Höhen.

Drittes Kapitel.

Von dem Fortschaffen der Lasten auf ganz oder nahe horizontalen Wegen.

Zweiter Abschnitt.

Von den Wasserhebungsmaschinen.

Erstes Kapitel.

Von den Maschinen zum Heben des Wassers auf kleinere Höhen.

Zweites Kapitel.

Von den Maschinen zum Heben des Wassers auf größere Höhen.

Dritter Abschnitt.

Von den Luftbewegungsmaschinen.

Erstes Kapitel.

Bewegung der Luft durch die Wärme.

Zweites Kapitel.

Fortbewegung der Luft durch directes Zusammendrücken oder Ausdehnen derselben.

Drittes Kapitel.

Pressungsveränderung und Fortbewegung der Luft durch die Kraft der Trägheit.

Viertes Kapitel.

Zusammendrückung und Fortbewegung der Luft mittels des Wassers.

Vierter Abschnitt.

Von den Maschinen, welche zur Formveränderung der Körper dienen.

Erste Abtheilung.

Die Mechanik der Zwischenmaschinen.

Einleitung.

§. 1. Die Kraft- oder Umtriebsmaschinen, wie z. B. die Wasserräder, Dampfmaschinen u. s. w., geben selten unmittelbar diejenigen Bewegungen, welche zur Verrichtung einer gewissen Arbeit, z. B. zum Wasserheben durch Pumpen, oder zum Schmieden der Metalle mittels Hämmer u. s. w. nöthig sind; meist bedarf es vielmehr noch gewisser Vorrichtungen, der sogenannten Zwischenmaschinen, welche die Bewegungen der Kraftmaschinen abändern, umsetzen und auf die Arbeitsmaschinen übertragen (vergl. II. §. 42). Bei einer gewöhnlichen Sägemühle z. B. wird die Kreisbewegung des Wasserrades mittels Räder, Krummzapfen u. s. w. umgesetzt, abgeändert und auf das Sägegatter, den arbeitenden Maschinentheil, übergetragen. Die Zwischenmaschinen bestehen aus Rädern, Hebeln, Schrauben, Stangen, Seilen, Riemen u. s. w. und sind so mannigfaltig, daß sie sich nicht gut in ein geordnetes System zusammenstellen lassen. Manche derselben dienen zur bloßen Fortpflanzung der Bewegung, andere zur Aenderung der Bewegungsrichtung, andere zur Veränderung der Geschwindigkeit, noch andere zur Abänderung der Bewegungsweise u. s. w. Zwischenmaschinen.

Die Kraft- oder Umtriebsmaschinen liefern uns vorzüglich nur zwei Bewegungen, die stetige Bewegung im Kreise und die absetzende Bewegung in der geraden Linie, deshalb haben wir denn auch im Folgenden vorzüglich nur von der Fortpflanzung, Umsetzung und Absetzung dieser Bewegungen zu handeln.

Anmerkung. Sehr gewöhnlich theilt man die Bewegungen bei Maschinen in einfache und zusammengesetzte, erstere aber wieder in geradlinige und kreisförmige ein, und unterscheidet in beiden Fällen die stetige und die absetzende oder hin- und hergehende Bewegung von einander. Hiernach giebt es also vier verschiedene einfache Bewegungen, und sechszehn Maschinensysteme, wodurch jede dieser Bewegungen in sich selbst oder in eine der drei übrigen abgeändert wird. Man findet hierüber Ausführliches im ersten Bande der allgemeinen Maschinenencyclopädie von Hülsse, ferner in den

Zwischenmaschinen.

Principles of Mechanism, by Robert Willis, London 1841, in Verdam's Grundsätze der angewandten Werkzeugswissenschaft und Mechanik, Weimar 1834, und in der Schrift von Lanz und Bétancourt: „Essai sur la composition des machines", deutsch unter dem Titel „Versuch über die Zusammensetzung der Maschinen" von Kreyher, Berlin 1829.

Erstes Kapitel.

Von den fortpflanzenden Maschinentheilen.

Wellen und Zapfen.

§. 2. Die Wellen (franz. arbres; engl. shafts, journals) sind die ersten Hilfsmittel zur Fortpflanzung einer stetigen Kreisbewegung. Ihre Umdrehungsaxe fällt in der Regel mit ihrer geometrischen Längenaxe zusammen. Nach der Lage ihrer Axen hat man liegende, stehende oder geneigte Wellen. Schwache stehende Wellen nennt man Spindeln (franz. fuseaux; engl. spindles). Man hat Wellen aus Holz, Guß- oder Schmiedeeisen. Die hölzernen Wellen werden gewöhnlich polygonal bearbeitet, gußeiserne Wellen sind cylindrisch und entweder massiv oder hohl und erhalten nicht selten noch Rippen oder Federn (franz. nervures; engl. feathers); schmiedeeisernen Wellen giebt man meist einen quadratischen Querschnitt oder läßt sie cylindrisch abdrehen. Damit die Wellen während ihrer Umdrehung nicht in Schwingungen gerathen, oder vielmehr bald größere, bald kleinere Biegungen erleiden, soll man ihnen möglichst regelmäßige Querschnitte geben.

Eine Welle ist noch mit Köpfen zur Aufnahme von Bewegungstheilen, z. B. Rädern, und mit Zapfen zur Uebertragung ihres Druckes auf die Unterstützung verbunden. Die Köpfe oder die Stellen, wo die Räder auf den Wellen aufsitzen, erhalten um $1/4$ bis $1/3$ mehr Stärke als die Welle selbst; sie sind meist rund, oder regelmäßig prismatisch. Die Zapfen (franz. tourillons; engl. gudgeons) sind genau abgedrehte cylindrische Theile der Welle, welche in entsprechend ausgedrehten Lagern, den sogenannten Zapfenlagern oder Pfannen (franz. coussinets; engl. plumber blocks), umlaufen. Bei einer stehenden Welle heißt der untere Zapfen gewöhnlich der Stift (franz. und engl. pivot) und das Lager, worin derselbe umläuft, die Pfanne (franz. crapaudine; engl. step, bearing). Die Zapfen sind in der Regel von Guß- oder Schmiedeeisen und bilden sehr oft mit der Welle ein Ganzes, die Zapfenlager bestehen zwar oft aus Gußeisen oder Messing, sind aber am besten aus Rothguß (5 Theile Kupfer und 1 Theil Zinn) herzustellen. Mehreres über diesen Gegenstand ist schon II. §. 90 abgehandelt worden.

§. 3. Die Stärke, welche einer Welle zu geben ist, richtet sich theils nach der Belastung, theils nach dem Kraft- oder Torsionsmomente der Welle. Bei wenig belasteten Wellen läßt sich dieselbe vorzüglich aus letzterem berechnen. Ist Pa das Kraftmoment, welches durch eine Welle übergetragen wird, so haben wir nach I. §. 211 für die Stärke $d = 2r$ einer runden gußeisernen Welle: Wellenstärken.

$$Pa = 12600 r^3 = 1575\, d^3, \text{ und daher } d = \sqrt[3]{\frac{Pa}{1575}} \text{ Zoll},$$

oder, wenn man Pa in Fußpfund, also den Hebelarm a in Fußen giebt,

$$d = \sqrt[3]{\frac{Pa}{131}} = 0{,}197 \sqrt[3]{Pa} \text{ Zoll}.$$

Der größeren Sicherheit wegen ist jedoch erfahrungsmäßig $d = 0{,}35 \sqrt[3]{Pa}$ Zoll zu nehmen.

Ist L die Leistung in Pferdekräften (zu 510 Fßpf.), welche durch die Welle fortgepflanzt wird, und u die Anzahl der Wellenumdrehungen pro Minute, so hat man $L = \frac{\pi u a}{30} \cdot \frac{P}{510}$, daher $Pa = \frac{15300 L}{\pi u}$ und

$$d = 6 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Zoll}.$$

Ist die Welle hohl und n das Verhältniß des innern Durchmessers d_1 zum äußern, also $d_1 = n d$, so hat man

$$d = 6 \sqrt[3]{\frac{L}{(1 - n^4) u}} \text{ Zoll, z. B. für } n = 0{,}6, \quad d = 6{,}3 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}$$

und die Eisenstärke: $\frac{d - d_1}{2} = 1{,}26 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ Zoll.

Für einen Schaft oder eine Welle mit quadratischem Querschnitte ist, wenn s die Seite desselben bezeichnet, das Torsionsmoment

$$\frac{8\sqrt{2}}{3\pi} \cdot \left(\frac{s}{d}\right)^3 = 1{,}2 \left(\frac{s}{d}\right)^3 \text{ mal}$$

so groß als für die runde Welle, und daher

$$s = 6 \sqrt[3]{\frac{L}{1{,}2 u}} = 5{,}65 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Zoll}.$$

Schmiedeeiserne Wellen können um 4 Procent schwächer, und hölzerne, namentlich solche aus Eichen- oder Tannenholz, müssen mindestens doppelt so stark gemacht werden, als gußeiserne Wellen.

Lange Transmissionswellen müssen eine größere Stärke erhalten, als obige Formeln angeben, damit die Torsionswinkel nicht sehr groß ausfallen. Setzt man in der Formel $Pa = 160000 \frac{\alpha^0 r^4}{l}$ (I. §. 211) statt $r^4 = \frac{d^4}{16}$,

Wellenstärken. drückt man ferner den Hebelarm a und die Länge l der Welle in Fußen aus und nimmt man den zulässigen Torsionswinkel $\alpha^0 = (\frac{1}{4})^0$, so erhält man $Pa = 17 \frac{d^4}{l}$, daher die entsprechende Stärke einer gußeisernen Transmissionswelle $d = 0{,}49 \sqrt[4]{Pa\,l} = 4 \sqrt[4]{\frac{Ll}{u}}$ Zoll.

Diese Formel ist nur anzuwenden, wenn die Wellenlänge

$$l > \left(\frac{6}{4}\right)^4 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}, \text{ d. i.} > 5 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ ist.}$$

Drückt man $\frac{L}{u}$ durch d aus, und l wie d in Zollen, so läßt sich diese Bedingung auch durch $l > 12 \cdot \frac{6^3}{4^4} d$, d. i. $l > 10\,d$ ausdrücken.

Wenn eine Welle der Wirkung einer lebendigen Kraft ausgesetzt ist, wie z. B. wenn auf derselben ein Schwungrad sitzt, so muß man deren Stärke nach dieser Wirkung berechnen. Ist G das Gewicht des Schwungringes und v die Geschwindigkeit desselben, so hat man das Arbeitsquantum, welches dieser Ring ausgiebt, wenn er in Ruhe versetzt wird, $L = \frac{v^2}{2g} G$. Ist dagegen Pa das Torsionsmoment und α der Torsionsbogen, so hat man die Arbeit, durch welche die Torsion hervorgebracht wird, $L = \frac{\alpha a P}{2}$, oder, da nach I. §. 209, für eine cylindrische Welle $\alpha = \frac{4\,l\,Pa}{\pi r^4 E}$ ist,

$$L = \frac{2\,l(Pa)^2}{\pi r^4 E} = \frac{\pi r^4 E}{8\,l} \cdot \alpha^2,$$

und da endlich für das Abwürgen, nach I. §. 211, $\left(\frac{\alpha r}{l}\right)^2 = \frac{2K}{E}$ ist,

$$L = \frac{1}{4} \pi r^2 l K.$$

Hiernach erhält man für die Wellenstärke $d = 2r$ die Formel

$$d = 4 \sqrt{\frac{L}{\pi l K}},$$

oder, wenn man für Gußeisen $K = 1000$ Pfund setzt,

$$d = 0{,}07 \sqrt{\frac{L}{l}} = 0{,}07 \sqrt{\frac{v^2}{2gl} \cdot G}.$$

Beispiel. Welche Stärke ist einer massiven gußeisernen Welle zu geben, wenn dieselbe bei 20 Umdrehungen pro Minute ein Arbeitsquantum von 40 Pferdekräften fortpflanzen soll? Nach der Formel $d = 6 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}$, folgt die gesuchte Stärke $d = 6 \sqrt[3]{\frac{40}{20}} = 7\frac{1}{7}$ Zoll. Bei einer Länge l von 20 Fußen

würde nach der Formel $d = 4\sqrt[4]{\frac{Ll}{u}}$ diese Stärke $d = 4\sqrt[4]{2 \,.\, 20} = 4 \,.\, 2{,}5$ Wellenstärken.
$= 10$ Zoll betragen müssen, und wenn hingegen diese Welle nur 5 Fuß Länge hätte und ein Schwungrad von 10 Fuß Halbmesser und 20000 Pfund Gewicht trüge, so würde nach der Formel $d = 0{,}07\sqrt{\frac{v^2}{2gl}G}$ die Stärke der Welle $d = 0{,}07\sqrt{\left(\frac{10 \,.\, 20 \,.\, \pi}{30}\right)^2 \cdot \frac{20000}{62{,}5 \,.\, 5}} = 0{,}07\sqrt{438{,}6 \,.\, 64} = 11{,}7$ Zoll sein müssen.

§. 4. Aus der Belastung Q einer Welle läßt sich die Stärke derselben nach den schon in I. §. 202 und II. §. 89 gegebenen Regeln berechnen. Ist die Last Q auf den Theil c der ganzen Wellenlänge l gleichmäßig vertheilt, und steht der Mittelpunkt des Theiles c oder der Last Q von den beiden Lagern oder Stützpunkten um l_1 und l_2 ab, so hat man für die Seite s einer vierkantigen Welle: $s = \sqrt[3]{\frac{6Q}{K}\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right)}$. Giebt man c, l, l_1 und l_2 in Fußen und nimmt man für $\frac{K}{6} = 1000$ Pfund, so erhält man für eine solche Welle aus Gußeisen

$$s = 0{,}23\sqrt[3]{Q\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right)}\ \text{Zoll.}$$

Für eine massive cylindrische Welle ist dagegen die Stärke

$$d = 1{,}2\,s = 0{,}28\sqrt[3]{Q\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right)},$$

und für eine hohle, wenn die Weite der Höhlung nd ist,

$$d = 0{,}28\sqrt[3]{\frac{Q}{1-n^4}\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right)}.$$

In vielen Fällen kann man die Belastung Q in einem Punkte der Welle wirkend annehmen, also $\frac{c}{8}$ gegen $\frac{l_1 l_2}{l}$ vernachlässigen; es ist dann $\frac{Q l_1 l_2}{l} = R_1 l_1$, wo R_1 den Druck in einem Zapfen und l_1 den Abstand der Last Q von diesem Zapfen bezeichnet, und daher für eine massive runde Welle aus Gußeisen: $d = 0{,}28\sqrt[3]{R_1 l_1}$.

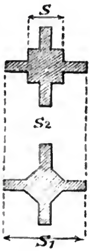
In vielen Fällen steht das Torsionsmoment Pa und das Biegungsmoment $R_1 l_1$ in einem Verhältnisse zu einander, welches erfordert, daß man bei der Stärkebestimmung einer Welle auf beide Momente zugleich Rücksicht nehmen muß. Es ist dann nach der Theorie der zusammengesetzten Festigkeit (s. Ingenieur, Seite 427 und Seite 555) für eine runde gußeiserne Welle: $d^6 = (0{,}28)^3 R_1 l_1 d^3 + (0{,}35)^6 P^2 a^2$, oder, wenn man

Wellenstärken. $\frac{R_1 l_1}{Pa} = m$ und $(0{,}256\,m + \sqrt{1 + 0{,}0655\,m^2})^{1/3} = \psi$ setzt,

$$d = 0{,}35\,\psi \sqrt[3]{Pa} = 6\,\psi \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Zoll.}$$

für $m = 1/2$	1	2	3	4	5	6
ist $\psi = 1{,}04$	1,09	1,18	1,27	1,35	1,43	1,50

Fig. 1. u. 2.



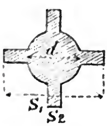
Ist eine gußeiserne Welle vierkantig und gerippt, wie Fig. 1 und 2 im Querschnitte vor Augen führen, so hat man

$$s = 0{,}23 \sqrt[3]{\frac{m R_1 l_1}{1 + (m^3 - 1) n + (m - 1) n^3}} \text{ zu setzen,}$$

wobei m das Verhältniß $\frac{s_1}{s}$ der ganzen Rippenhöhe s_1 zur Seite s der Welle und n das Verhältniß $\frac{s_2}{s}$ der Rippendicke s_2 zu eben derselben bezeichnet.

Gewöhnlich nimmt man $m = \frac{s_1}{s} = 3$ und $n = \frac{s_2}{s} = 1/3$, daher hat man $s = 0{,}23 \sqrt[3]{\frac{3}{9{,}74} R_1 l_1} = 0{,}15 \sqrt[3]{R_1 l_1}$ Zoll.

Fig. 3.



Für eine gerippte runde Welle, wie Fig. 3, ist dagegen $d = 0{,}28 \sqrt[3]{\frac{m R_1 l_1}{1 + 1{,}7\,[(m^3 - 1) n + (m - 1) n^3]}}$, wo m und n die Verhältnisse $\frac{s_1}{d}$ und $\frac{s_2}{d}$ der Höhe s_1 und Dicke d der Rippen zum Wellendurchmesser s_2 bezeichnen.

Gewöhnlich nimmt man $m = \frac{s_1}{d} = 3$ und $n = \frac{s_2}{d} = 1/3$, und erhält daher $d = 0{,}28 \sqrt[3]{\frac{3}{15{,}86} R_1 l_1} = 0{,}15 \sqrt[3]{R_1 l_1}$ Zoll.

Lange Wellen müssen, wenn sie stark belastet sind, nicht nach der Festigkeit, sondern nach der Elasticität berechnet werden, weil durch das Einbiegen ein unaufhörlicher Wechsel in die Spannungen der Welle kommt, und dadurch die Haltbarkeit und der genaue Gang derselben leicht beeinträchtigt werden kann. Nimmt man auf jeden laufenden Fuß der Welle $1/120$ Zoll Einbiegung, setzt man also für die ganze Einbiegung einer in der Mitte belasteten Welle: $a = 1/120 \cdot \frac{l}{12}$, so erhält man, da nach I. §. 190 diese

Einbiegung a auch $= \frac{Ql^3}{48\,WE}$ ist, $Ql^2 = {}^1/_{30}\,WE$, Wellenstärken.

also für eine quadratische Welle, wo $W = \frac{s^4}{12}$ ist, $Ql^2 = \frac{s^4}{360}\,E$,

dagegen für eine runde Welle, wo $W = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$, $Ql^2 = \frac{\pi}{1920}\,d^4 E$.

Führen wir nun für Gußeisen $E = 17000000$ Pfund ein, und nehmen wir die Wellenlänge l in Fußen gegeben an, so erhalten wir

$$Ql^2 = \frac{17000000}{144\,.\,360} \cdot s^4 = 328\,s^4 = 193\,d^4,$$

daher umgekehrt, $s = 0{,}24\sqrt[4]{Ql^2}$ und $d = 0{,}27\sqrt[4]{Ql^2}$.

Hölzerne Wellen sind auch in diesem Falle doppelt so stark, und schmiedeeiserne um 5 Procent schwächer zu machen. Man kann hiernach auch leicht beurtheilen, bei welcher Wellenlänge die eine oder die andere Formel die größere Stärke giebt. Z. B. für eine runde gußeiserne Welle ist die letzte Formel anzuwenden, wenn $0{,}27\sqrt[4]{Ql^2} > 0{,}28\sqrt[3]{\frac{Q}{2}\cdot\frac{l}{2}}$,

also wenn $l > \left(\frac{0{,}28}{0{,}27}\right)^6 \frac{\sqrt{Q}}{16}$, d. i. $l > 0{,}078\sqrt{Q}$ ist.

Drückt man Q durch d aus, so erhält man auch die Bedingung

$l > \frac{\sqrt{0{,}078}}{0{,}27}\,d$, oder wenn man auch l in Zollen giebt, wenn $l > 12{,}4\,d$ ist.

Beispiel. Welche Stärke ist einer gußeisernen Welle zu geben, welche bei einer Länge von 8 Fuß ein Arbeitsquantum L von 20 Pferdekräften aufzunehmen, in der Mitte eine Last von 4000 Pfund zu tragen hat und pro Minute 30 Umdrehungen machen soll? Es ist hier $Pa = \frac{30\,.\,510}{\pi} \cdot \frac{L}{u} = \frac{510\,.\,20}{\pi} = 3247$ Fußpfund und $R_1 l_1 = \frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{2} = 2000\,.\,4 = 8000$, daher $m = \frac{R_1 l_1}{Pa}$ $= \frac{8000}{3247} = 2{,}4$ und nach der obigen Tabelle $\psi = 1{,}22$, endlich aber die gesuchte Wellenstärke $d = 6\,.\,1{,}22\sqrt[3]{\frac{20}{30}} = 6{,}4$ Zoll.

§. 5. Die Stärke der Zapfen einer Welle hängt von dem Zapfendrucke oder von der Belastung der Welle ab. Ist der Zapfendruck $= R$, der Zapfendurchmesser $= d$ und die Zapfenlänge $= l$, so hat man, wenn man den ungünstigsten Fall nimmt, daß R am äußersten Ende des Zapfens wirkt, nach der Theorie der relativen Festigkeit, und wenn, wie meist, das Material aus Gußeisen besteht (s. I. S. 214) $Rl = 4700\,r^3 = 4700\left(\frac{d}{2}\right)^3$ Zapfenstärken.

und daher $d = 2\sqrt[3]{\frac{Rl}{4700}} = 0{,}12\sqrt[3]{Rl}$.

Zapfenstärken. In der Regel ist $l = {}^5/_4 d$ bis ${}^3/_2 d$, weshalb

1) $d = 0{,}048 \sqrt[2]{R}$ Zoll genommen wird.

Schmiedeeiserne Zapfen sind um $^1/_4$ schwächer zu machen. Nach Buchanan und Armengaud ist für die Zapfenlänge ein mittlerer Werth einzusetzen und deshalb 2) $d = 0{,}27 \sqrt[3]{R}$ Zoll zu nehmen.

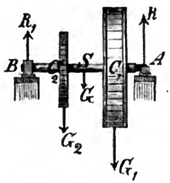
Jedenfalls fallen nach dieser Formel die Zapfenstärken bei schwachen Belastungen zu groß aus.

Hiernach ist folgende Tabelle der Zapfenstärken zusammengesetzt.

Zapfendrücke in Centnern zu 100 Pfd.	2	5	10	20	50	100	150	200
Zapfenstärken in Zollen								
nach 1	0,68	1,07	1,52	2,15	3,39	4,80	5,88	6,69
„ 2	1,60	2,13	2,70	3,40	4,62	5,81	6,66	7,33

Was die Zapfendrücke anlangt, so kann man dieselben aus dem Gewichte G der Welle AB, Fig. 4, und aus den Gewichten G_1 und G_2 der auf ihr sitzenden Räder, sowie aus der ganzen Wellenlänge $AB = l$, und aus den Abständen $BC_1 = l_1$ und $BC_2 = l_2$ der Lastpunkte oder Radmittel C_1 und C_2 von einem Stützpunkte B berechnen. Es ist nämlich der Druck im Zapfen A:

Fig. 4.



$$R = \frac{{}^1/_2 G l + G_1 l_1 + G_2 l_2}{l}, \text{ und der in } B$$

$$R_1 = \frac{{}^1/_2 G l + G_1 (l - l_1) + G_2 (l - l_2)}{l}.$$

Befindet sich ein Zapfen zwischen den Rändern, deren Momente einander entgegen wirken, wie z. B. bei S in Fig. 4, so muß dessen Stärke wie die einer Welle aus dem Torsionsmomente berechnet werden.

Die Stärke eines Stiftes oder stehenden Zapfens bestimmt sich mittels der Torsion, welche die Reibung an der Basis des Stiftes hervorbringt. Aus dem Gewichte oder dem Axendrucke G der Welle ergiebt sich mit Hilfe des Reibungscoefficienten f $(= 0{,}15)$ die Reibung an der Basis, und ist nun d die Stärke dieses Stiftes, so hat man das Reibungs- oder Torsionsmoment $Pa = \frac{fGd}{2}$. Setzt man nun dieses in Formel $d = 0{,}35 \sqrt[3]{Pa}$ für die Wellenstärke, also $P = fG$ und $a = \frac{d}{2}$, oder vielmehr $\frac{d}{24}$, weil a in Fußen gegeben sein soll, so erhält man

$$d^2 = (0{,}35)^3 \cdot \frac{0{,}15}{24} G = 0{,}000268\, G,$$ Zapfenstärken.

und daher $d = 0{,}0164 \sqrt{G}$ Zoll; da aber f leicht noch einmal so groß ausfallen kann, $d = 0{,}025 \sqrt{G}$.

Diese Formel entspricht auch ziemlich der Regel Tredgolds, nach welcher man eiserne Zapfen nur mit 1500 Pfund Druck pr. Quadratzoll belasten soll.

Die Stifte schnell umlaufender Turbinenwellen müssen, damit sie nicht leicht warm werden, eine größere Stärke erhalten. Ist u die Umdrehungszahl der Welle pr. Minute, so kann man

$d = 0{,}017 \sqrt{(1 + 0{,}1\, u)\, G}$ Zoll in Anwendung bringen.

Beispiel. Eine liegende Welle AB, Fig. 4, von 7 Fuß Länge, trägt 2 Räder, durch welche ein Arbeitsquantum L von 16 Pferdekräften fortgepflanzt wird. Wenn nun diese Welle pr. Minute 12 Umdrehungen macht, das eine Rad 1000 Pfund und das andere 4500 Pfund wiegt, ferner jenes 3 Fuß von dem einen und dieses $1\frac{1}{2}$ von dem anderen Stützpunkte absteht, welche Stärken müssen die gußeiserne Welle und die Zapfen derselben erhalten? Die Wellenstärke ist nach dem Torsionsmoment: $6 \sqrt[3]{\frac{16}{12}} = 6{,}6$, sicherer also 7 Zoll zu machen. Die Welle erhält hiernach annähernd das Gewicht $G = \frac{\pi \,.\, 7^2}{4 \,.\, 144} \,.\, 7 \,.\, 475 = 889$ Pfd. Setzt man hiernach $G = 889$, $G_1 = 1000$, $G_2 = 4500$, $l = 7$, $l_1 = 3$ und $l_2 = 5{,}5$, so erhält man den Zapfendruck auf der einen Seite

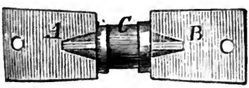
$$R = \frac{889 \,.\, 3{,}5 + 1000 \,.\, 3 + 4500 \,.\, 5{,}5}{7} = 4409 \text{ Pfd.},$$

folglich den auf der anderen: $R_1 = 889 + 5500 - 4409 = 1980$ Pfd., und hiernach die entsprechenden Zapfenstärken:

$$d = 0{,}048 \sqrt{4409} = 3{,}19 \text{ Zoll und } d_1 = 0{,}048 \sqrt{1980} = 2{,}14 \text{ Zoll.}$$

§. 6. Lange Wellen werden aus mehreren Stücken mittels sogenannter **Kuppelungen** (franz. accouplements; engl. couplings) zusammengesetzt. Es giebt **feste** und **lösbare** Kuppelungen. Von den letzteren ist weiter unten bei den sogenannten Ein- und Ausrückvorrichtungen die Rede. In der Regel werden durch eine Kuppelung zwei oder mehrere Wellen so mit einander verbunden, daß die Axen derselben in eine gerade Linie fallen, jedoch verbindet man durch das **Universalgelenk** zuweilen auch Wellen, deren Richtungen um einen mäßigen Winkel von einander abweichen. Kuppelungen.

Fig. 5.

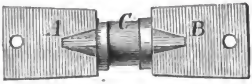


Die gewöhnlichen festen Kuppelungen sind entweder solche mit **einem**, oder solche mit **zwei Hälsen** (Zapfen) und den zugehörigen Lagern.

Die einfachste Kuppelung zweier Holzwellen gewährt der **doppelte Blattzapfen** ACB, Fig. 5, aus Guß-

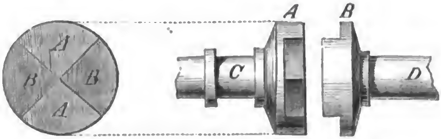
Kuppelungen. eisen. Es sind hier A und B die in die Wellenenden einzusetzenden und mit eisernen Ringen zu umgebenden Blätter (vergl. II. Fig. 174) und es ist C der durch ein Lager zu unterstützende Hals oder Zapfen. Die Stärke des Halses ist natürlich nach der Torsionsformel zu bestimmen.

Fig. 6.



Eine andere Kuppelung mit einem Halse führt Fig. 7 vor Augen.

Fig. 7.



Dieselbe läßt sich auch bei Holzwellen anwenden, wenn man die Kuppelungsstücke mit Blättern zum Einsetzen in die Wellenenden versieht. Es ist hier AC das eine und BD das andere Wellenende, C der Hals, A und B sind die Kuppelungsköpfe mit gegenüberliegenden, je einen Quadranten einnehmenden Zähnen.

Die gewöhnlichste Kuppelung ist die durch eine Hülse oder Muff (franz. manchon; engl. coupling-box). Dieselbe sitzt entweder an einem Wellenende fest und greift über das Ende der anderen Welle über, wie z. B. in Fig. 8, wo A die Kuppelhülse der einen Welle, B den in ihr steckenden Kuppelkopf und C den Hals der anderen Welle vorstellt; oder sie wird über beide Wellenenden hinweggeschoben, wie aus Fig. 9 zu ersehen ist, wo AA die Kuppelhülse, C und D die

Fig. 8.

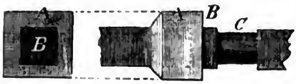
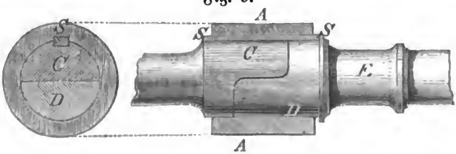


Fig. 9.



Wellenenden und E den Hals des einen Wellenendes vorstellt. Die Wellenenden oder Kuppelköpfe werden entweder stumpf aneinander gestoßen, oder sie werden, wie aus der letzten Figur zu ersehen ist, über einander geblattet, so daß ein halbcylindrisches Blatt der einen Welle über ein

gleiches Blatt der anderen Welle greift; man giebt denselben zuweilen Kuppelungen.
einen quadratischen, jetzt aber meist einen kreisförmigen Querschnitt. Die Kuppelungshülse oder der Muff paßt genau auf die Kuppelungsköpfe und wird damit noch durch einen **Keil**, **Splint** oder **Schlüssel** SS (franz. clavette; engl. key), welcher in rinnenförmigen Vertiefungen des Kuppelkopfes und des Kuppelmuffs zu liegen kommt, fest verbunden.

Die Dimensionen einer solchen Kuppelung bestimmen sich aus der nach der bekannten Formel $d = 6\sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ zu berechnenden Wellenstärke mittels folgender Verhältnisse:

Durchmesser des Kuppelungskopfes $d_1 = {}^5/_4\, d$,
Wandstärke der Kuppelhülse $e = {}^1/_3\, d$,
Länge derselben $l = 2\, d$,
Breite und Dicke des Schlüsselkeiles $b_1 = 0{,}9e$ und $e_1 = {}^1/_2\, b_1$.

Die Hauptdimension ist allerdings die Stärke e der Kuppelhülse. Sie läßt sich unter der Voraussetzung berechnen, daß das Torsionsmoment der Hülse dem des Kuppelkopfes gleich sein muß. Bezeichnen wir nun den äußern Durchmesser der Hülse, d. i. $d_1 + 2\,e$, durch d_2, so erfüllen wir diese Bedingung, wenn wir $\frac{d_2^4 - d_1^4}{d_2} = d_1^3$ setzen. Nennen wir $\frac{d_2}{d_1} = x$, so stoßen wir hiernach auf die biquadratische Gleichung $x^4 - x = 1$, deren Auflösung $x = 1{,}22$ giebt, wonach also $d_2 = 1{,}22\, d_1 = 1{,}525\, d$ und $e = \frac{0{,}22\, d_1}{2} = 0{,}11\, d_1 = 0{,}1375\, d$ folgt. Wegen der Schwächung durch die Höhlung des Splintes wird allerdings e noch ansehnlich größer, nämlich ${}^1/_3\, d$ genommen.

Sogenannte Scheiben oder Kränzekuppelungen führen die Figuren 10 und 11 vor Augen. Bei beiden Kuppelungen sind A und B die Kuppelscheiben

Fig. 10.

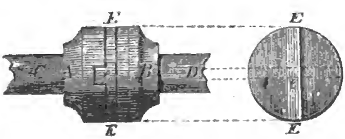
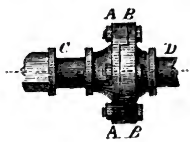


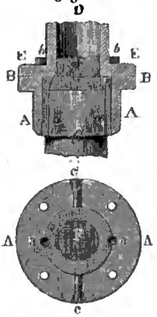
Fig. 11.



und C und D die Wellenhälse. Die Kuppelscheiben der ersten sind mit Nuthen versehen, die der letzteren aber mit in einander greifenden Kreissectoren. Zwischen jene kommt noch eine dritte Scheibe E zu liegen, welche auf den entgegengesetzten Seiten mit Rippen versehen ist, die in die gleichgestalteten Nuthen der ersten Scheiben zu liegen kommen. Um das Aus-

Kuppelungen. greifen der Scheiben zu verhindern, schraubt man diese, wie aus Fig. 11 zu ersehen ist, zusammen.

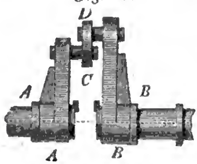
Fig. 12.



Eine ähnliche Kuppelung, Fig. 12, wendet man auch bei stehenden Wellen an. Es ist hier *AA* die mit einem Kranze *BB* versehene Hülse, welche über die untere Welle *C* geschoben und durch die Splinte *a*, *a* damit fest verbunden wird, *D* aber die in einen Kranz *EE* auslaufende Welle, welche durch die Schrauben *b*, *b* und mittels der schraubenförmigen Schlüsselbolzen *c*, *c* an den unteren Kranz befestigt ist; endlich ist *F* ein conischer Kern, welcher innerlich über beide Wellenenden weggreift und dazu dient, die Wellenaxen in einer geraden Linie zu erhalten.

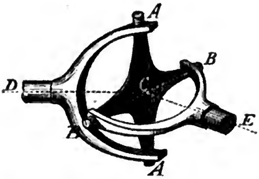
Universalgelenk. §. 7. Wenn die Axen zweier Wellen nicht genau in eine gerade Linie fallen, oder nicht genau darin liegend erhalten werden können, so kann man die in Fig. 13 abgebildete **Krummzapfenkuppelung** anwenden. Hier ist an jedes der beiden Wellenenden *A* und *B* ein Krummzapfen angesetzt, und es sind die Warzen *C* und *D* beider durch ein Gelenk *CD* verbunden. Um diese Verbindung sehr nachgiebig zu machen, kann man die Warzen kugelförmig gestalten und die Gelenkaugen ebenso aushöhlen.

Fig. 13.



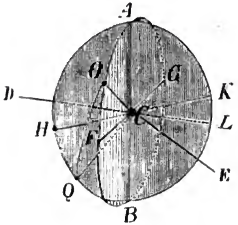
Sollen die zu kuppelnden Wellen unter einem gewissen Winkel zusammenstoßen, so kann man sich des **Universalgelenkes** bedienen. Das **Universalgelenk** (franz. joint universel ou brisé; engl. universal joint) von **Hook**, Fig. 14 besteht in einem beweglichen Kreuze *ABCBA*, dessen zapfenförmige Enden durch die bügelförmigen Enden *ADA* und *BEB* der zu verbindenden Wellen gesteckt werden. Bei Umdrehung der Welle *D* durchläuft der Arm *AA* des Kreuzes eine auf der Umdrehungsaxe winkelrechte Ebene, und da der Arm *BB* unveränderlich mit *AA* und mit der Welle *E* verbunden ist, so führt er denselben in einem Abstande von einem Rechtwinkel in einer auf der Axe von *E* winkelrecht stehenden Ebene mit sich fort und dreht dabei natürlich die Welle *E* um ihre eigene Axe herum. Diese Uebertragung der Umdrehungsbewegung einer Welle auf eine andere ist

Fig. 14.



jedoch keine gleichmäßige; wenn auch die eine Welle gleichförmig umläuft, Universal-gelenk.
so nimmt doch die andere keine gleichförmige Umdrehung an, wie aus Folgendem hervorgeht.

Fig. 15.



Es sei CD, Fig. 15, die Axe der Umtriebswelle und CE die der Getriebswelle, $ECL = \alpha$ der Winkel, um welchen beide von einander abweichen; ferner sei $AFBG$ die Umdrehungsebene des Armes der ersten und $AHBK$ die des Armes der zweiten Welle, also AB die Durchschnittslinie beider Ebenen. Den Stellungen CA, CF, CB und CG des ersten Armes entsprechen die Stellungen CH, CB, CK und CA des zweiten; kommt CA nach CO, so rückt CH nach CQ, und es ist der Bogen OQ wegen der Rechtwinkeligkeit der Arme ein Quadrant. Nehmen wir A als den Anfangspunkt der einen und H als den der anderen an, setzen wir den Weg AO von A, $= \varphi$ und den gleichzeitigen Weg HQ von H, $= \psi$, also den Bogen $AQ = \frac{\pi}{2} + \psi$, und bringen wir das sphärische Dreieck AOQ, in welchem außerdem noch die Seite $OQ = \frac{\pi}{2}$ und der Winkel $A = OAQ = ECF = \alpha$ ist, zur Auflösung. Die sphärische Trigonometrie giebt (nach dem Ingenieur Seite 259) $cos. A = \frac{cos. OQ - cos. AO\ cos. AQ}{sin. AO\ sin. AQ}$, also hier

$$cos. \alpha = \frac{cos. \frac{\pi}{2} - cos. \varphi\ cos. \left(\frac{\pi}{2} + \psi\right)}{sin. \varphi\ sin. \left(\frac{\pi}{2} + \psi\right)};$$

nun ist aber $cos. \frac{\pi}{2} = cos. 90^0 = 0$, $cos. \left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) = -\ sin. \psi$

und $sin. \left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) = cos. \psi$, daher folgt denn $cos. \alpha = cotg\ \varphi\ tang. \psi$,

also umgekehrt, $tang. \psi = tang. \varphi\ cos. \alpha$, oder $\frac{tang. \psi}{tang. \varphi} = cos. \alpha$.

Es stehen also nicht die Wege ψ und φ, sondern ihre Tangenten in einem constanten Verhältnisse ($cos. \alpha$) zu einander. Da $cos. \alpha$ ein ächter Bruch ist, so folgt auch, daß $tang. \psi$ stets kleiner als $tang. \varphi$ ist, und daher im ersten und dritten Quadranten, wo $tang. \varphi$ und $tang. \psi$ positiv sind, ψ kleiner ausfällt als φ, im zweiten und vierten Quadranten aber, wo $tang. \varphi$

Universalgelenk. und $tang.\ \psi$ negativ sind, ψ größer ist als φ. Mit diesem abwechselnden Voreilen und Zurückbleiben der zweiten Welle ist natürlich auch ein steter Wechsel in der Geschwindigkeit derselben verbunden.

Aus Band I. §. 19 ist bekannt, daß die Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung der Quotient aus einem Raum= und dem zu dessen Durchlaufung nöthigen Zeitelemente, daß also $v = \frac{\sigma}{\tau}$ ist. Für eine andere Bewegung ist $v_1 = \frac{\sigma_1}{\tau}$; vergleichen wir daher beide mit einander, so erhalten wir $\frac{v_1}{v} = \frac{\sigma_1}{\sigma}$, d. i. die Geschwindigkeiten zweier Bewegungen verhalten sich wie die in gleichen Zeitelementen durchlaufenen Wegelemente. Bringen wir diesen Satz hier zu Anwendung.

Lassen wir φ um ein Element $\triangle\varphi$ wachsen, so wird aus $tang.\ \varphi$, $tang.(\varphi + \triangle\varphi) = \frac{tang.\ \varphi + tang.\ \triangle\varphi}{1 - tang.\ \varphi\ tang.\ \triangle\varphi}$, oder, da $tang.\ \triangle\varphi$ wegen seiner Kleinheit $\triangle\varphi$ gesetzt und die Potenzen von $\triangle\varphi$ außer Acht gelassen werden können,

$$tang.(\varphi + \triangle\varphi) = \frac{tang.\ \varphi + \triangle\varphi}{1 - tang.\ \varphi\triangle\varphi} = tang.\varphi + (1 + tang.\varphi^2)\triangle\varphi;$$

hiernach nimmt also $tang.\ \varphi$ um $(1 + tang.\ \varphi^2)\triangle\varphi = \frac{\triangle\varphi}{cos.\ \varphi^2}$ zu, wenn φ um $\triangle\varphi$ größer wird, und ebenso $tang.\ \psi$ um $\frac{\triangle\psi}{cos.\ \psi^2}$, wenn ψ um $\triangle\psi$ wächst. Setzen wir diese Wachsthümer statt $tang.\ \varphi$ und $tang.\ \psi$ in die Formel $tang.\ \psi = tang.\ \varphi\ cos.\ \alpha$, so bekommen wir folglich

$$\frac{\triangle\psi}{cos.\ \psi^2} = \frac{\triangle\varphi}{cos.\ \varphi^2} \cdot cos.\ \alpha,$$

und das Verhältniß der Geschwindigkeiten w und v der Warzen H und A:

$$\frac{w}{v} = \frac{\triangle\psi}{\triangle\varphi} = \frac{cos.\ \psi^2}{cos.\ \varphi^2}\ cos.\ \alpha = \frac{1 + tang.\ \varphi^2}{1 + tang.\ \psi^2} \cdot cos.\ \alpha$$

$$= \frac{1 + tang.\ \varphi^2}{1 + tang.\ \varphi^2\ cos.\ \alpha^2} \cdot cos.\ \alpha.$$

Dieses Verhältniß ist für $tang.\ \varphi = \infty$, also für $\varphi = \frac{\pi}{2}$, am größten, und zwar $\frac{w}{v} = \frac{cos.\ \alpha}{cos.\ \alpha^2} = \frac{1}{cos.\ \alpha}$, dagegen am kleinsten für $tang.\ \varphi = \varphi = 0$. nämlich $\frac{w}{v} = cos.\ \alpha$, und ist endlich gleich Eins, wenn $(1 + tang.\ \varphi^2)\ cos.\ \alpha = 1 + tang.\ \varphi^2\ cos.\ \alpha^2$, oder

$1 - cos.\alpha = (1 - cos.\alpha)\, tang.\varphi^2\, cos.\alpha$, d. i. wenn Universalgelenk.

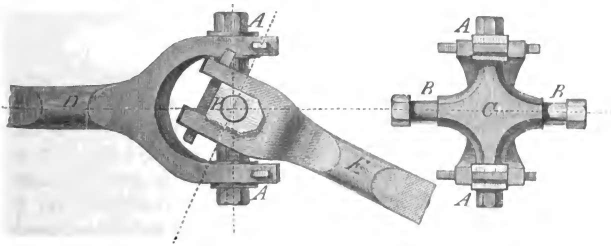
$$tang.\varphi = \sqrt{\frac{1}{cos.\alpha}} \text{ also } tang.\psi = \sqrt{cos.\alpha}$$

ist. Es schwankt also das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{w}{v}$ bei jeder Drehung um einen Quadranten zwischen den Grenzen $\frac{1}{cos.\alpha}$ und $cos.\alpha$ und ist bei dem durch die Gleichung $tang.\varphi = \sqrt{\frac{1}{cos.\alpha}}$ bestimmten Drehungswinkel φ, der Einheit gleich. Ist P die an dem Hebelsarm CA wirkende Umdrehungskraft der Welle CD und Q die entsprechende, an dem gleichen Hebelsarme CH wirkende Umdrehungskraft der zweiten Welle, so hat man auch $Pv = Qw$, und daher $\frac{Q}{P} = \frac{v}{w} = \frac{1 + tang.\varphi^2\, cos.\alpha^2}{(1 + tang.\varphi^2)\, cos.\alpha}$.

Im Allgemeinen wird man das Universalgelenk nur bei Uebertragung kleiner Kräfte und bei mäßigen Ablenkungen (α^0 höchstens 30^0) anwenden, weil außerdem die ganze Vorrichtung zu stark gemacht werden muß, um hinreichende Festigkeit zu besitzen, und auch die Reibung und Ungleichförmigkeit des Ganges zu groß ausfällt. Bei größeren Abweichungen der Wellenaxen und zumal, wenn diese nicht in einer Ebene liegen, muß man ein doppeltes Universalgelenk anwenden.

Die specielle Zusammensetzung eines einfachen Universalgelenkes ist aus den zwei Ansichten in Fig. 16 zu entnehmen. Ein doppeltes Universalgelenk besteht aus zwei an den entgegengesetzten Enden eines Zwischenstückes sitzenden Kreuzen, wovon überdies noch das eine an die eine und das andere an die andere Welle angeschlossen ist.

Fig. 16.



Beispiel. Für ein einfaches Universalgelenk mit dem Axenwinkel $\alpha^0 = 30^0$ hat man das kleinste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{w_1}{v_1} = cos.\,30^0 = 0{,}866$ und

Universalgelenk. das größte: $\frac{w_2}{v_2} = \frac{1}{cos. 30^0} = 1,155$; daher das Verhältniß zwischen beiden $= \left(\frac{1}{cos. 30^0}\right)^2 = 4/3$; wenn also die eine Welle gleichförmig umläuft, so verändert sich die Geschwindigkeit der andern Welle periodisch um $4/3 - 1 = 1/3$ ihres mittleren Werthes, oder es ist, wie man sagt, der Grad ihres ungleichförmigen Ganges $= 1/3$. Beide Wellen haben einerlei Umlaufsgeschwindigkeit bei den Umdrehungswinkeln φ_1 und ψ_1, welche bestimmt sind durch die Formeln

$$tang. \varphi_1 = \sqrt{\frac{1}{cos. \alpha}} = \sqrt{1,155} = 1,074 \text{ und}$$

$$tang. \psi_1 = \sqrt{cos. \alpha} = \sqrt{0,866} = 0,931.$$

Da hieraus $\varphi_1 = 47^0,3'$ und $\psi_1 = 42^0,57'$ folgt, so ist die größte Abweichung der Umdrehungswinkel beider Wellen im ersten und dritten Quadranten: $\varphi - \psi = 4^0,6'$; und im zweiten und vierten $= - 4^0,6'$.

Zapfenlager. §. 8. Die **Zapfenlager** müssen die umlaufende Welle in einer richtigen und unveränderlichen Lage erhalten; man muß sie daher auf starken Fundamenten oder Gestellen befestigen. Man hat zunächst Zapfenlager für liegende Wellen und solche für stehende Wellen zu unterscheiden. Die Zapfenlager liegender Wellen ruhen entweder unmittelbar auf dem Fundamente, oder sie sind zunächst auf ein Gerüste, das sogenannte **Lagergerüste**, befestigt. Zuweilen besteht dieses Gerüste nur in einem hölzernen, vielleicht noch auf Streckhölzern liegenden Block, dem sogenannten **Angewelle** oder **Angewäge**; oft besteht dieses auch in einem Bock aus Holz oder Gußeisen, wo man es dann mit einem **Bocklager** zu thun hat, zuweilen endlich ist dasselbe ein **Hängegerüste**, welches das Lager von unten mit einem festliegenden Balken u. s. w. verbindet, wo man dann ein sogenanntes **Hängelager** erhält.

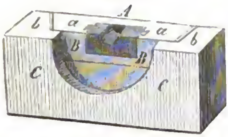
Die Zapfenlager werden in das Angewäge meist nur eingesetzt und zu diesem Zwecke an den Enden abgeschrägt oder mit einem Falze versehen, kommt aber ein Zapfenlager unmittelbar auf das Fundament oder auf einen Bock oder Hängegerüste zu liegen, so wird dasselbe mittels 2 oder 4 Schrauben aufgeschraubt, und zu diesem Zwecke mit einer Platte, der sogenannten **Sohlplatte**, versehen. Diese kommt oft nicht unmittelbar auf das Mauerwerk zu liegen, sondern man bedeckt das letztere, des Schutzes wegen, erst mit einer Schwellenplatte.

Zu einem vollständigen Zapfenlager gehört noch ein **Deckel** und ein **Futter**, letzteres gewöhnlich aus Bronce oder Rothguß. Da es dem Abführen durch die Reibung des Zapfens ausgesetzt ist, so muß man es leicht auswechseln können, und deshalb in das eigentliche Lager nur einsetzen.

Die Einrichtung eines zweckmäßigen Zapfenlagers mit Angewäge führt

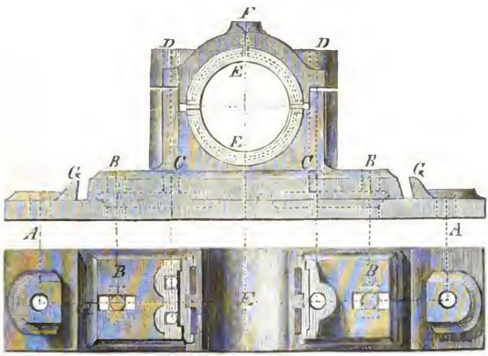
schon Fig. 170 im zweiten Theile, hier aber vollständiger Fig. 17 vor Augen. Zapfenlager.

Fig. 17.



Es ist *A* das Zapfenlager, *BB* das Lagerholz und *CC* das Angewäge, *a*, *a* sind die Falze des Lagers, welche in entsprechende Nuthen im Lagerholz eingeschoben werden, *b*, *b* endlich sind Keile, womit das Lager im Angewäge, wenn es nöthig ist, seitwärts geschoben und befestigt werden kann. Zapfenlager mit Sohlplatten zum Aufschrauben auf die Unterstützung sind Theil II., Fig. 180, 181 und 182 abgebildet, hier führt aber Fig. 18 ein solches mit

Fig. 18.



eiserner Lagerschwelle im Auf- und Grundrisse vor Augen. Es ist *AA* die Lagerplatte, bei *A* und *A* sind die Löcher für die Schraubenbolzen, womit dieselbe mit dem Fundamente fest verbunden wird. *BB* ist die Sohlplatte und *B*, *B* sind Löcher in beiden Platten zum Durchstecken von Schraubenbolzen, womit die Sohlplatte auf der Lagerplatte befestigt wird. Diese Löcher sind länglich, um die obere Platte über der unteren nach Bedürfniß

Fig. 19.



etwas verrücken zu können, was durch Keile, die man in die Zwischenräume bei *G*, *G* eintreibt, leicht zu bewirken ist. Ferner ist *CC* das eigentliche Zapfenlager, *DD* der Deckel, *EE* das Futter und *F* das Schmierloch, worauf nach Befinden noch eine Schmierbüchse wie Fig. 19 aufgesetzt wird. Der Deckel wird mit dem eigentlichen Lager durch 2 oder 4 Schraubenbolzen befestigt, welche durch die Löcher *CD*, *CD* gesteckt werden.

Zapfenlager. Was die Dimensionen eines Zapfenlagers anlangt, so richten sich diese nach der Stärke des Zapfens. Mittels einfacher in der Erfahrung bewährter Verhältnisse lassen sich jene aus dieser leicht berechnen. Manche Maschinenbauanstalten, wie z. B. die von Sharp-Roberts in Manchester, entnehmen die Dimensionen der Zapfenlager gleich aus einer hierzu berechneten Tabelle (s. Salzenberg's Vorträge über Maschinenbau, Seite 51).

Aus der Zapfenstärke d folgt zunächst die Länge desselben und auch die des Zapfenfutters: $l = 3/2\, d$, und ebenso groß ist auch die Breite der Sohlplatte. Die Länge der Sohlplatte ist $= 5\, d$ zu nehmen und die Höhe derselben $= 2/5\, d$; ferner die Höhe des Zapfenlagers $= 2\, d$, die Metallstärke der Futter $= 1/9\, d$, die Breite der Futterkränze $= 1/4\, d$, die Stärke der Schraubenbolzen und die Höhe der Schraubenmuttern ebenfalls $= 1/4\, d$, die Stärke der letzteren, sowie der Halbmesser der äußeren cylindrischen Abrundung des Deckels und Lagers, deren Axe mit den Bolzen zusammenfällt, $= 2/5\, d$ u. s. w. Bei schwachen Axen sind diese Verhältnisse etwas reichlich und bei starken etwas knapp zu nehmen.

Fig. 20.

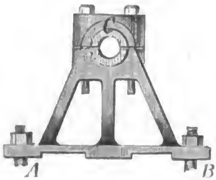


Fig. 21.

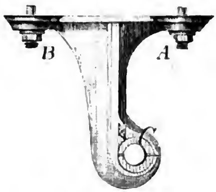


Fig. 22.

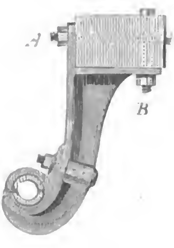
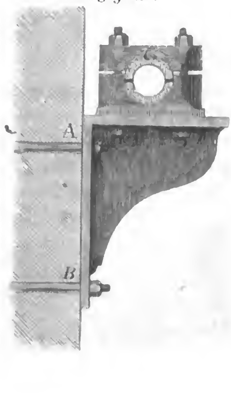


Fig. 23.



Ein einfaches Bocklager führt Fig. 20 vor Augen; Hängelager aber Fig. 21 und 22; in beiden sind *A* und *B* die Schrauben zur Befestigung und ist *C* die eigentliche Pfanne. Zapfenlager.

Ein zwischen beiden innestehendes Lager, welches an eine Seitenmauer befestigt ist, und deshalb Seitenlager genannt werden kann, zeigt Fig. 23.

§. 9. Bei den stehenden Wellen kommen die sogenannten Fußlager und die Halslager vor. Die ersteren unterstützen die Welle von unten, die letzteren aber von der Seite. Ein Fußlager besteht in der Regel aus drei Theilen, aus dem Lagerkasten *AA*, Fig. 24, der stählernen Spurplatte *B* und der Büchse oder dem Futter *CC*, welches zuweilen mit der Spurplatte ein Ganzes, oft aber ein Stück aus Rothguß für sich ausmacht. Durch die Schrauben *D, D*.. läßt sich die Büchse mit der Spurplatte im Lagerkasten verstellen und die stehende Welle *E* in eine senkrechte Lage

Fig. 24.

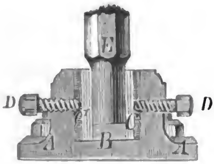
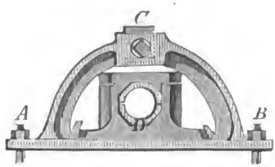
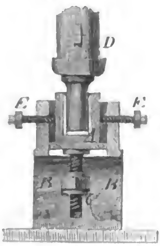


Fig. 25.



bringen. Das Fußlager ist zuweilen in einen Steinblock eingelassen, zuweilen auch mittels einer Sohlplatte und Bolzen auf eine Schwelle befestigt, nicht selten steht es aber auch auf einem eisernen Bock, und bildet so ein Bocklager, wie Fig. 25. Hier sitzen zwei Zapfenlager zugleich auf einer und derselben Sohlplatte, das Bocklager *ABC* für die stehende Welle und das weiter zurückstehende Lager *D* für die liegende Welle. Beide Wellen lassen sich dann leicht durch ein Paar conische Räder mit einander verbinden, so daß die eine durch die andere in Umdrehung gesetzt werden kann.

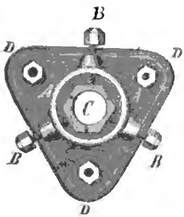
Fig. 26.



Um das Auswechseln des Stiftes zu erleichtern und auch eine Stellung der Welle in vertikaler Richtung zu ermöglichen, versieht man auch wohl das Fußlager mit einer Schraube *C*, Fig. 26, von unten. Diese Schraube geht in eine Fußhülse hinab, auf deren oberem Rande die Stellmutter ruht, und drückt nach oben gegen die Bodenplatte, im Innern der auf einem Bock *BB* ruhenden Lagerpfanne *EE*.

Zapfenlager.

Fig. 27.



Die **Halslager** sind oft genau so geformt, wie gewöhnliche Zapfenlager; man kann sie aber auch so einrichten, wie Fig. 27 im Grundrisse zeigt. Es ist hier AA das Lagergehäuse, C das aus drei Theilen bestehende Futter im Innern desselben und B, B, B sind 3 Stellschrauben, sowie D, D, D drei Schrauben, womit die Sohlplatte auf der Unterstützung festgeschraubt werden kann.

Stangen. §. 10. Es ist nun auch von den **Stangen** zu handeln, wodurch die absetzende Bewegung in der geraden Linie, wie die der Wassersäulenmaschinen, Dampfmaschinen u. s. w. fortgepflanzt und nach Befinden in eine andere Richtung gebracht wird. Es gehören hierher außer den **Kolbenstangen**, noch die sogenannten **Kunstgestänge** (franz. tirans, maitresses tiges des pompes; engl. main-rods of pumps), wie sie vorzüglich beim Bergbau vorkommen.

Die Kolbenstangen (vergl. II. §. 191 und §. 295) sind, wenn sie durch eine Stopfbüchse gehen, genau abgedrehte schmiedeeiserne, die Kunststangen sowie die Kolbenstangen ohne Stopfbüchse hingegen sind meist parallelepipedische, aus Holz oder Schmiedeeisen geformte Stangen. Die ersteren wirken meist ziehend und schiebend, die letzteren hingegen nur ziehend. Man hat jeder Stange einen der Zug- oder Schubkraft entsprechenden Querschnitt zu geben.

Wirkt eine Stange blos ziehend, und zwar mit der Kraft P, so hat man ihr den Querschnitt $F = \frac{P}{K}$ zu geben, und es ist nach I. §. 186 für Holz, bei 10facher Sicherheit, $F = \frac{P}{1200}$ Quadratzoll, für Schmiedeeisen, bei 6facher Sicherheit, $F = \frac{P}{10000}$, und für Gußeisen, bei 6facher Sicherheit, $F = \frac{P}{3000}$ Quadratzoll.

Für die Stärke d_1 einer cylindrischen Kolbenstange aus Schmiedeeisen, hat man hiernach $d_1 = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4P}{10000\pi}} = 0{,}0113\sqrt{P}$ Zoll.

Ist d der Durchmesser des Kolbens und p der Druck auf jeden Quadratzoll, so hat man auch $P = \frac{\pi d^2}{4} p$ und daher

$$d_1 = d\sqrt{\frac{p}{10000}} = 0{,}01 \, . \, d\sqrt{p},$$

oder, wenn man p in Atmosphären, jede zu 15,05 Pfund ausdrückt, Stangen.

$$d_1 = 0{,}0388\, d \sqrt{p}.$$

Zur Verhinderung des Biegens muß man diesen Stangen schon eine gewisse Anfangsstärke geben, weshalb man für Stangen mit Zugkraft

$$d_1 = 0{,}026\, d\, (1{,}0 + \sqrt{p})\ \text{Zoll},$$

und für Zug- und Druckkraft

$$d_1 = 0{,}053\, d\, (1{,}4 + \sqrt{p})\ \text{Zoll nimmt.}$$

Beispiel. Für eine einfachwirkende Wassersäulenmaschine mit 350 Fuß oder $^{350}/_{33} = 10{,}6$ Atmosphären Gefälle und einem Treibkolben von 18 Zoll Durchmesser ist eine Kolbenstange von der Stärke $d_1 = 0{,}026\,(1{,}0 + \sqrt{10{,}6})\, d$ $= 0{,}026 \,.\, 4{,}26\, d = 0{,}111\, d = 2$ Zoll nöthig. Für ein an diese Stange anzuschließendes hölzernes Schachtgestänge ist, da die ganze Zugkraft

$$P = (^3/_4)^2\, \pi \,.\, 350 \,.\, 66 = 40821 \text{ Pfund}$$

beträgt, der Querschnitt $F = \frac{40821}{1200} = 34$ Quadratzoll. Wegen des Stangengewichtes ist dieser Querschnitt noch etwas größer zu nehmen. (Vergl. I. §. 185.)

§. 11. Ein besonderes Verhältniß, welches sich bei langen Gestängen herausstellt, ist noch der sogenannte Hubverlust, oder die Größe, um welche der Weg s_1 des Lastpunktes kleiner ausfällt als der Weg s des Kraftpunktes. Es entspringt derselbe theils aus der Elasticität der Stangen an sich, theils aus der unvollkommenen Verbindung derselben durch die sogenannten Schlösser. Durch den Hubverlust, welcher aus der Ausdehnung der Stangen erwächst, geht der Maschine an Wirkungsgrad nichts verloren; die Arbeit, welche beim Aufgange des Gestänges auf die Ausdehnung desselben verwendet wird, wird beim Niedergange desselben, wo sich das Gestänge wieder zusammenzieht, wieder gewonnen. Hubverlust.

Ist P die Gestängkraft mit Ausschluß des Gestänggewichtes, F der Querschnitt und l die Länge des Gestänges, E aber Elasticitätsmodul, so hat man die Ausdehnung oder den Hubverlust beim Aufgange des Gestänges: $\lambda = \frac{Pl}{FE}$ (s. I. §. 183). So viel legt also der Kraftpunkt Weg zurück, ehe der Lastpunkt sich zu bewegen anfängt; ist daher s der Weg des ersten, so hat man den Weg des letzteren: $s_1 = s - \lambda = s - \frac{Pl}{FE}$, und daher die entsprechende Nutzleistung $L_1 = Ps_1 = P\left(s - \frac{Pl}{FE}\right)$. Während der Ausdehnung um λ wächst die Kraft allmälig von Null bis P, und es ist daher die verlorene und auf die Ausdehnung des Gestänges verwendete Leistung $L_2 = \frac{P\lambda}{2} = \frac{P^2 l}{2FE}$, also die Leistung der Kraft während des Aufganges: $L = L_1 + L_2 = P\left(s - \frac{Pl}{2FE}\right)$.

Hubverluste. Beim Rückgange des Gestänges wird der Kraftpunkt zum Lastpunkt und der Lastpunkt zum Kraftpunkt; es legt der erstere den Weg s_1, der letztere aber den Weg s zurück, und es wird hierbei außer der Arbeit $G s_1$ des Gestänggewichtes, welche beim Aufgange zu überwinden war, und daher im Ganzen nicht nutzbringend ist, noch die Arbeit $L_2 = \frac{P\lambda}{2} = \frac{P^2 l}{2 F E}$ durch die Zusammenziehung der Stange um $\lambda = l - l_1$ verrichtet, also für ein ganzes Spiel die Nutzleistung $L_1 + L_2 = P\left(s - \frac{P l}{2 F E}\right) =$ der Kraftleistung L sein, und folglich durch die Ausdehnung des Gestänges keine Verminderung des Wirkungsgrades erwachsen.

Anders aber ist es mit dem Ausdehnen in den Gestängschlössern; dieses besteht in einer kleinen Verschiebung zweier gegen einander gepreßten Körper und hat daher sowohl beim Hin- als beim Rückgange die widerstehende Reibung zu überwinden. (Vergl. I. §. 154.) Der entsprechende Arbeitsverlust ist natürlich a priori nicht zu ermitteln, da er von der Solidität der Verbindung der Theile des Schlosses unter einander abhängt.

Die Ausdehnung, welche durch das Gestänggewicht hervorgebracht wird, ist eine bleibende, und kommt deshalb nicht in Betracht. Es ist dieselbe verhältnißmäßig nur halb so groß als die von P hervorgebrachte, also $= \frac{G l}{2 F E}$.

Ist die Belastung gleichförmig auf das Gestänge vertheilt, so hat man ebenfalls die Ausdehnung nur $= \frac{P l}{2 F E}$, und es stellt sich dann der entsprechende Arbeitsverlust $= {}^2/_3\, P\lambda = {}^1/_3 \cdot \frac{P^2 l}{F E}$ heraus.

Beispiel. Wenn ein eisernes Gestänge von 1000 Fuß Länge eine ziemlich gleichförmig vertheilte Pumpenlast von 50000 Pfund zu tragen hat, so muß man demselben nach I. §. 185 den Querschnitt

$$F = \frac{50000}{10000 - 12000 \,.\, 0{,}294} = \frac{50}{6{,}472} = 7{,}72 \text{ Quadratzoll}$$

geben, und man erhält hiernach das Gestängegewicht $G = 12000 \,.\, 7{,}72 \,.\, 0{,}294 = 27236$ Pfund. Die bleibende Ausdehnung, welche das Gestänge durch sein eigenes Gewicht erleidet, ist, da der Elasticitätsmodul des Stabeisens $E = 29000000$ Pfund beträgt, $\lambda = \frac{G l}{2 F E} = \frac{27236 \,.\, 12000}{2 \,.\, 29000000 \,.\, 7{,}72} = 0{,}730$ Zoll; die Ausdehnung und Zusammenziehung der Stangen beim Aufgang beträgt dagegen

$$\lambda = \frac{P l}{2 F E} = \frac{50000 \,.\, 12000}{2 \,.\, 7{,}72 \,.\, 29000000} = 1{,}340 \text{ Zoll.}$$

Wäre der durch die Verschiebung in den Schlössern hervorgebrachte Hubverlust $\lambda_2 = 2$ Zoll, so würde man den Arbeitsverlust bei jedem Auf- und Rückgange $= \frac{P\lambda_2}{2} = \frac{50000 \,.\, 2}{2 \,.\, 12} = 4167$ Fußpfund erhalten.

§. 12. Die hölzernen Gestänge sind vierkantig, und haben, wenn sie vertikal hängen, einen quadratischen, wenn sie aber liegen oder eine geneigte Lage haben, einen rectangulären Querschnitt. Um sie in ihrer Lage zu erhalten, umgiebt oder unterstützt man sie in der Regel durch die sogenannten Gestängschlösser.

Fig. 28.

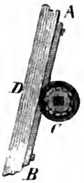
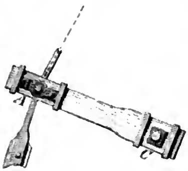


Fig. 29.

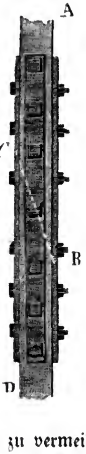


Gestängwalzen. Eine solche Walze ist in C, Fig. 28 abgebildet. Sie ist meist mit einem eisernen Mantel umgeben. D ist das Gestänge und AB die zum Schutze des Gestänges auf dieses aufgeschraubte Schleppschiene. Zuweilen unterstützt man auch die Gestänge durch Schwingen, wie AC, Fig. 29, die allerdings noch Seitenbewegungen zulassen, und wenigstens sehr lang sein müssen, damit diese nicht groß ausfallen. Die Verbindung der 20 bis 30 Fuß langen Stangen unter einander erfolgt durch sogenannte Laschenschlösser. Es werden nämlich die Stangenenden stumpf oder schräg an einander gestoßen, die entgegengesetzten Seiten derselben mit Schienen oder sogenannten Laschen bedeckt und Schraubenbolzen durchgezogen. Ein Laschenschloß, wie es vorzüglich beim hiesigen Bergbau vorkommt, führt Fig. 30 vor Augen. Es sind hier zwei 5 bis 6 Fuß lange Laschen auf die Stangenenden AB und CB aufgekämmt, und mit diesen durch 8 Schraubenbolzen und 2 Bänder oder Ringe fest verbunden.

Fig. 30.



Fig. 31.



Ein anderes Gestängschloß mit 4 Laschen, welches bei der Wassersäulenmaschine in Huelgoat vorkommt, zeigt Fig. 31. Die Stangenenden AC und BD sind hier schräg an einander gestoßen und mittels 12 Schrauben und vier schmiedeeisernen Laschen fest mit einander verbunden. Um allen Spielraum der Bolzen in ihren Löchern zu vermeiden, sind die Bolzen genau nach einem und demselben und mit dem Bohrer zum Durchlochen genau übereinstimmenden Modelle anzufertigen.

Die eisernen Gestänge sind in der Regel aus 10 bis 15 Fuß langen Stangen mit quadratischem Querschnitte ($1^1/_2$ bis $2^1/_2$ Zoll Seitenlänge) zusammengesetzt. Die Verbindung unter einander erfolgt ebenfalls durch

Gestäng-schlösser. Laschen oder Hülsen. Ein eisernes Laschenschloß der Art zeigt Fig. 32. Es hat hier jedes Stangenende *A B* und *C B* nur einen Kamm und es sind die Laschen durch je zwei Bolzen mit einem Stangenende verbunden. Ein Hülsenschloß ist in Fig. 33 abgebildet. Es wird hier die Verbindung durch zwei hohe Bolzen *A* und *B*, welche durch die Hülse und durch je ein Gestängende zugleich gehen, hervorgebracht. Ein nach Art der Ketten bei Hängebrücken aus je vier Stangen zusammengesetztes und ebenfalls in Huelgoat angewendetes Gestänge zeigt Fig. 34. Es sind hier je zwei Gestängenden durch Bolzen *B* und *C* mit je drei Laschen und die beiden Laschen eines Gestängpaares mit denen des andern durch ein Quergelenk *a a* verbunden.

Fig. 32.

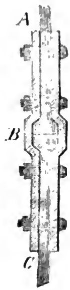


Fig. 33.



Fig. 34.

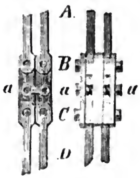


Fig. 35.



Die Art und Weise, wie ein hölzernes Gestänge an die Kolbenstange angeschlossen wird, ist aus Fig. 35 zu ersehen. Es ist hier an das obere Ende *C* des Gestänges eine eiserne Stange *A B* angeschlossen, und diese wieder mittels eines Hülsenschlosses *D* mit dem Kolbenstangenende *A* verbunden. Die Befestigung erfolgt durch Klammern *a a* und Splinte oder Keile *b b*.

Bruch-schwingen. §. 13. Um eine Richtungsänderung in einem Gestänge hervorzubringen, ist ein Winkelhebel nöthig, den man gewöhnlich eine **Bruchschwinge**, und wenn der Ablenkungswinkel groß ist und einem Rechtwinkel nahe kommt, ein **Gestängkreuz** nennt. Durch eine Bruchschwinge wird ein Gestänge in zwei Theile zertheilt, und das Ende eines jeden Theiles läuft in ein sogenanntes **Krückeneisen** *A B*, Fig. 36, aus, das mit der Bruchschwinge durch einen Bolzen *C D* verbunden ist. Zu diesem Zwecke ist das Krückeneisen mit einem Auge, die Bruchschwinge aber mit einer bedeckten Pfanne *E F*, Fig. 37, versehen. Bei einem sehr kleinen Bruch- oder Ablenkungswinkel bildet die Bruchschwinge einen einfachen Arm *A C*, Fig. 38,

Fig. 36.



Fig. 37.



und es sind auch wohl beide Gestänge nur mittels eines einzigen Bolzens *A* an denselben angeschlossen; gewöhnlicher aber hat jedes Gestänge seinen Arm und Bolzen besonders, wie z. B. bei der Bruchschwinge *A C B*, Fig. 39. Die beiden Arme dieser Bruch- Bruch-schwingen.

Fig. 38.

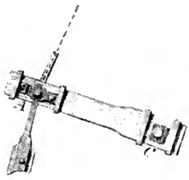
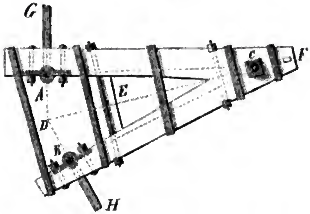


Fig. 39.



schwinge sind auf einander geschmiegt und werden, um das Auseinanderziehen derselben durch die Stangenkräfte zu verhindern, noch durch fünf schmiedeeiserne Ringe und durch zwei Schraubenbolzen zusammengehalten; außerdem noch mit einer Strebe *E* und durch eingesetzte Riegel, wie *F*, mit einander verbunden. Die Drehungsaxe oder das sogenannte **Walzeisen** *C* ist in der Mitte vierkantig geschmiedet, um es fest einkeilen zu können. Die Pfannen oder Pfadeisen *A* und *B* sind, um die Arme nicht unnöthig zu schwächen, auf die inneren Armflächen und zwar jede mittels vier Bolzen aufgeschraubt. Die Krückeneisen *A G* und *B H* beider Stangenenden gehen natürlich durch die zu diesem Zwecke gehörig ausgenommenen Armenden hindurch. Die Einrichtungen von Stangenkreuzen lassen sich aus Fig. 40 und 41 ersehen. Fig. 40 ist ein hölzernes und Fig. 41 ein gußeisernes Kreuz; beide dienen zur Richtungsänderung um

Fig. 40.

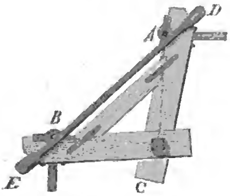
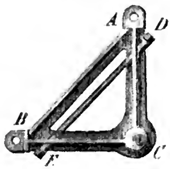


Fig. 41.

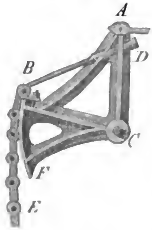


90 Grad; *A* und *B* sind die Pfad- und *C* ist das Walzeisen. Einen wesentlichen Theil dieser Kreuze machen die schmiedeeisernen Kopfstangen *DE* aus, welche die von den Gestängkräften hervorgebrachten Spannungen größtentheils aufzunehmen und dadurch das Ab- oder Losbrechen der Arme zu verhindern haben. Wenn es darauf ankommt, die Gestänge

Bruch-schwingen.

genau in ihrer Axenrichtung zu bewegen, so wendet man Kreuze mit Krümmlingen oder Cirkelstücken, wie BF, Fig. 42, an, und schließt die Stangen mittels sogenannter Laschenketten, wie BE, an diese an.

Fig. 42.

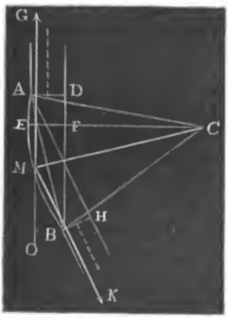


Haben die Winkelhebel auch noch Kräfte auszuhalten, deren Richtungen von der Bewegungsebene abweichen, sollen z. B. durch dieselben die Richtungen horizontaler Gestänge abgeändert und daher von ihnen ein Theil des Gestänggewichtes mit getragen werden, so muß man die daraus entspringenden Seitendrücke durch Verlängerung des Walzeisens, oder am besten durch Einziehen einer Welle oder Anwendung einer sogenannten Wendedocke herabzuziehen suchen.

Von den Balanciers oder Waagbalken, wodurch Bewegungsrichtungen in die entgegengesetzten verwandelt werden, ist weiter unten die Rede.

§. 14. Bei der Anwendung einer Bruchschwinge findet eine Seitenbewegung Statt, die um so größer ausfällt, je kürzer die Arme der Bruchschwinge in Hinsicht auf den Gestängschub sind. Besteht die Bruchschwinge aus einem einzigen Arme und sind beide Gestänge an demselben Bolzen angeschlossen, so ist diese Seitenabweichung auch größer, als wenn die Bruchschwinge aus zwei Armen, jeder mit einem Bolzen, zusammengesetzt ist. Im ersten Falle hat man Folgendes. Es seien MG und MK, Fig. 43, die beiden Gestängrichtungen, MC die Halbirungslinie und C die Drehungsaxe der Schwinge.

Fig. 43.



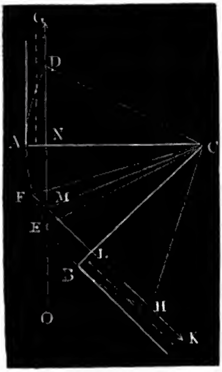
Bezeichnet man nun den Brechungswinkel KMO durch α, den Schwingungswinkel $ACB = 2\,ACM$ durch β, die Armlänge $CA = CB = CM$ durch a und den Stangenschub BD durch s, so hat man $s = AB \cos. ABD = 2 CA \sin. ACM \cos. MCE$ $= 2\, a \sin. \frac{\beta}{2} \cos. \frac{\alpha}{2}$; giebt man daher a und s, so bekommt man den Schwingungswinkel β durch die Formel $\sin. \frac{\beta}{2} = \frac{s}{2\, a \cos. \frac{\alpha}{2}}$.

Die größte Seitenabweichung $EF = CE - CF = e$ ist durch die Formel $e = a \left[1 - \cos. \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\right]$ bestimmt.

Legt man die Gestängaxen mitten durch e, also in die punktirten Linien, welche AD und BH halbiren, so fällt die Seitenbewegung beiderseits nur $= \frac{e}{2}$ aus. Bruchschwingen.

Für ein Gestängkreuz oder für eine Bruchschwinge mit zwei Armen hat man folgende Verhältnisse. Es seien MG und MK, Fig. 44, die Gestängrichtungen, MC die Mittel- oder Halbirungslinie und C die Umdrehungsaxe. Fällen wir nun die Perpendikel CN und CL auf die Hublinien, und tragen wir von den Lothpunkten N und L aus, zu beiden Seiten den halben Schub s auf, machen wir also

Fig. 44.



$$ND = NE = LF = LH = \frac{s}{2},$$

und verbinden wir die erhaltenen Endpunkte mit C, so erhalten wir in

$$CD = CE = CF = CH$$

nicht nur die Armlänge a, sondern auch die äußersten Stellungen der Arme, und es lassen sich nun leicht die Bögen DAE und FBH beschreiben, in welchen sich die Aufhängepunkte beider Gestänge bewegen.

Bezeichnen wir auch hier den Schub $DE = FH$ durch s, so haben wir für den Drehungswinkel $DCE = FCH = \beta$, $sin. \frac{\beta}{2} = \frac{s}{2a}$ und die Seitenbewegung $AN = BL$, $e = a\left(1 - cos. \frac{\beta}{2}\right)$ oder annähernd, $e = \frac{s^2}{8a}$.

Meist nimmt man $a = 2s$ bis $3s$, und erhält daher $e = \frac{s}{16}$ bis $\frac{s}{24}$.

Diese Abweichung hängt also von dem Brechungswinkel $KMO = \alpha$ gar nicht ab und ist stets kleiner, wie bei einer einfachen Schwinge, wie Fig. 43.

Die Lothpunkte N und L bestimmen sich durch den Abschnitt $MN = ML = d$ mittels der Formel $d = a\ cos. \frac{\beta}{2} \cdot tang. \frac{\alpha}{2}$.

Auch hier ist es, um die Nachtheile der Seitenbewegung e möglichst herabzuziehen, nöthig, die Gestängaxe in die AN und BL halbirenden, durch Punkte angedeuteten Linien zu legen.

Beispiel. Für einen Ablenkungswinkel α von 30°, einen Gestängschub $s = 4$ Fuß und eine Armlänge $a = \frac{5}{2} s = 10$ Fuß hat man bei einer ein-

Bruch-schwingen. fachen Schwinge $sin. \frac{\beta}{2} = \frac{4}{20\,cos.\,15^0} = \frac{0,2}{0,9659} = 0,2070$, daher $\frac{\beta}{2} = 11^0,57'$; folglich den ganzen Drehungswinkel $\beta = 23^0,54'$, und die Seitenbewegung $c = 10(1 - cos.\,26^0 57') = 10\,.\,0,1086 = 1,086$ Fuß. Bei Anwendung von zwei Armen dagegen ist $sin. \frac{\beta}{2} = 0,2$, folglich $\frac{\beta}{2} = 11^0,32'$, also $\beta = 23^0,4'$, $e = 10(1 - cos.\,11^0,32') = 0,2$ Fuß und $d = 10\,cos.\,11^0,32'\,.\,tg.\,15^0 = 2,625$ Fuß.

Anmerkung. Durch die Seitenbewegung $\frac{e}{2}$ zu beiden Seiten der mittleren Schublinie erleidet das Gestänge eine Biegung, welche die Festigkeit der Stangen beeinträchtigt. Nehmen wir an, daß das Gestänge in einem Abstande l von der Schwinge in einer Führung befindlich sei, und setzen wir die Kraft, welche am Aufhängepunkte nöthig ist, um die Biegung $\frac{e}{2}$ hervorzubringen, $= P_1$, so haben wir nach I. §. 189 $P_1 l = \frac{3\,WE}{l^2} \cdot \frac{e}{2}$ und nach §. 201 auch, wenn P die Ausdehnungskraft der Stange bezeichnet, $P_1 l = \frac{b\,h^2}{6}\left(K - \frac{P}{F}\right)$; führen wir daher $W = \frac{b\,h^3}{12}$ ein, wobei b die Breite und h die Dicke des Gestänges (in der Schwingungsebene gemessen) bezeichnet, so erhalten wir den erforderlichen Gestängquerschnitt $F = \frac{P}{K\left(1 - \frac{3\,h\,e}{4\,l^2} \cdot \frac{E}{K}\right)}$, annähernd $F = \left(1 + \frac{3\,h\,e}{4\,l^2} \cdot \frac{E}{K}\right)\frac{P}{K}$, oder, wenn man den blos der Ausdehnungskraft entsprechenden Querschnitt $\frac{P}{K} = F_1$ setzt, $F = \left(1 + \frac{3\,h\,e}{4\,l^2} \cdot \frac{E}{K}\right) F_1$.

Führt man endlich noch $e = \frac{s^2}{8a}$ ein, so erhält man $F = \left(1 + \frac{3\,h\,s^2}{32\,a\,l^2} \cdot \frac{E}{K}\right) F_1$ und umgekehrt, die einem gegebenen Querschnittsverhältnisse $\frac{F}{F_1}$ entsprechende Armlänge $a = \frac{3\,h\,s^2}{32\,l^2} \cdot \frac{E}{\left(\frac{F}{F_1} - 1\right) K}$.

Gewiß wird $\frac{F}{F_1}$ nicht viel über Eins betragen dürfen. Ist der Hub $s = 40$ Zoll, die Stangendicke $h = 6$ Zoll, die Stangenlänge $l = 240$ Zoll, nimmt man den Elasticitätsmodul $E = 1800000$ Pfd., und den Festigkeits- oder vielmehr den Sicherheitsmodul $K = 1200$ Pfd., so hat man hiernach bei dem Verhältnisse $\frac{F}{F_1} = {}^6/_5$, die Armlänge

$$a = \frac{3\,.\,6\,.\,1600}{32\,.\,57600} \cdot \frac{1800000}{{}^1/_5\,.\,1200} = \frac{9}{576} \cdot \frac{5\,.\,3000}{2} = \frac{15000}{128} = 117 \text{ Zoll},$$

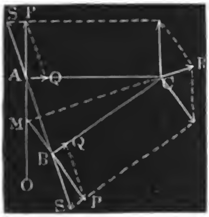
also ungefähr $= 3s$.

§. 15. Die Stärkenverhältnisse eines Gestängkreuzes oder einer Bruchschwinge lassen sich aus der Gestängkraft P, deren Richtung durch das Kreuz verändert wird, berechnen. Zunächst bestimmt sich die Stärke d der

Bolzen, womit die Gestänge an die Kreuzarme angeschlossen sind, wie die eines Wellzapfens, nach einer Formel $d = \mu \sqrt{P}$; da aber diese Bolzen aus Schmiedeeisen sind, und da die Kraft P, welche dieselben aufzunehmen haben, ihre Richtung nur wenig ändert, also nicht wie beim Wellzapfen ein ununterbrochenes Biegen der Bolzen nach allen Seiten hin stattfindet, so kann man μ viel kleiner, nämlich $= 0{,}015$, also $d = 0{,}015 \sqrt{P}$ Zoll nehmen. Bruchschwingen.

Aus den Gestängkräften P und P, Fig. 45, ergiebt sich mit Hülfe des Ablenkungswinkels $AMO = \alpha$, der Druck im Walzeisen, $R = 2\,P\,sin.\frac{\alpha}{2}$; da dieses ebenfalls aus Schmiedeeisen besteht und nur um einen Winkel β gedreht, also während eines Spieles nicht nach allen Seiten hin gebogen wird, so kann man sich hier ebenfalls eines kleineren Coefficienten wie bei den Wellzapfen bedienen. Lassen wir den Einfluß des Gewichtes vom Kreuze außer Acht, so können wir mit hinreichender Sicherheit die mittlere Stärke des Walzeisens, $d_1 = 0{,}030 \sqrt{P\,sin.\frac{\alpha}{2}}$ setzen.

Fig. 45.



Der Querschnitt A der eisernen Spannschienen oder Stangen, welche die Köpfe der Kreuzarme zusammenhalten, bestimmt sich unter der Voraussetzung, daß diese Schienen den Componenten $S = \frac{P}{cos.\frac{\alpha}{2}}$ der Gestängkraft von einem Arme zum andern übertragen, durch die Formel $A = \frac{P}{10000\,cos.\frac{\alpha}{2}}$ Quadratzoll.

In der Regel geht die Richtung dieser Stangen nicht genau durch die Angriffspunkte von P und P, weshalb noch kleine Seitenkräfte übrig bleiben, die von den Armen oder nach Befinden von Bändern um dieselben aufzunehmen sind.

Der Querschnitt A_1 der Arme ist aus der Seitenkraft $Q = P\,tang.\frac{\alpha}{2}$ nach der rückwirkenden Festigkeit zu berechnen. Man kann mit Sicherheit für Holz $A_1 = \frac{P\,tang.\frac{\alpha}{2}}{600}$ und für Gußeisen $A_1 = \frac{P\,tang.\frac{\alpha}{2}}{15000}$ Quadratzoll nehmen.

Ohne Anwendung von Spannschienen und Bändern u. s. w. würden die Arme der Bruchschwinge eine viel größere Stärke erhalten müssen.

Bruch-schwingen

Ist h die Höhe und e die Dicke der Arme und setzt man $\frac{h}{e} = m$ (für Eisen = 2 bis 4, für Holz = $\frac{7}{5}$), so hat man nach der Theorie der relativen Festigkeit $Pa = \frac{1}{m} h^3 K$, und es ist hiernach, wenn a in Zollen eingeführt wird, für gußeiserne Winkelhebel $h = 0{,}1 \sqrt[3]{m Pa}$, und für hölzerne $h = 0{,}17 \sqrt[3]{m Pa}$ Zoll.

Bei Anwendung eines Kreuzes oder einer Bruchschwinge geht durch die Reibungen an den Bolzen und an dem Walzeisen ein Theil der Kraft verloren. Die Reibung an einem Bolzen, auf den Kraftpunkt in der Gestängaxe reducirt, ist $F = f \frac{d}{2a} P$ zu setzen, weil sich bei einem Anhube der Bolzen in der Pfanne um einen Winkel β dreht, also die Reibung den Weg $\frac{\beta d}{2}$ zurücklegt, während die Kraft P den Weg $s = 2\, a \sin. \frac{\beta}{2}$ oder nahe $= \beta a$ macht. Für beide Gestängbolzen hat man daher $F = f \frac{d}{a} P$.

Für die Reibung F_1 des Walzeisens hat man, da hier der Druck $R = 2 P \sin. \frac{\alpha}{2}$ ist, $F_1 = f \frac{d_1}{a} P \sin. \frac{\alpha}{2}$.

Mit Berücksichtigung des Druckes, welcher aus dem Gewichte G des Kreuzes entspringt, hat man, wenn δ den Neigungswinkel des Druckes $R = 2 P \sin. \frac{\alpha}{2}$ gegen den Horizont und n das Verhältniß $\frac{G}{R}$ bezeichnet, $F_1 = f \frac{d_1}{a} P \sin. \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + n^2 - 2 n \sin. \delta}$.

Beispiel. Für ein hölzernes Gestängkreuz, welches eine Gestängkraft $P = 40000$ Pfund um einen Winkel $\alpha = 60^0$ ablenken soll, hat man Folgendes:
1) Die Bolzenstärke $d = 0{,}015 \sqrt{40000} = 3$ Zoll,
2) die Stärke des Walzeisens $d_1 = 0{,}03 \sqrt{40000 \sin. 30^0} = 4{,}25$ Zoll,
3) den Querschnitt der Spannschienen $A = \frac{40000}{10000 \cos. 30^0} = 4{,}6$ Quadratzoll,
4) den Querschnitt eines Armes $A_1 = \frac{40000\, tg. 30^0}{600} = 38{,}5$ Quadratzoll.

Nimmt man die Armlänge $a = 100$ Zoll, und den Reibungscoefficienten $f = 0{,}075$, so hat man noch den Kraftverlust durch die Bolzenreibung

$$F = 0{,}075 \cdot \frac{3}{100} \cdot 40000 = 90 \text{ Pfd.},$$

und den durch die Reibung am Walzeisen

$$F_1 = 0{,}075 \cdot \frac{4{,}25}{100} \cdot 40000 \sin. 30^0 = 63{,}75 \text{ Pfd.};$$

durch das Gewicht des Kreuzes wird dieser Werth noch etwas vergrößert.

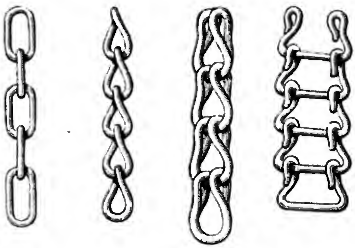
Biegsame Fortpflanzungsmittel.

§. 16. Zur Fortpflanzung einer stetigen Bewegung in der geraden Linie wendet man zum Theil Ketten (franz. chaînes; engl. chains, iron-cables), vorzüglich aber Seile, und zwar entweder Hanfseile (franz. cordes, cordages de chanvre; engl. cordes, ropes, cables of hemp) oder Eisendrahtseile (franz. cordes en fils de fer; engl. cables of iron-wire) an. In der Regel werden diese über Rollen oder Scheiben gelegt und nach Befinden auf Trommeln oder Körbe aufgewickelt, und deshalb verlangt man von ihnen einen gewissen Grad von Biegsamkeit. Die letztere nimmt aber ab, wenn die Stärke des Seiles oder der Kette eine größere wird; deshalb ist es denn eine Regel, ihnen nur diejenige Stärke zu geben, welche nöthig ist, um die gegebene Last auf die Dauer und mit Sicherheit zu tragen, um so mehr, da sie dann am leichtesten ausfallen und deshalb am wenigsten zur Vergrößerung der übrigen Nebenhindernisse beitragen. Die Drahtseile sind unter diesen drei Fortpflanzungsmitteln der Bewegung die vollkommensten, denn sie sind bei gleicher Tragkraft nicht allein die schwächsten und leichtesten, sondern auch die wohlfeilsten. Ueberdies besitzen sie auch einen hohen Grad von Elasticität, die bei den Hanfseilen nur schwach ist und den Ketten ganz abgeht. Der Steifigkeits- oder Straffheitswiderstand der Ketten und Seile, welcher bei dem Umbiegen derselben um Rollen, Trommeln u. s. w. zu überwinden ist, besteht bei den Ketten nur in einer gegenseitigen Reibung der Kettenglieder, bei den Seilen aber theils in einer natürlichen Steifigkeit der Drähte oder Fäden, und theils in der Reibung dieser unter einander. Beim Abwickeln der Ketten oder Seile von Trommeln u. s. w. äußert bei gleicher Spannung die Reibung zwischen den Kettengliedern oder den Seilfäden denselben Widerstand wie beim Aufwickeln, der eigentliche Steifigkeitswiderstand der Drähte oder Fäden hingegen, fällt nach dem Grade der Elasticität dieser sehr verschieden aus. Hanfseile besitzen nur eine sehr geringe Elasticität; sie haben nur ein sehr schwaches, oder nach Befinden gar kein Bestreben, sich, nachdem sie gebogen worden sind, wieder gerade zu strecken; bei Drahtseilen hingegen ist die Elasticität sehr groß, und deshalb wird denn auch beim Abwickeln der Drahtseile ein großer Theil von der Kraft wieder gewonnen, welche vorher auf das Aufwickeln derselben verwendet worden ist. Natürlich ist hierbei vorauszusetzen, daß beim Auflegen des Drahtseiles auf eine Scheibe u. s. w. die Elasticitätsgrenze nicht überschritten, also der Durchmesser der Scheibe oder Trommel nicht zu klein sei. Hanfseile kann man deshalb bei gleicher Tragfähigkeit über kleinere Rollen legen als Drahtseile. Aus diesem Grunde werden Drahtseile bei Flaschen- oder Klobenzügen nicht und bei Haspeln seltener, dagegen bei Göpeln ganz gewöhnlich, und zwar mit vielem Vortheile angewendet. Was denjenigen Theil des Biegungswiderstandes anlangt, welcher von der Reibung abhängt, so kann man diesen bei Eisenketten und Eisendrahtseilen

durch Schmieren oder Oelen herabziehen. Es ist daher zweckmäßig, diese Organe der Bewegungsfortpflanzung von Zeit zu Zeit mit weicher Schmiere zu schmieren. Hingegen das Theeren macht die Hanfseile, sowie das Kitten die Drahtseile steifer. Man ist aber oft genöthigt, eines oder das andere als Schutzmittel gegen die Feuchtigkeit anzuwenden.

Ketten. §. 17. Die Ketten, welche zur Fortpflanzung oder Uebertragung der Bewegung einer Maschine dienen, werden größtentheils aus geschmiedetem Eisen angefertigt. Die in Fig. 46 und Fig. 47 abgebildeten Ketten lassen sich nicht gut um Trommeln legen, und können daher nur als einfache Verbindungs- oder Befestigungsstücke angewendet werden. Die in Fig. 48 abgebildete Kette wurde nach Gerstner als Treibekette auf der böhmischen Eisenerzgrube Krušna Hora fast 30 Jahre lang ohne Unterbrechung benutzt. Die Bandketten von Vaucanson, wovon Fig. 49 eine perspectivische Ansicht giebt, sind nur zur Uebertragung schwacher Körper geeignet, weil ihre Glieder nicht zusammengeschweißt, sondern nur umgebogen sind. Bei einer Drahtdicke von $^3/_{16}$ Zoll und einem Gewichte von $21\frac{1}{2}$ Loth von einem laufenden Fuß ist die Tragkraft einer solchen Kette 855 Pfund und die zulässige Spannung 250 Pfund.

Fig. 46. Fig. 47. Fig. 48. Fig. 49.



Hierher gehört auch die Bandkette von Proché, welche aus abwechselnden Ringen und Blechstücken besteht und durch Fig. 50 in zwei Ansichten vor Augen geführt wird. Die vorzüglichsten Ketten, welche beim Maschinenwesen in Anwendung kommen, sind die Galle'schen Gelenk- oder Laschenketten, wo die Glieder durch besondere Bolzen mit einander verbunden sind. Sehr einfach ist die in Fig. 51 abgebildete Kette dieser Art. ABC ist ein gabelförmiges Glied und BC der Bolzen, welcher es mit dem folgenden Gliede verbindet. In der Anfertigung noch leichter sind die aus einfachen Schienen oder Laschen zusammengesetzten Ketten, wie Fig. 52 und Fig. 53. Bei der Kette in Fig. 52 befindet sich zwischen einem Laschenpaare eine einfache, bei der in Fig. 53 aber ein anderes Laschenpaar. Sehr oft wendet man aber auch Ketten mit je vier oder noch mehr Laschen an. Jedenfalls sind die Laschenketten zur Fortpflanzung größerer Kräfte und zum Auflegen auf Scheiben und Zirkelstücke geeignet. Die Kettenbolzen sind an einem Ende mit einem Kopfe versehen, und erhalten am anderen

Ende einen Vorstecker oder einen Nietkopf oder eine Schraubenmutter. Zum Ketten.

Fig. 50.

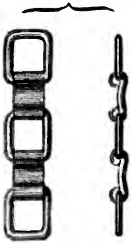


Fig. 51.

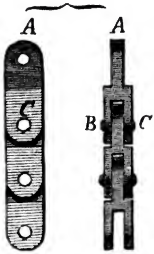


Fig. 52.

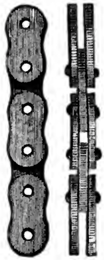
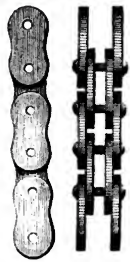


Fig. 53.



Schutze der Laschen legt man wohl noch Stoßscheiben unter und füttert auch wohl die Augen derselben mit Messing aus.

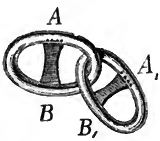
Die Stärke der Kettenbolzen bestimmt sich wie die der Gestängbolzen s. §. 15, und die der Kettenglieder wie die der Gestänge. Nimmt man die Breite der schmiedeeisernen Glieder drei Mal so groß als die Bolzenburchmesser, so erhält man die Dicke derselben, da durch das Bolzenauge ein Drittel der Breite verloren geht, bei der Spannkraft P, $e = \frac{P}{20000\,d}$ Zoll, also $d = 0{,}015\sqrt{P}$ gesetzt, $\frac{e}{d} = \frac{1}{4{,}5}$, und $\frac{e}{3\,d} = \frac{1}{13{,}5}$. Um noch mehr Sicherheit zu erhalten, möchte aber

$$\frac{e}{d} = \tfrac{1}{3}, \text{ d. i. } \frac{e}{3\,d} = \tfrac{1}{9},$$

also die Dicke der Laschen einem Drittel der Bolzendicke und einem Neuntel der Laschenbreite gleich zu machen sein.

Der Reibungswiderstand, welcher beim Umlegen einer Kette um eine Rolle zu überwinden ist, wird nach I. §. 177 bestimmt.

Fig. 54.



Was endlich noch die sogenannten Kettentaue anlangt, wie sie besonders beim Schiffswesen in Gebrauch sind, so werden dieselben aus dem besten Rundeisen von $\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll Dicke angefertigt, und es erhalten dieselben eine besondere Festigkeit durch eingesetzte Steege, wie AB, Fig. 54.

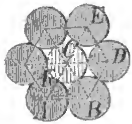
Anmerkung. Ueber die Anfertigung der Ketten und namentlich über die der Kettentaue ist nachzusehen: Prechtl's Encyclopädie, Bd. VIII, Artikel Ketten, ferner in Karmarsch und Heeren's technischem Wörterbuche, und in den Verhandlungen des Gewerbevereins in Preußen, Jahrgänge 1824 und 1835.

Drahtseile. §. 18. Die **Drahtseile** werden aus drei bis sechs **Litzen** (franz. torons; engl. strands), wovon jede aus vier bis acht einzelnen Drähten besteht, zusammengedreht. Die Stärke der Drähte beträgt bei Treibseilen, welche mehr als 1500 Pfund tragen und über hohe Scheiben zu liegen kommen, ungefähr $\frac{1}{8}$ Zoll, es wiegen je 100 Fuß Drahtlänge 4,33 Pfund; bei Haspelseilen hingegen, welche nur 200 Pfund tragen, $\frac{1}{32}$ Zoll, und es wiegen je 100 Fuß Draht 0,271 Pfund. Die Verbindung der Drähte unter einander zu einer Litze führt Fig. 55 vor Augen. Man sieht, diese Litze besteht aus vier Drähten, die einen hohlen Raum M zwischen sich lassen. Man hat in neueren Zeiten, namentlich in den Kohlenbergwerken am Rhein, diesen Raum mit einer getheerten Hanfschnur ausgefüllt, oder vielmehr die Drähte um eine Hanfseele gewunden, und dadurch eine größere Biegsamkeit und Festigkeit der Seile zu erzielen gesucht, sowie die Anwendung mehrerer Drähte in einer Litze ermöglicht.

Fig. 55.



Fig. 56.



Aus der Anzahl n der Drähte einer Litze folgt der Centriwinkel $ACB = BCD = \alpha$ des von den Drahtaxen gebildeten Polygones ABE, Fig. 56, $\alpha = \frac{360^0}{n}$, und hieraus wieder mittels der Drahtstärke d der Durchmesser $2\,CK$ des nach Befinden durch eine Hanfseele auszufüllenden hohlen Raumes: $d_1 = \left(\frac{1 - sin. \frac{1}{2}\alpha}{sin. \frac{1}{2}\alpha}\right) d.$

Je größer die Anzahl der Drähte ist, desto größer fällt hiernach auch der Durchmesser des hohlen Raumes aus. Während für $n = 4$, also $\alpha = 90^0$ $d_1 = \left(\frac{1 - sin. 45^0}{sin. 45^0}\right) d = (\sqrt{2} - 1)\, d = 0{,}414\, d$ sich ergiebt, ist hiernach für $n = 6$, $d_1 = \left(\frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\right) d = d$, und für $n = 8$,

$$d_1 = \left(\frac{1 - 0{,}3827}{0{,}3827}\right) d = 1{,}613\, d.$$

Der Durchmesser des Kreises, in welchem die Axen der Drähte liegen, ist

$$d_2 = d + d_1 = \frac{d}{sin. \frac{1}{2}\alpha}.$$

Ist l die Länge des Litzenstückes, auf welche eine Windung kommt, so hat man die entsprechende Drahtlänge nach dem Pythagorischen Lehrsatze: $l_1 = \sqrt{l^2 + (\pi d_2)^2}$, annähernd $= l + \frac{(\pi d_2)^2}{2l}$, und daher die Ver-

kürzung eines Drahtstückes beim Zusammenschlagen zu einer Litze: Drahtseile.

$$\lambda = l_1 - l = \frac{\pi^2 d_2^2}{2 l}, \text{ relativ } \frac{\lambda}{l} = {}^1\!/_2 \left(\frac{\pi d_2}{l}\right)^2.$$

Der Drehungswinkel δ, um welchen ein Draht durch das Zusammenschlagen zu einer Litze aus der axonalen Lage gebracht wird, ist mittels der Katheten πd_2 und l durch die Gleichung $tang.\, \delta = \frac{\pi d_2}{l}$ bestimmt.

Umgekehrt hat man $\frac{l}{d_2} = \pi\, cotg.\, \delta$ und $\frac{l}{d} = \frac{\pi\, cotg.\, \delta}{sin.\, {}^1\!/_2 \alpha}$.

Der gewöhnliche Drehungswinkel der Drähte in den Litzen ist 8^0 bis 15^0. Nehmen wir $\delta = 10^0$ und $n = 4$, also ${}^1\!/_2 \alpha = 45^0$, so erhalten wir $\frac{l}{d} = \frac{3{,}14 \,.\, 5{,}67}{0{,}707} = 25$, also bei $^1/_8$ Zoll Drahtstärke die Länge einer Windung $l = {}^{25}\!/_8 = 3^1/_8$ Zoll.

Die Seile werden aus den Litzen genau so zusammengesetzt, wie die Litzen aus Drähten. Durchschnitte mehrerer aus 3 bis 6 Litzen bestehenden Seile sind in den Figuren 57, 58, 59 und 60 abgebildet. Fig. 57 zeigt den

Fig. 57.



Fig. 58.



Fig. 59.

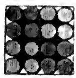
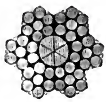


Fig. 60.



Querschnitt eines Seiles aus drei sechsdrähtigen Litzen, Fig. 58 den eines Seiles aus sechs dreidrähtigen Litzen, Fig. 59 zeigt ferner den Querschnitt eines Seiles von 4 Litzen, jede zu 4 Drähten und Fig. 60 den eines Seiles von 6 Litzen, jede zu 6 Drähten, mit einer Hanf- oder Drahtseele. Durch die Drehung der Litzen kommen diese Querschnitte in alle möglichen Lagen, und es nimmt das ganze, namentlich aber das dem Querschnitte Fig. 58 entsprechende Seil eine mehr cylindrische Form an.

Was die Cylinder anlangt, um welche man sich die Litzen schraubenförmig aufgewunden zu denken hat, so sind die Durchmesser derselben folgende:

für die Seile mit den Querschnitten in Fig. 57 und 58,

$$d_3 = 2 d + \frac{d}{sin.\, 60^0} = 3{,}155\, d,$$

für das nach Fig. 59, $d_3 = 2 d_2 = \frac{2 d}{sin.\, 45^0} = 2{,}828\, d$

und für das nach Fig. 60, $d_3 = 2 d + 4 d\, sin.\, 60^0 = 5{,}464\, d$.

Nimmt ein Litzenumschlag ein Axenstück des Seiles von der Länge l_2 ein, so ist seine Länge: $l_3 = \sqrt{l_2^2 + (\pi d_3)^2}$, daher die Verkürzung einer Litze

Drahtseile. beim Zusammenschlagen:

$$\lambda = l_3 - l_2 = \sqrt{l_2^2 + (\pi d_3)^2} - l_2, \text{ annähernd } = \frac{\pi^2 d_3^2}{2 l_2}.$$

Der Drehungswinkel einer Litze ist bestimmt durch die Formel:

$$tang. \delta_1 = \frac{\pi d_3}{l_2}.$$

In der Regel ist auch $\delta_1 = 10$ bis 25 Grad, wenigstens ist es nicht rathsam, die Drehung über 15 Grad hinausgehen zu lassen.

Es ist übrigens leicht zu ermessen, weshalb man hier die Drähte nicht einfach nebeneinander legt, sondern schraubenförmig zusammenschlägt. Beim Umlegen um eine Scheibe oder Trommel müssen sich nur die äußeren Drähte ausdehnen; besteht daher das Seil nur aus nebeneinanderliegenden Drähten, so wird nur ein Theil der Drähte ausgedehnt, und daher das Zerreißen der äußeren Drähte eher eintreten, als wenn das Seil geschlagen ist, wo ein und derselbe Draht bald außen, bald innen zu liegen kommt und daher alle Drähte eine gleiche Spannung erhalten.

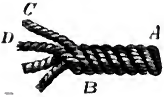
Anmerkung. Die Drahtstücke, welche man bei der Drahtseilfabrikation verwendet, haben eine Länge von 60 bis 120 Fuß, und müssen deshalb zur Bildung längerer Seile durch bloßes Zusammenwickeln oder Zusammenlöthen ihrer Enden mit einander verbunden werden.

Hanfseile. §. 19. Die Anwendung der Hanfseile ist durch die Einführung der Drahtseile bedeutend gemäßigt worden. Jetzt findet man diese Seile fast nur noch bei Flaschenzügen angewendet. Das Material zu diesen Seilen ist gut gehechelter Hanf, am besten aus Rußland oder aus dem Elsaß, Breisgau u. s. w. Dieser wird zunächst zu Fäden oder Garn versponnen; aus diesen werden ferner durch Zusammendrehen die sogenannten Schnüre oder Litzen und aus diesen endlich die Seile gebildet. Die Fäden werden von einer Stärke angewendet, daß eine Länge von 300 bis 400 Fuß ein Pfund wiegt, acht bis sechszig Fäden geben eine Litze und drei bis vier Litzen geben ein Seil. Starke Taue endlich werden aus drei bis vier einzelnen Seilen zusammengedreht, oder, wie man sagt, abgestückt.

Vier- und mehrschäftigen Seilen, d. i. Seilen aus vier oder mehr Litzen, giebt man, namentlich wenn dieselben stark sind, eine Hanfseele, damit sich die einzelnen Litzen regelmäßig schraubenförmig aneinander anlegen, und dieselben nicht in den von der Hanfseele auszufüllenden hohlen Raum treten. Die Drehungswinkel der Fäden in den Litzen, und die der Litzen in den Seilen, sind 30 bis 50 Grad; durch sehr starke Drehungen verliert das Seil zuviel an Festigkeit, und bei sehr schwachen Drehungen besitzt es nicht die erforderliche Dichtigkeit. Am angemessensten ist jedenfalls diejenige Drehung, bei welcher die Reibung der Fäden oder Litzen unter einander ihrer Festigkeit gleichkommt. Damit die Seile nicht unnöthig steif ausfallen, und

damit sie möglichst wenig Bestreben zur Drehbewegung annehmen, sollen die Drehungsrichtungen der Seile und Litzen, so wie die der Litzen und ihrer Fäden die entgegengesetzten sein. Wenn also ein Seil wie AB, Fig. 61, rechts gedreht sein soll, so müssen dessen Litzen, wie BC, BD u. s. w. eine linke, und dagegen die Fäden der letzteren wieder eine rechte Drehung erhalten. Hanfseile.

Fig. 61.

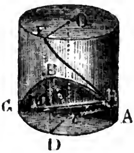


Durch das einfache Zusammendrehen wird natürlich eine Verkürzung in der Axenlänge der Fäden oder Litzen herbeigeführt, und könnte dasselbe ohne alle Spannung der Fäden erfolgen, so würde bei dem Drehungswinkel δ die einer Fadenlänge l entsprechende Litzenlänge $l_1 = l \cos. \delta$, also die Verkürzung $\lambda = l_1 - l = l(1 - \cos. \delta)$ betragen. Z. B. für eine Drehung δ von 40 Grad würde die Verkürzung $\lambda = (1 - \cos. 40^0)\ l = 0{,}234\ l$, d. i. über 23 Procent ausmachen; da aber durch die Reibung und durch das Einklemmen der Litzen und Fäden unter einander noch eine Spannung in diese kommt, so ist mit dem Zusammendrehen stets auch noch eine gewisse Ausdehnung der Fäden und Litzen verbunden, so daß, zumal wenn den Seilen ein sogenannter Draht gegeben wird, d. h. wenn die Seile nach dem Zusammenschlagen noch eine besondere Drehung erhalten, die Verkürzung der Litzen im Seile statt 23 Procent nur 10 bis 15 Procent beträgt.

Ein Haupterforderniß eines guten Seiles ist außer der Festigkeit und Biegsamkeit auch noch die Dauerhaftigkeit desselben. Um die letztere zu erhöhen, muß man durch starkes Zusammendrehen oder durch einen Theerüberzug das Eindringen des Wassers möglichst verhindern. Da aber durch diese Mittel den ersten Erfordernissen entgegengewirkt wird, so ist mit denselben eine gewisse Grenze nicht zu überschreiten. Der Theer (franz. goudron; engl. tar) wird gewöhnlich in solcher Menge angewendet, daß durch ihn das Seil um ein Fünftel seines Gewichtes schwerer wird.

§. 20. Die Tragkraft eines Seiles hängt nicht allein von der materiellen Beschaffenheit, von dem Querschnitte F und von der Anzahl n der Fäden des Seiles, sondern auch von der Stärke der Drehung der Fäden und Litzen desselben ab, denn durch die letztere erhalten die Fäden und Litzen auch ohne Belastung eine gewisse, einen Theil der Tragkraft in Anspruch nehmende Spannung. Wegen der schraubenförmigen Windungen, welche die Fäden und Litzen bilden, ist diese Spannung überdies nicht gleichförmig auf den Querschnitt dieser vertheilt, sondern am äußeren Umfange größer als in der Axe der Fäden oder Litzen, und deshalb die dadurch hervorgebrachte Verminderung Tragkraft der Hanfseile.

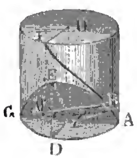
Fig. 62.



Tragkraft der Hanfseile.

der Tragkraft bei einer starken Drehung der Fäden sehr beträchtlich. Der Halbmesser $MA = MB$, Fig. 63, nach welchem ein Faden ABF in einer Litze oder eine Litze im Seile gebogen ist, fällt mit dem Krümmungshalbmesser einer Ellipse $ABEG$ zusammen, deren Ebene um den Drehungswinkel $OCE = \delta$ von der Axe der Litze oder des Seiles abweicht. Der Halbmesser $CA = CD = r$ des Cylinders, um welchen die Fadenaxe gewickelt ist, ist zugleich

Fig. 63.



die kleine Halbaxe der Ellipse, dagegen $CE = \frac{CD}{cos. DCE} = \frac{r}{sin. \delta}$, die große Halbaxe der Ellipse, und daher der Krümmungshalbmesser des Fadens (s. Ingenieur S. 238),

$$MA = MB = \frac{\overline{CE^2}}{CA} = \frac{r^2}{r\, sin. \delta^2} = \frac{r}{sin. \delta^2}.$$

Nun wächst aber die Spannung am äußersten Umfange eines Fadens direct wie die Stärke und umgekehrt wie der Krümmungshalbmesser der Fadenaxe, daher nimmt denn auch dieselbe wie das Quadrat des Sinus des Drehungswinkels zu. Wie sehr ein Seil durch eine starke Drehung an Festigkeit verliert, zeigt folgendes Beispiel von Muschenbroek. Ein Seil, welches bis ein Fünftel Verkürzung gedreht war, zerriß bei 6205 Pfund Belastung, als es aber eine Drehung bis ein Viertel Verkürzung erhielt, bei 4850 Pfund, und als es endlich durch weitere Drehung um ein Drittel verkürzt wurde, gar schon bei 4098 Pfund.

Uebrigens ist leicht zu ermessen, daß stärkere, aus mehr Fäden bestehende Seile verhältnißmäßig weniger Tragkraft besitzen als schwächere. Es findet bei jenen nicht allein an sich eine größere Ungleichheit in der Spannung der Fäden statt, sondern es wird auch dieselbe beim Umbiegen um Rollen oder Trommeln noch besonders erhöht. Durch diese Ungleichheit wird aber die Tragkraft herabgezogen, weil hier die stärker gespannten Fäden eher zerreißen, als wenn die Spannung eine gleichförmige wäre.

Endlich wird die Tragkraft eines Seiles auch noch durch die Nässe, und selbst durch das Theeren vermindert. Nach Muschenbroek's Versuchen trägt ein ungetheertes Seil, wenn es ganz durchnäßt ist, nur sieben Zehntel so viel als wenn es trocken ist. Das Eindringen der Nässe wird besonders dann verhindert, wenn man nicht das fertige Seil, sondern schon die Fäden oder Litzen theert. Je nachdem man nun diese warm oder kalt zusammendreht (warm oder kalt registrirt), fallen die Seile mehr oder weniger dicht, und mehr oder weniger steif aus.

§. 21. Die Stärke eines Hanfseiles für eine gegebene Tragkraft P läßt sich

mittels der in I. §. 186 mitgetheilten Festigkeitscoefficienten berechnen; nur ist hierbei zu berücksichtigen, daß man dreifache Sicherheit zu geben hat, wenn das Seil ein stehendes ist, also nur zur Befestigung dient, und dagegen sechsfache Sicherheit nehmen muß, wenn das Seilwerk ein laufendes ist, sich also über Rollen und Trommeln wickelt. Setzen wir den Festigkeitsmodul für Hanfseile von $\frac{1}{8}$ Zoll Dicke $= 10000$ Pfund, und den für Seile von 5 Zoll Stärke $= 5000$ Pfund, so können wir allgemein für Seile von d Zoll Stärke den Festigkeitsmodul $K = 10000\,(1 - 0{,}1\,d)$ Pfund annehmen. Tragkraft der Hanfseile.

Es ist daher die Tragkraft $= P$, bei dreifacher Sicherheit

$$P = \frac{1}{3} \,.\, 10000\,(1 - 0{,}1\,d) \,.\, \frac{\pi d^2}{4} = 2618\,(1 - 0{,}1\,d)\,d^2$$

und bei sechsfacher Sicherheit: $P = 1309\,(1 - 0{,}1\,d)\,d^2$, umgekehrt also die der gegebenen Tragkraft oder Spannung entsprechende Seildicke, im ersten Falle $d = \sqrt{\frac{P}{2618\,(1 - 0{,}1\,d)}}$, oder annähernd

1) $d = 0{,}01954\,(1 + 0{,}05\,d)\sqrt{P} = 0{,}01954\,(1 + 0{,}001\sqrt{P})\sqrt{P}$

und im zweiten Falle:

2) $d = 0{,}02764\,(1 + 0{,}05\,d)\sqrt{P} = 0{,}02764\,(1 + 0{,}0014\sqrt{P})\sqrt{P}$ Zoll.

Was das Seilgewicht anlangt, so kann man annehmen, daß dasselbe nahe wie das Quadrat der Seilstärke wächst. Nun wiegt aber der laufende Fuß Hanfseil von 1 Zoll Stärke, ungetheert 0,3 Pfund, und getheert 0,36 Pfund; es läßt sich daher das Gewicht eines laufenden Fußes Hanfseil von d Zoll Stärke setzen:

3) $G = 0{,}3\,d^2$ bis $0{,}36\,d^2$ Pfund.

Umgekehrt entspricht dem Gewichte G eine Stärke:

4) $d = 1{,}82\sqrt{G}$ bis $1{,}67\sqrt{G}$ Zoll.

Setzen wir den Werth $d = 1{,}82\sqrt{G}$ in die obigen Formeln, so erhalten wir das Gewicht des laufenden Fußes Seil, bei dreifacher Sicherheit:

5) $G = 0{,}0001146\,(1 + 0{,}002\sqrt{P})\,P$ Pfund,

und bei sechsfacher Sicherheit:

6) $G = 0{,}0002292\,(1 + 0{,}0028\sqrt{P})\,P$ Pfund.

Hiernach ist folgende Tabelle berechnet worden:

Tragkraft der Hanfseile.

Seilspannung in Centnern, zu 100 Pfund		1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Seilstärke in Zollen	bei 3facher Sicherheit	0,20	0,40	0,60	0,81	1,03	1,24	1,46	1,69	1,91	2,15
	bei 6facher Sicherheit	0,28	0,57	0,86	1,17	1,48	1,80	2,12	2,46	2,80	3,15
Gewicht von je 100 Fuß ungetheerten Seiles	bei 3facher Sicherheit	1,17	4,77	10,9	19,8	31,5	46,2	64,0	85,1	109,5	137,5
	bei 6facher Sicherheit	2,36	9,68	22,4	40,9	65,3	96,4	134,3	179,5	234,4	293,4

Beispiel. Die Stärke eines ungetheerten Haspelseiles, welches eine Last von 4 Centnern tragen soll, ist nach der letzten Tabelle, so wie nach einer der obigen Formeln: $d = 0{,}57$ Zoll, und das Gewicht von 150 Fuß Seil:

$$G = 9{,}68 \cdot {}^{150}/_{100} = 14{,}52 \text{ Pfund.}$$

Vergleichung der Seile und Ketten.

§. 22. Wie sich die Drahtseile, Hanfseile und Kettentaue in Hinsicht auf Festigkeit, Gewicht und Preis gegen einander verhalten, ist aus folgender Tabelle zu entnehmen, welche eine vergleichende Zusammenstellung der Resultate von den Versuchen enthält, die zu diesem Zwecke auf Befehl der englischen Admiralität angestellt worden sind.

Vergleichung der Seile und Ketten.

Tabelle
über die Festigkeit, das Gewicht und den Preis von Drahtseilen, Hanfseilen und Kettentauen.

Belastung, bei welcher die Seile zerreißen, in Tonnen (tons) u. s. w.	Gattungen der Seile.	Umfang der Hanf- und Drahtseile; Dicke des Rundeisens bei den Ketten.	Gewicht von 1 Faden (fathom) = 6 Engl. Fuß, in Engl. Pfd. 1 Pf. = 16 Unz.	Preis von 1 Faden = 6 Fuß, in Schilling u. Pence. 1 Sch. = 12 Pc. = 10 Silbgr.
1 Tonne	Drahtseil	1 Zoll Engl.	— Pf. 12 Unz.	— Sch. 5 Pc.
= 2240 engl. Pfund	Hanfseil	2 » »	1 » 1 »	— » $5\frac{1}{2}$ »
= 2172 preuß. »	Kettentau	$\frac{1}{4}$ » »	3 » — »	1 » 6 »
8 Tonnen	Drahtseil	2 » »	2 » 10 »	1 » 6 »
= 17920 engl. Pfund	Hanfseil	5 » »	6 » — »	2 » $7\frac{1}{2}$ »
= 17379 preuß. »	Kettentau	$\frac{1}{2}$ » »	16 » — »	4 • — »
16 Tonnen	Drahtseil	$2\frac{1}{2}$ » »	4 » 8 »	2 » $5\frac{1}{2}$ »
= 26880 engl. Pfund	Hanfseil	7 » »	12 » 3 »	5 » 4 »
= 26069 preuß. »	Kettentau	$\frac{11}{16}$ » »	27 » — »	6 » — »
16 Tonnen	Drahtseil	3 » »	6 » 12 »	3 » $7\frac{1}{2}$ »
= 35840 engl. Pfund	Hanfseil	8 » »	14 » 3 »	6 » $2\frac{1}{2}$ »
= 34758 preuß. »	Kettentau	$\frac{13}{16}$ » »	37 » — »	8 » — »
20 Tonnen	Drahtseil	$3\frac{1}{2}$ » »	9 » 4 »	5 » — »
= 44800 engl. Pfund	Hanfseil	9 » »	19 » 6 »	8 » $3\frac{3}{4}$ »
= 43448 preuß. »	Kettentau	$\frac{29}{32}$ » »	46 » — »	9 » 7 »
24 Tonnen	Drahtseil	4 » »	12 » 4 »	6 » $7\frac{1}{2}$ »
= 53760 engl. Pfund	Hanfseil	10 » »	25 » — »	10 » $11\frac{1}{4}$ »
= 52138 preuß. »	Kettentau	$\frac{31}{32}$ » »	53 » — »	10 » $10\frac{1}{2}$ »
30 Tonnen	Drahtseil	$4\frac{1}{2}$ » »	16 » 5 »	8 » 10 »
= 67200 engl. Pfund	Hanfseil	11 » »	30 » — »	13 » $1\frac{1}{4}$ »
= 65172 preuß. »	Kettentau	$1\frac{1}{16}$ » »	62 » — »	12 » 11 »
36 Tonnen	Drahtseil	5 » »	22 » 5 »	12 » 1 »
= 80640 engl. Pfund	Hanfseil	$12\frac{1}{2}$ » »	35 » 10 »	15 » $7\frac{3}{4}$ »
= 78206 preuß. »	Kettentau	$1\frac{3}{16}$ » »	78 » — »	16 » 3 »
44 Tonnen	Drahtseil	$5\frac{1}{2}$ » »	27 » — »	14 » 11 »
= 98560 engl. Pfund	Hanfseil	14 » »	41 » 10 »	18 » $3\frac{1}{2}$ »
= 95586 preuß. »	Kettentau	$1\frac{5}{16}$ » »	96 » — »	20 » — »
54 Tonnen	Drahtseil	6 » »	34 » — »	18 « 6 »
= 120960 engl. Pfd.	Hanfseil	15 » »	47 » 8 »	20 » $9\frac{1}{2}$ »
= 117310 preuß. »	Kettentau	$1\frac{7}{16}$ » »	115 » — »	24 » — »

Vergleichung der Seile und Ketten.

Die Vergleichung der in dieser Tabelle enthaltenen Versuchsresultate führt auf Folgendes.

Bei gleicher Tragkraft ist stets das Drahtseil das leichtere und wohlfeilere und das Kettentau stets das schwerere und meist auch immer das theurere Fortpflanzungsmittel. Es läßt sich im Mittel annehmen, daß bei gleicher Tragkraft das Gewicht des Drahtseiles gleich ist 0,5, und das eines Kettentaues 2,5mal so groß als das eines Hanfseiles, daß ferner die Stärke des Drahtseiles nur 0,4 und die Stärke des Rundeisens, aus dem die Kettenglieder bestehen, 0,3 von der eines Hanfseiles beträgt. Aus diesen Verhältnissen können wir daher sehr leicht mit Hilfe der im vorigen Paragraphen gegebenen Formeln die Stärke und das Gewicht der Drahtseile und Kettenglieder eines Taues finden, welches einer gegebenen Tragkraft entspricht.

Beispiel. Welche Stärke soll ein Drahtseil erhalten, wenn dasselbe als Treibseil dienen und höchstens 30 Centner tragen soll. Für ein Hanfseil ist die gesuchte Stärke

$$d = 0{,}02764\,(1 + 0{,}0014\,.\,\sqrt{3000})\,\sqrt{3000} = 1{,}51\,.\,1{,}076 = 1{,}63 \text{ Zoll},$$

und daher für das Drahtseil $d = 0{,}4\,.\,1{,}63 = 0{,}65$ Zoll. Giebt man nur dreifache Sicherheit, so fällt hiernach $d = 0{,}46$ Zoll aus. Nimmt man an, das Seil bestehe aus 16 Drähten von $1/8$ Zoll Dicke, so erhält man die Festigkeit dieser nach I. §. 186

$$P = 16\,.\,(1/8)^2\,.\,\frac{\pi}{4}\,.\,85000 = 0{,}1963\,.\,85000 = 16686 \text{ Pfund};$$

und daher die Tragkraft bei 6facher Sicherheit $= 2781$ Pfund. Das Gewicht des laufenden Fußes Hanfseil von 30 Centner Tragkraft ist

$$0{,}0002292\,.\,3000\,(1 + 0{,}0028\,.\,\sqrt{3000}) = 0{,}6876\,.\,1{,}1533 = 0{,}793 \text{ Pfund},$$

und daher das des Drahtseiles $= 0{,}5\,.\,0{,}793 = 0{,}3965$ Pfund. Nimmt man das Gewicht eines Cubikzolles Drahteisen 0,294 Pfund an (s. Ingenieur S. 362), so erhält man das Gewicht von einem Fuß Seil, welches aus 16 ein achtel Zoll dicken Drähten besteht, annähernd $G = 0{,}294\,.\,16\,.\,0{,}1227 = 0{,}577$ Pfund.

Leitrollen.

§. 23. Die Richtung eines Seiles oder einer Kette wird durch eine Leitrolle (franz. poulie de renvoi; engl. guide pulley) abgeändert (s. I. §. 150). Der Durchmesser einer Leitrolle richtet sich nach der Stärke und nach dem Grade der Biegsamkeit des Seiles, welches sich um diese legt. Starke und weniger biegsame Seile erhalten Leitrollen oder sogenannte Seilscheiben von 6 bis 10 Fuß Durchmesser, schwache Hanfseile aber solche von ½ bis 1 Fuß. Im Allgemeinen nimmt der Steifigkeitswiderstand des Seiles und die Axenreibung der Rolle ab, und es wird ebenso das Abführen des Seiles und der Zapfen oder sogenannten Walzeisen ein kleinerer, wenn der Durchmesser der Seilscheibe vergrößert wird. Da aber mit dem letzteren auch das Gewicht der Seilscheibe und deshalb auch die Zapfenreibung wächst, so giebt es allerdings eine Grenze in der Auswahl der vortheilhaftesten Seilscheibenhöhe. Kleine Leitrollen bestehen in einer einfachen Holz- oder Metallscheibe, wie ABC, Fig. 64 und Fig. 65, größere

aber bilden ein Rad, wie *ABC*, Fig. 66, aus Holz oder Eisen. Damit das Leitrollen.

Fig. 64.



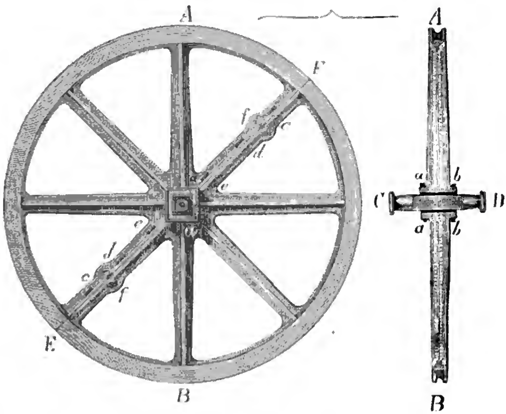
Fig. 65.



Seil von der Rolle nicht herabgleiten könne, ist eine Spur oder Rinne (franz. gorge; engl. groove) am Umfange der letzteren ausgenommen; und besteht die Scheibe aus Gußeisen, so füttert man diese Spur, wie *A* und *B*, Fig. 66, zeigt, mit Holz aus, um das Abführen des Seiles zu mäßigen und den Scheibenkranz zu schonen.

Die schmiedeeiserne Axe oder das Walzeisen *CD*, um welche sich die Leitrolle dreht, ist entweder mit dieser fest oder sie ist durch eine genau auszu-

Fig. 66.



drehende Nabe (franz. moyeu; engl. nave) mit der Rolle lose verbunden. Jedenfalls ist die erstere Anordnung die solidere, und daher bei größeren und festliegenden Seilscheiben stets anzuwenden, die zweite dagegen nur bei kleinen und transportablen Leitrollen, wo es darauf ankommt, die Zapfenlager zu ersparen. Wenn mehrere mit verschiedenen Geschwindigkeiten umlaufende Rollen auf einer Axe zugleich sitzen, so ist die lose Verbindung durch eine Nabe sogar nothwendig. Bei der festen Verbindung der Axe und Rolle findet die Axenreibung an den Enden, bei der losen dagegen in der Mitte der Axe statt; da aber, ohne die Festigkeit zu beeinträchtigen, die Axe an den Enden schwächer sein kann als in der Mitte, und da die Ax-

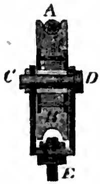
Leitrollen

heit der Reibung mit der Axenstärke zunimmt, so läßt sich bei der festen Verbindung eine kleinere Axenreibung erzielen als bei der losen. Der Hauptnachtheil der letzteren Verbindung besteht aber in unsicherer und schwankender Bewegung, welche die Rolle annimmt, wenn die Nabe und Axe abgeführt sind, erstere also weiter geworden ist als letztere dick.

Fig. 67.

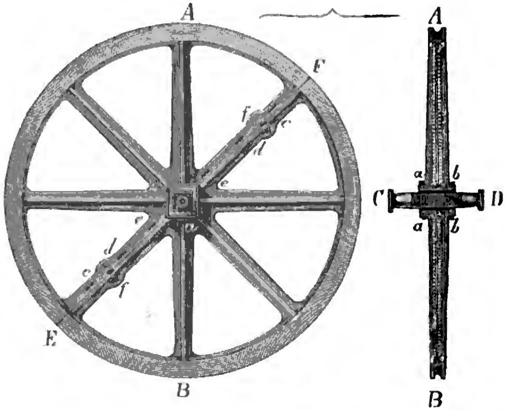


Fig. 68.



Bei den transportablen Leitrollen für schwache Hanfseile sitzt die mit einem Kopfe und einem Vorstecker versehene Axe oder der Bolzen *CD* in einem sogenannten **Kloben** (franz. chape; engl. block) *CED*, Fig. 67 und 68; bei den großen Seilscheiben für Drahtseile ist die an beiden Enden abgedrehte Axe *CD*, Fig. 69, in die vierseitige Hülse *ab ab* eingekeilt. Die hier abgebildete Scheibe besteht aus zwei Theilen, die durch Schrauben

Fig. 69.



wie *c*, *d*, *e*, durch schmiedeeiserne Ringe, wie *aa*, *bb* und durch Splinte wie *f*, *f* fest mit einander verbunden sind.

§. 24. Bei der Anwendung von Leitrollen kommen zwei Fälle vor, entweder läßt sich durch die beiden Seil- oder Bewegungsrichtungen eine Ebene legen, oder es ist dies nicht möglich; im ersten Falle genügt stets eine Leitrolle, im zweiten sind deren zwei nöthig. Die Umdrehungsebene einer Seilscheibe fällt mit der Ebene, welche durch die beiden Seilrichtungen *KM* und

MG, Fig. 70, gelegt werden kann, zusammen, und wenn nun die beiden Seilrichtungen KM und NG, Fig. 71, weder parallel sind, noch sich schneiden, also in keine Ebene fallen, so muß man sie durch eine Linie MN verbinden und eine Seilscheibe in die Ebene KMN und eine andere in die Ebene MNG legen. Leitrollen.

Fig. 70.

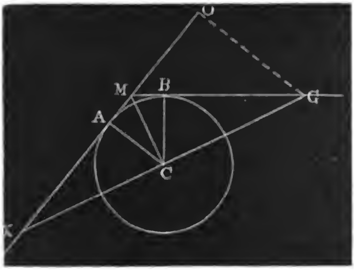
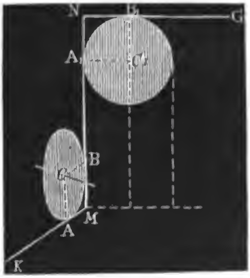


Fig. 71.



In dem einfacheren Falle, wo die beiden Seilrichtungen KM und MG, Fig. 70, sich schneiden, findet man den Ort und die Lage der Umdrehungsaxe C der Seilscheibe aus dem Halbmesser $CA = CB = r$ der Scheibe und dem Brechungs- oder Ablenkungswinkel $GMO = ACB = \alpha$ auf folgende Weise. Mit der Centrallinie CM schließen die beiden Seilrichtungen MK und MG gleiche Winkel ein, deshalb schneidet auch ein Perpendikel auf CM zu beiden Seiten desselben gleiche rechtwinkelige Dreiecke MCK und MCG ab, und es ist $MK = MG$, sowie $CK = CG$, sowie ein Perpendikel GO auf KO, $= 2\,CA = 2\,r$. Wenn wir daher vom Durchschnittspunkte M aus von den beiden Seilrichtungen das Stück

$$MG = MK = \frac{GO}{sin.\,OMG} = \frac{2\,r}{sin.\,\alpha}$$

abschneiden, und die erhaltenen Endpunkte G und K durch eine Linie $GK \left(= \frac{2\,r}{sin.\,\frac{\alpha}{2}} \right)$ verbinden, so giebt deren Mitte C den gesuchten Axpunkt, und errichtet man endlich auf CK und CG und CM ein Perpendikel, so erhält man in demselben die Axenrichtung der Leitrolle.

Wenn sich, wie in dem in Fig. 71 abgebildeten Falle, die Seilrichtungen KM und NG nicht schneiden, so ist eine doppelte Anwendung der letzten Regel nöthig. Steht, wie die Figur vor Augen führt, die Verbindungslinie MN rechtwinkelig auf beiden Seilrichtungen, so lenkt jede der beiden

Leitrollen. Leitrollen ACB und $A_1 C_1 B_1$ das Seil um einen Rechtwinkel ab, und es ist das Zwischenseil das möglich kürzeste. Uebrigens ist auch diese Anordnung nicht gerade die vortheilhafteste. Der Zapfendruck, und folglich auch die Zapfenreibung fällt um so kleiner aus, je kleiner der Ablenkungswinkel ist; wenn man nun die Verbindungslinie MN so legt, daß sie mit den beiden Seilrichtungen KM und GN stumpfe Winkel einschließt, so fallen die Ablenkungswinkel kleiner als ein Rechtwinkel aus, und wird daher auch die Reibung kleiner als bei Anwendung des kürzesten Zwischenstücks. Zwei Leitrollen, wenn die Seilrichtungen einander schneiden, sind, wenn nicht besondere Verhältnisse obwalten, nicht zweckmäßig, weil dabei doppelte Steifigkeitswiderstände und Zapfenreibungen zu überwinden sind, die zusammen mehr ausmachen, als der Steifigkeits- und Reibungswiderstand bei Anwendung einer einzigen Rolle.

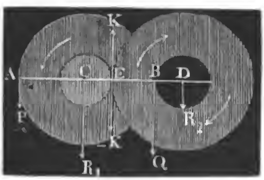
Anmerkung. Die Arbeitsverluste, welche aus dem Steifigkeitswiderstande und der Zapfenreibung der Leitrollen erwachsen, sind nach den im ersten Theile (Abschnitt III., Kapitel V.) mitgetheilten Erfahrungsregeln zu beurtheilen.

Zweites Kapitel.

Von den Räderwerken, oder den Hilfsmitteln zur Abänderung der stetigen Kreisbewegung.

Räderwerke. §. 25. Macht eine umlaufende Welle nicht diejenige Anzahl von Umdrehungen in einer gewissen Zeit (z. B. in einer Minute), welche zur Verrichtung einer gewissen Arbeit nöthig ist, oder besitzt ein umlaufendes Rad nicht diejenige Kraft, welche die Ueberwindung einer gegebenen Last erfordert, so muß durch eine besondere Zwischenmaschine die Umdrehungsbewegung dieser Welle oder dieses Rades abgeändert, oder, wie man sagt, umgesetzt werden. Die vorzüglichsten Hilfsmittel zur Erreichung dieses Zweckes sind diejenigen Verbindungen von Radwellen (s. I. §. 152), welche man Räderwerke (franz. rouages; engl. wheel-works) nennt. Ein einfaches Räderwerk, wie $ACDB$, Fig. 72, Fig. 73 und Fig. 74, besteht aus zwei Radwellen CA und

Fig. 72.



DB, wovon die eine durch die andere in Bewegung gesetzt wird; ein doppeltes oder mehrfaches Räderwerk wird von drei oder mehr Radwellen gebildet. Die Mittheilung oder die Uebertragung der Bewegung von der einen Radwelle auf die andere, erfolgt entweder durch unmittelbare Berührung, wie Fig. 72, oder mittels einer Schnur oder eines anderen biegsamen Körpers, wie Fig. 73 und Fig. 74; und hiernach unterscheidet man die Zahnräderwerke (franz. engrenages; engl. geerings oder toothed wheel-works) und die Schnur- oder Riemenräderwerke (franz. rouages à courroies; engl. straped wheel-works). Räderwerke.

Fig. 73.

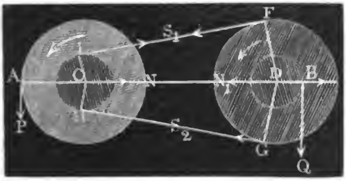
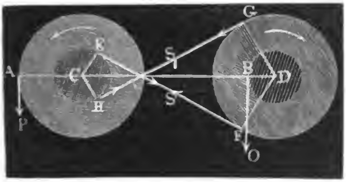


Fig. 74.



Durch einfache geometrische Berührung zweier Räder läßt sich nur eine unbedeutende Kraft von dem einen Rade auf das andere übertragen; es ist dies nur mittels der Reibung zwischen den beiden Radumfängen möglich, und daher erforderlich, daß diese Umfänge rauh gehalten und gegen einander gepreßt werden. Wenn man hingegen die Umfänge der Räder mit abwechselnden Erhöhungen und Vertiefungen ausrüstet, und die Erhöhungen des einen Rades in die Vertiefung des anderen eingreifen läßt, so erfolgt die Mittheilung der Bewegung nicht bloß sicherer, sondern es ist auch jede gegebene Kraft überzutragen möglich. Jene Erhöhungen auf den Radumfängen heißen Zähne (franz. dents; engl. teeths, cogs), und die entsprechenden Vertiefungen Zahnlücken (franz. creux; engl. clearings). Von den beiden Rädern (franz. roues; engl. wheels) eines Räderwerkes heißt dasjenige, von dem die Bewegung ausgeht, welches also das andere in Bewegung setzt, der Treiber oder das Treibrad (franz. roue conductrice; engl. driver) und das in Bewegung gesetzte, das Getriebe oder Triebrad (franz. roue conduite; engl. follower). Bei den Zahnräderwerken, wie Fig. 72, laufen Treib- und Getriebrad nach entgegengesetzten Richtungen um, bei den Riemenrädern hingegen hängt das Verhältniß der Umdrehungsrichtungen von der Lage des Riemens ab. In dem Falle Fig. 73, wo beide Seilrichtungen nach einem Punkte außerhalb der beiden Radaxen

Räderwerke. convergiren, laufen beide Räder in gleicher Richtung um, in dem Falle Fig. 74, wo beide Riemenrichtungen zwischen beiden Radaxen sich kreuzen, ist die Drehbewegung des Getriebes FGD der des Treibers AEH entgegengesetzt.

Anmerkung. Der Deutsche giebt den Zwischenmaschinen, wodurch die Bewegung der Umtriebsmaschine abgeändert und auf die Arbeitsmaschine übergetragen wird, den Namen Vorgelege, Zwischengeschirr oder gangbares Zeug.

Einfache Räderwerke. §. 26. Auf welche Weise auch die Mittheilung der Bewegung vom Treibrade auf das Getriebrad erfolgt, so sind doch gewisse allgemeine Bewegungsverhältnisse in allen Fällen gleich, und es ist daher nöthig, diese zunächst kennen zu lernen. Die Axen der ein Räderwerk bildenden Radwellen sind entweder

1) parallel, oder
2) nicht parallel, jedoch in einer Ebene liegend, oder
3) weder parallel noch in ihrer Verlängerung sich schneidend, also gar nicht in einer Ebene befindlich.

Zunächst soll nur von den Räderwerken mit parallelen Axen die Rede sein.

Wenn eine vollkommene Mittheilung der Bewegung statt hat, was wir fast immer voraussetzen können, so ist die Umfangsgeschwindigkeit des Getriebes gleich der des Treibrades. Ist nun der Halbmesser CE, Fig. 75 und Fig. 76, des Treibers $= r_1$, der Halbmesser DE

Fig. 75.

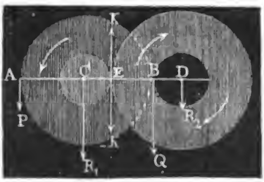
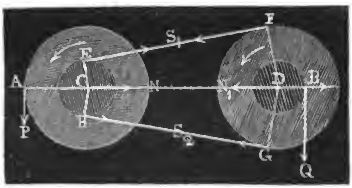


Fig. 76.



(oder DF) des Getriebes $= r_2$, die Umdrehungszahl des ersten, d. i. die Anzahl der Umdrehungen desselben pr. Minute u_1, die Umdrehungszahl des zweiten $= u_2$, so hat man die gemeinschaftliche Umfangsgeschwindigkeit

$$c = \frac{\pi u_1 r_1}{30} = \frac{\pi u_2 r_2}{30}, \text{ oder } c = 0{,}10472\, u_1 r_1 = 0{,}10472\, u_2 r_2,$$

und daher das Verhältniß der Umdrehungszahlen, oder das der Winkelgeschwindigkeiten, oder das sogenannte Umsetzungsverhältniß

$$\psi = \frac{u_2}{u_1} = \frac{r_1}{r_2};$$

es verhalten sich also die Umdrehungszahlen beider Räder umgekehrt wie ihre Halbmesser. Das doppelt so hohe Rad macht hiernach halb so viel Umdrehungen, und das Rad, dessen Halbmesser

ein Drittel von dem des anderen ist, läuft in derselben Zeit drei Mal so oft um als das letztere. Einfache Räderwerke.

Wirkt die Umdrehungskraft P des Treibrades an einem Hebelarme $CA = a$ und die Last Q an einem Hebelarme $DB = b$, so hat man ferner für die Kraft K an den Umfängen des Treib- und des Getriebrades, deren Theorie der Radwelle zufolge,

$$K = \frac{CA}{CE} \cdot P = \frac{DB}{DE} \cdot Q, \text{ oder}$$

$$K = \frac{a}{r_1} \cdot P = \frac{b}{r_2} \cdot Q, \text{ und daher}$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{b}{a} = \frac{u_2}{u_1} \cdot \frac{b}{a} = \psi \frac{b}{a};$$

während also bei einer einfachen Radwelle das Verhältniß zwischen Kraft und Last gleich ist dem Verhältnisse zwischen dem Hebelarme der Last und dem der Kraft, ist es bei einer doppelten Radwelle, mit einfacher Umsetzung gleich dem Producte aus der Umsetzungszahl und diesem Hebelarmverhältnisse.

Ist ferner v die Geschwindigkeit der Kraft P und w die der Last Q, so hat man auch $c = \frac{r_1}{a} v = \frac{r_2}{b} w$, daher

$$\frac{w}{v} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{b}{a} = \frac{u_2}{u_1} \cdot \frac{b}{a} = \psi \frac{b}{a},$$

und also auch $\frac{w}{v} = \frac{P}{Q}$, oder $Pv = Qw$, d. i. Arbeit der Kraft gleich Arbeit der Last, wie allerdings aus dem Principe der Arbeiten unmittelbar folgt.

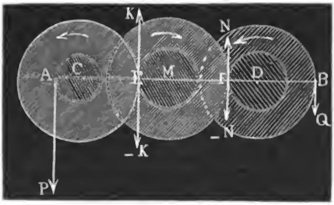
Beispiele. 1) Wenn die Radwelle CA, Fig. 75, pr. Min. 20 Umdrehungen macht, und die Radwelle DB in der Minute 6 Umdrehungen machen soll, so hat man es mit dem Umsetzungsverhältnisse $\psi = \frac{u_2}{u_1} = {}^6/_{20} = 0{,}3$ zu thun, und wenn daher der Halbmesser $CE = r_1$ des Treibers 5 Zoll beträgt, so muß der Halbmesser $DE = r_2$ des Getriebrades:

$$r_2 = \frac{u_1}{u_2} r_1 = \frac{r_1}{\psi} = \frac{5}{0{,}3} = 16^2/_3 \text{ Zoll betragen.}$$

2) Wenn bei einem Räderwerke wie Fig. 75 und 76 die Kraft $P = 40$ Pfund an einem Hebelarme $CA = a = 18$ Zoll, und die Last $Q = 500$ Pfund an einem Hebelarme $DB = b = 4$ Zoll wirkt, so ist das nöthige Umsetzungsverhältniß $\psi = \frac{a}{b} \cdot \frac{P}{Q} = \frac{Pa}{Qb} = \frac{40 \cdot 18}{500 \cdot 4} = {}^9/_{25}$, d. h. es muß die Treibwelle 25 Umdrehungen machen, während die Getriebwelle deren nur 9 macht. Nimmt man den Halbmesser des Treibrades $r_1 = 6$ Zoll, so fällt hiernach der des Getriebes $r_2 = \frac{r_1}{\psi} = \frac{6 \cdot 25}{9} = {}^{50}/_3 = 16^2/_3$ Zoll aus.

Zusammengesetzte Räderwerke. §. 27. Wenn das verlangte Kraft- oder Geschwindigkeits- oder Umsetzungsverhältniß sehr groß oder sehr klein ist, so reicht ein einfaches Räderwerk oder eine Verbindung von zwei Radwellen nicht aus, weil sonst das eine Rad zu klein oder das andere zu groß ausfallen würde, man muß sich daher einer doppelten oder dreifachen Umsetzung oder einer Verbindung von drei oder mehr Radwellen bedienen, wie z. B. *CMD*, Fig. 77, wo das Treibrad *CE* das Getriebe *ME*, und das mit letzterem auf derselben Welle sitzende Treibrad *MF* das Getriebe *DF* in Bewegung setzt. Bezeichnet auch hier a den Hebelarm CA der Kraft P, sowie b den Hebelarm DB der Last Q, und lassen wir durch r_1 und r_2 die Halbmesser CE und ME des ersten, sowie durch r_3 und r_4 die Halbmesser MF und DF des zweiten Räderpaares repräsentiren, so haben wir die Kräfte K und N an den Umfängen dieser:

Fig. 77.



$$K = \frac{a}{r_1} P,\ N = \frac{b}{r_4} Q \text{ und } K r_2 = N r_3,$$

daher $\frac{r_2}{r_1} Pa = \frac{r_3}{r_4} Qb$, d. i. $\frac{P}{Q} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{r_3}{r_4} \cdot \frac{b}{a}$.

Ist nun noch u_1 die Umdrehungszahl der ersten, u_2 die der zweiten und u_3 die der dritten Radwelle, so hat man auch das Umsetzungsverhältniß des ersten Räderpaares: $\psi_1 = \frac{u_2}{u_1} = \frac{r_1}{r_2}$ und das des zweiten:

$$\psi_2 = \frac{u_3}{u_2} = \frac{r_3}{r_4},$$

und daher $\frac{P}{Q} = \psi_1 \cdot \psi_2 \cdot \frac{b}{a}$, oder, wenn ψ das Umsetzungsverhältniß $\frac{u_3}{u_1}$ des ganzen Räderwerkes, d. i. das Verhältniß der Anzahl der Umdrehungen der dritten Welle zu der Anzahl der Umdrehungen des ersten, d. i. $\psi = \frac{u_3}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} \cdot \frac{u_2}{u_1} = \psi_1 \cdot \psi_2$ bezeichnet,

$$\frac{P}{Q} = \psi_1 \cdot \psi_2 \cdot \frac{b}{a} = \psi \cdot \frac{b}{a}.$$

Ebenso ist für ein dreifaches Räderwerk Zusammengesetzte Räderwerke.

$$\frac{P}{Q} = \psi_1 \cdot \psi_2 \cdot \psi_3 \cdot \frac{b}{a} = \psi \cdot \frac{b}{a},$$

und das Umsetzungsverhältniß desselben $\psi = \psi_1 \cdot \psi_2 \cdot \psi_3$.

Bezeichnet wieder v die Geschwindigkeit der Kraft P, w die der Last Q, so haben wir natürlich auch $Pv = Qw$, und daher

$$\frac{w}{v} = \frac{P}{Q} = \psi \cdot \frac{b}{a}.$$

Bei einem mehrfachen Räderwerke ist also

1) das Umsetzungsverhältniß das Product aus den Umsetzungsverhältnissen seiner Räderpaare, oder der Quotient aus dem Producte der Halbmesser der Treibräder und dem Producte der Halbmesser der Getriebräder, und

2) das Verhältniß der Kraft zur Last gleich dem der Geschwindigkeit der Last zu der der Kraft, gleich dem Producte aus dem Umsetzungsverhältnisse des ganzen Werkes und dem Verhältnisse des Lastarmes zum Kraftarme.

Beispiele. 1) Um durch ein Wasserrad, welches pr. Minute 8 Umdrehungen macht, einen Ventilator mit pr. Min. 800 Umdrehungen in Bewegung zu setzen, ist eine Umsetzung $\psi = {}^{800}/_{8} = 100$ nöthig, die sich durch ein dreifaches Räderwerk mit den Umsetzungsverhältnissen $\psi_1 = 4$, $\psi_2 = 5$ und $\psi_3 = 5$ bewirken läßt. Geben wir jedem der drei Treibräder den Halbmesser $r_1 = r_3 = r_5 = 30$ Zoll, so bekommen wir für die Halbmesser der Getriebräder:

$$r_2 = \frac{r_1}{\psi_1} = {}^{30}/_{4} = 7^1/_2 \text{ Zoll, und } r_4 = r_6 = \frac{r_3}{\psi_2} = {}^{30}/_{5} = 6 \text{ Zoll.}$$

2) Um mittels einer Kraft von 30 Pfund eine Last von 900 Pfund zu heben, kann man einen Haspel mit doppeltem Räderwerke oder, wie man sagt, mit doppeltem Vorgelege anwenden. Ist nun der Hebelarm der Kraft $a = 18$ Zoll, und der der Last $b = 5$ Zoll, so bedarf es der Umsetzung

$$\psi = \frac{a}{b} \cdot \frac{P}{Q} = {}^{18}/_{5} \cdot {}^{30}/_{900} = {}^{3}/_{25}.$$

Nun läßt sich ${}^{3}/_{25}$ in die nahe gleichen Factoren ${}^{7}/_{20}$ und ${}^{12}/_{35}$ zerlegen, daher kann man auch durch das eine Räderpaar die Umsetzung $\psi_1 = {}^{7}/_{20}$ und durch das andere die Umsetzung $\psi_2 = {}^{12}/_{35}$ hervorbringen, oder den Halbmesser des ersten Treibrades $r_1 = 7$ Zoll, den des zweiten $r_3 = 6$ Zoll, dagegen den Halbmesser des ersten Getriebes $r_2 = 20$ Zoll, und den des zweiten $r_4 = 17^1/_2$ Zoll machen. Ist die Geschwindigkeit der Kraft $v = 2^1/_2$ Fuß, so hat man die der Last

$$w = \psi \cdot \frac{b}{a} v = \frac{P}{Q} v = {}^{1}/_{30} \cdot {}^{5}/_{2} = {}^{1}/_{12} \text{ Fuß} = 1 \text{ Zoll.}$$

Um diese 30 Fuß hoch zu heben, muß der Kraftpunkt den Weg $30 \cdot 30 = 900$ Fuß zurücklegen, also die Kurbelwelle $u = \dfrac{900}{2\pi a} = \dfrac{900}{3 \cdot \pi} = 95^1/_2$ Umdrehungen machen.

Axendrücke. §. 28. Der wesentlichste Unterschied zwischen den Zahn- und den Riemenräderwerken besteht in der Art der Mittheilung. Bei den Zahnrädern CE und DE, Fig. 78, wird die Umdrehungskraft $K = \frac{a}{r_1} P = \frac{b}{r_2} Q$ unmittelbar übergetragen, bei den Riemenrädern CE und DF, Fig. 79, hingegen ist diese Kraft die Differenz der Riemenspannungen S_1 und S_2;

Fig. 78.

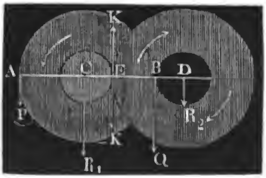
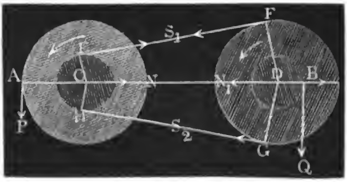


Fig. 79.



also $K = S_1 - S_2$. Es besteht daher auch die Wirkung der Umdrehungskraft K auf die Radaxen bei den Zahnräderwerken in einer gleich großen Reaction, dagegen bei den Riemenräderwerken in einer nahe der Summe $S_1 + S_2$, der beiden Riemenspannungen gleichen Zugkraft N. Gewiß ist $N > K$, d. i. die Wirkung der Umdrehungskraft auf die Radaxen bei den Riemenrädern größer als bei den Zahnrädern, und daher in dieser Beziehung den letzteren ein Vorzug vor den ersteren einzuräumen. Bei der Anordnung des Zahnräderwerkes in Fig. 78, wo die Kräfte parallel wirken, ist ohne Rücksicht auf die Gewichte der Räderwerke, der Axendruck der ersten Radwelle: $R_1 = P + K = \left(1 + \frac{a}{r_1}\right) P$, und der der zweiten: $R_2 = Q - K = \left(1 - \frac{b}{r_2}\right) Q$; dagegen bei der Anordnung des Riemenräderwerkes in Fig. 79, wo N und P, sowie N und Q nahe rechtwinkelig gegen einander wirken, der Axendruck der ersten Radwelle: $R_1 = \sqrt{P^2 + N^2} = \sqrt{P^2 + (S_1 + S_2)^2}$ und

$$R_2 = \sqrt{Q^2 + N^2} = \sqrt{Q^2 + (S_1 + S_2)^2}.$$

Ist nun φ der Coefficient der Axenreibung, so hat man die beiden Axenreibungen φR_1 und φR_2; und ist noch ϱ_1 der Halbmesser des Zapfens vom Treibrade, und ϱ_2 der des Zapfens vom Getriebrade, so hat man die Zapfenreibung des Treibrades auf den Kraftpunkt A reducirt,

$$F_1 = \varphi \frac{\varrho_1}{a} R_1,$$

und die des Getriebes auf den Lastpunkt B reducirt:

$$F_2 = \varphi \frac{\varrho_2}{b} R_2.$$

Setzt man endlich in der Kraftformel $P = \psi \,.\, \frac{b}{a} Q$, statt P, $P - F_1$ Axendrücke.
und statt Q, $Q + F_2$, so erhält man die Beziehung zwischen Kraft und Last mit Hinsicht auf die Axenreibungen:

$$P = \psi \frac{b}{a} (Q + F_2) + F_1$$

$$= \psi \frac{b}{a} Q + \varphi \left(\frac{\varrho_1}{a} R_1 + \psi \,.\, \frac{\varrho_2}{a} R_2\right) \text{ oder}$$

$Pa = \psi Q b + \varphi (R_1 \varrho_1 + \psi R_2 \varrho_2)$, und es sind für R_1 und R_2 die nach obigen Formeln zu berechnenden Zapfendrücke einzusetzen.

Beispiel. Welche Kraft erfordert ein Haspel mit Vorgelege, wie Fig. 78, wenn die Last $Q = 500$ Pfund beträgt, der Hebelarm der Last $b = 4$ Zoll, der der Kraft $a = 18$ Zoll, der Halbmesser des Treibrades $r_1 = 6$ Zoll und der des Getriebrades $r_2 = 16\frac{2}{3}$ Zoll, ferner der Halbmesser des Zapfens von der Kraftwelle $\frac{1}{2}$ Zoll und der von der Lastwelle 1 Zoll, endlich das Gewicht von jener Welle 60 Pfund und das von dieser 120 Pfund und der Coefficient der Zapfenreibung $\varphi = 0{,}1$ beträgt? Ohne Rücksicht auf die Zapfenreibungen wäre die Kraft $P = \psi \,.\, \frac{b}{a} Q = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{b}{a} Q = \frac{6}{16\frac{2}{3}} \cdot \frac{4}{18} \,.\, 500 = 40$ Pfund (vergl. §. 26, das Beispiel 2.); mit Rücksicht dieser hat man hingegen, da der Zapfendruck $R_1 = P + K + G = 40 + \frac{18}{6} \,.\, 40 + 60 = 220$ Pfund, und der Zapfendruck $R_2 = Q - K + G_1 = 500 - \frac{18}{6} \,.\, 40 + 120 = 500$ Pfund beträgt,

$$P = \psi \frac{b}{a} \,.\, Q + \varphi \left(\frac{\varrho_1}{a} R_1 + \psi \frac{\varrho_2}{a} R_2\right)$$

$$= 40 + 0{,}1 \left(\frac{\frac{1}{2}}{18} \,.\, 220 + \frac{18}{50} \,.\, \frac{1}{18} \,.\, 500\right) = 40 + \frac{11}{18} + 1 = 41{,}6 \text{ Pfund.}$$

§. 29. Bei einem Riemenräderwerke, oder bei der Uebertragung durch Riemenräder.
einen Riemen oder Seil ohne Ende (franz. courroie sans fin; engl. endless strap) ist die nöthige Riemenspannung S von der fortzupflanzenden Kraft K, von dem mit Riemen bedeckten Theile der Räder und von den Coefficienten φ der Reibung zwischen dem Riemen und dem Radumfange abhängig. Der Theorie der Seilreibung (s. I. §. 176) zu Folge ist die Kraft zum Fortziehen eines Seiles über einen festliegenden Cylinder, wenn α den mit Seil bedeckten Bogen vom Halbmesser $= 1$ und S_2 die Spannung des Seiles am anderen Ende bezeichnet,

$$S_1 = e^{\varphi\alpha} S_2 = (2{,}71828)^{\varphi\alpha} \,.\, S_2,$$

und daher die Reibung des Seiles oder Riemens auf diesem Cylinder

$$K = S_1 - S_2 = (e^{\varphi\alpha} - 1) S_2.$$

Diese Formel findet bei dem Riemen ohne Ende ihre unmittelbare Anwendung, denn es ist hier nur die Reibung zwischen Riemen und Rad, durch welche der Riemen vom Rade mit fortgeführt wird, und daher nöthig, daß dieselbe mindestens der nöthigen Umdrehungskraft K gleichkomme. Setzen

Riemenräder. wir daher $K = S_1 - S_2 = (e^{\varphi\alpha} - 1)\, S_2$, so erhalten wir die Spannung des Riemens, welcher sich von dem Treibrade ab und auf das Getriebrad aufwickelt:

$$1)\ S_2 = \frac{K}{e^{\varphi\alpha} - 1}\text{, sowie}$$

die Spannung des Riemens, welcher sich von dem Getriebrade ab und auf das Treibrad aufwickelt:

$$2)\ S_1 = \frac{e^{\varphi\alpha}\, K}{e^{\varphi\alpha} - 1}\text{, und}$$

die mittlere, dem Riemen vor der Bewegung zu ertheilende Spannung:

$$3)\ S = \frac{S_1 + S_2}{2} = \frac{e^{\varphi\alpha} + 1}{e^{\varphi\alpha} - 1} \cdot \frac{K}{2};$$

und es wird die Umdrehungskraft K durch die Formeln

$$K = \frac{L}{c} = \frac{30\, L}{\pi\, u_1\, r_1} = \frac{30\, L}{\pi\, u_2\, r_2}$$

$$= \frac{9{,}549\, L}{u_1\, r_1} = \frac{9{,}549\, L}{u_2\, r_2},$$

worin L das Arbeitsquantum des Räderwerkes pr. Sec. bezeichnet, u_1, u_2, r_1 und r_2 die oben gebrauchten Bedeutungen haben, oder durch die Formel

$$K = \frac{Pa}{r_1} = \frac{Qb}{r_2},$$

wo Pa das statische Kraft- und Qb das statische Lastmoment bezeichnet, gefunden.

Beispiel. Wenn ein Seil ohne Ende ein Arbeitsquantum L von 2 Pferdekräften so fortpflanzt, daß das Treibseil eine Geschwindigkeit von 6 Fuß besitzt, und wenn ferner die beiden Radwellen, um welche dieses Seil läuft, so weit von einander entfernt sind, daß man annehmen kann, das letztere bedeckt den halben Umfang von jedem der Räder, so hat man bei dem Reibungscoefficienten $\varphi = \frac{1}{2}$ zwischen Seil und Rad

$$e^{\varphi\alpha} = (2{,}71828)^{0{,}5\,.\,3{,}1416} = 2{,}71828^{1{,}5708} = 4{,}81$$

und daher die Seilspannungen:

$$S_2 = \frac{K}{e^{\varphi\alpha} - 1} = \frac{L}{c\,(e^{\varphi\alpha} - 1)} = \frac{2\,.\,510}{6\,(4{,}81 - 1)} = \frac{170}{3{,}81} = 44{,}6 \text{ Pfund}$$

$$\text{und } S_1 = e^{\varphi\alpha}\, S_2 = 4{,}81\,.\,44{,}6 = 214{,}6 \text{ Pfund},$$

folglich die mittlere Spannung vor dem Ingangsetzen der Maschine:

$$S = \frac{S_1 + S_2}{2} = \frac{214{,}6 + 44{,}6}{2} = 129{,}6 \text{ Pfund}.$$

Riemenspannungen. §. 30. Zur Berechnung der Riemenspannungen ist dem Vorhergehenden zu Folge, die Kenntniß der Reibungscoefficienten zwischen Riemen und Rad,

so wie die Größe des durch den Riemen bedeckten Bogens nothwendig. Was die ersten anlangt, so hat man nach Morin (s. dessen Aide-mémoire oder dessen Nouvelles expériences sur le frottement etc., Paris 1838): Riemenspannungen.

$\varphi = 0,50$ für Hanfseile auf hölzernen Rädern,
$= 0,50$ für neue Riemen auf dergl.,
$= 0,47$ für gewöhnlich fette Riemen auf hölzernen Trommeln,
$= 0,38$ für feuchte Riemen auf abgedrehten gußeisernen Rädern,
$= 0,28$ für gewöhnlich fette Riemen auf dergl.,
$= 0,12$ für eingefettete Riemen auf dergl.

Die Größe der durch den Riemen bedeckten Bögen läßt sich aus den Radhalbmessern $CE = r_1$ und $DF = r_2$ und der Entfernung $CD = d$ beider Radaxen bestimmen. Wir haben zwei Fälle zu unterscheiden; entweder ist der Treibriemen offen oder er ist gekreuzt. Bei dem offenen oder ungeschränkten Riemen ohne Ende, wie Fig. 80, wird der Winkel $FDG = ECH = \alpha$ durch die Formel

$$cos. CDF = \frac{DL}{CD} = \frac{DF - CE}{CD}, \text{ d. i.}$$

durch $cos. \frac{\alpha}{2} = \frac{r_2 - r_1}{d}$ bestimmt; bei dem gekreuzten oder ge-

Fig. 80.

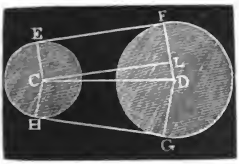
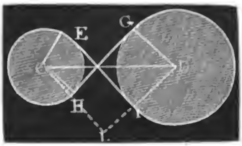


Fig. 81.



schränkten Riemen hingegen, Fig. 81, hat man für den Winkel $FDG = \alpha$, da $CDF = CDG = \frac{1}{2}\alpha$ und

$$cos. CDF = \frac{DL}{CD} = \frac{DF + CE}{CD} \text{ ist,}$$

$$cos. \frac{\alpha}{2} = \frac{r_2 + r_1}{d}.$$

Im ersten Falle ist das kleine Rad mit dem durch die erste Formel unmittelbar angegebenen Bogen α durch den Riemen bedeckt, das größere aber durch den Ergänzungsbogen $2\pi - \alpha$, im zweiten Falle hingegen sind beide Räder durch die Bögen $2\pi - \alpha$ bedeckt, es findet daher bei diesem die Uebertragung einer gewissen Kraft bei einer schwächeren Spannung statt, als bei jenem. Die Länge des ganzen Riemens ist beim offenen Riemen, $l = EF + GH + \text{Bog.} EH + \text{Bog.} FG = 2CL + r_1\alpha + r_2(2\pi - \alpha)$.

Riemenspannungen.

d. i. $l = 2\,d\,sin.\,\frac{\alpha}{2} + \alpha r_1 + (2\pi - \alpha) r_2$,

und dagegen beim gekreuzten:

$$l = 2\,d\,sin.\,\frac{\alpha}{2} + (2\pi - \alpha)(r_1 + r_2).$$

Für eine große Entfernung beider Axen von einander läßt sich

$$cos.\,\frac{\alpha}{2} = 0,\ \text{also}\ \frac{\alpha^0}{2} = 90^0,\ \alpha = 180^0\ \text{oder}\ \alpha = \pi$$

und daher $l = 2\,d + \pi(r_1 + r_2)$ annehmen.

Aus φ und α bestimmt sich nun auch die Potenz $e^{\varphi\alpha}$ und hieraus wieder das Verhältniß der Riemenspannungen. Vorzügliche Dienste leistet aber hierbei folgende Tabelle der Riemenspannungen:

Verhältniß $\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{\alpha^0}{360^0}$	Werthe von $e^{\varphi\alpha}$: Neue Riemen auf hölzernen Rädern $\varphi = 0{,}50$.	Gewöhnliche Riemen auf hölzernen Rädern $\varphi = 0{,}47$.	Gewöhnliche Riemen auf eisernen Rädern $\varphi = 0{,}28$.	Feuchte Riemen auf eisernen Rädern $\varphi = 0{,}38$.	Schnüre auf Rädern von Holz rauh $\varphi = 0{,}50$.	Schnüre auf Rädern von Holz polirt $\varphi = 0{,}30$.
0,2	1,87	1,80	1,42	1,61	1,87	1,51
0,3	2,57	2,43	1,69	2,05	2,57	1,86
0,4	3,51	3,26	2,02	2,60	3,51	2,29
0,5	4,81	4,38	2,41	3,30	4,81	2,82
0,6	6,59	5,88	2,87	4,19	6,58	3,47
0,7	9,02	7,90	3,43	5,32	9,01	4,27
0,8	12,34	10,62	4,09	6,75	12,34	5,25
0,9	16,90	14,27	4,87	8,57	16,90	6,46
1,0	23,14	19,16	5,81	10,89	23,14	7,95

Beispiel. Wenn bei einem Riemen ohne Ende mit eisernen Rädern das fortzupflanzende Arbeitsquantum 4 Pferdekräften gleich ist, und eine Geschwindigkeit des Treibriemens von 8 Fuß vorausgesetzt wird, wenn ferner der Halbmesser des Treibrades 30 Zoll, der des Getriebrades 5 Zoll, und die Entfernung beider Radaren 90 Zoll beträgt, welches werden die nöthigen Riemenspannungen sein? Es ist hier $r_1 = 30$, $r_2 = 5$ und $d = 90$, daher bei offenem Riemen $cos.\,\frac{\alpha}{2} = \pm\,\frac{30-5}{90} = \pm\,{}^5/_{18} = \pm\,0{,}2777\ldots$; hiernach

$$\tfrac{1}{2}\alpha = 73^0{,}52\tfrac{1}{3}'\ \text{und}\ 106^0{,}7\tfrac{2}{3}',\ \text{und}$$
$$\alpha = 147^0{,}44\tfrac{2}{3}'\ \text{und}\ 212^0{,}15\tfrac{1}{3}',$$

dagegen bei gekreuzten Riemen:

$$cos.\ \frac{\alpha}{2} = -\frac{30+5}{90} = -7/_{18} = -0{,}38888,$$ und hiernach Riemenspannungen.

$$\frac{\alpha}{2} = 180^0 - 67^0, 7' = 112^0, 53', \text{ und } \alpha = 225^0, 46'.$$

Im ersteren Falle ist natürlich der kleinere Winkel $\alpha = 147^0, 44^2/_3{}'$ anzunehmen, damit der Riemen auf keinem der beiden Radumfänge fortrutsche. Wir haben hiernach hier $\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{147{,}74}{360} = 0{,}410$ und im zweiten Falle:

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{225{,}77}{360} = 0{,}627.$$

Nimmt man $\varphi = 0{,}28$, so erhält man durch Interpolation mittels der letzten Tabelle für den ersten Fall: $e^{\varphi\alpha} = 2{,}02 + 0{,}1 \,.\, (2{,}41 - 2{,}02) = 2{,}06$,

und für den zweiten: $e^{\varphi\alpha} = 2{,}87 + 0{,}27 \,.\, (3{,}43 - 2{,}87) = 3{,}02$,

womit die unmittelbare Rechnung auch ziemlich übereinstimmt. Nun ist noch die überzutragende Kraft $K = \frac{L}{c} = \frac{4 \,.\, 510}{8} = 255$ Pfund; daher folgt denn für den ersten Fall: $S_2 = \frac{255}{2{,}06 - 1} = \frac{255}{1{,}06} = 240{,}6$ Pfund,

$S_1 = 2{,}06 \,.\, 240{,}6 = 495{,}6$, und

$S = \frac{S_1 + S_2}{2} = 368{,}1$ Pfund,

wozu der Sicherheit wegen noch 10 Procent gesetzt werden können, so daß also $S = 405$ Pfund als Spannung der noch stillstehenden Maschine zu nehmen ist. Für den zweiten Fall ist: $S_2 = \frac{255}{3{,}02 - 1} = \frac{255}{2{,}02} = 126{,}2$ Pfund,

$S_1 = 3{,}02 \,.\, 126{,}2 = 381{,}1$ Pfund, und

$S = \frac{S_1 + S_2}{2} = 253{,}6$ Pfund,

oder der Sicherheit wegen $S = 253{,}6 + 25{,}4 = 279$ Pfund.

§. 31. Die **Riemen** werden gewöhnlich aus gutem lohgaren Kuh- oder Rindsleder, und zwar am besten aus dem sogenannten **Kernleder**, vom Rücken der Thiere geschnitten. Eine Haut giebt zwei Streifen von ungefähr 2 Linien Dicke, 8 Zoll Breite und 5 Fuß Länge. Diese Lederstreifen werden entweder unmittelbar oder nachdem man sie erst in schmälere Riemen zerschnitten hat, an den Enden zusammengenäht. Nach **Bevan** (s. Dingler's polytechn. Journal, Bd. XVI.) ist Treibriemen.

der Festigkeitsmodul des Kuhleders: $K = 3980$ Pfund,

und der Elasticitätsmodul desselben: $E = 10050$ Pfund;

ei 4facher Sicherheit würde daher der Sicherheitsmodul $K_1 = 1000$ Pfund betragen. Nach den Erfahrungen der Maschinenbauer ist jedoch $K_1 = 250$ Pfund zu nehmen, wobei sich das Ausdehnungsverhältniß

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{K_1}{E} = \frac{250}{10050} = 1/_{40}$$

herausstellt, also eine Verlängerung von ungefähr 3 Procent statt hat. Nach

Treibriemen. Morin ist, wenn 1 Quadratcentimeter zur Einheit angenommen wird, $K_1 = 20$ Kilogramme, und hiernach die zulässige Riemenspannung auf jeden Quadratzoll Querschnitt: $K_1 = \frac{200000 . 2{,}138}{144 . 10{,}152} = 293$ Pfund, also über 250 Pfund.

Setzen wir nun die Riemenbreite $= b$, und nehmen wir die Riemendicke $= {}^1/_6$ Zoll an, so bekommen wir hiernach die Maximalspannung $S_1 = 250 . \frac{b}{6}$ ungefähr $= 40\,b$, und die Riemenbreite $b = \frac{S_1}{40}$ Zoll.

Nun ist aber im Mittel, namentlich dann, wenn der Riemen nahe den halben Umfang des Rades bedeckt und der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}28$ ist, S_1 nahe $2\,K = 2\,\frac{L}{c}$, daher erhält man auch

$$b = \frac{K}{20} = {}^1/_{20} . \frac{L}{c},$$

oder wenn man die Leistung L nicht in Fußpfund, sondern in Pferdekräften giebt, $b = 25 . \frac{L}{c}$ Zoll.

Es wächst hiernach die Riemenbreite direct wie das überzutragende Arbeitsquantum, und umgekehrt wie die Geschwindigkeit. Für $\frac{L}{c} = {}^1/_3$, z. B. für $L = 10$ und $c = 30$, oder $L = 5$ und $c = 15$, fällt die Riemenbreite schon 8 Zoll aus. Man ersieht hieraus, daß die Anwendung eines Riemenräderwerkes nur bei einer kleinen oder mäßigen Leistung und bei einer großen Geschwindigkeit möglich ist. Riemen von 9 und mehr Zoll Breite anzuwenden, ist deshalb nicht zweckmäßig, weil sich dieselben in Folge ihrer ungleichen Dicke ungleich recken und deshalb nicht gleichmäßig auf die Radumfänge auflegen. Bei größeren Kräften $\left(\frac{L}{c}\right)$ bedient man sich daher zweier Riemen, oder einer Kette, oder besser eines Zahnräderwerkes. Ueber einander genähte Riemen wendet man wegen ihrer Steifigkeit und ihres starken Abführens nicht gern an.

Der Dauerhaftigkeit und nöthigen Schmiegsamkeit wegen, hat man übrigens die Riemen durch eine Talgschmiere stets fettig zu halten.

Die Riemen von Guttapercha haben ziemlich dieselben Eigenschaften wie die Lederriemen; es ist nicht allein die Dichtigkeit der Guttapercha nahe gleich der des Rindleders ($\gamma = 0{,}03$ Pfund), sondern es ist auch nach den allerdings sehr im Kleinen angestellten Versuchen von Herrn Feistmantel, der Festigkeitsmodul ziemlich derselbe und nur der Elasticitätsmodul ungefähr 30 Procent kleiner als beim Leder. Man kann daher bei gleicher Dicke die

Gutta percha-Riemen bei derselben Breite verwenden wie die Lederriemen. Treibriemen.
Die größere Wohlfeilheit, die Unverwüstlichkeit dieses Stoffes u. s. w. tragen sehr zur Empfehlung der Treibriemen aus Gutta percha bei, und es ist nur die größere Ausdehnung derselben bei hoher Temperatur, welche die Anwendung derselben in manchen Fällen unmöglich, oder mindestens unzweckmäßig macht.

Beispiel. Für das im letzten Beispiele (§. 30) behandelte Riemenräderwerk durch die Maximalspannung $S_1 = \frac{e^{\varphi\alpha}K}{e^{\varphi\alpha}-1} = 381{,}1$ Pfund gefunden; es ist daher die Breite des hierzu nöthigen Riemens:

$$b = \frac{S_1}{40} = \frac{381{,}1}{40} = 9\tfrac{1}{2} \text{ Zoll}.$$

Die Länge desselben aber hat man nach der Formel:

$$l = 2d\,sin.\frac{\alpha}{2} + (2\pi - \alpha)\,(r_1 + r_2),$$

$$l = 2\,.\,90\,sin.\,112^0{,}53' + (30 + 5)\,arc.\,225^0{,}46'$$

$$= 165{,}83 + 137{,}91 = 303{,}74 \text{ Zoll}.$$

§. 32. Da sich die Riemen, namentlich wenn sie neu sind, fortwährend recken (dehnen), so muß man deren Spannung von Zeit zu Zeit nachhelfen.

Fig. 82. Fig. 83. Fig. 84.







Sind nun die Riemen zusammengeschnallt, wie Fig. 82 vor Augen führt, so hat diese Correction gar keine Schwierigkeit; hat man es aber mit einem zusammengenähten (s. Figur 83), zusammengeschraubten (Fig. 84) oder zusammengeleimten Treibriemen von Leder, oder mit einem durch ein heißes Platteisen zusammengeschweißten Riemen von Gutta percha zu thun, so ist das Trennen und Wiedervereinigen der Riemenenden umständlich, und deshalb die Anwendung einer besonderen Stellvorrichtung von Vortheil.

Dieses Stellen läßt sich entweder an den Wellenlagern oder an den Riemen selbst bewerkstelligen. Das erstere ist aber nur selten gestattet, weil die Wellen meist festliegen müssen, dagegen die Stellung an den Riemen mittels sogenannter **Spannrollen** (franz. rouleaux de tension; engl. expanding rollers) fast in allen Fällen anwendbar. Zwei solcher Spannrollen sind in Fig. 85 und Fig. 86 auf folgender Seite abgebildet. Bei der Einrichtung in Fig. 85 sitzt die Rolle B auf einem Schieber, den ein Gewicht G niederzieht, bei der Einrichtung Fig. 86

Spannrollen. hingegen sitzt dieselbe an einem Winkelhebel AOB, und wird mittels eines Gewichtes G am Arme OA gegen den Riemen gedrückt. Ist im

Fig. 85.

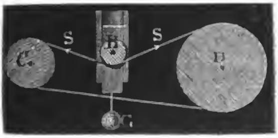
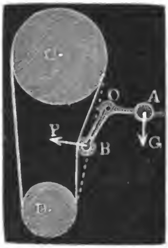


Fig. 86.

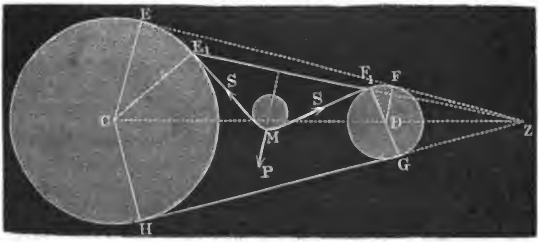


letzteren Falle a der Hebelarm OA des Gewichtes G und b der Hebelarm $\overline{OB}$ der Spannkraft P, so hat man

$$P = \frac{a}{b} G, \text{ und umgekehrt } G = \frac{b}{a} P.$$

Die Spannkraft P halbirt den Winkel $E_1MF_1 = \delta$, Fig. 87, zwischen

Fig. 87.



beiden Riemenrichtungen ME_1 und MF_1, und ist S die Spannung des Riemens, so hat man, wie bei einer losen Rolle (s. I. §. 151)

$$P = 2 S \cos. \frac{\delta}{2}.$$

Was die Spannung S anlangt, so hat man zu unterscheiden, ob die Spannrolle gegen den straffen oder gegen den schlaffen Riementheil drückt; im ersten Falle ist statt S, S_1, und im zweiten S_2 (in der obigen Bedeutung) einzuführen. Uebrigens wird aber auch durch die Spannrolle der mit Riemen bedeckte Bogen FG noch um einen Bogen FF_1 größer; setzen wir, wie oben, den Winkel $EDG = \alpha^0$ und dagegen $\angle FDF_1 = \beta^0$,

so haben wir $S_1 = \frac{e^{\varphi(\alpha+\beta)} K}{e^{\varphi(\alpha+\beta)} - 1}$ und Spannrollen.

$$S_2 = \frac{K}{e^{\varphi(\alpha+\beta)} - 1}.$$

Läßt man die Geraden durch je zwei zusammengehörige Berührungspunkte, wie E und F, oder E_1 und F_1 u. s. w. nach demselben Punkte Z convergiren, dessen Entfernung $DZ = x$ aus den Radhalbmessern $CE = r_1$ und $DF = r_2$ und dem Axenabstande $CD = d$ durch die Formel

$$x = \frac{r_2 d}{r_1 - r_2}$$

bestimmt ist, so hat man für die Abhängigkeit der Winkel β und δ von einander $\frac{sin. DZF_1}{sin. DF_1Z} = \frac{DF}{DZ}$, d. i.

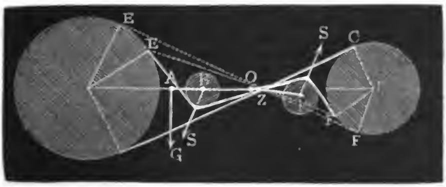
$$\frac{sin.\left(\frac{\alpha}{2} + \beta + \frac{\delta}{2}\right)}{sin. \frac{\delta}{2}} = \frac{r_2}{x}, \text{ und hiernach}$$

$$sin.\left(\frac{\alpha}{2} + \beta + \frac{\delta}{2}\right) = \left(\frac{r_1 - r_2}{d}\right) sin. \frac{\delta}{2}.$$

Hat man sich δ gegeben, so kann man hiernach auch β, daraus wieder S_1 oder S_2, und endlich die Spannkraft P berechnen. Die vollkommenste Anordnung würde diejenige sein, bei welcher die durch das zufällige Recken des Riemens hervorgebrachte Verminderung der Riemenspannung durch die Vergrößerung FF_1 des Reibungsbogens wieder ausgeglichen würde. In diesem Falle würde, wenn man δ weniger größer oder kleiner annähme, der Werth von P sich nicht ansehnlich ändern.

Der gekreuzte Riemen $EFGH$, Fig. 88, hat zwei entgegengesetzt wirkende Spannrollen wie B, B nöthig. Weil hier die Riemenbögen mehr als

Fig. 88.



den halben Umfang einnehmen und unter sich gleich sind, so ist diese Fortpflanzungsweise die vollkommenere. Man kann hier beide Spannrollen auf

Spannrollen. einem Hebel $ABOB$ befestigen und durch ein Gewicht G an den Riemen andrücken lassen.

Beispiel. Wenn für ein Räderwerk mit offenem Treibriemen $K = 255$ Pfund, $r_1 = 30$, $r_2 = 5$ und $d = 90$ Zoll (vergl. Beispiel zu §. 30), und hiernach $\alpha^0 = 147^0{,}44\tfrac{2}{3}'$ ist, und wenn man nun $\delta = 120^0$ nimmt, so erhält man zunächst

$$sin.\left(\frac{\alpha}{2} + \beta + \frac{\delta}{2}\right) = \frac{30-5}{90}\, sin. 60^0 = \tfrac{5}{18} . 0{,}86603 = 0{,}24056,$$

hiernach $\frac{\alpha}{2} + \beta + \frac{\delta}{2} = 180^0 - 13^0{,}55' = 166^0{,}5'$, und daher

$$\beta = 166^0{,}5' - \frac{\alpha + \delta}{2} = 166^0{,}5' - 133^0{,}52' = 32^0{,}13',$$

hiernach $\varphi(\alpha + \beta) = 0{,}28 . \frac{179^0{,}57\tfrac{2}{3}'}{360^0} . 2\pi = 0{,}13993 . 2\pi = 0{,}8795$ und

$$S_2 = \frac{K}{e^{\varphi(\alpha+\beta)} - 1} = \frac{255}{e^{0{,}8795} - 1} = \frac{255}{1{,}409} = 181 \text{ Pfund},$$

und die entsprechende Kraft der Rolle, insofern diese den schlaffen Riemen spannt:

$$P = S_2 cos. \frac{\delta}{2} = 362 . cos. 60^0 = 181 \text{ Pfund}.$$

Anmerkung. Die Bedingungen, unter welchen die Veränderlichkeit in der Spannung des Treibriemens durch das Auf- oder Abwickeln des letzteren ausgeglichen wird, lassen sich durch zwei Gleichungen ausdrücken, aus welchen sich die Winkel β und δ berechnen lassen. Die erste von diesen Gleichungen ist die oben angegebene Gleichung

$$sin.\left(\frac{\alpha}{2} + \beta + \frac{\delta}{2}\right) = \frac{r_1 - r_2}{d} sin. \frac{\delta}{2},$$

die zweite hingegen läßt sich durch die Differenzialrechnung finden; sie nimmt in dem Falle, wenn die Spannrolle auf den schlaffen Riemen drückt, die Form:

$$tang. \frac{\delta}{2} = \varphi \frac{e^{\varphi(\alpha+\beta)}}{e^{\varphi(\alpha+\beta)} - 1}\left(1 - \frac{r_1 - r_2}{d} . \frac{cos. \tfrac{1}{2}\delta}{cos.\left(\frac{\alpha}{2} + \beta + \frac{\delta}{2}\right)}\right),$$

und in dem Falle, wenn sie den straffen Riemen spannt, die Form:

$$tang. \frac{\delta}{2} = \frac{\varphi}{e^{\varphi(\alpha+\beta)} - 1}\left(1 - \frac{r_1 - r_2}{d} . \frac{cos. \tfrac{1}{2}\delta}{cos.\left(\frac{\alpha}{2} + \beta + \frac{\delta}{2}\right)}\right) \text{ an.}$$

Wenn der Abstand d sehr groß ist gegen $r_1 - r_2$, so hat man nahe $\alpha = \pi$, $\alpha^0 = 180^0$, und $\frac{\delta}{2} = 180^0 - \left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right) = 90^0 - \beta$,

folglich entweder $tang. \frac{\delta}{2} = cotg. \beta = \varphi . \frac{e^{\varphi(\pi+\beta)}}{e^{\varphi(\pi+\beta)} - 1}$

oder $tang. \frac{\delta}{2} = cotg. \beta = \frac{\varphi}{e^{\varphi(\pi+\beta)} - 1}$.

Für $\varphi = 0{,}28$ erhält man im ersten Falle, wenn man

$\pi + \beta = 0{,}7 . 2\pi = 252^0$, also $\beta = 72^0$ nimmt,

$$tang. \frac{\delta}{2} = cotg. \beta = \frac{0{,}28 . 3{,}43}{2{,}43} = 0{,}395,$$

und daher $\frac{\delta}{2} = 21\frac{1}{2}^0$, und $\beta = 68\frac{1}{2}^0$; nimmt man aber $\beta = 68^0$, also Spannrollen.
$\pi + \beta = \frac{248}{360} \cdot 2\pi$, so erhält man

$$tang. \frac{\delta}{2} = cotg. \beta = \frac{0{,}28 \,.\, 3{,}37}{2{,}37} = 0{,}398,$$

daher $\frac{\delta}{2} = 21\frac{3}{4}^0$ und $\beta = 68\frac{1}{4}^0$. Es läßt sich also erwarten, daß bei den Winkeln $\beta = 68^0$ und $\delta = 44^0$ die Spannrolle vollkommen regulirt.

Uebrigens ist die Anwendung einer Spannrolle nicht immer von mechanischem Vortheile, da in der Axenreibung und in dem Steifigkeitswiderstande des Riemens beim Umlegen um die Spannrolle dem Räderwerke neue Nebenhindernisse zuwachsen. Obgleich durch diesen Apparat das übermäßige Aufspannen des Treibriemens und also auch die daraus entspringende Vergrößerung der Nabarenreibungen vermieden wird, so sind dafür auch die Widerstände der Spannrolle zu überwinden.

§. 33. Die Uebertragung der Bewegung mittels Treibriemen wird durch die Rauhigkeit desselben erleichtert; da nun aber die eine Seite eines Riemens stets rauher ist als die andere, so soll man diese stets mit den Rädern in Berührung kommen lassen. Bei dem einfachsten Räderwerke $ABCD$, Fig. 89, mit offenem Riemen hat dies keine Schwierigkeit, bei dem mit gekreuzten Riemen, wie Fig. 90, hingegen, muß zu diesem Zwecke jeder der beiden Riementheile AB und CD eine Wendung um 180 Grad machen. Diese Drehungen des Riemens haben noch den Vortheil, daß hier die Riemen in ihrem Kreuzpunkte K einander weniger stören, da sie einander statt um die halbe Riemenbreite, nur um die halbe Riemendicke zur Seite drücken. Dagegen tritt aber auch hierbei der Nachtheil ein, daß der Riemen in eine ungleiche Spannung geräth, und deshalb leichter zerreißt. Ist l die mittlere Länge eines geraden Riementheiles, von Berührungspunkt zu Berührungspunkt gemessen, und b die Breite des Riemens, so hat man die entsprechende Länge an den Rändern: Riemenführung.

Fig. 89.

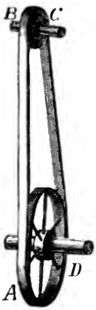


Fig. 90.



$$l_1 = \sqrt{l^2 + \left(\frac{\pi b}{2}\right)^2}, \text{ annähernd } = l\left[1 + \frac{1}{8}\left(\frac{\pi b}{l}\right)^2\right],$$

daher die Dehnung an den Rändern:

$$\lambda = l_1 - l = \frac{1}{8} \,.\, \frac{(\pi b)^2}{l} = 1{,}234 \,\frac{b^2}{l},$$

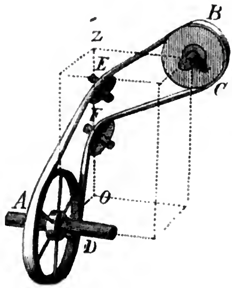
Riemenführung. und es ist nun hiernach leicht zu beurtheilen, wie viel der Riemen durch diese Wendung an Festigkeit verliert.

Wenn die Umdrehungsebenen beider Räder nicht in eine einzige Ebene fallen, so hat man meist besondere Leitrollen anzuwenden, um das tangentiale Auf- und Ablegen des Riemens zu bewirken. Sind, wie in Fig. 91, die mitten durch die Räder gehenden Umdrehungsebenen parallel, so findet man die erforderlichen Leitrollen, wenn man je zwei parallele Tangenten, wie AE und BF an die Durchschnitte beider Räder legt; ein Perpendikel EF zwischen diesen beiden Geraden ist dann der Durchmesser der entsprechenden Leitrolle.

Fig. 91.



Fig. 92.



Wenn endlich die beiden Radenden weder zusammenfallen noch parallel sind, wie AD und BC, Fig. 92, so hat man zunächst die Durchschnittslinie OZ dieser Ebenen aufzusuchen, und dann von zwei willkürlichen Punkten E und F in denselben Tangenten EA, EB so wie FC und FD nach den Radumfängen zu ziehen: die Ebenen durch je zwei dieser Linien sind dann die Umdrehungsebenen der nöthigen Leitrollen, deren Axenlage u. s. w. nun nach §. 24 leicht bestimmt werden kann.

Fig. 93.



Um die Lage eines Riemens auf dem Umfange des Rades etwas zu verändern, hat man nur während der Bewegung den anlaufenden Riementheil AB, Fig. 93, etwas zur Seite zu drücken; in Folge der Reibung zwischen Riemen und Radumfang kommt der Riemen, nachdem das Rad ungefähr eine halbe Umdrehung gemacht hat, in eine neue Lage A_1B_1 zur Seite der ersteren. Bei dem ablaufenden Riementheile würde dieses Zurseitedrücken ohne Erfolg sein.

Hiernach ist nun auch leicht zu ermessen, daß bei einem Riemen ohne Ende, wie in Fig. 94 abgebildet ist, wo die Durchschnittslinie BD zwischen beiden Umdrehungslinien beide Radumfänge tangirt, und namentlich, wenn die Riemen nicht sehr kurz sind, die Leitrollen entbehrlich sind. Es ist nur nöthig, daß die Drehbewegung in der durch die Pfeile angegebenen Richtung vor sich gehe, wobei die auflaufenden Riementheile tangential zu den entsprechenden Radumfängen liegen. Endlich kann man aber auch in diesem Falle wenigstens eine Leitrolle ersparen, wenn man den einen Riementheil in der Richtung BD der Durchschnittslinie der Umdrehungsebenen spannt. Riemenführung.

Fig. 94.

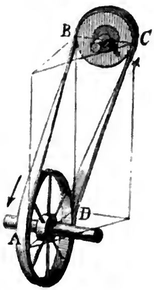
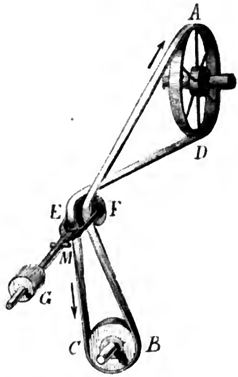


Fig. 95.

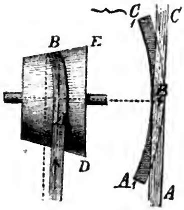


Anmerkung. Zuweilen werden Leitrollen auch nur angewendet, um wegen Mangel oder Ersparniß an Platz den Riemen zur Seite zu ziehen. Auch kann man sehr oft die Leitrolle mit einer Spannrolle vereinigen, wie z. B. in Fig. 95, wo der Riemen $ABCD$ über zwei Rollen E und F läuft, die an dem gabelförmigen Ende eines Hebels sitzen, der um eine Axe M drehbar ist und mittels eines Gewichtes G die Rollen emporbrückt und den Riemen spannt.

§. 34. Die Räder, Rollen, Scheiben oder Trommeln (franz. tambours; engl. drums) der Riemenräderwerke werden entweder von Holz oder von Eisen ausgeführt. Die Spur- oder Bahnbreite macht man gewöhnlich um ein Viertel größer als die Riemenbreite, auch giebt man der Spur eine kleine Wölbung. In der Regel nimmt man die Höhe der letzteren gleich einem Zehntel der Spurbreite; hohe Räder wölbt man aber auch zuweilen nach einer Kugelzone. Durch die Wölbung der Riemenspur wird nicht allein das Auflegen des Riemens erleichtert, sondern auch eine sichere Lage desselben bewirkt. Beim Auflegen auf eine conische Trommel, Fig. 96, soll das gerade Riemenstück ABC die Form eines Ringstückes A_1BC_1 an- Riemenräder.

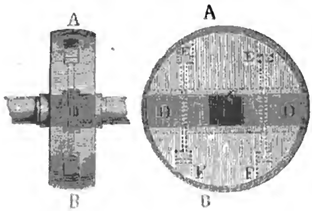
Riemenräder. nehmen; diesem widersteht aber der Riemen vermöge seiner Elasticität bis zu einem gewissen Grade, und deshalb fällt auch die Gestalt des Riemens zwischen ABC und A_1BC_1. Diesem zu Folge liegt stets der folgende Berührungspunkt A der Basis DE der kegelförmigen Trommel näher, als jeder vorausgegangene B und es rückt folglich auch der ganze Riemen bei weiterer Drehung der Trommel immer näher und näher an die Basis der letzteren. Ist dagegen die Trommel gewölbt, so zieht sich der Riemen aus demselben Grunde nach und nach von selbst nach der Mitte oder dem größten Querschnitte derselben. Uebrigens ist beim Befestigen und Ablehren der Rolle auf ihrer Axe darauf zu sehen, daß dieselbe genau rund gehe und nicht weife, weil sich sonst der Riemen leicht abschlägt. Wirken Seitenkräfte auf den Riemen, wie z. B. bei Räderwerken mit stehenden Axen das Gewicht des Riemens, oder liegt die Riemenaxe nicht genau in der Umdrehungsebene, wie bei Räderwerken mit gekreuzten Riemen, so muß man das Rad mit einem vorstehenden Kranz oder Rand versehen, damit sich der Riemen nicht abwickelt.

Fig. 96.



Nur kleine Riemenscheiben von höchstens 1 Fuß Durchmesser lassen sich aus einem einzigen Bohlenstück drehen, größere muß man aus mehreren Pfostenstücken zusammensetzen. Eine Scheibe der zweiten Art führt Fig. 97 in zwei Ansichten vor Augen. Es sind hier die Mittelstücke D und D_1, welche das zur Aufnahme der Axe dienende Auge C zwischen sich lassen, zwischen den beiden Seitenstücken A und B eingefalzt oder eingezapft, und zur Befestigung von eisernen, außen durch Holzstücke bedeckte Bolzen EF, EF durchzogen. Eine andere Zusammensetzung der hölzernen Riemenräder aus drei mit den Fasern sich kreuzenden Bohlenlagern zeigt Fig. 98. Diese Räder sind noch von zwei Scheiben AB und DE begrenzt, welche aus Holzsectoren zusammengesetzt und nicht nur durch hölzerne Bolzen mit dem Radkörper, sondern auch durch eiserne Bolzen, wie FG, HK u. s. w. unter einander verbunden werden. Da diese Scheiben den inneren Radkörper an Höhe übertreffen, so

Fig. 97.



Riemenräder.

bilden sich besondere Spurkränze, welche das Abschlagen des Riemens verhindern. Räder von zwei oder mehr Fuß Höhe setzt man aus Armen und Kränzen zusammen, ähnlich wie ein Wasserrad (s. II. §. 111). Auch läßt man wohl nur den Kranz aus Holzringen bestehen und macht die Nabe und Arme aus Gußeisen. Lange Trommeln setzt man wie ein Faß aus Dauben zusammen und versieht man auch gern mit eisernen Armsystemen.

Fig. 89.

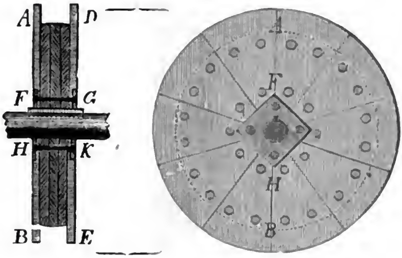
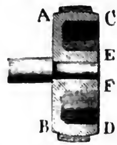


Fig. 99.

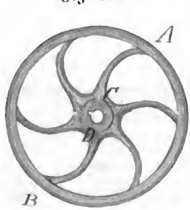


Wegen ihrer Unwandelbarkeit sind gußeiserne Riemenräder den hölzernen stets vorzuziehen, obgleich sie wegen ihrer größeren Glätte eine größere Riemenspannung erfordern, und deshalb mehr Axenreibung geben als diese. Kleine Räder unter 1 Fuß Durchmesser haben die Gestalt eines Tellers AB, Fig. 99, mit zwei auffitzenden Kronen CD und EF, von denen die eine den Riemenkranz und die andere die Radnabe bildet. Fig. 100 führt zwei Ansichten eines größeren eisernen Riemenrandes mit Armen vor Augen. Es ist hier der Riemenkranz AB durch 6 Arme, wie AC, BD u. s. w. mit der Nabe oder Radhülse CD verbunden. Sowohl der Festigkeit als des Luft-

Fig. 100.



Fig. 101.



Riemenräder. widerstandes wegen macht man die Radarme 5mal so breit als dick. Nicht selten wendet man auch krumme Radarme, wie CA, DB u. s. w. Fig. 101 auf voriger Seite, an, um die nachtheiligen und leicht das Zerbrechen herbeiführenden Spannungen beim Erkalten des Gusses zu beseitigen.

§. 35. Soll die Umdrehungszahl der Getriebwelle nicht immer eine und dieselbe, wohl aber stets eine gegebene sein, so muß man mehrere Radsysteme auf beide Wellen aufsetzen. Gewöhnlich gießt man die Räder einer Welle aus dem Ganzen, indem man dieselben an einen und denselben Teller AB, Fig. 102, anreiht. Man sieht leicht ein, daß die Getriebswelle G bei derselben Umdrehungszahl von der Treibwelle T, eine kleinere Umdrehungszahl annimmt, wenn man den Riemen aus der Lage CD in die Lage EF bringt, und daß diese Zahl noch kleiner ausfällt, wenn man ihn auf das noch kleinere Treibrad H und das noch größere Getriebrad K legt.

Fig. 102.

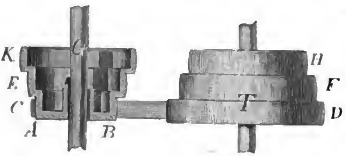
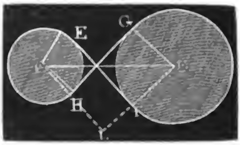


Fig. 103.



Um bei jedem Wechsel der Scheiben die Riemenlänge nicht verändern zu müssen, läßt man die Scheibendurchmesser nach einem gewissen Gesetze zu- und abnehmen.

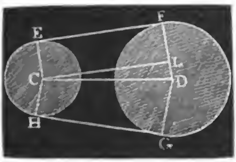
Sind die Riemen gekreuzt, wie Fig. 103, so hat man nach §. 30 für den mit Riemen bedeckten Bogen α

$$\cos. \frac{\alpha}{2} = - \frac{r_1 + r_2}{d},$$

und die Länge des Riemens:

$$l = 2 d \sin. \frac{\alpha}{2} + \alpha (r_1 + r_2);$$

Fig. 104.



läßt man daher r_1 um eben so viel abnehmen als r_2 wachsen, so daß das Mittel $\frac{r_1 + r_2}{2}$ der beiden Radhalbmesser dasselbe bleibt, so verändert sich weder der Riemenbogen noch die ganze Riemenlänge, es ist also beim Auflegen auf das zweite Räderpaar keine Veränderung der Riemenlänge nöthig. Bei den offenen Riemen wie Fig. 104 hingegen

hat man $cos. \frac{\alpha}{2} = \pm \frac{r_2 - r_1}{d}$ und

$$l = 2 d \sin. \frac{\alpha}{2} + \alpha r_1 + (2\pi - \alpha) r_2,$$

und es findet das einfache Verhältniß wie bei den geschränkten Riemen nicht Statt. Setzen wir aber annähernd

$$\sin. \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{1}{2}\left(\cos. \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2} \frac{(r_2 - r_1)^2}{d} \text{ und}$$

$$\alpha = \pi - (\pi - \alpha) = \pi - 2 \sin. \frac{(\pi - \alpha)}{2} = \pi - 2 \cos. \frac{\alpha}{2} = \pi - \frac{2(r_2 - r_1)}{d},$$

so erhalten wir die Riemenlänge

$$l = 2d - \frac{(r_2 - r_1)^2}{d} + \left(\pi - \frac{2(r_2 - r_1)}{d}\right) r_1 + \left(\pi + \frac{2(r_2 - r_1)}{d}\right) r_2$$

$$= 2d + \pi (r_1 + r_2) + \frac{(r_1 - r_2)^2}{d}.$$

Ist ψ das Umsetzungsverhältniß $\frac{u_2}{u_1} = \frac{r_1}{r_2}$, so hat man $r_1 = \psi r_2$ und daher $l = 2d + \pi(\psi + 1) r_2 + \frac{(\psi - 1)^2 r_2^2}{d}$.

Für ein anderes Räderpaar mit den Halbmessern r_3 und r_4 und dem Umsetzungsverhältnisse $\psi_1 = \frac{r_3}{r_4}$ hat man ebenso

$$l = 2d + \pi(\psi_1 + 1) r_4 + \frac{(\psi_1 - 1)^2 r_4^2}{d}.$$

Aus der letzteren Gleichung erhält man folgende Formel für den einer bestimmten Riemenlänge l und einem bestimmten Umsetzungsverhältnisse ψ_1 entsprechenden Radhalbmesser

$$r_4 = \frac{-\pi(\psi_1 + 1) d + \sqrt{4(\psi_1 - 1)^2 (l - 2d) d + \pi^2 (\psi_1 + 1)^2 d^2}}{2(\psi_1 - 1)^2},$$

oder, wenn die beiden Radaxen im Verhältnisse zu den Radhalbmessern sehr entfernt sind, wenn z. B. der Axenabstand mindestens dreimal so groß ist, als der Durchmesser der größeren Scheibe, was zur Verminderung der Ungleichheit der beiden Riemenbogen sehr zweckmäßig ist, genau genug

$$r_4 = \left[1 - \left(\frac{\psi_1 - 1}{\psi_1 + 1}\right)^2 \frac{l - 2d}{\pi^2 d}\right] \frac{l - 2d}{\pi(\psi_1 + 1)}.$$

Für $\psi_1 = 1$, also bei Gleichheit beider Scheibendurchmesser, erhält man sehr richtig $r_4 = \frac{l - 2d}{2\pi}$, d. i. $l = 2d + 2\pi r_4$, und für $l - 2d = \pi(r_1 + r_2)$, d. i. für eine sehr große Centraldistanz d,

$$r_4 = \frac{r_1 + r_2}{\psi_1 + 1}, \text{ so wie } r_3 = \psi_1 r_4 = \frac{\psi_1 (r_1 + r_2)}{\psi_1 + 1}.$$

Riemenräder. Statt der Scheibensysteme wendet man auch wohl zwei conische Trommeln (franz. cônes tronqués; engl. conical drums) A und B, Fig. 105, an, und bewirkt die Stellung des Riemens auf denselben durch ein gabelförmiges Riemeneisen CDE. Man hat hier den Vortheil, innerhalb gewisser Grenzen jedes beliebige Umsetzungsverhältniß herstellen zu können, dagegen aber auch den Nachtheil, daß der Riemen, namentlich wenn er breit ist, sehr ungleich ausgespannt wird.

Fig. 105.

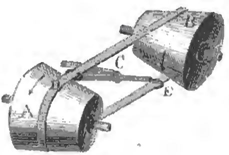
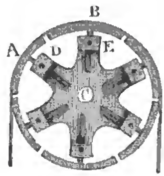


Fig. 106.



Anmerkung. Um das Umsetzungsverhältniß oder die Riemenspannung zu reguliren, bedient man sich auch wohl der sogenannten Expansionsrollen, worüber ausführlich gehandelt wird in den Verhandlungen des Vereines zur Beförderung des Gewerbfleißes in Preußen, Jahrg. XXII., 1843. Eine der einfachsten Rollen dieser Art ist in Fig. 106 abgebildet. Hier besteht der Radkranz aus 6 abgesonderten Sectoren mit Stielen CA, CB u. s. w., die sich radial durch Hülsen wie D, C u. s. w. schieben und durch Schrauben feststellen lassen. Um den Riemen eine stärkere oder schwächere Spannung zu geben, oder die Riemengeschwindigkeit zu vergrößern oder zu verkleinern, hat man die Stiele CA, CB u. s. w. weiter heraus- oder hereinzuschieben.

Beispiel. Wenn bei einer Drehbank zwei zusammengehörige Schnurscheiben die Halbmesser $r_1 = 12$ und $r_2 = 2$ Zoll haben, der Axenabstand d beider Scheiben 36 Zoll beträgt, und man will außer dem entsprechenden Umsetzungsverhältnisse $\psi = \frac{r_1}{r_2} = {}^{12}/_{2} = 6$ auch noch ein zweites $\psi_1 = 4$ herstellen, so findet man die Halbmesser der entsprechenden Getriebsscheiben wie folgt:

Der Schnurbogen ist bestimmt durch die Formel

$$cos. \frac{\alpha}{2} = \frac{r_1 - r_2}{d} = \frac{12 - 2}{30} = 1/3, \text{ es ist folglich } \frac{\alpha^0}{2} = 70^0{,}31^3/_4, \text{ also}$$

$\alpha = 141^0{,}3^1/_2{}'$, daher die Länge der ganzen Schnur:

$$l = 2 d \sin. \frac{\alpha}{2} + \alpha r_2 + (2\pi - \alpha) r_1 = 67{,}882 + 4{,}924 + 45{,}855 = 118{,}661 \text{ Zoll.}$$

Die Näherungsformel giebt

$$l = 2d + \pi (r_1 + r_2) + \frac{(r_1 - r_2)^2}{d} = 72 + 3{,}1416 \,.\, 14 + \frac{10^2}{36} = 118{,}760 \text{ Zoll.}$$

Setzt man nun $l - 2d = 46{,}661$ und $\psi_1 = 4$ in die Näherungsformel

$$r_4 = \left[1 - \left(\frac{\psi_1 - 1}{\psi_1 + 1}\right)^2 \frac{l - 2d}{\pi^2 d}\right] \cdot \frac{l - 2d}{\pi (\psi_1 + 1)},$$

so erhält man für den Halbmesser des gesuchten Scheibenpaares:

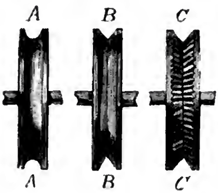
$$r_4 = \left(1 - (3/5)^2 \cdot \frac{46{,}661}{36\pi^2}\right) \cdot \frac{46{,}661}{5\pi} = \frac{0{,}9528 \ . \ 9{,}3322}{\pi} = 2{,}830 \text{ Zoll}$$ Riemenräder.

und $r_3 = \psi_1 r_4 = 4 \, . \, 2{,}830 = 11{,}320$ Zoll.

Besondere Tabellen von Sang hierzu werden mitgetheilt von Brix in den Verhandlungen des Vereines zur Beförderung des Gewerbfleißes in Preußen, Jahrgang XI., 1832.

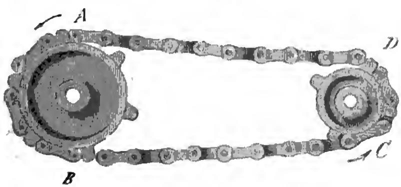
§. 36. Wenn die zu übertragende Kraft nicht groß ist, so kann man die Riemen durch Seile oder Schnüre von Hanf, Gedärmen, Gutta percha u. s. w. ersetzen. Die Schnüre gewähren noch den Vortheil, daß sie nicht so leicht abschlagen und sich leichter zur Seite biegen, leichter auf conische Trommeln auflegen lassen u. s. w. Die hierzu nöthigen Schnurscheiben erhalten keinen gewölbten Kranz, sondern eine vertiefte Rinne oder Spur zur Aufnahme der Schnur, wie *A*, *B*, *C*, Fig. 107, vor Augen führt. Die Scheibe *BB* mit der scharfen Spur (von circa 60 Grad Convergenz) hat vor der Scheibe *AA* mit runder Spur den Vortheil, daß sich hier die Schnur mehr einklemmt und daher bei gleicher Spannung mehr Reibung giebt als bei *AA*. Um das Gleiten der Schnur zu verhindern, versieht man auch wohl die Spurwände mit Kerben wie bei *CC*. Uebrigens hat die scharfe Spur noch den Vortheil, daß sie für dickere und schwächere Schnüre zugleich brauchbar ist. Schnur- und Kettenräder.

Fig. 107.



Auf der anderen Seite lassen sich aber auch die Riemen nicht anwenden, wenn die zu übertragende Kraft groß oder die Geschwindigkeit klein ist, weil sie nicht die hinreichende Festigkeit besitzen, oder wenigstens eine übermäßige Breite nöthig hätten. In der Regel ist in solchen Fällen ein Zahnräderwerk anzuwenden; wenn aber die beiden Wellen einen größeren Abstand von einander haben müssen, also nicht ein bloßes Umsetzen, sondern auch ein Fortpflanzen der Bewegung nöthig ist, so bedient man sich in diesem Falle entweder eines Kettenräderwerkes oder eines sogenannten Stangenvorgeleges.

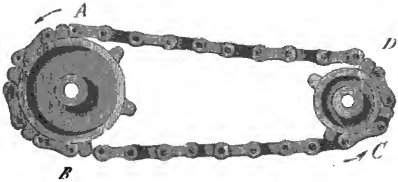
Fig. 108.



Ein Kettenräderwerk ist in Fig. 108 abgebildet; die Kette *ABCD* ist eine so

Schnur- und Kettenräder. genannte Laschenkette, und jedes der beiden Räder ist mit Zähnen (AB mit 6 und CD mit 4) ausgerüstet, die in die von je zwei Laschen gebildeten

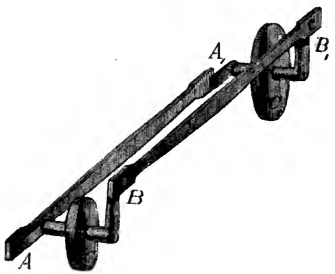
Fig. 109.



Glieder der Kette eingreifen. Diese Uebertragung mittels Zähnen macht eine weitere Spannung der Kette überflüssig, was ein nicht unbedeutender Vorzug dieses Räderwerkes von dem Riemenräderwerke ist.

Man kann endlich auch statt der Ketten Stangen in Anwendung bringen, wenn es nur auf eine Fortpflanzung, nicht aber auf eine Umsetzung der Umdrehungsbewegung abgesehen ist. In diesem Falle versieht man beide genau parallel zu legende Wellen C und C_1, Figur 110, mit doppelten um einen Rechtwinkel von einander abweichenden Kurbeln oder Krummzapfen A, B und A_1, B_1 und verbindet dieselben durch die Stangen AA_1 und BB_1. Durch diese Verbindung wird zwar die Bewegung der einen Welle auf die andere Welle vollständig übertragen, sie reicht jedoch nicht aus, wenn die Wellen sehr entfernt von einander sind, weil die langen Stangen, welche hierzu nöthig sind, sich biegen und daher ihre Kraft nicht durch Schub oder Druck von der einen Welle auf die andere übertragen können. In diesem Falle muß man jeden der vier Krummzapfen verdoppeln und vier Stangen anwenden, so daß immer zwei Stangen durch Zug wirken, während die zwei anderen Stangen ohne Arbeit zurückgehen. Man erhält so ein sogenanntes **Stangenvorgelege**, welches beim Bergbau nicht selten in Anwendung kommt.

Fig. 110.



§. 37. Die Zahnräder sind entweder Zahnräder.

1) cylindrische oder Stirnräder (franz. roues plates ou cylindriques; engl. cylindrical wheels, spur wheels);
2) conische oder Winkelräder (franz. roues coniques ou d'angle; engl. conical wheels, bevelled or mitre wheels);
3) hyperboloidische oder Hyperboloidenräder (franz. roues hyperboliques; engl. hyperbolical wheels, skew bevils).

Die Unterscheidung hat ihren Grund in der Verschiedenheit der Axenlagen und in der hierdurch bedingten Verschiedenheit der Radkranzformen. Diejenige Mittheilung der Radbewegung ist jedenfalls die vollkommenste, bei welcher kein Gleiten, sondern nur ein Wälzen stattbat (vergl. I. § 156), also an allen Stellen der Radumfänge je zwei Berührungspunkte eine und dieselbe Geschwindigkeit haben. Sind nun die Radaxen CX und DY, Fig. 111, unter sich parallel, so wird dies der Fall sein, wenn sich beide Räder in einer Geraden AB parallel zu diesen Axen berühren, und daher die Rad-

Fig. 111.

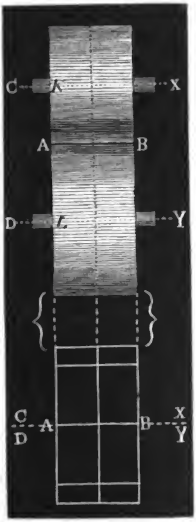
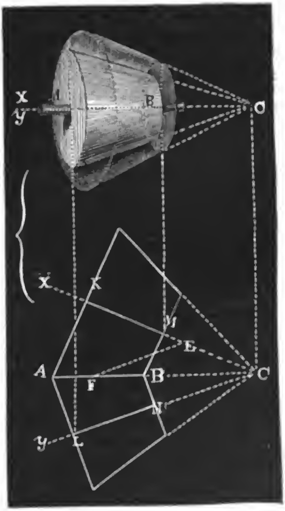


Fig. 112.



umfänge die cylindrische Form haben. Convergiren aber die Radaxen CX und CY, Fig. 112, nach einem Punkte C, so muß die Berührungslinie AB eine ebenfalls nach C gerichtete Gerade sein und deshalb jeder der bei-

Zahnräder. den Radumfänge die entsprechende Kegelform haben, da die Umfangsgeschwindigkeiten c und v in den Punkten A und B nicht nur in dem Verhältnisse $\frac{KA}{MB}$ der Halbmesser KA und MB des einen Rades, sondern auch in dem Verhältnisse $\frac{LA}{NB}$ der Halbmesser LA und NB des anderen Rades zu einander stehen müssen, und dieser Proportion $\left(\frac{KA}{MB} = \frac{LA}{NB}\right)$ durch die Lage des Punktes B in der nach dem Axendurchschnitte C gerichteten Geraden AC Genüge geleistet wird.

Ganz anders ist dagegen das Verhältniß, wenn die Radaxen weder parallel sind, noch sich schneiden, also gar nicht in einer Ebene liegen. Hier kann die gerade Berührungslinie AB nur mit einer der beiden Radaxen in eine Ebene fallen, es kann also auch nur das eine Rad eine cylindrische oder conische Form erhalten. Das andere Rad hingegen ist von einer Rotationsfläche zu begrenzen, die entsteht, wenn sich eine gerade Linie (die Berührungslinie) um eine Axe dreht, mit der sie nicht in eine Ebene zusammenfällt. Wir werden im Folgenden sehen, daß diese Fläche ein sogenanntes Rotationshyperboloid ist, weshalb man diese Art von Rädern **Hyperboloidenräder** nennt. Bei einem solchen Räderpaare wird der Proportion $\frac{KA}{MB} = \frac{LA}{NB}$ zwischen den Halbmessern nicht Genüge geleistet, weshalb auch ein theilweises Gleiten des einen Radumfanges auf den anderen stattfinden und daher ein größeres Reibungshinderniß eintreten muß.

Conische Räder. §. 38. Bei dem cylindrischen Räderwerke Fig. 113 sind die Radhalbmesser $KA = r_1$ und $LA = r_2$ durch das Umsetzungsverhältniß

$$\psi = \frac{u_2}{u_1} = \frac{r_1}{r_2} \text{ (vergl. §. 26)}$$

und durch den Abstand $KL = d = r_1 + r_2$ beider Radaxen CX und DY von einander bestimmt, es ist nämlich

$$r_1 = \frac{\psi d}{1 + \psi} \text{ und } r_2 = \frac{d}{1 + \psi}.$$

Bei den conischen Rädern AM und AN, Fig. 114, findet eine solche Bestimmung nicht Statt. Hier sind zunächst die Winkel $ACK = \delta_1$ und $ACL = \delta_2$, um welche die Berührungslinie AB von beiden Radaxen absteht, aus dem Axenwinkel $XCY = KCL = \delta$ und dem Umsetzungsverhältnisse $\psi = \frac{u_2}{u_1}$ zu finden. Es ist hier der Halbmesser $AK = r_1 = CA sin. \delta_1$ und der Halbmesser $AL = r_2 = CA sin. \delta_2$, und daher das Umsetzungsverhältniß $\psi = \frac{u_2}{u_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{sin. \delta_1}{sin. \delta_2}$, d. h. die Win-

kelgeschwindigkeiten beider Räder verhalten sich umgekehrt wie die Sinus der Winkel, um welche ihre Axen von der Mittel- oder Berührungslinie Konische Räder.

Fig. 113.

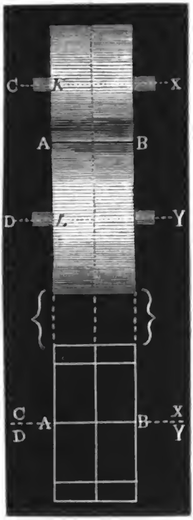
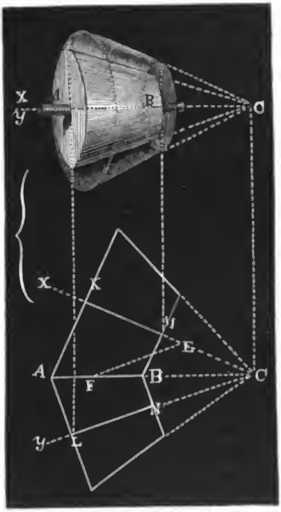


Fig. 114.



abweichen. Zieht man von einem beliebigen Punkte E der Axe CK aus eine Linie EF parallel der anderen Axe CY, so erhält man ein Dreieck, in welchem die Winkel δ_1 und δ_2 zugleich vorkommen; es ist nämlich der Winkel $ECF = \delta_1$ und der Winkel $EFC = FCL = \delta_2$, und da nun $\frac{sin. ECF}{sin. EFC} = \frac{EF}{EC}$ ist, so hat man $\psi = \frac{r_1}{r_2} = \frac{sin.\delta_1}{sin.\delta_2} = \frac{EF}{EC}$.

Um hiernach die Winkel δ_1 und δ_2 construirend zu finden, nimmt man die Linien CE und EF in dem Verhältnisse $1 : \psi$ und zieht die Gerade CF. Will man diese Winkel aus δ und ψ durch Rechnung finden, so bringe man das Dreieck CEF zur Auflösung. Dieses giebt

$$tang. ECF = \frac{EF. sin.\delta}{CE + EF\ cos.\delta} = \frac{r_1\ sin.\delta}{r_2 + r_1\ cos.\delta},\ \text{d. i.}$$

$$tang.\delta_1 = \frac{\psi\ sin.\delta}{1 + \psi\ cos.\delta},\ \text{sowie}\ tang.\delta_2 = \frac{sin.\delta}{\psi + cos.\delta}.$$

Ist der eine Radhalbmesser $AL = r_2$ gegeben, so findet man den andern durch die Formel $r_1 = \psi r_2$ sogleich, giebt man aber die Central-

Conische Räder.

distanz $CA = a$, so hat man die beiden Radhalbmesser $AK = r_1$ und $AL = r_2$ durch die Formel $r_1 = a \, sin. \, \delta_1$ und $r_2 = a \, sin. \, \delta_2$ zu berechnen.

Für die Kegelhöhen $CK = h_1$ und $CL = h_2$ hat man endlich

$$h_1 = a \cos. \delta_1 = r_1 \, cotg. \, \delta_1 = \left(\frac{1 + \psi \cos. \delta}{\psi \sin. \delta}\right) r_1 = \frac{r_2 + r_1 \cos. \delta}{\sin. \delta}$$

und

$$h_2 = a \cos. \delta_2 = r_2 \, cotg. \, \delta_2 = \left(\frac{\psi + \cos. \delta}{\sin. \delta}\right) r_2 = \frac{r_1 + r_2 \cos. \delta}{\sin. \delta}.$$

Beispiel. Wenn bei einem conischen Räderwerke der Axenwinkel $\delta = 70$ Grad und das Umsetzungsverhältniß $\psi = \frac{u_2}{u_1} = 7/2$ sein soll, so hat man für die Convergenzwinkel der einzelnen Räder:

$tang. \, \delta_1 = \frac{7 \sin. 70^0}{2 + 7 \cos. 70^0} = \frac{7 \, . \, 0{,}93969}{2 + 7 \, . \, 0{,}34202} = \frac{6{,}5778}{4{,}3941} = 1{,}49697$, hiernach $\delta_1 = 56^0, 15'$, und $\delta_2 = 13^0, 45'$. Soll nun noch der äußerste Berührungspunkt A zwischen beiden Rädern um 60 Zoll von dem Axendurchschnitte C abstehen, so hat man die äußeren Radhalbmesser

$r_1 = 60 \sin. 56^0, 15' = 49{,}89$ Zoll und $r_2 = 60 \sin. 13^0, 45' = 14{,}26$ Zoll, und die entsprechenden Kegelhöhen

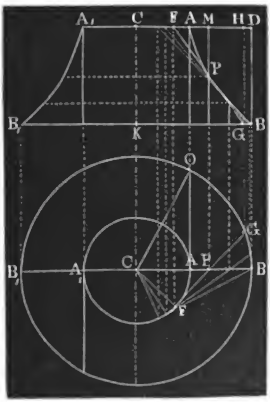
$h_1 = 60 \cos. 56^0, 15' = 33{,}33$ Zoll und $h_2 = 60 \cos. 13^0, 45' = 58{,}28$ Zoll. Soll endlich die Berührungslinie AB eine Länge von 8 Zoll erhalten, so hat man die inneren Radhalbmesser

$r_1 = 52 \sin. 56^0, 15' = 43{,}24$ Zoll und $r_2 = 52 \sin. 13^0, 45' = 12{,}36$ Zoll, und die entsprechenden Centralabstände oder Kegelhöhen

$h_1 = 52 \cos. 56^0, 15' = 28{,}89$ und $h_2 = 52 \cos. 13^0, 45' = 50{,}51$ Zoll.

Hyperboloid.

Fig. 115.



§. 39. Die Entstehung eines Hyperboloides, wonach ein Hyperboloidenrad zu construiren ist, läßt sich durch Betrachtung der Fig. 115 nachweisen. Es sind AA_1 und BB_1 zwei parallele Grundkreise, welche in dem Abstande $CK = h$ von einander abstehen, und es ist die Gerade FG, deren Horizontalprojection wir der Ordinate

$$AO = \sqrt{\overline{CO}^2 - \overline{CA}^2}$$

gleich machen wollen, die Erzeugungslinie, welche mit dem einen Endpunkte F im Kreise AA_1 und mit dem anderen im Kreise BB_1 fortrückt. Eine vertikale Mittelebene ABB_1A_1 schneidet die von FG beschriebene Fläche in zwei Curven AB und

und $A_1 B_1$, von welchen wir nachweisen werden, daß sie einer Hyperbel angehören, deren Mittelpunkt mit dem Centrum C der kleineren Grundfläche und deren Axe mit dem Durchmesser dieser Fläche zusammenfällt. Für jeden Punkt P in der Linie AB ist Hyperboloid.

$$\frac{PM}{GH} = \frac{FM}{FH} \text{ (Aufriß)} = \frac{FP}{FG} \text{ (Grundriß)}.$$

Bezeichnen wir nun die Kreishalbmesser CA und KB durch a und r und die Coordinaten CM und MP des Punktes P durch x und y, so haben wir nach dem Grundrisse:

$$FG = AO = \sqrt{r^2 - a^2} \text{ und } FP = \sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CF}^2} = \sqrt{x^2 - a^2},$$

und daher $\frac{y}{h} = \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{\sqrt{r^2 - a^2}}$, also $y \frac{h\sqrt{x^2 - a^2}}{\sqrt{r^2 - a^2}} = \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}$,

wenn die vierte Proportionale $\frac{ha}{\sqrt{r^2 - a^2}}$ von $\sqrt{r^2 - a^2}$, a und h durch b bezeichnet wird. Nun ist aber $y = \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}$ die Gleichung einer Hyperbel (s. Ingenieur, S. 214) von den Halbaxen a und b, daher auch AB ein Hyperbelbogen und A der Scheitel desselben, sowie ABB_1A_1 ein durch Umdrehung dieses Bogens um die Axe CK erzeugtes Hyperboloid.

Setzt man den Winkel, welchen die Erzeugungslinie FG mit einer Geraden parallel zur Axe CK einschließt, $= \delta$, also den Winkel, unter welchem sie die Grundflächen durchschneidet, $= 90^0 - \delta$, so haben wir

$$tang.\,\delta = \frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{h} = \frac{a}{b}, \text{ und daher einfacher}$$

$$y = \sqrt{x^2 - a^2}\,.\,cotg.\,\delta, \text{ sowie } x = \sqrt{a^2 + y^2 (tang.\,\delta)^2}.$$

Für große x hat man annähernd $y = x\,cotg.\,\delta$, woraus folgt, daß sich das Hyperboloid immer näher und näher an einen Kegelmantel anschließt, je mehr man dasselbe erweitert. Die Seite dieses Mantels oder des sogenannten Asymptotenkegels schließt mit der Axe CK denselben Winkel δ ein wie die Erzeugungslinie FG mit einer Parallele zu CK.

Fig. 116.



Der Winkel $PTM = \alpha$, Figur 116, unter welchem die Tangente PT irgend eines Punktes P der Hyperbel AB die Abscissenaxe CA schneidet, ist durch die Tangentenformel

$$tang.\,\alpha = \frac{b}{a} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{x\,cotg.\,\delta}{\sqrt{x^2 - a^2}} \text{ bestimmt.}$$

Hyperboloid. Dieser Winkel ist zugleich die Seitenneigung TDH einer Kegelzone $DD_1 EE_1$, welche eine eben so hohe Hyperboloidenzone in der Mitte PP_1 berührt, und daher annähernd für diese gesetzt werden kann. Ist e die Höhe HL dieser Zone und r ihr mittlerer Halbmesser $PK = CM = x$, so hat man für die Halbmesser $HD = r_1$ und $LE = r_2$ der Grundflächen der Kegelzone

$$r_1 = r + \frac{1}{2} e \, cotg. \alpha = r + \frac{1}{2} \frac{e}{r} \sqrt{r^2 - a^2} \, tang. \delta \text{ und}$$

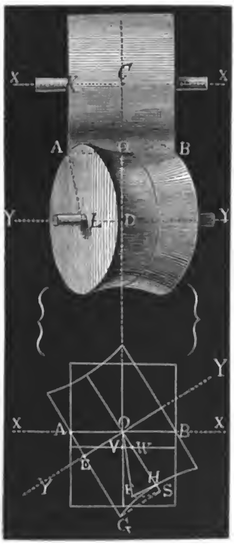
$$r_2 = r - \frac{1}{2} e \, cotg. \alpha = r - \frac{1}{2} \frac{e}{r} \sqrt{r^2 - a^2} \, tang. \delta.$$

Da endlich die Axenprojection der Erzeugungslinie des Hyperboloides APP_1A_1: $CK = h = \sqrt{r^2 - a^2} \, cotg. \delta$ ist, so hat man auch

$$r_1 = r + \frac{1}{2} \frac{eh}{r} (tang. \delta)^2 \text{ und } r^2 = r - \frac{1}{2} \frac{eh}{r} (tang. \delta)^2.$$

Hyperboloidenräder. §. 40. Die Anwendung der Hyperboloide bei den Rädern soll in Folgendem gezeigt werden. Es sei ACB, Fig. 117, ein cylindrisches Rad, welches auf der Welle XX sitzt, und ADB ein anderes Rad auf der Welle YY, welches von jenem in Umdrehung zu setzen ist. Soll nun die Berührung beider Räder in einer Seite AB des ersten Rades erfolgen, so wird jedenfalls der Umfang des zweiten Rades eine Rotationsfläche sein müssen, welche entsteht, wenn AB in unveränderlichem Abstande um YY herumgeführt wird. Liegen XX und YY in einer Ebene, so ist diese Fläche ein Kegel, befinden sich aber dieselben in verschiedenen Ebenen, wie in der Abbildung, so bildet sie nach dem Vorhergehenden ein Hyperboloid. Während das cylindrische Rad über seiner ganzen Breite AB hin einen und denselben Halbmesser $CO = KA = r_1$ hat, ist der Halbmesser des Hyperboloidenrades veränderlich; er ist am kleinsten an der Stelle, wo die Radaxen XX und YY einander am nächsten stehen, und fällt immer größer und größer aus, je mehr er von dem kürzesten Abstande $CD = d$ zwischen diesen Axen

Fig. 117.



entfernt ist. Der kleinste oder Halshalbmesser des Hyperboloidenrades ist $a = d - r_1$, für einen anderen Halbmesser $AL = x$ (Aufriß) im Abstande $OE = y$ (Grundriß) vom Perpendikel CD ist nach dem Vorausgeschickten, wenn noch der Winkel AOE, um welchen die Berührungslinie AB oder Axe XX von einer Perallelen zu YY abweicht, mit δ bezeichnet wird, $x = \sqrt{a^2 + y^2 (tang.\, \delta)^2}$, oder, wenn man das Perpendikel AE, d. i. die Projection $y\, tang.\, \delta$ der Berührungslinie AO auf die Grund- oder Endfläche AL des Hyperboloides mit z bezeichnet, $x = \sqrt{a^2 + z^2}$. Hyperboloidenräder.

Um hiernach einen Halbmesser $OS = EG$ (Grundriß) construirend zu finden, hat man zu dem Halbmesser $OH = a$ des Halses oder der Kehle und der Projection $AE = FH = z$ als Katheten, die Hypotenuse $OF = OS$ anzugeben.

Die Umfangsgeschwindigkeiten beider Räder sind nicht gleich; während der Umfang des cylindrischen Rades einen Weg OV (Grundriß) zurücklegt, durchläuft der Halsumfang des Hyperboloidenrades im Abstande $DO = a = r_2$ (Aufriß) einen Weg OW (Grundriß); es ist $DV = OW\, cos.\, \delta$, und also auch für die entsprechenden Geschwindigkeiten c_1 und c_2:

$$c_1 = c_2\, cos.\, \delta.$$

Sind u_1 und u_2 die Umdrehungszahlen, so hat man nach §. 26 auch

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{u_1 r_1}{u_2 r_2};$$

verbindet man daher diese beiden Gleichungen mit einander, so erhält man das Umsetzungsverhältniß $\psi = \frac{u_2}{u_1} = \frac{r_1}{r_2\, cos.\, \delta}$.

Giebt man ψ, d und δ, so hat man

$$r_1 = \frac{\psi\, cos.\, \delta\, .\, d}{1 + \psi\, cos.\, \delta} \text{ und } r_2 = \frac{d}{1 + \psi\, cos.\, \delta}.$$

Beispiel. Für ein hyperboloidisches Räderwerk, wie Fig. 117, dessen Axen um die Normale $CD = d = 50$ Zoll von einander abstehen, und bei Zurückführung auf einen gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt einen Winkel δ von 25 Grad zwischen sich einschließen, hat man bei dem Umsetzungsverhältnisse $\psi = \frac{u_2}{u_1} = {}^2/_5$, da $cos.\, \delta = cos.\, 25^0 = 0{,}9063$ ist, die Radhalbmesser

$$r_1 = \frac{0{,}4\, .\, 0{,}9063\, .\, 50}{1 + 0{,}4\, .\, 0{,}9063} = \frac{18{,}126}{1{,}3625} = 13{,}30 \text{ Zoll und}$$

$$r_2 = \frac{50}{1{,}3625} = 36{,}70 \text{ Zoll.}$$

Giebt man dem cylindrischen Rade eine Dicke von 6 Zoll, nimmt man also $AO = e = 3$ Zoll, so erhält man die Dicke des Hyperboloidenrades:

$$2 e_1 = 2 e\, cos.\, \delta = 6\, cos.\, 25^0 = 5{,}44 \text{ Zoll, ferner}$$

$$AE = z = e\, sin.\, \delta = 3\, .\, 0{,}4226 = 1{,}27 \text{ Zoll}$$

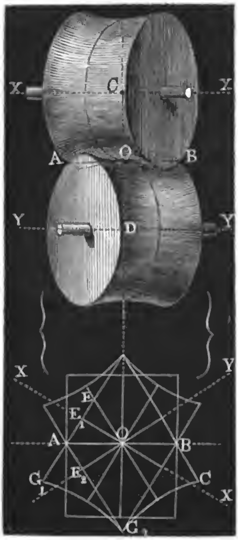
und endlich die Halbmesser der äußeren Grundflächen des Hyperboloidenrades:

$$z = \sqrt{a^2 + z^2} = \sqrt{r_2^2 + z^2} = \sqrt{1348{,}50} = 36{,}72 \text{ Zoll.}$$

Hyperboloidenräder.

§. 41. Man kann auch das cylindrische Rad durch ein anderes Hyperboloidenrad, wie in Fig. 118 zu ersehen ist, ersetzen, ohne die Berührungslinie AB zu verändern. Dieses zweite Rad ist übrigens ganz so anzuordnen und zu construiren wie das erste. Setzen wir die Länge der Berührungslinie $AB = 2l$, also ihre halbe Länge $AO = BO = l$, und bezeichnen wir die Winkel AOX und AOY (Grundriß), welche die auf denselben Punkt O zurückgeführten Radaxen mit AB einschließen, durch δ_1 und δ_2, so haben wir die Projectionen von $AO = l$ auf die äußeren Grundflächen beider Räder:

Fig. 118.



$AE_1 = z_1 = AO \sin.\delta_1 = l \sin.\delta_1$
und
$AE_2 = z_2 = AO \sin.\delta_2 = l \sin.\delta_2$;
ferner die Raddicken
$e_1 = 2\,OE_1 = 2l\cos.\delta_1$ und
$e_2 = 2l\cos.\delta_2$,
und endlich die äußeren Radhalbmesser
$E_1G_1 = x_1 = \sqrt{r_1^2 + z_1^2}$ und
$E_2G_2 = x_2 = \sqrt{r_2^2 + z_2^2}$.

Das Geschwindigkeitsverhältniß zwischen beiden Rädern ist durch die Winkel δ_1 und δ_2 bestimmt. Setzen wir die Geschwindigkeit des Rades ACB im Abstande $CO = r_1$, $= c_1$ und die des Rades ADB im Abstande $DO = r_2$, $= c_2$ die des imaginären Cylinderrades aber $= c$, so haben wir nach dem Vorhergehenden $c = c_1 \cos.\delta_1$ und auch $c = c_2 \cos.\delta_2$ daher folgt $c_1 \cos.\delta_1 = c_2 \cos.\delta_2$, also $\frac{c_1}{c_2} = \frac{\cos.\delta_2}{\cos.\delta_1}$, und da $\frac{c_1}{c_2}$ auch $= \frac{u_1 r_1}{u_2 r_2}$ ist, $\frac{u_1 r_1}{u_2 r_2} = \frac{\cos.\delta_2}{\cos.\delta_1}$, also das Umsetzungsverhältniß:

$$\psi = \frac{u_2}{u_1} = \frac{r_1 \cos.\delta_1}{r_2 \cos.\delta_2}.$$

Ist d, ψ, und δ gegeben, so hat man wie oben

$$r_1 = \frac{\psi\, d \cos.\delta_2}{\cos.\delta_1 + \psi \cos.\delta_2} \text{ und } r_2 = \frac{d \cos.\delta_1}{\cos.\delta_1 + \psi \cos.\delta_2}.$$

Beispiel. Wenn der Normalstand beider Radaxen 40 Zoll und das Umsetzungsverhältniß $\psi = {}^3/_2$ betragen soll, so hat man bei den Axenwinkeln

$\delta_1 = 45^0$ und $\delta_2 = 45^0$, also $\delta = 90^0$, wie bei einem gewöhnlichen cylindrischen Räderwerke, $r_1 = \frac{\psi d}{1 + \psi} = \frac{1,5 . 40}{2,5} = 24$ Zoll und $r_2 = \frac{40}{2,5} = 16$ Zoll. Hyperboloidenräder.

§. 42. Räder, welche sich außerhalb des kürzesten Abstandes CD zwischen beiden Axen XX und YY, Fig. 119, berühren, müssen die Formen abgestumpfter Hyperboloide ABM und ABL erhalten. Die Construction dieser Hyperboloide mittels der Kehlhalbmesser $CO = r_1$ und $DO = r_2$, so wie der Axenwinkel $AOX = \delta_1$ und $AOY = \delta_2$ (Grundriß) bleibt übrigens genau die oben angegebene. Damit die Bewegung möglichst unmittelbar von einem Rade auf das andere übergetragen werde, müssen sich beide Räder an allen Stellen der Linie AB mathematisch berühren. In diesem Falle nimmt bei Anwendung eines gewissen Druckes das eine Rad das andere durch die bloße Reibung mit herum; außerdem aber sind Zähne oder Kerben in den Radumfängen unumgänglich nothwendig. Es ist also erforderlich, daß beide Radumfänge an jeder Stelle der Linie AB eine gemeinschaftliche Berührungsebene haben, daß also auch an jeder Stelle von AB die Berührungsebene des einen Rades denselben Neigungswinkel mit der Ebene parallel zu beiden Radaxen einschließe, wie die des anderen.

Fig. 119.

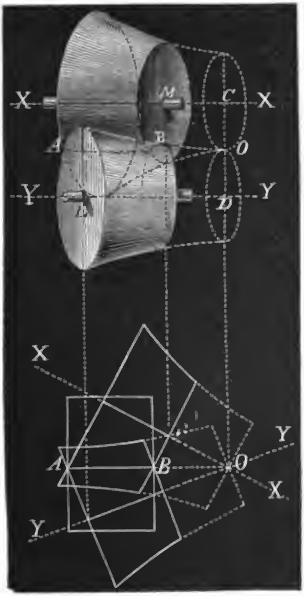
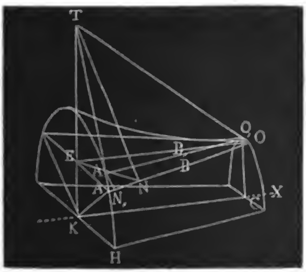


Fig. 120.

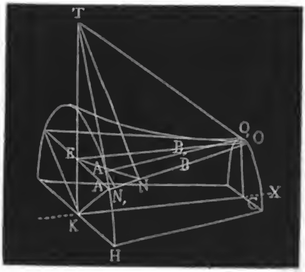


Jedenfalls ist die Ebene ATO, Fig. 120, durch die Erzeugungslinie AB (AO) und durch die Tangente AT an den Leitungs- oder Umdrehungskreis AHK Be-

Hyperboloidenräder.

rührungsebene im Punkte A, und der Winkel TNE, welchen die Perpendikel EN und TN auf AO zwischen sich einschließen, Neigungswinkel dieser Ebene gegen die parallel zu beiden Radaxen gelegte Grundebene EAO oder KHC. Setzen wir diesen Winkel $= \Theta$, so haben wir

Fig. 121.



$$tang.\, \Theta = \frac{ET}{EN},$$

oder, da einer bekannten Eigenschaft des Kreises zu Folge,

$$ET = \frac{\overline{EA}^2}{EK} \text{ ist,}$$

$$tang.\, \Theta = \frac{\overline{EA}^2}{EK \, . \, EN}.$$

Nun ist aber $EK = OC = r_1$, ferner

$$EN = EA \; cos.\, AEN = EA \, cos.\, \delta_1 \text{ und}$$

$$tang.\, \Theta = \frac{l\, sin.\, \delta_1}{r_1 \; cos.\, \delta_1} = \frac{l}{r_1} \; tang.\, \delta_1.$$

Setzt man r_1 und δ_2 statt r_1 und δ_1 ein, so erhält man für den Neigungswinkel der Berührungsebene des zweiten Rades

$$tang.\, \Theta = \frac{l}{r_2} \; tang.\, \delta_2,$$

und daher durch Gleichsetzen beider Tangenten folgende Bedingung für die mathematische Berührung beider Hyperboloidenräder

$$\frac{tang.\, \delta_1}{r_1} = \frac{tang.\, \delta_2}{r_2}, \text{ oder } \frac{tang.\, \delta_1}{tang.\, \delta_2} = \frac{r_1}{r_2}.$$

§. 43. Das Geschwindigkeits- oder Umsetzungsverhältniß des Hyperboloidenräderwerkes in Fig. 119 entwickelt sich auf folgende Weise. Kommt die Berührungslinie AO, Fig. 121, in die Lage $A_1 O_1$, so rückt der Punkt A im Umfange des Umdrehungskreises AHK um einen Weg AA_1 fort, während seine Projection in einer Normalebene zu AO den Weg $N_1 A_1$ zurücklegt, und es ist auch $\frac{AA_1}{N_1 A_1} = \frac{AT}{NT}$ das Verhältniß $\frac{c_1}{c}$ zwischen der Umfangsgeschwindigkeit des Rades AHK und ihrer Projection rechtwinkelig auf AO. Nun hat man aber

$$NT^2 = AT^2 - AN^2, \text{ ferner}$$

$$\frac{AT}{AE} = \frac{KA}{KE} = \frac{x_1}{r_1} \text{ und } AN = AE\, sin.\, \delta_1;$$

Hyperboloidenräder.

daher folgt denn $\frac{c_1}{c} = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - r_1^2 \sin. \delta_1^2}}$,

sowie für ein zweites Rad

$$\frac{c_2}{c} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - r_2^2 \sin. \delta_2^2}}.$$

und endlich das Geschwindigkeitsverhältniß beider in Berührung stehenden Radumfänge:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{\sqrt{x_2^2 - r_2^2 \sin. \delta_2^2}}{\sqrt{x_1^2 - r_1^2 \sin. \delta_1^2}}.$$

Jetzt folgt das Umsetzungsverhältniß

$$\psi = \frac{u_2}{u_1} = \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{x_1}{x_2} = \frac{\sqrt{x_1^2 - r_1^2 \sin. \delta_1^2}}{\sqrt{x_2^2 - r_2^2 \sin. \delta_2^2}},$$

oder, wenn man $x_1^2 = r_1^2 + a^2 \sin. \delta_1^2$ und $x_2^2 = r_2^2 + a^2 \sin. \delta_2^2$ einführt, $\psi = \sqrt{\frac{a^2 \sin. \delta_1^2 + r_1^2 \cos. \delta_1^2}{a^2 \sin. \delta_2^2 + r_2^2 \cos. \delta_2^2}}$.

Damit sich die Räder mathematisch berühren, muß aber

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{tang. \delta_1^2}{tang. \delta_2^2} = \frac{\sin. \delta_1^2}{\cos. \delta_1^2} \cdot \frac{\cos. \delta_2^2}{\sin. \delta_2^2},$$

also $r_1^2 \cos. \delta_1^2 = \frac{\sin. \delta_1^2}{\sin. \delta_2^2} \cdot r_2^2 \cos. \delta_2^2$ sein, daher folgt

$$a^2 \sin. \delta_1^2 + r_1^2 \cos. \delta_1^2 = \frac{a^2 \sin. \delta_1^2 \sin. \delta_2^2 + r_2^2 \sin. \delta_1^2 \cos. \delta_2^2}{\sin. \delta_2^2}$$

$$= \left(\frac{\sin. \delta_1^2}{\sin. \delta_2^2}\right)^2 \cdot (a^2 \sin. \delta_2^2 + r_2^2 \cos. \delta_2^2)$$

und das Umsetzungsverhältniß sehr einfach, also $\psi = \frac{\sin. \delta_1}{\sin. \delta_2}$, genau wie bei den conischen Rädern.

Ist ψ und $\delta = \delta_1 + \delta_2$ gegeben, so findet man wie bei Kegel- oder Winkelrädern

$$\text{aus} \left\{ \begin{array}{l} 1)\ \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \frac{\delta}{2} \\ 2)\ tang. \left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}\right) = \frac{\psi - 1}{\psi + 1} \cdot tang. \frac{\delta}{2} \end{array} \right\}$$

$$\delta_1 = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} + \frac{\delta_1 - \delta_2}{2} \text{ und}$$

$$\delta_2 = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} - \frac{\delta_1 - \delta_2}{2}.$$

Ist ferner der kürzeste Axenabstand d gegeben, so erhält man noch

Hyperboloidenräder.

die Kehlhalbmesser r_1 und r_2 durch die Formeln

$$r_1 = \frac{d\, tang.\, \delta_1}{tang.\, \delta_1 + tang.\, \delta_2} \text{ und } r_2 = \frac{d\, tang.\, \delta_2}{tang.\, \delta_1 + tang.\, \delta_2}.$$

Giebt man endlich noch den Abstand l eines Berührungspunktes A von der kürzesten Linie $CD = d$ zwischen beiden Radaxen, so hat man die entsprechenden Radhalbmesser $x_1 = \sqrt{r_1^2 + l^2\, sin.\, \delta_1^2}$ und

$$x_2 = \sqrt{r_2^2 + l^2\, sin.\, \delta_2^2}.$$

Anmerkung. Nimmt man $\delta_1 = \delta_2 = 0$, so erhält man $x_1 = r_1$ und $x_2 = r_2$, sowie $\psi = \frac{r_1}{r_2}$; nimmt man aber $r_1 = r_2 = 0$, so hat man $x_1 = l\, sin.\, \delta_1$ und $x_2 = l\, sin.\, \delta_2$, und es bleibt $\psi = \frac{sin.\, \delta_1}{sin.\, \delta_2}$. Im ersten Falle hat man es mit einem Cylinder- und im zweiten mit einem Kegelräderwerke zu thun, und es sind diese Folgerungen mit dem Obigen im vollkommensten Einklang.

Beispiel. Soll ein hyperboloidisches Räderwerk construirt werden, dessen kürzester Axenabstand $d = 20$ Zoll, Axenwinkel $\delta = 90^0$ und Umsetzungsverhältniß $\psi = \frac{2}{1}$ ist, so hat man für dasselbe, da in diesem Falle $sin.\, \delta_2 = cos.\, \delta_1$, also $\frac{sin.\, \delta_1}{sin.\, \delta_2} = \frac{sin.\, \delta_1}{cos.\, \delta_1} = tang.\, \delta_1 = 2$ ist,

$$\delta_1 = 63^0 26' \text{ und } \delta_2 = 26^0 34'.$$

Ferner folgt der Halshalbmesser $r_1 = \frac{20\,.\,2}{2 + \frac{1}{2}} = \frac{80}{5} = 16$ und

$$r_2 = \frac{20\,.\,\frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{2}} = 4 \text{ Zoll}.$$

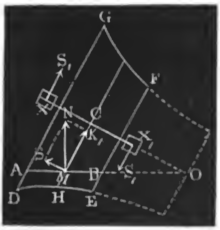
Sollen endlich die beiden äußersten Berührungspunkte der Räder um 30 und 38 Zoll von dem kürzesten Axenabstande d entfernt sein, so hat man die entsprechenden Radhalbmesser für das eine Rad:

$$x_1 = \sqrt{16^2 + 30^2\, (sin.\, 63^0 26')^2} = \sqrt{975{,}98} = 31{,}24 \text{ Zoll},$$
$$\text{und} = \sqrt{16^2 + 38^2\, (sin.\, 63^0 26')^2} = \sqrt{1411{,}20} = 37{,}57 \text{ Zoll},$$

und für das andere Rad:

$$x_2 = \sqrt{4^2 + 30^2\, (sin.\, 26^0 34')^2} = \sqrt{196} = 14{,}00 \text{ Zoll},$$
$$\text{und} = \sqrt{4^2 + 38^2\, (sin.\, 26^0 34')^2} = \sqrt{304{,}83} = 17{,}45 \text{ Zoll}.$$

Fig. 122.



§. 44. Die Hyperboloidenräder stehen den Cylinder- und Kegelrädern nicht allein wegen der größeren Zahn-, sondern auch wegen der größeren Axenreibung nach. Die Normalkraft N, Fig. 122, mit welcher ein Rad auf das andere wirkt, zerlegt sich in eine Seitenkraft K in der Umdrehungsebene, und in eine Seitenkraft S parallel zur Radaxe XX; jene bringt genau denselben Axendruck hervor, wie die Umdrehungskraft bei den

Cylinder- und Kegelrädern, diese hingegen sucht nicht allein das ganze Rad in der Axenrichtung fortzuschieben, sondern auch dasselbe um eine Linie rechtwinkelig zur Umdrehungsaxe zu drehen (s. I. §. 123). Ist M das Kraftmoment des Rades $DEFG$ und x_1 der mittlere Halbmesser CH desselben, Hyperboloidenräder.

so hat man die Umdrehungskraft $K_1 = \frac{M}{x_1}$, und da nun $K_1 c_1 = Nc$

ist, die Normalkraft $N = \frac{c_1}{c} K_1 = \frac{x_1 K_1}{\sqrt{x_1^2 - r_1^2 \sin.\delta_1^2}}$.

und daher die Seitenkraft

$$S = \sqrt{N^2 - K_1^2} = \frac{r_1 \sin.\delta_1 \,.\, K_1}{\sqrt{x_1^2 - r_1^2 \sin.\delta_1^2}} = \frac{r_1 \sin.\delta_1 \,.\, K_1}{\sqrt{h^2 \sin.\delta_1^2 + r_1^2 \cos.\delta_1^2}},$$

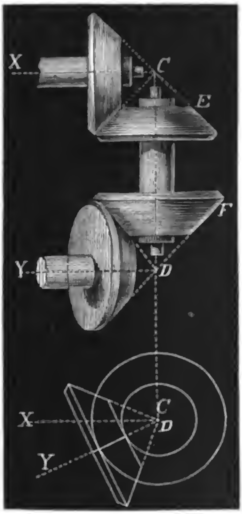
wobei h den Abstand CO des Radmittels C von dem Perpendikel zwischen beiden Radaxen bezeichnet, r_1 und δ_1 aber die oben angegebenen Bedeutungen haben.

Die Kraft S erzeugt eine Reibung an der Basis des Zapfens X, deren Moment bei dem Zapfenhalbmesser ϱ_1, $\frac{2}{3} \varphi S \varrho_1$ zu setzen ist, und dann eine Vergrößerung der Seitenreibung an beiden Zapfen X und X_1, die um so größer ausfällt, je kürzer die Radaxe XX_1 ist. Bezeichnen wir die Länge XX_1 dieser Axe durch l_1, so haben wir die Seitenkraft in jedem der Zapfen,

$$S_1 = \frac{x_1}{l_1} S,$$

und es ist nun hiernach mit Anwendung des in §. 28 Vorgetragenen die Seitenreibung selbst zu berechnen.

Fig 123.

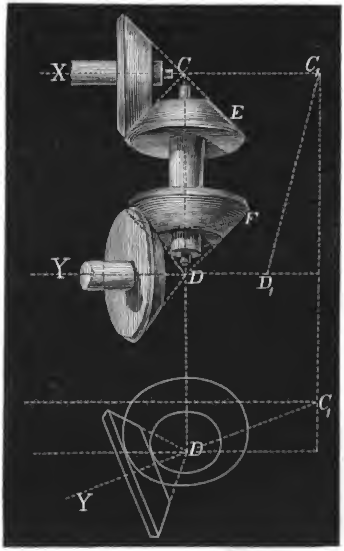


Wegen dieser Hindernisse wendet man daher auch oft statt zweier Hyperboloidenräder ein doppeltes conisches Räderwerk an. Es kommt hierbei nur darauf an, daß man die beiden Axenrichtungen CX und DY, Figur 123 und Fig. 124 (auf folgd. Seite), durch eine Linie CD verbindet, und diese zur Umdrehungsaxe einer Welle mit zwei Zwischenräder E und F macht.

Hyperboloïden-räder.

Bei der Anordnung in Figur 123 fällt diese Zwischenaxe CD mit dem Perpendikel zwischen den gegebenen Axen zusammen, bei der Anordnung

Fig. 124.



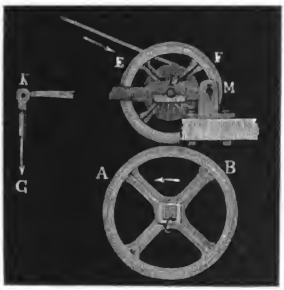
in Figur 124 liegt aber CD außerhalb des Perpendikels.

Reibungs-räder.

§. 45. Wenn die Mittheilung der Bewegung durch bloße Berührung der Radumfänge bewirkt werden soll, so müssen die Räder, die man, zur Unterscheidung von den Riemen- und Zahnrädern, **Reibungsräder** nennen kann, mit einer gewissen Kraft gegen einander gepreßt werden, damit eine Reibung zwischen den Umfängen derselben entsteht, die mindestens der überzutragenden Kraft K gleich ist. Ist φ der Reibungscoefficient, so ist der nöthige Druck der Räder gegen einander $R = \frac{K}{\varphi}$, und damit dieser nicht unnöthig groß ausfalle, muß man φ durch richtige Auswahl der Materien und durch Rauhhalten der Berührungsflächen möglichst groß zu machen suchen. Deshalb läßt man gern Holz auf Holz, oder mindestens Holz auf Gußeisen laufen, oder belegt wohl gar den einen Radumfang mit Leder, und zwar vorzüglich mit Büffelleder. Es läßt sich annehmen, daß im Mittel für diese Materien $\varphi = 1/2$ sei, und daher ermessen, daß der nö-

thige Druck zwischen den Rädern mindestens $= 2K$ betragen müsse. Bei den Riemenrädern ist der Druck, mit welchem der Treibriemen die Räder gegen einander zieht, in der Regel, zumal wenn der mit Riemen bedeckte Bogen nahe den halben Radumfang einnimmt, kleiner als $2K$, und deshalb die Anwendung dieser Räder vortheilhafter als die der Reibungsräder. Die Vergrößerungen, welche die Zapfenreibungen beider Räder durch diesen Druck R erleiden, sind nach §. 28 zu beurtheilen. Ueberdies bieten aber die Reibungsräder noch den Uebelstand dar, daß wenigstens das eine von ihnen keine feste Lagerung erhalten kann, da nur durch die Axenlager der Druck R auf das Rad übergetragen werden kann. Es werden deshalb die Reibungsräder auch nur selten, und in der Regel nur da angewendet, wo man es, wie z. B. bei Mühlen- oder Gichtaufzügen, mit einer unveränderlichen Last zu thun hat, und wo ein sich oft wiederholendes In- und Außergangsetzen der Maschine nöthig ist. Reibungsräder.

Fig. 125.



Die Einrichtung eines solchen Räderwerkes ist aus Fig. 125 zu ersehen. ACB ist das festgelagerte Treibrad und EDF das bewegliche Getriebrad. Die Zapfenlager des letzteren sitzen in einem gegabelten Hebel KDM, der um M drehbar ist, und durch eine bei K angreifende Kraft G auf oder nieder gedrückt wird, je nachdem das Getriebrad in oder außer Gang gesetzt werden soll.

§. 46. Die sicherste Mittheilung der rotirenden Bewegung findet jedenfalls nur bei den Zahnrädern (s. §. 25) Statt. Wir haben oben (§. 26) vorausgesetzt, daß die mit einander arbeitenden Räder eine und dieselbe Umfangsgeschwindigkeit c haben, und es ist nun nöthig, daß durch die Verzahnung der Radumfänge dieser Forderung kein Eintrag geschehe. Deshalb müssen die Zähne nicht nur bestimmte Formen haben, sondern auch in vollkommen gleichen Abständen von einander stehen. Man nennt diese Abstände die Theilung (franz. le pas; engl. the pitch) eines Räderwerkes, und trägt diese als Bögen auf diejenigen Kreise auf, in welchen man sich die Räder in Berührung denken kann. Deshalb heißen auch diese Kreise die Theilkreise oder Theilrisse des Räderwerkes (franz. cercles primitifs; engl. pitch circles). In der Regel legt man die Theilkreise mitten durch das Rad. Unter den Radhalbmessern (r_1 und r_2) werden stets die Halbmesser der Theilkreise verstanden. Die Zähne der Stirn- Zähne.

Zähne. räder haben die Formen von Prismen, wie $AEDFB$, Fig. 126, die der Kegel- und Hyperboloidenräder aber die von abgestumpften Pyramiden, wie

Fig. 126.

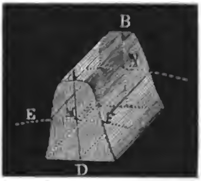


Fig. 127.



$AEDFB$, Fig. 127. Bei jenen ist die gerade Erzeugungslinie in allen ihren Stellungen der Radaxe parallel, bei diesen ist sie aber stets nach dem Axendurchschnitte oder nach dem Berührungspunkte der Kehlkreise gerichtet. Als Leitlinie dient das Zahnprofil in der Theilkreisebene. Die End- oder Stirnflächen der Zähne legt man rechtwinkelig gegen die von der Erzeugungslinie gebildeten Seitenflächen. Sie fallen daher bei den Stirnrädern in eine Ebene winkelrecht zur Umdrehungsaxe und bei den Kegel- und Hyperboloidenrädern in einen Kegelmantel. Jeder Zahn besteht aus einem Ober- oder Kopftheil, und aus einem Unter- oder Fußtheil; jener steht über dem Theilriß und dieser unter demselben. Die Seitenflächen des ersteren bilden die sogenannte Zahnwölbung, die des letzteren werden aber die Seiten oder Flanken des Zahnes schlechtweg genannt. Die Zahnform ist in der Regel eine symmetrische; sie läßt sich durch eine Ebene ABD in zwei congruente Hälften theilen. Von den drei Dimensionen eines Zahnes wird

die Breite AB (franz. largeur; engl. breath) in der Richtung der Radaxe, oder vielmehr der imaginären Berührungslinie MN,

Die Dicke EF (franz. épaisseur; engl. thickness) im Umfang des Theilrisses, und

die Höhe oder Länge AD desselben (franz. longueur; engl. length) radial oder vielmehr rechtwinkelig zur Berührungsebene zwischen den Radoberflächen gelegt.

Zahn- und Kammräder. §. 47. Wiewohl die Zähne gewöhnlich auf dem äußeren Radumfange festsitzen, oder aus demselben hervorragen, so bringt man sie doch auch zuweilen an der inneren Umfläche des Radkranzes, oder wohl gar an einer der Stirnflächen desselben an.

Im ersteren Falle hat man es mit

äußerer Verzahnung (franz. engrenage extérieur; engl. spurwheels),

im zweiten aber mit

innerer Verzahnung oder inneren Zahnrädern (franz. engrenage intérieur; engl. annular wheels) zu thun. Zahn- und Kammräder.

Fig. 128 zeigt ein Stück von einem Rade mit äußerer und Fig. 129 ein solches mit innerer Verzahnung, dort sind die Zähne *A*, *B*, *D* vom Kranze aus radial auswärts, hier aber radial einwärts gerichtet. Die

Fig. 128.



Fig. 129.

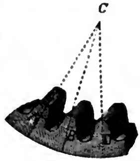


Fig. 130.

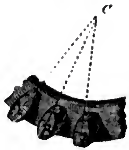
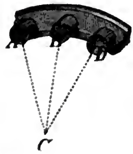


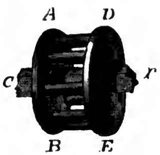
Fig. 131.



Räder mit Zähnen auf den Seitenflächen, wie in Fig. 130 und Fig. 131 zu sehen ist, heißen Kron- und Kammräder (franz. roues à couronne, roues à chan; engl. crown wheels, face wheels). Man nennt sehr gewöhnlich die Zähne dieser Räder Kämme, unterscheidet aber besser, wie die Engländer, Zähne (franz. dents; engl. teeths), von den Kämmen (franz. aluchons; engl. cogs), indem man die mit dem Radkranze ein Ganzes ausmachenden Zähne, Zähne schlechtweg, die in den Radkranz eingesetzten Zähne (von Holz) Kämme nennt.

Um das Biegen und Abbrechen langer Zähne zu verhindern, befestigt man diese auch oft mit ihren Enden in zwei parallelen Kränzen oder Scheiben *AB* und *DE*, wie z. B. in Fig. 132 zu sehen ist. Ein solches Rad nennt man dann gewöhnlich einen Drehling oder Trilling (franz. lanterne; engl. lantern, trundle, wallower), und die meist cylindrisch oder conisch geformten Zähne desselben werden Triebstöcke (franz. fuseaux; engl. staves) genannt. Ein kleines Rad, wo die Zähne oder Stäbe mit dem Rade aus einem Stücke gearbeitet sind, nennen die Deutschen gewöhnlich einen Kumpf.

Fig. 132.

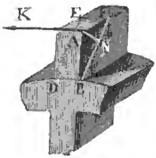


Wenn eine oscillirende oder absetzende Bewegung im Kreise fortzupflanzen ist, so bedarf man statt eines ganzen Rades nur eines Radsectors, und wenn es sich um eine hin- und hergehende geradlinige Bewegung handelt, so geht der Radsector in eine gezahnte Stange (franz. crémaillière; engl. rack) über. Die Theorie dieser letzteren ist von der der Zahnräder nicht verschieden, denn man kann sich die Zahnstange als einen Radsector von unendlich großem Halbmesser denken.

Zahn- und Kammräder.

§. 48. Das erste und wichtigste Element eines Zahnrades ist die **Zahnstärke**. Dieselbe hängt, wie wir sogleich beweisen wollen, nur von der Umdrehungskraft K ab. Da bei einer ungenauen Ausführung oder beim Dazwischenkommen eines kleinen Körpers, die Kraft K in dem äußersten Eckpunkte A, Fig. 133, des Zahnes angreifen kann, so erfordert es die Sicherheit, diesen Eckpunkt A als Angriffspunkt anzunehmen, und eine solche Zahndicke anzuwenden, welche das Abbrechen der Ecke in der Fläche $BDEF$ verhindert. Ein Perpendikel AN vom Eckpunkte A gegen die angenommene Bruchfläche $ABEF$ ist der Hebelarm der Kraft. Setzen wir den Winkel ABF, um welchen diese Bruchfläche von der Stirnfläche ABD abweicht, $= \varphi$, so haben wir diesen Hebelarm $AN = AB \sin. \varphi$ und die Breite der Bruchfläche

Fig. 133.



$$BF = \frac{AB}{\cos. \varphi}.$$

Bezeichnet man noch die Zahndicke BD (eigentlich ihren mittleren Werth) mit b und den Festigkeitsmodul mit K_1, so haben wir beim Abbrechen eines Balkens (s. I. §. 196)

$$AN \,.\, K = BF \,.\, \overline{BD}^2 \,.\, \frac{K_1}{6}, \text{ d. i.}$$

$$AB \sin. \varphi \,.\, K = \frac{AB}{\cos. \varphi} \,.\, b^2 \,.\, \frac{K_1}{6}, \text{ folglich}$$

$$K = \frac{b^2 K_1}{6 \sin. \varphi \, \cos. \varphi} = \frac{b^2 K_1}{3 \sin. 2 \varphi}.$$

Der Sicherheit wegen ist nun für φ derjenige Werth zu nehmen, der K zum Minimo, also den Nenner $3 \sin. 2 \varphi$ zum Maximo macht. Nun wird aber $\sin. 2 \varphi$ am größten, und zwar = Eins, wenn $2 \varphi = 90^0$, also $\varphi = 45^0$ ist, daher hat man also auch $\sin. 2 \varphi = 1$ und

$$K = \frac{b^2 K_1}{3}, \text{ so wie umgekehrt,}$$

$$b = \sqrt{\frac{3 K}{K_1}} \text{ zu setzen.}$$

Setzt man nach I. §. 198 für Gußeisen $\frac{K_1}{6} = 1000$ Pfund, so erhält man für Zähne aus diesem Stoffe, die Dicke

$$b = \sqrt{\frac{K}{2000}} = 0{,}0223 \sqrt{K},$$

wofür man aber wegen des allmäligen Abführens der Zähne

$$b = 0{,}03 \sqrt{K} \text{ nimmt.}$$

Die Kraft K bestimmt sich aus dem Arbeitsquantum L (Pferdekräfte), welches durch die Zähne von dem einen Rade auf das andere übergetragen wird, und aus der Umfangsgeschwindigkeit c (Fuß) mittels der Formel $K = \frac{510\,L}{c}$. Daher hat man denn die Stärke gußeiserner Zähne: Zahn- und Kammräder.

$$b = 0{,}03\sqrt{K} = 0{,}677\sqrt{\frac{L}{c}} = 7{,}26\sqrt{\frac{L}{ur}} \text{ Zoll},$$

wofern u die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute und r den in Zollen ausgedrückten Radhalbmesser bezeichnet.

Hölzerne Zähne müssen bei gleicher Sicherheit noch ein Mal so dick gemacht werden als gußeiserne; da man aber dieselben leicht auswechseln kann, und überdies zu ihrer Anfertigung das festeste harte Holz (oder Wurzeln) von Weißbuche, Esche, Birnbaum, Essig- oder Vogelbeerbaum u. s. w. verwendet, so macht man sie oft nur um die Hälfte dicker als die gußeisernen Zähne, also

$$b = 0{,}045\sqrt{K} = 1{,}016\sqrt{\frac{L}{c}} = 10{,}89\sqrt{\frac{L}{ur}} \text{ Zoll}.$$

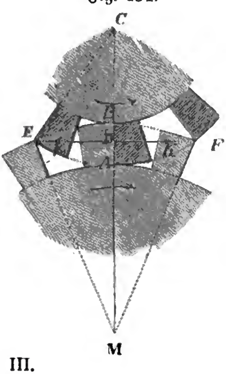
Die Zähne von Messing oder Rothguß erhalten um ein Drittel mehr Stärke als die von Gußeisen.

Endlich soll man Räderwerken, welche Stöße auszuhalten haben, wie z. B. bei Hammerwerken, Windmühlen u. s. w. stärkere Zähne geben, als die vorstehenden Regeln vorschreiben.

Beispiel. Für ein Zahnrad von 20 Zoll Halbmesser, welches pr. Minute 15 Umdrehungen zu machen und eine Leistung von 30 Pferdekräften fortzupflanzen hat, ist die Stärke seiner Zähne, wenn dieselben aus Gußeisen bestehen sollen:

$$b = 7{,}26\sqrt{\frac{30}{15.20}} = 7{,}26\sqrt{0{,}1} = 2{,}30 \text{ Zoll}.$$

Fig. 134.



§. 49. Die Breite eines Zahnes, parallel zur Radaxe, oder vielmehr zur imaginären Berührungslinie gemessen, wird Zahndimensionen.

bei langsam umlaufenden Rädern:

$$l = 4\,b \text{ bis } 5\,b,$$

bei schnell umgehenden aber

$$l = 6\,b \text{ bis } 7\,b$$

gemacht.

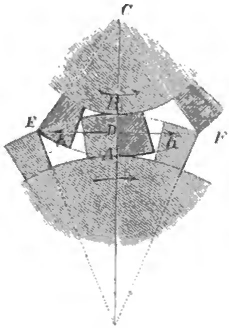
Die Zahnhöhe oder Länge h ist von der Zahnform abhängig, und muß daher für jede Zahnform besonders bestimmt werden. Gewöhnlich ist jedoch

$$h = 1{,}2\,b \text{ bis } 1{,}5\,b.$$

Wären die Zähne von ebenen Sei-

Zahndimensionen. tenflächen begrenzt, wie z. B. Fig. 135 vor Augen führt, so würde die Zahnlänge $AB = h$ mindestens der Summe $AD + DB$ zweier Bogenhöhen AD und BD gleich sein müssen. Setzen wir die Hälfte $DE = DF$ der Sehne EF, welche den Anfangs- und Endpunkt des Eingriffes verbindet, $= s$, und die Halbmesser CE und ME oder CF und MF, $= r_1$ und r_2, so haben wir annähernd

Fig. 135.



$$AD = \frac{s^2}{2\,r_1} \text{ und } BD = \frac{s^2}{2\,r_2},$$

und daher die gesuchte Zahnlänge:

$$h = \frac{s^2}{2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Wenn, wie gewöhnlich, und wie auch aus der Figur zu ersehen ist, immer zwei Paar Zähne mit einander im Eingriff sind, also der Eingriff eines Zähnepaares (E) beginnt, wenn der Eingriff eines anderen (F) aufhört, so läßt sich $DE = DF =$ der Theilung s und also auch annähernd der doppelten Zahndicke $2\,b$ gleichsetzen. Auch kann man für r_1 und r_2 die Theilkreishalbmesser CD und MD substituiren.

Die Weite der Zahnlücke nimmt man, um das Einklemmen zu vermeiden, um ein Zehntel größer als die Zahndicke, jedoch geht man damit bei den auf das Genaueste ausgeführten Rädern aus Eisen oder Messing auf $^1/_{15}$ herab, und steigt bei wenig accurat herzustellenden Zahnrädern von Holz bis auf $^1/_7$. Halten wir die Mittelzahl $^1/_{10}$ fest, so bekommen wir für die Weite einer Zahnlücke $= 1{,}1\,b$ und daher die Theilung

$$s = b + 1{,}1\,b = 2{,}1\,b.$$

Um einen sanften Gang zu erhalten und dem starken Abführen der Zähne zu begegnen, macht man gern die Zähne des einen Rades von Holz, und stellt das andere Rad ganz aus Eisen her. Ist dann b_1 die Stärke eines eisernen und b_2 die eines hölzernen Zahnes, so hat man

$$s = b_1 + 1{,}1\,b_2.$$

Zähnezahl. §. 50. Aus der gefundenen Theilung s ergiebt sich endlich noch die entsprechende Anzahl n der Zähne, indem man setzt

$$n = \frac{2\,\pi\,r}{s} = 6{,}283\;\frac{r}{s},$$

und hierbei immer die nächst größere oder kleinere ganze Zahl annimmt. Man hat

Zähnezahl.

für $s =$	$^1/_4$	$^1/_2$	$^3/_4$	1	$1^1/_2$	2	$2^1/_2$	3 Zoll.
$n =$	25,133	12,566	8,378	6,283	4,189	3,141	2,513	2,094 r.
und $r =$	0,03979	0,07958	0,1194	0,1592	0,2387	0,3183	0,3979	0,4775 n.

Zum Auftragen der Theilung kann man natürlich nur die Sehne des Theilkreisbogens zwischen die Zirkelspitzen fassen, der von der Theilung s gebildet wird. Es ist daher nöthig, daß man das Verhältniß dieser Sehne s_1 zum Bogen s kenne.

Der der Theilung s entsprechende Theilwinkel β ist bestimmt durch die bekannte Formel

$$\beta^0 = \frac{360^0}{n} = \frac{360^0 s}{2\pi r} = \frac{180^0 s}{\pi r} = 57^0,296\frac{s}{r},$$

und aus ihm bestimmt sich die Sehne, durch die ebenfalls bekannte Formel

$$s_1 = 2 r\, sin.\frac{\beta}{2} = 2 r\, sin.\left(\frac{180^0}{n}\right) = 2 r\, sin.\left(28^0, 648\,\frac{s}{r}\right).$$

Annähernd kann man (s. Ingenieur, S. 225)

$$sin.\frac{\beta}{2} = \frac{\beta}{2} - \frac{\beta^3}{2.3.8} = \frac{\beta}{2}\,(1 - {}^1/_{24}\,\beta^2),$$

wo $\beta = \frac{s}{r}$, den Bogen für den Halbmesser 1 bezeichnet, setzen, daher auch

$$s_1 = 2 r\,.\,\frac{s}{2r}\left[1 - {}^1/_{24}\left(\frac{s}{r}\right)^2\right] = s\left[1 - {}^1/_{24}\left(\frac{s}{r}\right)^2\right]$$

$$= \frac{2\pi r}{n}\left[1 - {}^1/_{24}\,.\left(\frac{2\pi}{n}\right)^2\right] = \frac{6,283\, r}{n}\left(1 - \frac{1,645}{n^2}\right) \text{ folgt.}$$

Wir werden weiter unten sehen, daß die Reibung zwischen den Zähnen um so kleiner ausfällt, je größer die Anzahl der Zähne ist. Aus diesem Grunde vermehrt man auch diese Zahl soviel wie möglich, oder wendet, was auf Eins hinauskommt, möglichst hohe Räder an. Nach Buchanan ist zu einem guten Gange erforderlich, daß ein Treibrad mindestens 6 und ein Getriebrad wenigstens 10 Zähne habe; es ist jedoch rathsam, jene Zahlen mindestens auf resp. 8 und 12 zu steigern, und nur bei Drillingen eine so kleine Anzahl von Triebstöcken anzuwenden. Bei Räderwerken, welche einen sanften Gang erfordern, geht man aber mit der Anzahl der Zähne nicht gern unter 20 herab.

Damit sich die Zähne des kleineren Rades im Vergleich zu denen des größeren nicht zu schnell abnutzen, ist es auch rathsam, mit dem Umsetzungsverhältnisse ψ die Grenzen $^6/_1$ und $^1/_6$ nicht zu überschreiten, also dem grö-

Zähnezahl. ßeren Rade nicht mehr als höchstens 6 Mal so viel Zähne zu geben als dem kleineren Rade. Meist begnügt man sich aber mit dem Umsetzungsverhältnisse $^3/_1$ oder $^1/_3$, und wendet zur weiteren Umsetzung mehrfache Räderwerke an.

Endlich ist es auch zweckmäßig, wenn die Anzahl der Zähne des Treib- und die des Getriebrades keinen gemeinschaftlichen Theiler haben, weil dann jeder Zahn des einen Rades nach und nach mit jedem des anderen zum Eingriff kommt, und dadurch das stärkere und ungleichmäßige Abführen der Zähne vermieden wird, was eintritt, wenn nur gewisse Zähne des einen Rades mit gewissen des anderen in Berührung kommen. Hätte z. B. das eine Rad 20 und das andere 28 Zähne, wären also beide Zähnezahlen durch 4 theilbar, so würde jeder Zahn des ersten Rades nur mit 7 Zähnen des anderen, und jeder des anderen nur mit 5 Zähnen des ersteren zusammentreffen; geben wir aber dem letzteren Rade 29 Zähne, so wird während 29 Umdrehungen des ersteren oder 20 Umdrehungen des letzteren, jeder der 20 Zähne des ersteren Rades mit jedem der 29 des anderen ein Mal in Berührung kommen. Am besten ist es, für die Anzahl der Zähne des kleineren Rades Primzahlen, wie 13, 17, 19, 23 u. s. w. auszuwählen, weil dann für das größere Rad leicht eine durch die Zahl der Radarme theilbare Zähnezahl gefunden werden kann.

Beispiel. Wenn eine Welle von einer anderen ein Arbeitsquantum L von 25 Pferdekräften aufnehmen und pro Minute 9 Umdrehungen machen soll, während jene 27 Mal umläuft, kann man auf dieselbe ein Getriebrad von 54 Zoll, und auf die Umtriebswelle ein Treibrad von 18 Zoll Halbmesser aufsetzen. Stellt man nun das kleinere Getriebrad ganz aus Gußeisen her, so hat man die Stärke seiner Zähne $b_1 = 7,26 \sqrt{\frac{25}{27 \cdot 18}} = 1,65$ Zoll, und versieht man das große Getriebrad mit hölzernen Zähnen, so kann man diese von der Stärke

$$b_2 = 1,5 \cdot b_1 = 1,5 \cdot 1,65 = 2,47 \text{ Zoll}$$

machen, und folglich die Theilung

$$s = 1,65 + 1,1 \cdot 2,47 = 4,37 \text{ Zoll}$$

in Anwendung bringen. Diese Theilung führt auf die Zähnezahlen

$$n_1 = \frac{2 \pi r_1}{s} = \frac{6,283 \cdot 18}{4,37} = 25,88 \text{ und}$$

$$n_2 = \frac{2 \pi r_2}{s} = \frac{6,283 \cdot 54}{4,37} = 77,64,$$

so daß dem Treibrade 26 und dem Getriebrade 77 oder 78 Zähne zu geben sein möchten. Behalten wir die Zahlen 26 und 77 bei, so wird allerdings das Umsetzungsverhältniß $\psi = {}^{26}/_{77} = 0,3376$, also nicht ganz $^1/_3$, wie gefordert wird; wogegen durch die Zähnezahlen $n_1 = 26$ und $n_2 = 78$ dieser Forderung vollkommen Genüge geleistet wird. Die der Zähnezahl $n_1 = 26$ entsprechende Spannweite der Theilung des Treibrades ist

$$s_1 = \frac{6,283 \cdot 18}{26} \left(1 - \frac{1,645}{26^2}\right) = 4,350\ (1 - 0,00243) = 4,339 \text{ Zoll},$$

und die der Zähnezahl $n_2 = 77$ des Getriebrades entsprechende Zirkelspannung: Zähnezahl.

$$s_2 = 4{,}350\left(1 - \frac{1{,}645}{77^2}\right) = 4{,}350\,(1 - 0{,}00027) = 4{,}349 \text{ Zoll.}$$

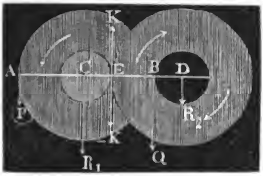
Anmerkung. Tabellen zur Erleichterung der Rechnungen bei Anordnung eines Räderwerkes theilt der »Ingenieur«, Seite 561, 562 und 563 mit.

§. 51. Da die Theilung s zweier mit einander arbeitenden Räder eine und dieselbe sein muß, so hat man für die Zähnezahlen n_1 und n_2 und die Theilungshalbmesser r_1 und r_2 dieser Räder:

$$n_1 = \frac{2\pi r_1}{s} \text{ und } \frac{2\pi r_2}{s}, \text{ also } \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{u_2}{u_1} = \psi.$$

Es verhalten sich also die Zähnezahlen zweier in einander greifenden Räder wie ihre Theilungshalbmesser, oder umgekehrt wie die Umdrehungszahlen der Räder, und es ist das Umsetzungsverhältniß auch gleich dem Verhältnisse zwischen der Zähnezahl des Treibrades und dem des Getriebrades.

Fig. 136.



Auch können wir hiernach bei einem Räderwerke, wie Figur 136, (s. §. 26), wo die Last Q an einem Hebelarme $DB = b$, und die Kraft P an einem Hebelarme $CA = a$ wirkt, statt

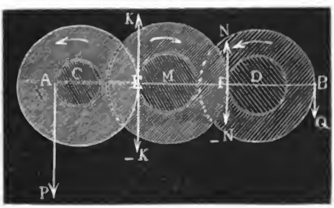
$$\frac{P}{Q} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{b}{a} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a}, \text{ also } P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a}\, Q,$$

so wie das Verhältniß der Geschwindigkeiten v und w von P und Q:

$$\frac{w}{v} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{b}{a} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a}, \text{ also } w = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a}\, v \text{ setzen.}$$

Ebenso ist für ein doppeltes Räderwerk, wie Fig. 137, wenn n_1 die

Fig. 137.



Zahl der Zähne des Treibrades CE, n_2 die Zähnezahl des Getriebrades ME, n_3 die Zähnezahl des Treibrades MF und n_4 die des Getriebrades DF

Zähnezahl. bezeichnet, Kraft P und Last Q aber an den Hebelarmen $CA = a$ und $DB = b$ wirken, das Kräfte- oder umgekehrte Geschwindigkeitsverhältniß:

$$\frac{P}{Q} = \frac{w}{v} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_4} \cdot \frac{b}{a}.$$

Beispiel. Um mittels eines Aufzuges eine Last Q von 3000 Pfund zu heben, die an einem Hebelarme $b = 8$ Zoll wirkt, ist, wenn jedes der beiden Treibräder 15 Zähne, das eine Getriebrad 48 und das andere 64 Zähne hat, eine am Hebelarme $a = 20$ Zoll wirkende Kraft

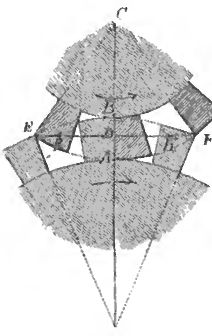
$$P = {}^{15}/_{48} \cdot {}^{15}/_{64} \cdot {}^{8}/_{20} \cdot 3000 = 87{,}89 \text{ Pfund}$$

nöthig, und um diese Last 20 Fuß hoch zu heben, muß der Kraftpunkt einen Weg von ${}^{48}/_{15} \cdot {}^{64}/_{15} \cdot {}^{20}/_{8} \cdot 20 = 682^2/_3$ Fuß, also die Kraftwelle

$$\frac{682^2/_3}{\pi\, {}^{40}/_{12}} = \frac{2048}{31{,}415} = 65{,}2 \text{ Umdrehungen machen.}$$

Zahnreibung §. 52. Die Reibung zwischen den Zähnen eines Stirnrades läßt sich, wenn wir die Zähne von ebenen Seitenflächen, wie in Fig. 138, begrenzt annehmen, auf folgende Weise ermitteln. Die Kraft, mit welcher die Zähne gegen einander drücken, ist zwar etwas veränderlich, kann aber, weil diese Veränderlichkeit nur klein ist, der Kraft K im Berührungspunkte D der Theilkreise gleichgesetzt werden. Ihr entspricht daher bei dem Reibungscoefficienten φ eine parallel zur Zahnfläche AB wirkende Reibung $F_1 = \varphi K$. Während ein arbeitendes Zähnepaar von dem ersten Eingriff E bis in die Centrallinie CM rückt, und also den Weg ED zurücklegt, durchläuft die Ecke des einen Zahnes die ganze Seitenfläche des anderen, und während das Zähnepaar aus der Centrallinie bis zum Ende des Eingriffs rückt, schiebt sich die Ecke des anderen Zahnes an der ganzen Seitenfläche des ersteren hin. Es durchläuft folglich die Reibung $F_1 = \varphi K$ den Weg AB, während die Kraft K im Theilkreise einen Weg $DE = DF = s$ macht. Nun ist aber nach §. 49, $AB = \frac{s^2}{2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$, daher folgt denn die auf den Theilkreis reducirte Zahnreibung $F = \frac{AB}{s} \cdot F_1 = \frac{s}{2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \cdot \varphi K.$

Fig. 138.



Wenn nun, wie meist immer, zwei Paar Zähne im Eingriff sind, so ist auch s die Theilung, und bezeichnen nun noch n_1 und n_2 die den Radhalb-

messern r_1 und r_2 entsprechenden Zähnezahlen, so haben wir Zahnreibung.

$$s = \frac{2\pi r_1}{n_1} = \frac{2\pi r_2}{n_2}, \text{ daher } \frac{s}{2r_1} = \frac{\pi}{n_1} \text{ und } \frac{s}{2r_2} = \frac{\pi}{n_2},$$

endlich aber

$$F = \left(\frac{\pi}{n_1} + \frac{\pi}{n_2}\right)\varphi K = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\pi\varphi K.$$

Im Mittel kann man $\varphi = 0,11$ und deshalb $\pi\varphi = {}^1/_3$, also

$$F = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\frac{K}{3} \text{ setzen.}$$

Sind nicht 2, sondern ν Zähne im Eingriff, so ist

$$s = \frac{\nu}{2}\cdot\frac{2\pi r_1}{n_1} = \frac{\nu}{2}\cdot\frac{2\pi r_2}{n_2}, \text{ und daher}$$

$$F = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\frac{\nu\pi}{2}\cdot\varphi K.$$

Es läßt sich später nachweisen, daß diese Formel auch für Zähne gilt, deren Seitenflächen nach einer krummen Linie abgerundet sind, wenn die Länge derselben klein, also die Anzahl derselben sehr groß ist.

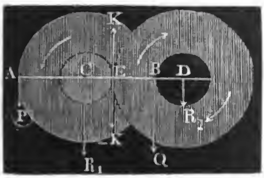
Für den Eingriff eines Zahnrades in eine gezahnte Stange hat man $n_2 = \infty$, daher $\frac{1}{n_2} = 0$, und die gesuchte Zahnreibung

$$F = \frac{\pi}{n_1}\varphi K.$$

Das Hauptergebniß, welches sich in der gefundenen Formel herausstellt, ist, daß die Zahnreibung um so kleiner ausfällt, je mehr die Räder Zähne haben.

Die Kraft im Theilkreise mit Berücksichtigung der Zahnreibung ist hiernach $K + F = \left[1 + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\pi\varphi\right]K,$

Fig. 139.



d. i. $1 + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\pi\varphi$

Mal so groß als ohne Zahnreibung; und deshalb ist auch für ein Räderwerk, wie Fig. 139 (§. 26), bei dem die Kraft P am Hebelarm a und die Last Q am Hebelarm b wirkt, mit Berücksichtigung der Zahnreibung

Zahnreibung.

$$P = \left[1 + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\pi\,\varphi\right]\frac{r}{a}\,K$$
$$= \left[1 + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\pi\,\varphi\right]\frac{r_1}{a}\cdot\frac{b}{r_2}\,Q$$
$$= \left[1 + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\right]\frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{b}{r_2}\,Q.$$

Für ein doppeltes Räderwerk ist ebenso

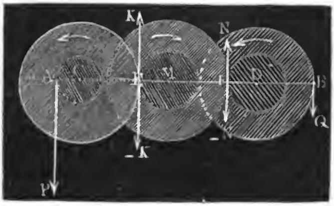
$$P = \left[1 + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\pi\,\varphi\right]\left[1 + \left(\frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4}\right)\pi\,\varphi\right]\cdot\frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{n_3}{n_4}\,Q,$$

annähernd

$$P = \left[1 + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4}\right)\pi\,\varphi\right]\frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{n_3}{n_4}\,Q.$$

Beispiel. Nach der vorstehenden Regel ist für den Aufzug mit doppeltem

Fig. 140.

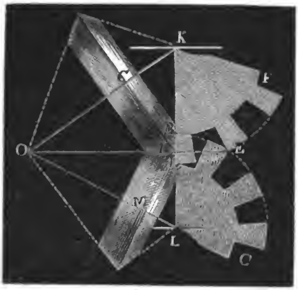


Räderwerke Fig. 140, im vorigen Beispiele, die Kraft, mit Berücksichtigung der Zahnreibung, wenn wir $\pi\,\varphi = \frac{1}{3}$ setzen,

$$P = [1 + (\tfrac{1}{15} + \tfrac{1}{15} + \tfrac{1}{48} + \tfrac{1}{64})\,.\,\tfrac{1}{3}]\,.\,\tfrac{15}{48}\,.\,\tfrac{15}{64}\,.\,\tfrac{8}{20}\,.\,3000$$
$$= (1 + \tfrac{1}{3}\,.\,0{,}1696)\,.\,\tfrac{5}{16}\,.\,\tfrac{3}{32}\,.\,3000 = 1{,}0565\,.\,87{,}9 = 92{,}86 \text{ Pfund},$$

d. i. reichlich $5\frac{1}{2}$ Procent größer als ohne Zahnreibung. Die nach §. 28 zu berechnende Zapfenreibung vergrößert diese Kraft ebenfalls noch um einige Procent.

Fig. 141.



§. 53. Die Theorie der Zahnreibung u. s. w. von einem conischen Räderwerke läßt sich leicht aus der eines cylindrischen Räderwerkes, und zwar wie folgt, entwickeln. Zwei Wellen OK und OL, Fig. 141, welche einen gewissen Winkel $KOL = \delta$ zwischen sich einschließen, lassen sich nicht nur durch zwei conische Rä-

der DC und DM, sondern auch durch zwei (in der Abbildung umgeklappte) Sectoren mit einander in Verbindung setzen. Es ist das Umsetzungsverhältniß eins und dasselbe, wenn die gemeinschaftliche Umdrehungsebene KDL beider Sectoren winkelrecht auf der gemeinschaftlichen Berührungslinie OD steht und die Umdrehungsaxen derselben parallel mit dieser Linie laufen. Für diese Sectoren ist aber die Zahnreibung genau wie bei den Stirnrädern Zahnreibung.

$$F = \frac{s}{2}\left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2}\right) \varphi K,$$

wenn s die Theilung DE bezeichnet, welche die Sectoren mit den conischen Rädern gemeinschaftlich haben, y_1 und y_2 aber die Halbmesser KD und LD repräsentiren. Diese Sectorenhalbmesser lassen sich aber aus den Radhalbmessern $CD = r_1$ und $MD = r_2$ und den Axenwinkeln $DOC = \delta_1$ und $DOM = \delta_2$, da $KDC = DOC$ und $LDM = DOM$ ist, mittels der Ausdrücke $y_1 = \frac{r_1}{cos.\, \delta_1}$ und $y_2 = \frac{r_2}{cos.\, \delta_2}$ berechnen, weshalb nun

$F = \frac{s}{2}\left(\frac{cos.\, \delta_1}{r_1} + \frac{cos.\, \delta_2}{r_2}\right) \varphi K$ sich herausstellt.

Noch ist aber nach §. 38, $sin.\, \delta_1 = \frac{r_1\, sin.\, \delta}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2\, cos.\, \delta}}$, also

$$\frac{cos.\, \delta_1}{r_1} = \sqrt{\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 + 2\left(\frac{r_2}{r_1}\right) cos.\, \delta + cos.\, \delta^2\right]} : \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2\, cos.\, \delta}$$

$= \left(\frac{r_2}{r_1} + cos.\, \delta\right) : \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2\, cos.\, \delta}$ und ebenso

$\frac{cos.\, \delta_2}{r_2} = \left(\frac{r_1}{r_2} + cos.\, \delta\right) : \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2\, cos.\, \delta}$, daher

$$\frac{cos.\, \delta_1}{r_1} + \frac{cos.\, \delta_2}{r_2} = \left(\frac{r_1}{r_2} + \frac{r_2}{r_1} + 2\, cos.\, \delta\right) : \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2\, cos.\, \delta}$$

$$= \frac{r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2\, cos.\, \delta}{r_1 r_2} : \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2\, cos.\, \delta}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + 2 \,.\, \frac{1}{r_1} \,.\, \frac{1}{r_2}\, cos.\, \delta},$$

und folglich

$$F = \frac{s}{2}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + 2 \,.\, \frac{1}{r_1} \,.\, \frac{1}{r_2}\, cos.\, \delta} \,.\, \varphi K.$$

Führen wir endlich noch $\frac{s}{2 r_1} = \frac{\pi}{n_1}$ und $\frac{s}{2 r_2} = \frac{\pi}{n_2}$ ein, so erhalten wir die in Frage stehende Zahnreibung

Zahnreibung.

$$F = \sqrt{\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} + 2 \cdot \frac{1}{n_1} \cdot \frac{1}{n_2} \cos.\delta} \cdot \pi \varphi K,$$

und daher auch

$$P = \left(1 + \pi \varphi \sqrt{\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} + 2 \cdot \frac{1}{n_1} \cdot \frac{1}{n_2} \cos.\delta}\right) \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a} Q,$$

wenn Q die Last und P die Kraft, b den Hebelarm der ersteren und a den der letzteren bezeichnet.

Stehen die Radaxen auf einander rechtwinkelig, so hat man

$\cos.\delta = \cos. 90^0 = 0$, und daher $F = \sqrt{\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2}} \cdot \pi \varphi K.$

Liegen hingegen die Axen parallel, also die Radflächen in einerlei Ebene, so hat man bei äußerer Berührung $\cos.\delta = \cos. 0 = 1$, und daher wie oben

$$F = \sqrt{\frac{1}{n_1^2} + 2 \cdot \frac{1}{n_1} \cdot \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_2^2}} \cdot \pi \varphi K = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \cdot \pi \varphi K,$$

endlich bei innener Berührung $\cos.\delta = \cos. 180^0 = -1$, also

$$F = \sqrt{\frac{1}{n_1^2} - 2 \cdot \frac{1}{n_1} \cdot \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_2^2}} \cdot \pi \varphi K = \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right) \cdot \pi \varphi K,$$

wobei aber für n_1 stets die kleinere Zähnezahl zu setzen ist. Man ersieht hieraus, daß die Zahnreibung bei inneren Stirnrädern am kleinsten, bei äußeren Stirnrädern aber am größten ist, und daß sie bei conischen Rädern einen mittleren Werth hat.

Beispiel. Für ein einfaches Räderwerk, dessen Räder 47 und 18 Zähne haben, ist die Zahnreibung

1) bei rechtwinkeliger Axenlage

$$F = \sqrt{\frac{1}{17^2} + \frac{1}{48^2}} \cdot \pi \varphi K = 0{,}0624\, \pi \varphi K,$$

2) bei paralleler Axenlage und äußerer Berührung:

$$F = (1/_{17} + 1/_{48}) \cdot \pi \varphi K = 0{,}0796\, \pi \varphi K,$$

endlich 3) bei paralleler Axenlage und innerer Berührung:

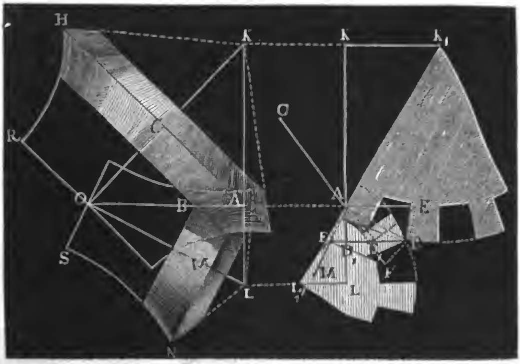
$$F = (1/_{17} - 1/_{48}) \cdot \pi \varphi K = 0{,}0380\, \pi \varphi K.$$

Ist $\pi \varphi = 1/_3$, so verzehrt hiernach die Zahnreibung im ersten Falle reichlich 2, im zweiten reichlich $2^2/_3$, und im dritten Falle nahe $1^1/_4$ Procent der Arbeitskraft des Räderwerkes.

§. 54. Bei den Hyperboloidenräderwerken ist der Weg der Reibung zwischen den Zahnflächen zusammengesetzt aus einem Wege längs der Zahnlänge und aus einem Wege oder einer Verschiebung in der Richtung der Zahnbreite. Jener Weg läßt sich wie bei conischen Räderwerken ermitteln, indem wir wieder das Räderwerk CAM, Fig. 142, durch ein Sectorenpaar ADK_1 und ADL_1 ersetzen. Die Umdrehungsebene dieser Sectoren (welche in der Figur umgeklappt sind), steht auf der Berührungslinie OA zwischen

den Radumfängen rechtwinkelig, und die Drehaxen derselben laufen mit Zahnreibung. dieser Linie parallel und gehen durch die Punkte K_1 und L_1, in welchen die

Fig. 142.



Umdrehungsaxen OC und OM der Hyperboloidenräder von der Normalebene KAL geschnitten werden. Von diesen Punkten steht der eine um den Kehlhalbmesser OR über, und der andere um den Kehlhalbmesser OS unter der durch OA und mit den beiden Radaxen parallel gelegten Bildebene; es ist also $KK_1 = OR = r_1$ und $LL_1 = OS = r_2$.

Bezeichnen wir wieder die Halbmesser AK_1 und AL_1 der gezahnten Sectoren mit y_1 und y_2, sowie die Theilung AD desselben durch s, so haben wir wie oben den Reibungsweg rechtwinkelig zu AB oder in der Umdrehungsebene KAL: $\sigma_1 = \frac{s^2}{2}\left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2}\right)$.

Was dagegen die Verschiebung längs der Zahnbreite AB anlangt, so besteht diese aus einem Theil $D_1 E_1$, um welchen sich ein Zahn des Rades AMN von der Normalen AD_1 wegschiebt, und aus einem Theil $D_1 F_1$, um welchen sich ein Zahn des Rades ACH in der entgegengesetzten Richtung bewegt. Beide Wege sind die Hypotenusen von zwei rechtwinkeligen Dreiecken AD_1E_1 und AD_1F_1 mit der gemeinschaftlichen Kathete $AD_1 = AD \cos. DAD_1$ und den Winkeln $D_1AE_1 = AOC = \delta_1$ und $D_1AF_1 = AOM = \delta_2$. Nun ist aber der Winkel $DAD_1 = AK_1K = AL_1L$, und

$$\cos. AK_1K = \cos. AL_1L = \frac{KK_1}{AK_1} = \frac{r_1}{y_1} = \frac{r_2}{y_2},$$

daher folgen denn die Verschiebungen

Zahnreibung.

$$D_1 E_1 = A D_1 \; tang. \delta_1 = \frac{s r_1}{y_1} \; tang. \delta_1 \text{ und}$$

$$D_1 F_1 = A D_1 \; tang. \delta_2 = \frac{s r_2}{y_2} \; tang. \delta_2,$$

also die ganze Breitenverschiebung

$$\sigma_2 = D_1 E_1 + D_1 F_1 = s \left(\frac{r_1}{y_1} \; tang. \delta_1 + \frac{r_2}{y_2} \; tang. \delta_2 \right).$$

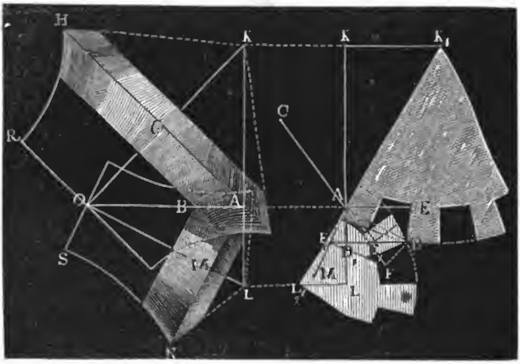
Endlich ergiebt sich durch Anwendung des pythagorischen Lehrsatzes der ganze Reibungsweg

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = s \sqrt{\frac{s^2}{4}\left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2}\right)^2 + \left(\frac{r_1}{y_1} \, tang. \delta_1 + \frac{r_2}{y_2} \, tang. \delta_2\right)^2},$$

und die gesuchte Zahnreibung, auf den Theilkreis der Sectoren reducirt:

$$F = \frac{\varphi K . \sigma}{s} = \sqrt{\frac{s^2}{4}\left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2}\right)^2 + \left(\frac{r_1 \, tang. \delta_1}{y_1} + \frac{r_2 \, tang. \delta_2}{y_2}\right)^2} . \varphi K.$$

Fig. 143.



§. 55. In der vorstehenden Formel für die Zahnreibung von Hyperboloidenrädern sind die Sectorenhalbmesser

$$y_1 = \sqrt{l^2 \, tang. \delta_1^2 + r_1^2} \text{ und}$$

$$y_2 = \sqrt{l^2 \, tang. \delta_2^2 + r_2^2},$$ wo l den Abstand AO des äußersten Berührungspunktes von dem Durchschnitte O der beiden Kehlkreise bezeichnet, einzusetzen; auch hat man für s denjenigen Werth der Theilung zu nehmen, welchen die Formeln in §. 49 geben. Es ist übrigens schon oben §. 43 angegeben worden, wie die Kehlhalbmesser r_1 und r_2 und die Axenwinkel δ_1 und δ_2 aus dem Normalabstande $d = r_1 + r_2$, aus

dem ganzen Axenwinkel $\delta = \delta_1 + \delta_2$ und aus dem Umsetzungsverhält- Zahnreibung.
nisse ψ zu berechnen sind.

Von der Theilung $AD = s$ rechtwinkelig gegen die Berührungslinie sind übrigens die Umfangstheilungen $AE = s_1$ und $AF = s_2$ der Räder CA und MA zu unterscheiden; jedenfalls ist s Projection von s_1 und s_2 in der Sectorenebene, und daher

$$\overline{AE}^2 = \overline{AE_1}^2 + \overline{EE_1}^2 = \overline{AD_1}^2 + \overline{D_1 E_1}^2 + \overline{EE_1}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{D_1 E_1}^2, \text{ d. i.}$$

$$s_1^2 = s_2 + \overline{AD}^2 \, tang. \delta_1^2 = s^2 + \left(\frac{KK_1}{AK_1}\right)^2 s^2 \, tang. \delta_1^2$$

$$= \left(1 + \frac{r_1^2 \, tang. \delta_1^2}{y_1^2}\right) s^2.$$

Hiernach also sind die beiden Umfangstheilungen

$$s_1 = \frac{s}{y_1} \sqrt{y_1^2 + r_1^2 tang. \delta_1^2} = s \sqrt{\frac{l^2 \, tang. \delta_1^2 + r_1^2 (1 + tang. \delta_1^2)}{l^2 \, tang. \delta_1^2 + r_1^2}}, \text{ d. i.}$$

$$s_1 = s \sqrt{\frac{l^2 \sin. \delta_1^2 + r_1^2}{l^2 \sin. \delta_1^2 + r_1^2 \cos. \delta_1^2}} \text{ und}$$

$$s_2 = s \sqrt{\frac{l^2 \sin. \delta_2^2 + r_2^2}{l^2 \sin. \delta_2^2 + r_2^2 \cos. \delta_2^2}}.$$

Was die Halbmesser x_1 und x_2 der Radumfänge anlangt, so bestimmen sich dieselben aus den Kehlhalbmessern r_1 und r_2 und aus ihren Projectionen $AC = l \sin. \delta_1$ und $AM = l \sin. \delta_2$ mittels der Formeln

$$x_1 = \sqrt{l^2 \sin. \delta_1^2 + r_1^2} \text{ und}$$
$$x_2 = \sqrt{l^2 \sin. \delta_1^2 + r_2^2};$$

und es ergeben sich nun die Zähnezahlen n_1 und n_2 durch folgende Formeln:

$$n_1 = \frac{2\pi x_1}{s_1} = \frac{2\pi}{s} \sqrt{l^2 \sin. \delta_1^2 + r_1^2 \cos. \delta_1^2} \text{ und}$$

$$n_2 = \frac{2\pi x_2}{s_2} = \frac{2\pi}{s} \sqrt{l^2 \sin. \delta_2^2 + r_2^2 \cos. \delta_2^2}.$$

Endlich ist noch das Umsetzungsverhältniß

$$\psi = \frac{u_2}{u_1} = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{l^2 \sin. \delta_1^2 + r_1^2 \cos. \delta_1^2}{l^2 \sin. \delta_2^2 + r_2^2 \cos. \delta_2^2}},$$

oder, da $\frac{tang. \delta_1}{tang. \delta_2} = \frac{r_1}{r_2}$, also $r_2 \, cotg. \delta_2 = r_1 \, cotg. \delta_1$ ist,

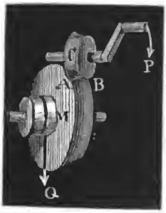
$$\psi = \sqrt{\frac{l^2 + r_1^2 \, cotg. \delta_1^2}{l^2 + r_2^2 \, cotg. \delta_2^2}} \cdot \frac{\sin. \delta_1}{\sin. \delta_2} = \frac{\sin. \delta_1}{\sin. \delta_2},$$

wie wir schon oben, §. 43, gefunden haben.

Anmerkung. Die vorstehenden Formeln gelten natürlich auch für conische und cylindrische Werke, wenn man in ihnen $\delta_1 = \delta_2 = 0$, oder $r_1 = r_2 = 0$ setzt.

Zahnreibung.

Fig. 144.



§. 56. Man kann nun auch für ein vollständiges hyperbolisches Räderwerk CAM, Fig. 144, dessen Kräfte P und Q an den Hebelarmen a und b wirken, das Kraft- oder Geschwindigkeitsverhältniß berechnen. Während die Kraft K den Weg s und $F = \varphi K$ den Weg σ durchläuft, legt P den Weg $\frac{2\pi a}{n_1}$ und Q den Weg $\frac{2\pi b}{n_2}$ zurück, es ist folglich ohne Rücksicht auf Reibung

$$Ks = P \cdot \frac{2\pi a}{n_1} = Q \cdot \frac{2\pi b}{n_2},$$

sonach auch

$$F\sigma = \varphi K\sigma = \varphi \cdot \frac{2\pi a}{n_1} \cdot \frac{\sigma}{s} P = \varphi \cdot \frac{2\pi b}{n_2} \cdot \frac{\sigma}{s} Q,$$

und folglich, mit Rücksicht auf die Zahnreibung,

$$\frac{2\pi a}{n_1} P = \frac{2\pi b}{n_2} Q + F\sigma$$

$$= \frac{2\pi b}{n_2} Q + \frac{2\pi b}{n_2} \cdot \frac{\sigma}{s} \cdot \varphi Q = \frac{2\pi b}{n_2} \left(1 + \frac{\sigma}{s} \varphi\right) Q,$$

d. i.

$$P = \left(1 + \frac{\sigma}{s} \varphi\right) \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a} Q$$

$$= \left[1 + \varphi \sqrt{\frac{s^2}{4}\left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2}\right)^2 + \left(\frac{r_1 \, tang. \delta_1}{y_1} + \frac{r_2 \, tang. \delta_2}{y_2}\right)^2}\right] \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a} Q.$$

Da $y_1 = \sqrt{l^2 tang. \delta_1^2 + r_1^2} = \frac{\sqrt{l^2 sin. \delta_1^2 + r_1^2 cos. \delta_1^2}}{cos. \delta_1}$ und

$n_1 = \frac{2\pi}{s} \sqrt{l^2 sin. \delta_1^2 + r_1^2 cos. \delta_1^2}$ ist, so hat man

$\frac{y_1}{n_1} = \frac{s}{2\pi \, cos. \delta_1}$, und ebenso $\frac{y_2}{n_2} = \frac{s}{2\pi \, cos. \delta_2}$,

weshalb einfach auch

$$P = \left[1 + \pi \varphi \sqrt{\left(\frac{cos. \delta_1}{n_1} + \frac{cos. \delta_2}{n_2}\right)^2 + \frac{4}{s^2}\left(\frac{r_1 sin. \delta_1}{n_1} + \frac{r_2 sin. \delta_2}{n_2}\right)^2}\right] \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a} Q$$

zu setzen ist.

Nun hat man aber $\frac{sin. \delta_1}{sin. \delta_2} = \frac{n_1}{n_2}$, und $\delta_1 + \delta_2 = \delta$, daher

$$sin. \delta_1 = \frac{n_1 sin. \delta}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 cos. \delta}}, \text{ und}$$

$$cos. \delta_1 = \frac{n_1 cos. \delta_1 + n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 cos. \delta}}, \text{ sowie}$$

Zahnreibung

$$\cos.\delta_2 = \frac{n_2 \cos.\delta_2 + n_1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 \cos.\delta}} \text{ und}$$

$$\frac{\cos.\delta_1}{n_1} + \frac{\cos.\delta_2}{n_2} = \frac{n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 \cos\delta}{n_1 n_2 \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 \cos.\delta}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} + 2 . \frac{1}{n_1} . \frac{1}{n_2} \cos.\delta};$$

ferner ist $\frac{r_1 \sin.\delta_1}{n_1} = \frac{r_1 \sin.\delta}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 \cos.\delta}}$ und

$$\frac{r_2 \sin.\delta_2}{n_2} = \frac{r_2 \sin.\delta}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 \cos.\delta}},$$

oder, $r_1 + r_2 = d$ gesetzt,

$$\frac{r_1 \sin.\delta_1}{n_1} + \frac{r_2 \sin.\delta_2}{n_2} = \frac{d \sin.\delta}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 \cos.\delta}},$$

und daher ist ziemlich einfach

$$P = \left(1 + \pi\varphi \sqrt{\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} + 2 . \frac{1}{n_1} . \frac{1}{n_2} \cos.\delta + \frac{4 d^2 \sin.\delta^2}{s^2 (n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 \cos.\delta)}}\right) \frac{n_1}{n_2} . \frac{b}{a} Q$$

$$= \left(1 + \pi\varphi \sqrt{\frac{n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 \cos.\delta}{n_1^2 n_2^2} + \frac{4 d^2 \sin.\delta^2}{s^2 (n_1^2 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 \cos.\delta)}}\right) \frac{n_1}{n_2} . \frac{b}{a} Q.$$

Beispiel. Für ein hyperboloidisches Räderwerk mit 17 und 48 Zähnen, dessen Axenprojectionen den Winkel $\delta = 90^0$ zwischen sich einschließen, dessen kürzester Axenabstand $d = 12$ Zoll und Theilung $s = 1^3/_4$ Zoll ist, hat man die Zahnreibung

$$F = \sqrt{\frac{17^2 + 48^2}{17^2 . 48^2} + \frac{16 . 4 . 144}{49 (17^2 + 48^2)}} . \pi \varphi K = \sqrt{\frac{2593}{17^2 . 48^2} + \frac{9216}{49 . 2593}} \pi \varphi K$$

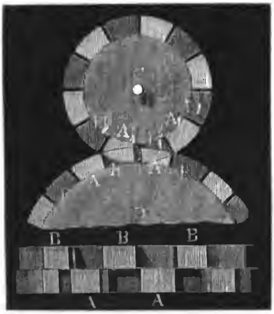
$$= \sqrt{0{,}003894 + 0{,}07254} . \pi \varphi K = \sqrt{0{,}07643} . \pi \varphi K = 0{,}276 . \pi \varphi K,$$

also für $\pi\varphi = 1/_3$, $F = 0{,}092 . K$, d. i. über 9 Procent der Arbeitskraft, also viel mehr als bei cylindrischen und conischen Räderwerken (s. Beispiel zu §. 53).

§. 57. Wir haben im Vorstehenden gefunden und schon §. 52 bemerkt, daß der Arbeitsverlust durch die Zahnreibung um so kleiner ausfällt, je größer die Anzahl (n_1 und n_2) der Zähne ist. Wenn, wie wir seither angenommen haben, die Zähne nur in einem Kreise neben einander stehen, so wird aber der Zähnezahl durch die Zahndicke und durch den Umfang der Räder eine Grenze entgegengesetzt; stellen wir aber die Zähne in zwei oder mehreren Kreisen hinter einander, so können wir die Anzahl der Zähne unbeschadet ihrer Dicke beliebig vergrößern. Wegen der stufenförmigen Aufeinanderfolge der Zähne nennt man solche Räder Stufenräder, sonst auch nach ihrem Erfinder Hook'sche Räder. Ein Stufenrad mit zwei Stufenräder.

Stufenräder. Zahnreihen zeigt Fig. 145. Man sieht, der vordere Zähnering *A*, *A* des einen Rades greift zwischen die vorderen Zähne A_1, A_1, A_1 eines anderen Ringes, und der hintere Zähnering *B*, *B*, *B* kommt mit den hinteren Zähnen B_1, B_1, B_1 zum Eingriff. In einem Ringe arbeitet nur ein Zähnepaar, in beiden sind also zusammen, wie gewöhnlich, zwei Zähnepaare im Eingriff. Es ist deshalb auch der Reibungsweg längs der Zahnhöhe nur so groß, als wenn immer zwei in einer Reihe neben einander stehende Zähne im Eingriff wären, und daher auch die Reibung selbst, auf den Theilkreis reducirt,

Fig. 145.



wenn n_1 und n_2 die Zähnezahlen von je einer Zahnreihe sind,

$$F = \left(\frac{1}{2\,n_1} + \frac{1}{2\,n_2}\right) . \pi \varphi K = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \frac{\pi \varphi}{2} K,$$

d. i. halb so groß als bei einem Räderwerke mit einfachen Zähneringen.

Bei einem Räderwerke mit je drei Zähnereihen, wie z. B. *A B*, Fig. 146, ist, wenn stets nur 2 Paar Zähne arbeiten,

Fig. 146.

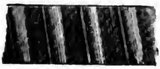
A  *B*

$$F = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \frac{\pi \varphi}{3} K,$$

und bei einem solchen mit *m* Zahnreihen, wie leicht zu ermessen,

$$F = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) . \frac{\pi \varphi}{m} K.$$

Fig. 147.

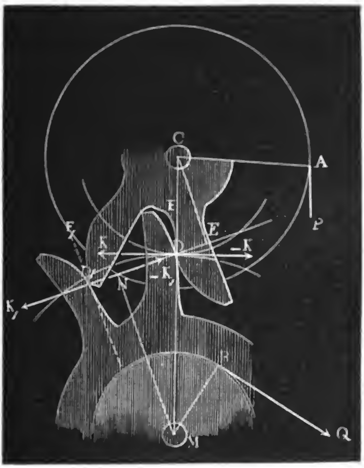
A  *B*

Ist *m* unendlich groß, so fällt *F* gar Null aus. Es ist hiernach zu erwarten, daß bei Rädern mit schrägstehenden Zähnen, wie *A B*, Fig. 147, die Zahnreibung sehr klein ausfällt. Durch diese schräge Stellung wird allerdings auch ein Seitendruck, parallel zur Axe erzeugt, und daher auch die Axenreibung vermehrt. Da sich diese Räder wegen ihrer schmalen Berührungsflächen überdies auch schneller abführen, so hat man sie nicht so zweckmäßig gefunden, als anfänglich geglaubt wurde (s. White's Century of Inventions, 1822). Uebrigens ist leicht zu ermessen, daß die schrägen Zähne dieser White'schen Räder, wie man sie oft nennt, eigentlich aus stark ansteigenden Schraubengängen bestehen müssen (s. weiter unten den Artikel »Schraubenräder«).

§. 58. Von den Zähnen eines Räderwerkes fordern wir nicht allein, daß sie eine der überzutragenden Kraft angemessene Stärke, sondern auch, daß sie eine Form haben, bei welcher die Uebertragung der Bewegung des einen Rades auf das andere vollkommen, ohne Stöße und ohne Unterbrechung vor sich gehe, und daher bei allen Zahnstellungen die Umfangs- oder Theilrißgeschwindigkeit des Getriebrades auf die des Treibrades unverändert übergetragen werde. Wenn also das eine Rad, wie gewöhnlich, gleichförmig umläuft, so fordern wir, daß selbst bei unendlich kleiner Geschwindigkeit, und also ohne Einwirkung der Trägheit, auch das andere Rad eine gleichförmige Umdrehungsbewegung annehme. Zahnform.

Bei der Berührung zweier Zähne in einem Punkte D innerhalb der Centrallinie CM. Fig. 148, sind die Hebelarme CD und MD der Kräfte

Fig. 148.



K und $-K$, mit welchen die Zähne gegen einander drücken, gleich den Theilkreishalbmessern r_1 und r_2, weil in diesem Falle die Zahnflächen von CM tangirt werden und daher die Drucklinie rechtwinklig auf CM steht. Berühren sich aber die Zähne in einem Punkte D_1 außerhalb der Centrallinie, so befindet sich die gemeinschaftliche Berührungsebene $D_1 F_1$, und also auch die Drucklinie, in einer anderen Lage, und es sind daher auch die Hebelarme CE und MN der Druckkräfte K_1 und $-K_1$ kleiner als die Theilkreishalbmesser r_1 und r_2. Der ersten Angriffsweise zufolge ist das Umsetzungs-

Zahnform. verhältniß $\psi = \frac{CD}{MD} = \frac{r_1}{r_2}$,

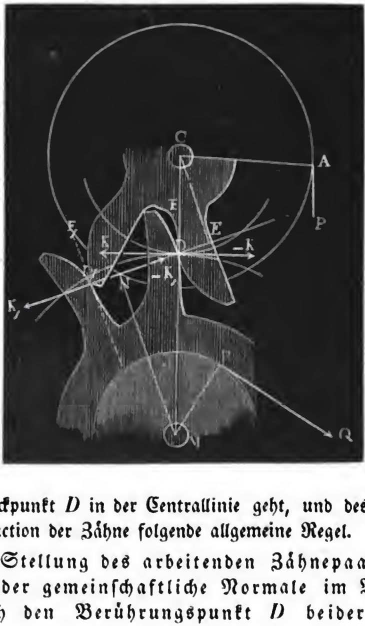
und der zweiten Angriffsweise entsprechend,

$\psi = \frac{CE}{MN}$; damit aber dieses Verhältniß bei allen Zahnstellungen dasselbe bleibe, ist demnach nöthig, daß

$$\frac{CE}{MN} = \frac{CD}{MD} \text{ oder } \frac{CE}{CD} = \frac{MN}{MD} \text{ sei.}$$

Dieser Proportion wird Genüge gethan, wenn die Drucklinie ($K_1 - K_1$)

Fig. 149.



durch den Druckpunkt D in der Centrallinie geht, und deshalb gilt denn für die Construction der Zähne folgende allgemeine Regel.

Bei jeder Stellung des arbeitenden Zähnepaares muß die Drucklinie oder gemeinschaftliche Normale im Berührungspunkte durch den Berührungspunkt D beider Theilkreise gehen.

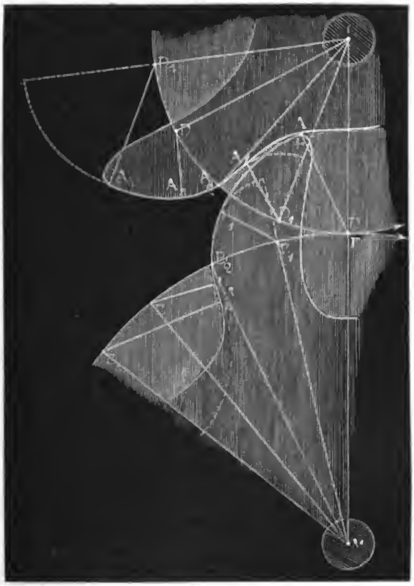
Anmerkung. Wenn die Kraft P an einem Hebelarme $CA = a$ und die Last Q an einem Hebelarme $MB = b$ wirkt, so hat man

$$Pa = K.CD = K_1.CE \text{ und } Qb = K.MD = K_1.MN,$$

$$\text{daher } \frac{K}{K_1} = \frac{CE}{CD} = \frac{MN}{MD}, \text{ wie oben.}$$

§. 59. Mit Hilfe der vorstehenden Regel läßt sich nun auch die Form der Zähne des einen Rades finden, wenn die des andern gegeben ist. Es sei $A A_1 A_2 A_3 A_4$, Fig. 150, die gegebene und $B B_1 B_2 B_3 B_4$ die gesuchte Zahnform.

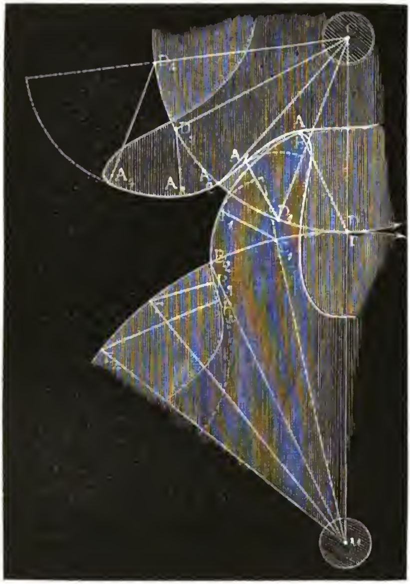
Fig. 150.



Zahnform, ferner CM die Centrallinie, $D D_4$ der Theilkreis des einen und $E E_4$ der des anderen Rades. Fällen wir von dem Theilpunkte D (E) in der Centrallinie ein Perpendikel DA (EB) gegen die gegebene Zahnfläche, so bekommen wir im Lothpunkte A (B) den Anfangspunkt der gesuchten Zahncurve; machen wir ferner den Bogen $E B_2$ gleich dem Theilbogen $D A_2$, so erhalten wir denjenigen Punkt B_2 dieser Curve, welcher mit A_2 gleichzeitig in der Centrallinie ankommt. Machen wir ferner den Bogen $E E_1$ gleich einem Bogen $D D_1$ des ersten Theilkreises, fällen wir von D_1 ein Perpendikel $D_1 A_1$ gegen die gegebene Curve, und tragen wir dieses als $E_1 B_1$ so an den Radius $M E_1$, daß der Winkel $M E_1 B_1$ den Winkel $C D_1 A_1$ zu zwei Rechten ergänzt, so bekommen wir denjenigen Punkt B_1 der gesuchten Curve, welcher mit A_1 in Berührung kommt, wenn D_1 nach D und E_1 nach E gekommen ist. Auf gleiche Weise lassen sich noch andere Punkte

Zahnform. der gesuchten Zahncurve finden. Schneiden wir z. B. $EE_3 = DD_3$, so wie $EE_4 = DD_4$ ab, fällen wir aus den Punkten D_3 und D_4 die Perpendikel D_3A_3 und D_4A_4 gegen die gegebene Zahncurve, so bleibt uns nur noch übrig, diese Perpendikel als E_3B_3 und E_4B_4 so an die Radhalbmesser ME_3 und ME_4 anzutragen, daß der Winkel ME_3B_3 den Winkel CD_3A_3 und der Winkel ME_4B_4 den Winkel CD_4A_4 zu zwei Rechtwinkeln ergänzt. Es ist nun leicht zu ermessen, daß die Punkte A_3 und B_3, sowie die Punkte A_4 und B_4 zusammentreffen, wenn D_3 und E_3, so wie später D_4 und E_4

Fig. 151.



die Centrallinie CM erreicht haben. Die Richtigkeit dieser Construction folgt aus der im vorigen Paragraphen gefundenen Regel unmittelbar, da ihr zu Folge bei jeder Zahnstellung die Normale im Berührungspunkte durch den Berührungspunkt D (E) der Theilkreise geht.

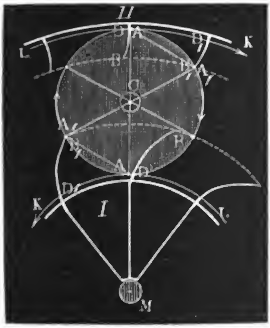
Die relative Bewegung zwischen beiden Rädern ist dieselbe, es mögen sich dieselben um ihre Axen C und M mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit c umdrehen, oder es mag das eine Rad stillstehen und das andere mit seinem Theilkreise DD_4 auf dem Theilkreise EE_4 des ersteren sich fort=

wälzen. Auch im letzteren Falle kommt allmälig D_1 mit E_1, D_3 mit E_3, Zahnform.
D_4 mit E_4 und ebenso auch A_1 mit B_1, A_2 mit B_2, A_3 mit B_3 u. s. w. in Berührung. Deshalb findet man auch die Zahncurve $B B_1 B_2 B_3 B_4$, wenn man in beliebigen Punkten A, A_1, A_2, A_3 u. s. w. der gegebenen Zahncurve Perpendikel errichtet, und den Theilkreis, welcher dieser Zahncurve angehört, nach und nach um die Bögen $D D_1$, $D D_2$, $D D_3$, $D D_4$ fortwälzt, welche durch diese Perpendikel von dem Theilkreise abgeschnitten werden: die Punkte A_1, A_2, A_3, A_4 kommen dabei in die Lagen B_1, B_2, B_3 und B_4, und geben dadurch den Lauf der gesuchten Zahncurve an. Wenn man die Curve $A A_4$ in verschiedenen Lagen aufzeichnet, welche sie während des Wälzens einnimmt, so erhält man die Curve $B B_4$ auch dadurch, daß man einen Zug führt, welcher alle diese Curven berührt, denn es ist die gesuchte Zahncurve die sogenannte Umhüllungscurve (franz. enveloppante; engl. involute) der gegebenen.

§. 60. Man kann nun für die Zähne des einen Rades beliebige Formen annehmen, und nach dem Vorhergehenden die Zahnformen des zweiten Rades finden.

1) Sind die Zähne A, A_1 . . . des Getriebrades ACA, Figur 152, bloße Punkte, oder unendlich dünne Stäbe, parallel zur Umdrehungsaxe C, so erhält man die Zahncurve $B_1 D_1$ des Treibrades, wenn man den Theilkreis ACA des ersten Rades auf dem Theilkreise KDL des zweiten fortwälzt, denn es ist dann bei jeder Stellung der Zähne gegen einander der Weg $A A_1$ im Theilkreise des einen Rades gleich dem Wege DD_1 im Theilkreise des anderen. Befindet sich der Theilkreis ACA außerhalb des Theilkreises KL, wie in I., so besteht die Zahncurve $B_1 D_1$ oder BD in einer Epicycloide, befindet er sich aber innerhalb KL, wie in II., so bildet $B_1 D_1$ oder BD eine Hypocycloide (s. Ingenieur, S. 244 u. s. w.). Der Theorie dieser Curven zu Folge geht die Normale $B_1 D$ zum Bogen $B_1 D_1$ stets durch den Punkt A (D), es entsprechen daher auch diese Formen der Forderung des letzten Paragraphen.

Fig. 152.



2) Werden die Zähne des Getriebrades ACA, Fig. 153, von radialen Linien AB, $A_1 B_1$ u. s. w. gebildet, so sind die Zähne DE, $D_1 E_1$ u. s. w.

Zahnform. des Treibrades MDD_1 nach Epi- oder Hypocycloiden zu formen, die entstehen, wenn man einen Kreis AE_1C, dessen Durchmesser dem Halbmesser CA des Theilkreises vom Getriebe gleich ist, auf dem Theilkreise KL des Treibrades fortwälzt, denn es ist in diesem Falle der Bogen DE_1 des Erzeugungskreises gleich den Bögen DD_1 und AA_1 der Theilkreise, es sind also die gleichzeitigen Wege in beiden Theilkreisen gleich groß. Da die Normale E_1A im Berührungspunkte E_1 stets durch den Berührungspunkt $A(D)$ der Theilkreise geht, so sind auch schon aus diesem Grunde die angegebenen Zahnformen die angemessenen.

Während bei der Construction in Fig. 152 der Berührungspunkt A im Theilkreise fortgeht, rückt er hier in dem Erzeugungskreise AC fort.

Bei den eben besprochenen Anordnungen fängt der Angriff in der Centrallinie CM an, und endigt sich bei $B_1(E_1)$; will man aber KML durch ACA in Umtrieb setzen, so beginnt der Angriff in $B_1(E_1)$ und endigt sich bei $A(D)$ in der Centrallinie.

Fig 153.

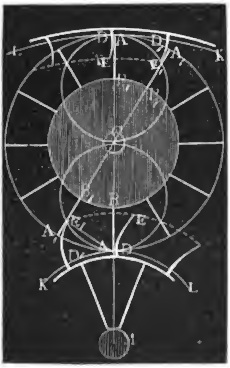
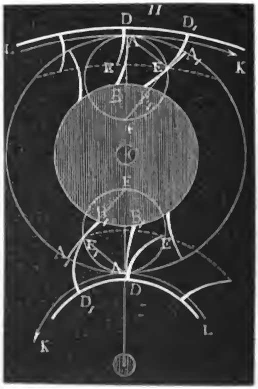


Fig. 154.



§. 61. Man kann auch die Zähne beider Räder nach krummen Linien formen.

1) Wälzt man einen beliebigen Erzeugungskreis AE_1F, Fig. 154, I. und II., auf den Theilkreisen beider Räder, so beschreibt ein Punkt E_1 desselben in I. einen Hypocycloidenbogen E_1A_1 und einen Epicycloidenbogen E_1D_1 und in II. zwei Hypocycloidenbögen E_1A_1 und E_1D_1, nach welchen man die Zähne beider Räder gestalten kann, denn es ist hierbei der Bogen AA_1 gleich dem Bogen DD_1, und auch E_1A oder E_1D die

gemeinschaftliche Normale so wie $E_1 F$ die gemeinschaftliche Tangente zu beiden Curven. Diese Construction schließt auch die vorigen beiden in sich ein. Nimmt man den Erzeugungskreis AF gleich dem Theilkreise des einen Rades, so geht der Bogen $E_1 A_1$ in einen bloßen Punkt über, und nimmt man ihn halb so hoch als den Theilkreis, läßt also F mit C zusammenfallen, so geht der Hypocycloidenbogen $E_1 A_1$ in eine gerade Linie über. Es ist übrigens leicht zu erachten, daß der Berührungspunkt zwischen beiden Zähnen in dem Bogen AE_1 des Erzeugungskreises fortgeht. Zahnform.

2) Legt man durch den Berührungspunkt $A(D)$, Figur 155 und 156 der Theilkreise in willkürlicher Richtung eine Gerade, und fällt man auf diese die Perpendikel CN und MO von den Drehungsaxen C und M aus,

Fig. 155.

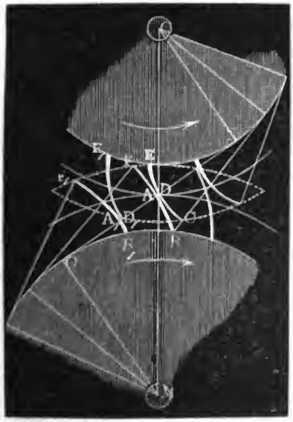
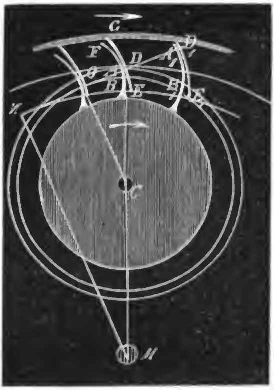


Fig. 156.



so erhält man in diesen die Halbmesser zweier Kreise OB und NE, deren Evolventen (s. Ingenieur, Seite 246) ebenfalls als Zahnformen beider Räder dienen können. Das Stück OA der Grundlinie NO liefert beim Aufwickeln auf OB den Bogen AB, und das Stück ND beim Aufwickeln auf NE, den Bogen DE; beide Bögen haben in dem gemeinschaftlichen Berührungspunkte $A(D)$, ON zur Normale. Ebenso beschreibt beim Aufwickeln des Stückes OA_1 der Endpunkt A_1 einen Evolventenbogen $A_1 B_1$ und beim Aufwickeln des Stückes ND_1 auf NE_1 den Bogen $D_1 E_1$ und es ist NO abermals die gemeinschaftliche Normale des Berührungspunktes $A_1(D_1)$. Nun ist aber $A_1 B_1$ so wie AB ein Theil von einem größeren Evolventenbogen $B_1 F_1 = BF_1$, und ebenso DE nur ein Theil

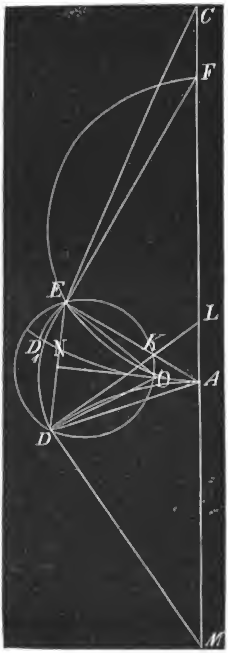
Zahnform. von dem größeren Evolventenbogen $EG = E_1 D_1$; daher berühren sich auch zwei Evolventenbögen $B_1 F_1$ und $D_1 E_1$ in allen ihren Stellungen während der Umdrehung um M und C so, daß der gemeinschaftliche Berührungspunkt in der Geraden ON bleibt und diese Linie stets eine Normale zu beiden Curven bildet. Geht diese Linie durch den Berührungspunkt der beiden Theilkreise, so sind nach §. 58 die Bögen $B_1 F_1$ und $D_1 E_1$ passende Zahnformen, was jedoch auch aus der Gleichheit:

$$BB_1 = AA_1 = DD_1 = EE_1$$

der gleichzeitigen Wege gefolgert werden kann.

Kreisförmige Zähne. §. 62. Da man es bei den Zahnformen nur mit sehr kurzen Epicycloidenbögen u. s. w. zu thun hat, so kann man auch dieselben durch Kreisbögen ersetzen, ohne bedeutende Abweichungen im Gange des Räderwerkes zu erhalten. Im Folgenden soll nun gezeigt werden, wie die passenden Halbmesser dieser Kreisbögen zu finden sind.

Fig. 157.



Es seien AD und AD_1 die Theilbögen, so wie M und C, Fig. 157, die Axen eines Räderwerkes; ferner AEF ein beliebiger Erzeugungskreis, welcher durch Wälzen auf AD die Zahnform ED des einen Rades AMD_1 und durch Wälzen auf AD_1 die Zahnform ED_1 des Rades ACD_1 giebt. Der Entstehungsweise einer Epicycloide zufolge sind MD und FE Tangenten und folglich die Perpendikel DL und EA Normalen in den Endpunkten D und E des Bogens DE. Wäre nun der Durchschnittspunkt K beider Normalen von D und E gleich entfernt, so würde sich ein aus K durch D und E beschriebener Kreisbogen sehr genau an den Epicycloidenbogen anschließen; da dies aber nicht der Fall ist, so bleibt nur noch übrig, einen Kreisbogen anzugeben, dessen Richtungen in den beiden Endpunkten D und E von dem Epicycloidenbogen gleichviel abweicht. Legen wir durch D, E und K einen Kreis und errichten wir in der Mitte N von DE auf DE ein Perpendikel, so schnei-

det dieses jenen Kreis in einem Punkte O, aus dem der gesuchte Kreis- bogen DE zu beschreiben ist, denn da die Peripheriewinkel KDO und KEO einander gleich sind, so weichen auch die Halbmesser OD und OE von den Normalen KD und KE, und folglich auch die Kreisbogenenden von den Epicycloidenenden um gleichviel von einander ab. Kreisförmige Zähne.

Der Halbmesser $OD = OE = a_1$ dieses Kreisbogens bestimmt sich aus der Sehne $DE = d$ und aus dem Centriwinkel $DKE = DOE = \alpha$ mittels der bekannten Formel $a_1 = \frac{d}{2\,sin.\,\frac{\alpha}{2}}$, und es kommt daher nur noch darauf an, Ausdrücke für d und α zu finden.

Auf gleiche Weise läßt sich auch der Halbmesser eines Kreisbogens angeben, welcher den Epicycloidenbogen ED_1 ersetzt.

§. 63. Setzen wir den Theilkreishalbmesser $MA = r_1$, den Halbmesser $\frac{1}{2}AF$ des Erzeugungskreises $= r$, ferner den Theilwinkel $AMD = \beta_1$ und den entsprechenden Winkel AFE des Erzeugungskreises $= \beta$, so haben wir die Sehnen $AD = 2\,r_1\,sin.\frac{\beta_1}{2}$ und $AE = 2\,r\,sin.\,\beta$, wofür annähernd $AD = AE = r_1\beta_1 = 2\,r\beta$ zu setzen ist.

Ferner haben wir den Winkel $DAE = 180^0 - DAM - EAF$ $= 180^0 - (90^0 - \frac{1}{2}\beta_1) - (90^0 - \beta) = \frac{1}{2}\beta_1 + \beta$, und es läßt sich folglich die Sehne

$$DE = d = 2\,DA\,sin.\frac{DAE}{2} = r_1\beta_1\left(\frac{1}{2}\beta_1 + \beta\right)$$

$$= r_1\beta_1^2\left(\frac{1}{2} + \frac{\beta}{\beta_1}\right) = \frac{(r + r_1)\,r}{2\,r}\,\beta_1^2 \text{ setzen.}$$

Ferner ist der Winkel $DOE = DKE = 180^0 - DLM - EAF$ $= 180^0 - (90^0 - \beta_1) - (90^0 - \beta) = \beta_1 + \beta$, und daher der gesuchte Halbmesser $DO = EO = \frac{DN}{sin.\,DON} = \frac{\frac{1}{2}d}{sin.\,\frac{1}{2}(\beta + \beta_1)}$,

wofür annähernd $= \frac{d}{\beta + \beta_1} = \frac{(r + r_1)\,r_1\,\beta_1^2}{2\,r\,(\beta + \beta_1)} = \frac{(r + r_1\,\beta_1}{2\,r\left(1 + \frac{r_1}{2\,r}\right)}$,

d. i. $a_1 = \frac{(r_1 + r)\,r_1\,\beta_1}{r_1 + 2\,r}$, oder, da $r_1\beta_1$ die Theilung $AD = s$ ist,

$$a_1 = \left(\frac{r_1 + r}{r_1 + 2\,r}\right)s \text{ gesetzt werden kann.}$$

Um endlich den Halbmesser a_2 für den Bogen D_1E zu finden, haben wir in der letzten Formel statt r_1 den Halbmesser $CA = r_2$ des zweiten Theilkreises und den Halbmesser r des Hilfskreises negativ einzusetzen, weshalb folgt $a_2 = \left(\frac{r_2 - r}{r_2 - 2\,r}\right)s$.

Kreisförmige Zähne.

Machen wir $r = \frac{1}{2} r_2$, so erhalten wir $a_1 = \left(\frac{2 r_1 + r_2}{r_1 + r_2}\right)\frac{s}{2}$, oder da $\frac{r_1}{r_2}$ das Umsetzungsverhältniß ψ ist, $a_1 = \frac{2\psi + 1}{\psi + 1} \cdot \frac{s}{2}$, und

$$a_2 = \infty.$$

Setzen wir hingegen $r = r_2$, so erhalten wir die Krümmungshalbmesser $a_1 = \left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 + 2 r_2}\right) s = \left(\frac{\psi + 1}{\psi + 2}\right) s$ und

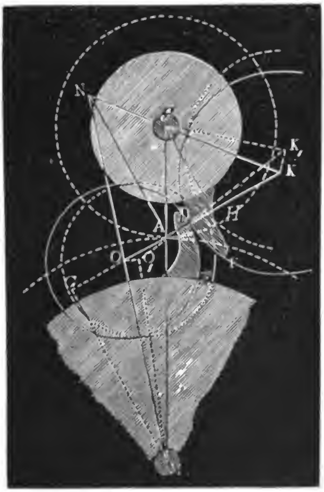
$$a_2 = 0 \, . \, s = 0.$$

In beiden Fällen hat man es mit den in §. 60 abgehandelten und in den Figuren 152 und 153 dargestellten epicycloidischen Zahnconstructionen zu thun. Geht das eine Rad in eine gezahnte Stange über, so hat man $r_1 = \infty$, und daher den Krümmungshalbmesser seiner Zähne $a_1 = s$ zu nehmen.

Willis' Zahnformen.

§. 64. Folgende Betrachtungsweise führt uns noch auf eine andere, zuerst von **Willis** (s. dessen Principles of Mechanism) angegebene Zahnconstruction. Die Berührungslinie KO zweier kreisförmigen Zähne geht nicht allein durch die Mittelpunkte K und O der Kreisbögen DE und DF, Figur 158, wonach diese Zähne geformt sind, sondern ist auch während des Eingreifens oder Fortrückens dieses Zähnepaares immer von derselben Größe, nämlich gleich der Summe der beiden Krümmungshalbmesser OD und KD. Nun bewegt sich aber O in einem Kreisbogen OO_1 um M und K in einem Kreisbogen KK_1 um C, es ist daher nach I. §. 96 anzunehmen, daß sich OK in einem kleinen Bogen um den Punkt N drehe, in welchem sich die Geraden MO und KC durch die Drehaxen M und C schneiden. Da aber auch OK in allen Stellungen durch den Punkt A

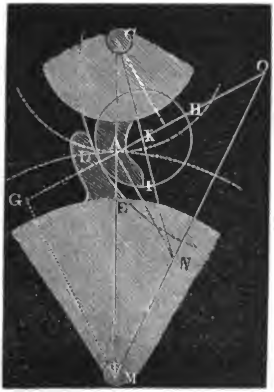
Fig. 158.



gehen soll, in welchem sich die Theilkreise beider Räder berühren (s. III. §. 58), so darf die Bewegung des Punktes A der Linie OK nur in der Richtung dieser Linie vor sich gehen; es muß also OK Tangente von dem kleinen Bogen sein, welchen A beschreibt, während O den Bogen OO_1 und K den Bogen KK_1 durchläuft, und daher das Centrum N auch in der Normale liegen, welche sich in A auf OK errichten läßt. Willis' Zahnformen.

Umgekehrt findet man daher auch die Mittelpunkte O und K der Kreisbögen DE und DF für die Zähne, wenn man durch A eine willkürliche Linie GH zieht, auf dieser in A ein willkürliches Perpendikel AN errichtet, und von dem Endpunkte N desselben nach den Drehaxen M und C der Räder gerade Linien NM und NC zieht; die Durchschnittspunkte O und K dieser Linien mit GH sind die gesuchten Mittelpunkte der Zahnkreise, und theilt man nun noch OK beliebig in D, so erhält man in OD und KD die fraglichen Krümmungshalbmesser.

Fig. 159.



Legt man das Perpendikel AN, Fig. 159, auf die andere Seite von GH, so fallen die Mittelpunkte O und K auf eine Seite von A und es ist dann der eine Zahnbogen DE concav.

§. 65. Die Krümmungsmittelpunkte O und K, Fig. 158, bestimmen sich mittels der Rechnung auf folgende Weise. Setzen wir den Winkel $CAK = MAO$, um welchen die mittlere Drucklinie von der Centrallinie MC abweichen soll, $= \Theta$ und die Normale $AN = k$, die Abstände AO und AK der Krümmungsmittelpunkte O und K von dem Berührungspunkte A der Theilkreise $= x_1$ und x_2, und behalten wir die Bezeichnung der Theilkreishalbmesser MA und CA durch r_1 und r_2 aus dem Früheren bei. Es sind dann die Perpendikel von M und C auf GH:

$$MG = r_1 \sin.\Theta \text{ und } CH = r_2 \sin.\Theta,$$

und die Abschnitte derselben auf GH von A aus,

$$AG = r_1 \cos.\Theta \text{ und } AH = r_2 \cos.\Theta.$$

Hieraus folgt nun $GO = GA - OA = r_1 \cos.\Theta - x_1$ und

$$HK = AK - AH = x_2 - r_2 \cos.\Theta.$$

Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ONA und OMG ergiebt sich die Pro-

Willis' Zahnformen. portion $\frac{AO}{AN} = \frac{GO}{GM}$, d. i. $\frac{x_1}{k} = \frac{r_1 \cos.\Theta - x_1}{r_1 \sin.\Theta}$,

und es folgt hieraus $x_1 = \frac{k r_1 \cos.\Theta}{k + r_1 \sin.\Theta}$,

und auf gleiche Weise folgt aus der Proportion

$$\frac{AK}{AN} = \frac{HK}{CH},\ \text{d. i.}\ \frac{x_2}{k} = \frac{x_2 - r_1 \cos.\Theta}{r_2 \sin.\Theta},\ \text{oder}$$

$$x_2 = \frac{k r_2 \cos.\Theta}{k - r^2 \sin.\Theta}.$$

Für den Fall in Fig. 159, wo eine Zahnfläche DE concav ist, hat man $OA = x_1 = \frac{k r_1 \cos.\Theta}{r_1 \sin.\Theta - k}$ und $KA = x_2 = \frac{k r_2 \cos.\Theta}{r_2 \sin.\Theta + k}$. Nimmt man $k = r_1 \sin.\Theta$, so fällt x_1 unendlich groß aus, und es geht der Kreisbogen DE in eine gerade Linie über. Nimmt man für alle Räder k und Θ gleich groß an, so erhält man nach der letzten Formel den Radhalbmesser, bei welchem die Zahnfläche DE eben ausfällt, $r = \frac{k}{\sin.\Theta}$ und die Halbmesser für Räder mit concaver Zahnfläche DE stets größer als $r = \frac{k}{\sin.\Theta}$. Setzen wir den Minimalwerth $r = \frac{k}{\sin.\Theta}$ in die letzten Formeln für x_1 und x_2, so erhalten wir

$$x_1 = \frac{r r_1 \cos.\Theta}{r_1 - r} \text{ und } x_2 = \frac{r r_2 \cos.\Theta}{r_2 + r}.$$

Nun hat man aber bei der Theilung s, für die Zähnezahlen n, n_1 und n_2 bei Rädern mit den Halbmessern r, r_1 und r_2

$$n = \frac{2\pi r}{s},\ n_1 = \frac{2\pi r_1}{s} \text{ und } n_2 = \frac{2\pi r_2}{s},$$

daher folgt

$$x_1 = \frac{n n_1}{n_1 - n} \cdot \frac{s}{2\pi} \cos.\Theta \text{ und } x_2 = \frac{n n_2}{n_2 + n} \cdot \frac{s}{2\pi} \cos.\Theta,$$

oder, wenn man mit Willis $\Theta = 75$ Grad und die kleinste Zähnezahl $n = 12$ annimmt,

$$x_1 = \frac{12 \cos.75^0}{2\pi} \cdot \frac{n_1 s}{n_1 - 12} = 0{,}4943 \frac{n_1 s}{n_1 - 12} \text{ und}$$

$$x_2 = \frac{12 \cos.75^0}{2\pi} \cdot \frac{n_2 s}{n_2 + 12} = 0{,}4943 \frac{n_2 s}{n_2 + 12}.$$

Odontographe. §. 66. Zur Construction der Zahncurven kann man sich besonderer Apparate, die man Odontographe nennt, bedienen. Bei Anwendung von Kreisbögen reicht hierzu der Zirkel aus, jedoch kann man sich zur Aus-

mittelung der Mittelpunkte K und O nach Willis eines in Fig. 160 abgebildeten Winkelhakens STR bedienen, den man mit dem einen Schenkel AR an die Centrallinie CM so anlegt, daß der Nullpunkt (o) des anderen Schenkels ST an den Berührungspunkt A der Theilkreise zu liegen kommt. Die nach den letzten Formeln zu berechnenden Abscissen (x_1 und x_2) der Mittelpunkte der Zahnbögen werden nun auf der Eintheilung des Schenkels abgelesen. Odontographe

Fig. 160.

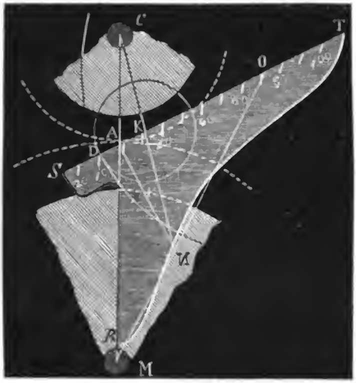
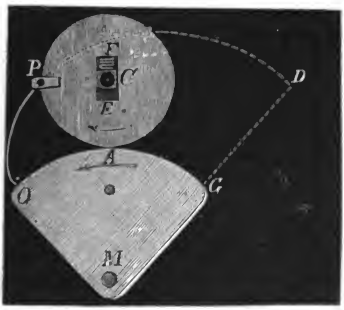


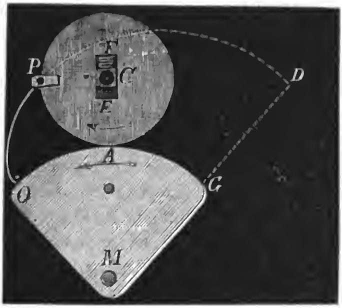
Fig. 161.



Ueber die geometrische Construction der Epicycloiden, Evolventen u. s. w. wird im »Ingenieur«, Seite 243 bis 246, das Nöthige gesagt, hier möge aber noch die mechanische Construction dieser Zahncurven durch Odontographe abgehandelt werden. Den Apparat zur Construction einer Epicycloide OPD zeigt F. 161; AM ist eine um die Axe M drehbare, nach einem Bogen OAG des Grundkreises abgerundete, und ACP eine andere um C drehbare und den Erzeugungskreis vorstellende Scheibe. Damit beim Umdrehen der einen Scheibe auch die andere mit umlaufe, wird das Lager EF der Achse C durch eine Spiralfeder in der Richtung CM und dadurch auch diese Scheibe gegen die andere gedrückt; die Reibung, welche hieraus zwischen den Radumfängen entsteht, macht nun, daß das eine Rad dem andern mit gleicher Umfangsgeschwindigkeit folgt. Beide Scheiben liegen auf einer ebenen Tafel, auf welcher die Axe M festsitzt, und

Odontographe. in welcher ein Spalt zur Aufnahme der Feder F und des Zapfenlagers EF ausgenommen ist. Um einen Epicycloidenbogen zu beschreiben, wird an der untern Fläche von OMG ein Blatt Papier angeklebt, und an dem Umfange von ACP ein Stift P befestigt; dreht man nun die erste Scheibe mit dem Blatte um M, so zeichnet P auf dieses den Epicycloidenbogen OP, der sich durch weiteres Umdrehen bis auf eine halbe Epicycloide OPD ausdehnen läßt.

Fig. 162.



Hypocycloiden lassen sich auf gleiche Weise mittels eines in Fig. 163 abgebildeten Apparates construiren. Dreht man den Sector OG um seine Axe M herum, so zeichnet der Stift P am Umfange der Scheibe APC auf das Blatt, welches mit OG umläuft, die Hypocycloide OPD, die auch durch Umwälzen des Kreises AP auf der inneren Seite des Bogens OG beschrieben werden würde.

Fig. 164.



Fig. 163.



Läßt man den inneren Umfang eines Kreisbogens PQ, Fig. 164, auf dem Umfange eines kleineren Kreises AO wälzen, befestigt man also bei diesem Apparate das Blatt Papier auf der Scheibe AOC und den Stift P auf dem Umfange des Bogens PAQ, so beschreibt P eine andere Hypocycloide OPD, welche den Spirallinien beizuzählen ist. Odontographe.

Fig. 165.

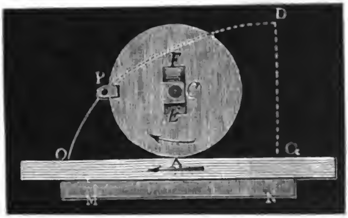
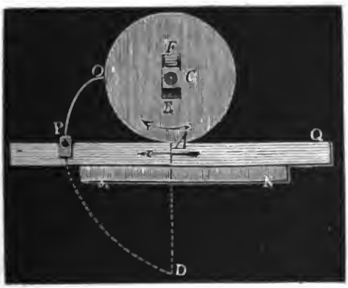


Fig. 166.

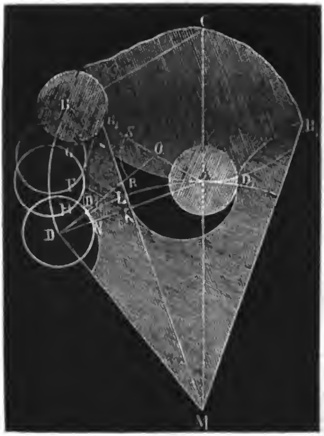


Ersetzt man den einen Bogen oder die eine Scheibe durch eine gerade Linie oder Lineal OG, Fig. 165, oder PQ, Fig. 166, und schiebt man dasselbe in der Führung MN tangential an dem Umfange einer ebenfalls durch eine Feder FE angedrückten Scheibe AC hin, so erhält man eine Cycloide OPD, wenn, wie in Fig. 165, das Blatt Papier auf dem Lineale und der Stift P auf der Scheibe festsitzt, und dagegen eine Kreisevolvente wie OPD in Fig. 166, wenn das Blatt Papier von der Scheibe ACO und der Stift P vom Lineale PQ getragen wird.

§. 67. Es ist nun zu zeigen, wie die im Vorstehenden mitgetheilten Regeln über die besten Zahnformen auf die Zahnconstructionen wirklich angewendet werden. Um zunächst die erste der in §. 60 mitgetheilten Regeln praktisch anzuwenden, können wir die Zähne $A, B\ldots$ des einen Rades, welche wir uns dort als Punkte oder als parallel zur Umdrehungsaxe laufende gerade Linien gedacht haben, durch einen Cylinder oder sogenannten Triebstock ersetzt denken, dessen Axe mit dieser Linie zusammenfällt. In diesem Falle befindet sich der Berührungspunkt nicht mehr in der Linie oder in der Mitte B, Fig. 167 (auf folgd. Seite), des Triebstockes, sondern er steht stets um die halbe Dicke $BB_1 = DD_1$ desselben davon ab, und es muß daher auch die Vorderfläche des Zahnes nach einer krummen Linie Drehlinge.

Drehlinge. geformt werden, die von dem Epicycloidenbogen BD an allen Stellen um $BB_1 = DD_1$ absteht. Man findet diese Curve $B_1 D_1$, die man auch eine **Parallele** oder **Aequidistante** zur gegebenen nennt, wenn man mit dem gegebenen Abstande $BB_1 = DD_1$ als Halbmesser, aus der letzteren viele Kreisbögen, wie EF, GH u. s. w. beschreibt, und einen Zug führt, welcher alle diese Bögen berührt.

Fig. 167.



Wird der Drehling ABC von dem Zahnrade AMD in Bewegung gesetzt, so erfolgt der Eingriff, wenn die Axe A des Triebstockes in der Centrallinie CM der beiden Räder steht, und es tritt das Ausstreichen ein, wenn sich die Triebstockaxe um die Theilung $AB = s$ von der Centrallinie entfernt hat. Setzt dagegen der Drehling das Zahnrad in Umdrehung, so tritt das umgekehrte Verhältniß ein, es beginnt der Eingriff in B_1 und hört derselbe in D_1 auf. In beiden Fällen ist immer nur ein Zahn mit einem Triebstocke in Eingriff; nimmt man aber $AB = AD$ größer als die Theilung oder verlängert man den Zahnbogen $D_1 B_1$ noch etwas über B_1 hinaus, so kommen zum Theil zwei Zähne mit zwei Triebstöcken in Eingriff. Da beide Räder in A einerlei Bewegungsrichtung haben, so ist jedenfalls der Eingriff daselbst ein vollkommener und weniger leicht mit Stößen verbunden als der in B_1 außerhalb der Centrallinie. Sind überdies die Zähne von Holz, so würde sich im letztern Falle bei der Bewegung des Triebstockes gegen den Spahn der Zähne eine größere Reibung und ein stärkeres A.führen der Zähne herausstellen. Deshalb läßt man denn auch immer nur den Drehling (mit Triebstöcken) von dem Zahnrade in Umdrehung setzen. Vollständige Constructionen von Räderwerken mit Drehlingen führen die Figuren 168 und 169 vor Augen. In Figur 168 ist sowohl der Fall abgebildet, wo der Drehling ACB ein Rad von außen, als auch der, wo er ein Rad von innen berührt. Im ersten Falle hat man es bekanntlich mit einer Epi- und im zweiten mit einer Hypocycloide DBE zu thun. Figur 169

Drehlinge.

Fig. 168.

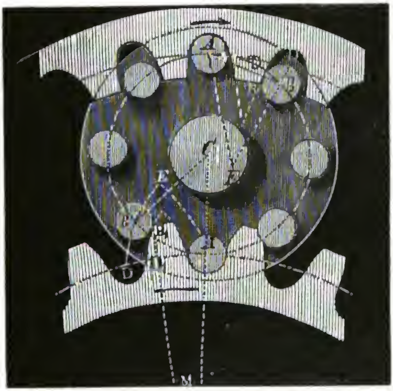


Fig. 169.

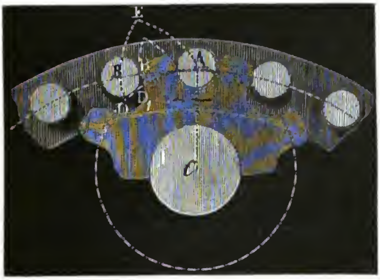
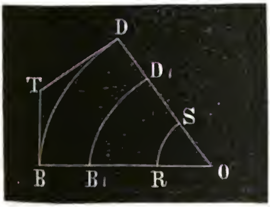


Fig. 170

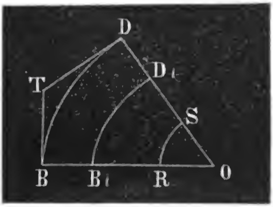


zeigt den Fall, wo der Drehling oder das Rad mit Triebstöcken *A*, *B* ... ein kleineres Zahnrad *ACD* von innen ergreift.

Anmerkung. Die Aequidistante B_1D_1, Fig. 170, zu einer Curve *BD* steht in folgenden merkwürdigen Beziehungen zu *BD*. Erstens läuft sie an allen Stellen, wie B_1, D_1 u. s. w., welche um gleichviel von *BD* abstehen, mit den entsprechenden Stellen *B*, *D* u. s. w. von *BD* parallel; es ist also die Berührungslinie in B_1 parallel der in

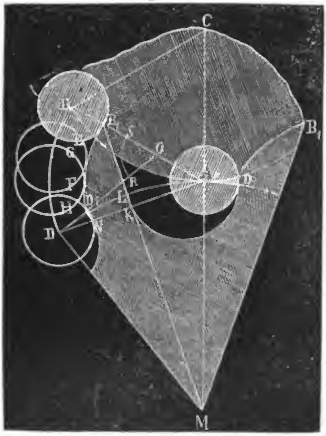
Drehlinge.

Fig. 171.



B, die in D_1 parallel der in D u. s. w. Zweitens ist die Länge des Bogens $B_1 D_1$ der Aequidistante um einen Kreisbogen RS kleiner oder größer als der entsprechende Bogen der gegebenen Curve, der zum Halbmesser $OR = OS$ den Abstand $BB_1 = DD_1$ zwischen beiden Curven und zum Centriwinkel den Winkel BOD zwischen den beiden Normalen BO und DO hat.

Fig. 172.



§. 68. Die Dimensionen der Zähne eines Drehlingräderwerkes berechnen sich auf folgende Weise. Es seien r_1 und r_2 die Theilkreishalbmesser MA und CA, Figur 172, beider Räder, ferner seien β_1 und β_2 die entsprechenden Theilwinkel AMD und ACB, und endlich sei b_1 die Dicke eines Zahnes und b_2 die eines Triebstockes, und zwar jede nahe der halben Theilung

$$\frac{s}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{AD}{2}.$$

Die Sehne oder gerade Theilung

$$AD = s_1 \text{ ist hiernach } = 2\, AM \sin. AMD = 2 r_1 \sin. \frac{\beta_1}{2}, \text{ und}$$

$$AB = s_2 = 2\, AC \sin. ACB = 2 r_2 \sin. \frac{\beta_2}{2}.$$

Ferner ist in dem rechtwinkeligen Dreiecke AB_1K die Hypotenuse

$$AB_1 = AB - BB_1 = 2 r_2 \sin. \frac{\beta_2}{2} - \tfrac{1}{2} b_2$$

und der Winkel $B_1AK = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$, daher die Kathete, oder die Hervorragung des Zahnes über der Sehne AD:

$$B_1K = AB_1 \sin. B_1AK = \left(2 r_2 \sin. \frac{\beta_2}{2} - \tfrac{1}{2} b_2\right) \sin. \left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}\right).$$

Zieht man hiervon die Bogenhöhe Triebkuge.

$$KL = r_1\left(1 - cos.\frac{\beta_1}{2}\right) = 2\,r_1\left(sin.\frac{\beta_1}{4}\right)^2$$

ab, so folgt die Höhe des Zahnobertheiles

$$B_1L = h = KB_1 - KL$$

$$= \left(2\,r_2 sin.\frac{\beta_2}{2} - {}^1\!/_2\, b_2\right) sin.\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\right) - 2\,r_1\left(sin.\frac{\beta_1}{4}\right)^2.$$

Setzt man nun annähernd $2\,r_2 sin.\frac{\beta_2}{2} = s$, ${}^1\!/_2\, b_2 = \frac{s}{4}$,

$$sin.\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\right) = \frac{\beta_1+\beta_2}{2} = {}^1\!/_2\left(\frac{s}{r_1} + \frac{s}{r_2}\right) \text{ und}$$

$$sin.\left(\frac{\beta_1}{4}\right)^2 = \frac{\beta_1^2}{16} = {}^1\!/_{16}\left(\frac{s}{r_1}\right)^2,$$

so erhält man sehr einfach

$$h = {}^3\!/_8\, s^2\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) - {}^1\!/_8\,\frac{s^2}{r_1} = \left(\frac{2}{r_1} + \frac{3}{r_2}\right)\frac{s^2}{8},$$

oder durch Einführung der Zähnezahlen $n_1 = \frac{2\pi r_1}{s}$, und $n_2 = \frac{2\pi r_2}{s}$,

$$h = \left(\frac{2}{n_1} + \frac{3}{n_2}\right)\frac{\pi s}{4}.$$

Die Zahndicke ist, wenn man symmetrische Zähne anwendet, also an das Zahnvordertheil B_1KN noch ein congruentes Hintertheil ansetzt, b_1, mindestens $= 2NK = 2(AD - DN - AK)$, d. i.

$$b_1 = 2\left[2\,r_1 sin.\frac{\beta_1}{2} - \frac{b_2}{2} - \left(2\,r_2 sin.\frac{\beta_2}{2} - {}^1\!/_2\, b_2\right) cos.\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\right)\right],$$

annähernd, da sich $sin.\frac{\beta_1}{2} = \frac{\beta_1}{2} - \frac{\beta_1^3}{48}$, $sin.\frac{\beta_2}{2} = \frac{\beta_2}{2} - \frac{\beta_2^3}{48}$ und $cos.\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\right) = 1 - \frac{(\beta_1+\beta_2)^2}{8}$ setzen läßt, und $r_1\beta_1 = r_2\beta_2 = s$ ist,

$$b_1 = 2\left[r_1\beta_1 - \frac{r_1\beta_1^3}{24} - \frac{b_2}{2} - \left(r_2\beta_2 - \frac{r_2\beta_2^3}{24} - \frac{b_2}{2}\right)\left(1 - \frac{(\beta_1+\beta_2)^2}{8}\right)\right]$$

$$= 2\left[-\frac{r_1\beta_1^3}{24} + \frac{r_2\beta_2^3}{24} + \left(r_2\beta_2 - \frac{b_2}{2}\right)\frac{(\beta_1+\beta_2)^2}{8}\right],$$

oder, da sich $b_2 = \frac{s}{2}$ setzen läßt,

$$b_1 = \frac{s}{4}\left(-\frac{\beta_1^2}{3} + \frac{\beta_2^2}{3} + {}^3\!/_4(\beta_1+\beta_2)^2\right) = (5\beta_1^2 + 18\beta_1\beta_2 + 13\beta_2^2)\frac{s}{48}.$$

Führt man endlich $\beta_1 = \frac{2\pi}{n_1}$ und $\beta_2 = \frac{2\pi}{n_2}$ ein, so erhält man

$$b_1 = \left(\frac{5}{n_1^2} + \frac{18}{n_1 n_2} + \frac{13}{n_2^2}\right)\frac{\pi^2 s}{12}.$$

Drehlinge. Nun darf aber b_1 höchstens $= \frac{s}{2}$ sein, daher folgt die Bedingung für die kleinsten Zähnezahlen: $\frac{5}{n_1^2} + \frac{18}{n_1 n_2} + \frac{13}{n_2^2} = \frac{12}{2 \, . \, \pi^2} = 0{,}608.$

Für $n_1 = n_2$ erhält man hiernach $\frac{36}{n_1^2} = 0{,}608$, und

$$n_1 = n_2 = \sqrt{\frac{36}{0{,}608}} = 7{,}7, \text{ d. i. mindestens } 8.$$

Für $n_1 = \infty$, also für einen Drehling mit Zahnstange, erhält man aber

$$n_2 = \sqrt{\frac{13}{0{,}608}} = 4{,}6, \text{ also wenigstens } = 5,$$

für $n_2 = \infty$, also für eine Stange mit Triebstöcken, stellt sich endlich

$$n_1 = \sqrt{\frac{5}{0{,}608}} = 2{,}9, \text{ also mindestens } = 3 \text{ heraus.}$$

Bei Anwendung eines Rades mit innerer Verzahnung geht $\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$ in $\frac{\beta_2 - \beta_1}{2}$ über, weshalb $h = \left(\frac{3}{n_2} - \frac{2}{n_1}\right)\frac{\pi s}{4}$ und

$$b_1 = \left(\frac{5}{n_1^2} - \frac{18}{n_1 n_2} + \frac{13}{n_2^2}\right)\frac{\pi^2 s}{12} \text{ ausfällt,}$$

und die obige Bedingung für die kleinsten Zähnezahlen in folgende übergeht,

$$\frac{5}{n_1^2} - \frac{18}{n_1 n_2} + \frac{13}{n_2^2} = 0{,}608.$$

Für $n_1 = 2 n_2$ folgt z. B. hiernach $\frac{21}{n_1^2} = 0{,}608$, daher ist

$$n_1 = \sqrt{\frac{21}{0{,}608}} = 5{,}9, \text{ also die kleinste Anzahl der Triebstöcke } n = 6.$$

Kumpfe. §. 69. Die Anwendung der zweiten Constructionsregel läßt sich unmittelbar in der Praxis so anwenden, wie in Fig. 173 zu ersehen ist. Die Zahnflächen des einen Rades, und zwar des kleineren, welches man auch, namentlich wenn es aus einem einzigen Stücke besteht, einen **Kumpf** nennt, sind hier radial, wie z. B. AB; die des anderen wird dagegen von einem Epicycloidenbogen DE gebildet, der entsteht, wenn sich der Kreis ACE, dessen Durchmesser dem Theilkreishalbmesser des Kumpfes gleich ist, auf dem Theilkreise des an-

Fig. 173.



deren Rades wälzt. Aus schon oben angegebenen Gründen ist es zweckmäßiger, wenn der Kumpf von dem Rade mit Epicycloidenzähnen getrieben wird, und nicht umgekehrt; wenn der Angriff in A, d. i. in der Centrallinie CM erfolgt, und daher ein Zahn des letzteren Rades einen Zahn des ersten Rades von A nach G schiebt, während er selbst von A nach D geht. Macht man $AD = AE =$ der Theilung s, so ist natürlich immer nur ein Zähnepaar im Eingriff, nimmt man aber $AD = AE$ größer als s, so arbeiten auch mehrere Zähnepaare auf ein Mal. Kumpfe.

Behalten wir die Bezeichnungen des vorigen Paragraphen bei, setzen wir z. B. $CA = r_2$ und $\angle\, ACE = \beta_2$, so erhalten wir die Höhe des Zahnobertheiles vom Kumpfe:

$$EG = h_2 = CG - CE = r_2 - r_2 \cos.\beta_2 = r_2(1 - \cos.\beta_2),$$
$$= 2 r_2 \left(\sin.\frac{\beta_2}{2}\right)^2, \text{ und annähernd} = \tfrac{1}{2} r_2 \beta_2^2 = \frac{\pi s}{n_2};$$

dagegen folgt die Höhe eines Zahnes vom Rade AMD:

$$EF = h_1 = ME - MF = \sqrt{\overline{MA}^2 + \overline{AE}^2 - 2 MA . AE \cos. MAE} - MA$$
$$= \sqrt{r_1^2 + r_2^2 (\sin.\beta_2)^2 + 2 r_1 r_2 (\sin.\beta_2)^2} - r_1$$
$$= \sqrt{r_1^2 + r_2 (r_2 + 2 r_1)(\sin.\beta_2)^2} - r_1,$$

annähernd

$$= \frac{r_2 (r_2 + 2 r_1)}{2 r_1} (\sin.\beta_2)^2 = \frac{(2 r_1 + r_2) r_2 \beta_2^2}{2 r_1} = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{2}{n_2}\right) \pi s.$$

Die Dicke b_1 eines Zahnes muß mindestens $= 2 DF$ sein; setzen wir sie $= 2 DF = 2 (AD - AF)$, so erhalten wir

$$b_1 = 4 r_1 \sin.\frac{\beta_1}{2} - 2 EA \cos. EAF = 4 r_1 \sin.\frac{\beta_1}{2} - 2 r_2 \sin.\beta_2 \cos.\left(\frac{\beta_1}{2} + \beta_2\right),$$

d. i. annähernd

$$b_1 = 2 r_1 \beta_1 - \frac{r_1 \beta_1^3}{12} - (2 r_2 \beta_2 - \tfrac{1}{3} r_2 \beta_2^3)\left[1 - \tfrac{1}{2}\left(\frac{\beta_1 + 2\beta_2}{2}\right)^2\right]$$
$$= \left(-\frac{\beta_1^2}{12} + \frac{\beta_2^2}{3} + \frac{(\beta_1 + 2\beta_2)^2}{4}\right) s = (\tfrac{1}{6}\beta_1^2 + \beta_1 \beta_2 + \tfrac{4}{3}\beta_2^2) s$$
$$= \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{6}{n_1 n_2} + \frac{8}{n_2^2}\right) \frac{2\pi^2 s}{3}.$$

Setzen wir nun noch $b_1 = \tfrac{1}{2} s$, um mindestens symmetrische Zähne zu erhalten, so folgt die Bedingung

$$\frac{1}{n_1^2} + \frac{6}{n_1 n_2} + \frac{8}{n_2^2} = \frac{3}{4\pi^2} = 0{,}76.$$

Für $n_1 = n_2$ folgt hiernach $\frac{15}{n_1^2} = 0{,}076$, daher $n_1 = \sqrt{\frac{15}{0{,}076}} = 14;$

Kumpfe für $n_1 = \infty$, erhält man aber $n_2 = \sqrt{\dfrac{8}{0,076}} = 10,25$, und

für $n_2 = \infty$, ergiebt sich $n_1 = \sqrt{\dfrac{1}{0,076}} = 3,6$.

Bei einer Zahnstange mit abgerundeten Zähnen ist also die kleinste Zähnezahl des Getriebes = 11, und bei einer Zahnstange mit ebenen Zähnen ist die kleinste Zähnezahl des Getriebes = 4.

Anmerkung. Die Zahnreibung bei diesem Räderwerke ist dieselbe wie die bei Anwendung eines Trillings, und auch dieselbe wie bei den Rädern mit ebenen Zahnflächen, nämlich $F = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \pi \varphi K$ (s. §. 52). Bei einer kleinen Theilung können wir den Reibungsbogen DE seiner Höhe FE gleichsetzen; es ist folglich der relative Reibungsweg, während das Zähnepaar von A nach F rückt,

$\sigma = DE - GE = h_1 - h_2 = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{2}{n_2}\right) \pi s - \frac{\pi s}{n_2} = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \pi s$,

daher bei dem Drucke K, die entsprechende Arbeit der Reibung,

$$L = \sigma \, . \, \varphi K = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \pi \varphi K s,$$

und die Reibung, auf den Theilkreis reducirt,

$$F = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \pi \varphi K.$$

Zusammengesetzte Zahnflächen. §. 70. Wenn der Eingriff der Zahnräder eben so viel vor der Centrallinie beginnen als hinter derselben aufhören soll, so muß man die Zahnfläche eines jeden Rades aus einer epicycloidischen Wölbung und einer ebenen Flanke bestehen lassen. Die Anordnung eines solchen Räderwerkes ist aus Figur 174 zu ersehen. Es sind hier zu den zwei Theilkreisen noch zwei halb so hohe Erzeugungskreise HAF und EAK hinzuzufügen. Trägt man auf diesen von A aus die Theilung s als $AE = AF$ auf und legt man die Bogen $AE = AF$ als $AD = AG$ während auf die Theilkreise auf, so bekommt man die Zahnwölbungen DE und FG, und es sind nun durch Hinzufügung der radiallaufenden Flanken DH und GK die Zahnflächen

Fig. 174.



EDH und FGK leicht zu ergänzen. Um das Räderwerk auch entgegengesetzt laufen lassen zu können, oder um nach Befinden die Zähne, wenn sie von Holz sind, umsetzen zu können, formt man ihre Hinterflächen genau so wie ihre Vorderflächen. Bei der Bewegung vor der Centrallinie rückt der ebene Theil HD des Treibradzahnes an dem gewölbten Theil FG des Getriebradzahnes hin, und bei der Bewegung hinter derselben schiebt sich die Wölbung DE des Treibradzahnes über der ebenen Flanke GH des Getriebradzahnes hin. Zusammengesetzte Zahnflächen.

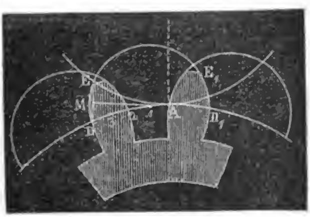
Ist das Getriebe, oder vielmehr das kleinere Rad sehr klein, der Druck K zwischen den Zähnen aber sehr groß, so fallen die Zahnenden oft zu spitz aus, um hinreichenden Widerstand leisten zu können, weshalb man dann den Eingriff von zwei Paar Zähnen aufgeben muß, und $AE = AF$ nur $^3/_4\, s$ oder wohl gar nur $\frac{s}{2}$ macht, in welchem letzteren Falle immer nur ein Zähnepaar arbeitet. Sind umgekehrt beide Räder hoch und ist K klein, so kann man mehr als zwei Paar Zähne zugleich arbeiten lassen und deshalb $AE = AF = {}^3/_2\, s$ nehmen.

Uebrigens kann man aber auch die Epicycloidenbögen DE und GF durch Kreisbögen ersetzen und die Halbmesser derselben nach §. 63 berechnen, oder $= {}^3/_4\, s$ nehmen u. s. w.

Der Vortheil der in diesem Paragraphen abgehandelten Zahnconstruction vor den vorigen (§. 69), liegt besonders darin, daß hier unter übrigens gleichen Umständen stets doppelt so viele Zähnepaare arbeiten als dort, daher auch der Druck zwischen je zwei Zähnen nur halb so groß ist, und deshalb nicht nur ein gleichmäßigerer Gang, sondern auch ein schwächeres Abführen der Zähne erzielt wird.

Selbst dann, wenn man wegen der Kleinheit des einen Rades genöthigt ist, die Zahl der arbeitenden Zähnepaare zu beschränken, oder nach Befinden auf eins herabzuziehen, ist die Anwendung dieser Zahnconstruction von Vortheil, weil durch sie die Abstände der arbeitenden Zähnepaare von der Centrallinie auf das Minimum herabgezogen und dadurch die starken Krümmungen der Zähne und die starken Seitendrücke am Anfang und am Ende des Eingreifens vermieden werden.

Fig. 175.



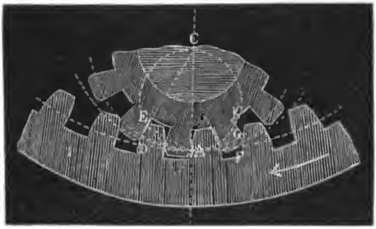
Anmerkung. Den Mittelpunkt (1) Fig. 175, des Kreisbogens, wonach man die Zahnflächen wölbt, findet man meist auch dadurch, daß man in der Mitte M der Sehne DE ein Perpendikel $M1$ errichtet und bis

zum Durchschnitte 1 mit dem Theilkreise AD verlängert. Oft beschreibt man die Zahnwölbung auch mit einem Halbmesser $1D = \frac{3}{4}s$ oder mit einem Halbmesser $AD = s$. Wenn die Radhalbmesser sehr ungleich und die Zähne sehr dick sind, so weichen jedoch die dadurch erhaltenen Zahnformen von der regelrechten Form zu sehr ab.

Innere Verzahnung.

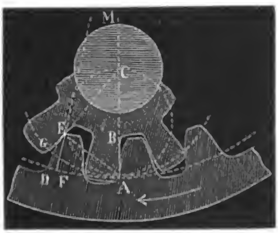
§. 71. Bei einem **inneren Zahnräderwerke** wie Fig. 176, welches nicht selten angewendet wird, um die Umdrehungskraft eines verticalen Wasserrades ohne Torsion der Wasserradwelle fortzupflanzen, findet man die Zahnformen wie folgt. Es sei C die Umdrehungsaxe des inneren Getriebes,

Fig. 176.



und A der Berührungspunkt der Theilkreise beider Räder, also CA der Halbmesser des Theilkreises des Getriebes oder der Durchmesser des Erzeugungskreises $AECK$ für die Zahnwölbungen des Rades. Nimmt man nun $AE = s$ und wälzt man AE auf dem Theilkreise des letzteren Rades, so beschreibt E die gesuchte Zahnwölbung ED. Nimmt man ferner $AF = AD = AE = s$ und wälzt man diesen Theilkreisbogen auf dem Theilkreise des Getriebes, so beschreibt F die Zahnwölbung FG des Getriebes. Es ist hiernach leicht zu ermessen, welche Berührungen während des Arbeitens eines Zähnepaares vorkommen. Vor der Centrallinie gleitet immer derselbe Punkt D der Zahnfläche DE an der Zahnwölbung FG hin, hinter der Centrallinie hingegen rückt die Zahnfläche DE über der ebenen Flanke GK des Getriebzahnes hin.

Fig. 177.



Aus der ununterbrochenen Berührung des Anfangspunktes D der Zahnfläche mit der Fläche FG erwächst jedenfalls ein stärkeres Abführen des Zahnes an dieser Stelle, und deshalb giebt man oft auch das Arbeiten der Zähne vor der Centrallinie ganz auf, und giebt zu diesem Zwecke dem Getriebe nur ebene Zahnflächen, wie AB, Fig. 177.

Wenn die Buchstaben r_1, r_2, β_1, β_2, n_1 und n_2 die schon oben wiederholt gebrauchten Bedeutungen auch hier behalten, so haben wir die Zahnhöhe des Getriebrades Innere Verzahnung.

$$EG = h_2 = r_2(1 - cos.\beta_2) = 2r_2\left(sin.\frac{\beta_2}{2}\right)^2,$$

annähernd $$= \frac{1}{2}r_2\beta_2^2 = \frac{s^2}{2r_2} = \frac{\pi s}{n_2};$$

ferner die Zahnhöhe des Treibrades:

$$EF = h_1 = \sqrt{\overline{AM}^2 + \overline{AE}^2 - 2AM\,.\,AE\,cos.EAM} - AM$$
$$= \sqrt{r_1^2 + r_2^2(sin.\beta_2)^2 - 2r_1r_2(sin.\beta_2)^2} - r_1$$
$$= \sqrt{r_1^2 - r_2(2r_1 - r_2)(sin.\beta_2)^2} - r_1,$$

annähernd

$$= \frac{(2r_1 - r_2)r_2}{2r_1}(sin.\beta_2)^2 = \frac{(2r_1 - r_2)r_2\beta_2^2}{2r_1} = \frac{(2r_1 - r_2)s^2}{2r_1r_2}, \text{ d. i.}$$

$$h_1 = \left(\frac{2}{n_2} - \frac{1}{n_1}\right)\pi s;$$

endlich die Zahnbreite mindestens

$$= 2DF = 2(AD - AF) = 4r_1 sin.\frac{\beta_1}{2} - 2AE\,cos.EAF, \text{ d. i.}$$

$$b_1 = 4r_1 sin.\frac{\beta_1}{2} - 2r_2 sin.\beta_2\, cos.(\beta_2 - \tfrac{1}{2}\beta_1),$$

annähernd, wenn man

$$sin.\frac{\beta_1}{2} = \frac{\beta_1}{2} - \frac{\beta_1^3}{48},\ sin.\beta_2 = \beta_2 - \frac{\beta_2^3}{6} \text{ und}$$
$$cos.(\beta_2 - \tfrac{1}{2}\beta_1) = 1 - \tfrac{1}{2}(\beta_2 - \tfrac{1}{2}\beta_1)^2 \text{ setzt,}$$

$$b_1 = 2r_1\left(\beta_1 - \frac{\beta_1^3}{24}\right) - 2r_2\left(\beta_2 - \frac{\beta_2^3}{6}\right)[1 - \tfrac{1}{2}(\beta_2 - \tfrac{1}{2}\beta_1)^2]$$
$$= -\frac{r_1\beta_1^3}{12} + \frac{r_2\beta_2^3}{3} + r_2\beta_2(\beta_2 - \tfrac{1}{2}\beta_1)^2,$$

oder, da $r_1\beta_1 = r_2\beta_2 = s$ ist,

$$b_1 = (\tfrac{1}{6}\beta_1^2 - \beta_1\beta_2 + \tfrac{4}{3}\beta_2^2)s,$$

endlich, da $\beta_1 = \frac{2\pi}{n_1}$ und $\beta_2 = \frac{2\pi}{n_2}$ ist,

$$b_1 = \left(\frac{1}{6n_1^2} - \frac{1}{n_1n_2} + \frac{4}{3n_2^2}\right).\,4\pi^2 s$$
$$= \left(\frac{1}{6n_1^2} - \frac{1}{n_1n_2} + \frac{4}{3n_2^2}\right).\,39{,}478\,.\,s.$$

Setzt man nun $b_1 = \frac{1}{2}s$ als äußerste Grenze, so erhält man die Bedingung $\frac{1}{6n_1^2} - \frac{1}{n_1n_2} + \frac{4}{3n_2^2} = \frac{1}{79} = 0{,}0127.$

Innere Verzahnung. Ist n_1 sehr groß, oder unendlich, so hat man hiernach $\frac{4}{3\,n_2^2} = 0,0127$ und $n_2 = \sqrt{105} = 10,25$, dann sind also mindestens 11 Zähne im Getriebe nöthig; ist aber $n_2 = \frac{1}{2}\,n_1$, also $n_1 = 2\,n_2$, so hat man $\frac{7}{8\,n_2^2} = \frac{1}{79}$, und $n_2 = \sqrt{69} = 8,3$, also die Anzahl der Getriebzähne wenigstens $= 9$.

Anmerkung. Die Arbeit der Zahnreibung ist bei Durchlaufung der Theilung $AD = AE = s$,

$$L = Fs = (DE - GE)\varphi K \text{ annähernd } = (h_1 - h_2)\varphi K$$

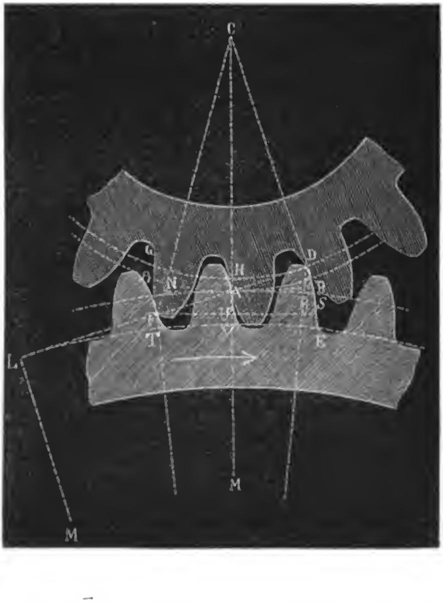
$$= \left[\left(\frac{2}{n_2} - \frac{1}{n_1}\right)\pi s - \frac{\pi s}{n_2}\right]\varphi K = \left(\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1}\right)\pi\varphi K s,$$

und daher die Zahnreibung selbst, ganz in Uebereinstimmung mit dem Früheren,

$$F = \left(\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1}\right)\pi\varphi K.$$

Evolventenzähne. §. 72. Nach der **Kreisevolvente** (franz. d'éveloppante de cercle; engl. involute of the cercle) werden die Radzähne auf folgende Weise construirt. Man errichte im Berührungspunkte A beider Theilkreise CA und MA, Fig. 178, ein Perpendikel AB auf der Centrallinie CM, und

Fig. 178.



mache dieses der Theilung, oder nach Befinden nur Dreiviertel derselben gleich. Von B ziehe man nun eine Gerade nach der Axe C des kleineren Rades, und fälle von A ein Perpendikel AD gegen BC. Ferner verlängere man AD rückwärts, fälle von M gegen die Verlängerung das Perpendikel, oder, was auf eins hinauskommt, ziehe ML parallel DC, und beschreibe aus C und M Kreisbögen durch D und L. Macht man nun noch AF gleich AD und wickelt man DF auf DG, und LD auf LE auf, so erhält man in den Evolventenbögen FG und DE die gesuchten Zahnformen. Nach dieser Construction ist nicht nur DF = Bogen DG, sondern auch AD = Bogen DH, daher die Theilung Evolventenzähne.

$$s = \frac{CA}{CD} \, . \, DH = \frac{CA}{CD} \, . \, AD, \text{ und } \frac{s}{AD} = \frac{CA}{CD}.$$

Nun ist aber auch wegen Aehnlichkeit der Dreiecke BAD und ACD, $\frac{AB}{AD} = \frac{CA}{CD}$, daher folgt denn $AB = s$, und zugleich die Richtigkeit der Construction.

Die Dimensionen der Evolventenzähne ergeben sich wie folgt.

Die Hervorragung eines Getriebzahnes FG über seinem Theilkreise ist:

$$NF = h_2 = CF - CA = \sqrt{\overline{CA}^2 - \overline{AD}^2 + \overline{FD}^2} - CA = \sqrt{\overline{CA}^2 + 3\overline{AD}^2} - CA$$
$$= \sqrt{r_2^2 + 3 s_1^2} - r_2, \text{ wofern } AD = AF \text{ mit } s_1 \text{ bezeichnet wird.}$$

Annähernd ist nun $h_2 = \frac{3 s_1^2}{2 r_2} = \frac{3 s^2}{2 r_2} = \frac{3 \pi s}{n_2}$.

Die kleinste Getriebzahnbreite b_2 ist

$$= 2 ON = 2 (AO - AN) = 2 (s - r_2 \varphi_2)$$

zu setzen, wenn φ_2 den Winkel ACF bezeichnet. Nun ist aber

$$tang. \varphi_2 = \frac{AF \, . \, sin. FAM}{CA + AF cos. FAM} = \frac{s_1 sin. CAD}{r_2 + s_1 cos. CAD} = \frac{s_1 \, . \, sin. ABD}{r_2 + s_1 \, . \, \frac{s_1}{r_2}}$$

$$= \frac{s_1^2 r_2}{s(r_2^2 + s_1^2)} = \frac{r_1}{s\left(\frac{r_2^2}{s_1^2} + 1\right)} = \frac{r_2}{s\left(\frac{r_2^2 + s^2}{s^2} + 1\right)} = \frac{r_2 s}{r_2^2 + 2 s^2}$$

annähernd $= \frac{s}{r_2}\left(1 - \frac{2 s^2}{r_2^2}\right)$, und (nach »Ingenieur«, Seite 225)

$\varphi_2 = tang. \varphi_2 - \frac{1}{3} (tang. \varphi_1)^3 + \ldots$, daher hier

$\varphi_2 = \frac{s}{r_2} - \frac{2 s^3}{r_2^3} - \frac{1}{3} \frac{s^3}{r_2^3} = \frac{s}{r_2} - \frac{7 s^3}{3 r_2^3}$ und

$b_2 = 2\left(s - s + \frac{7 s^3}{3 r_2^3}\right) = \frac{14}{3} \frac{s^3}{r_2^3} = \frac{14}{3} \, . \, \frac{4 \pi^2}{n_2^2} \, . \, s = 184{,}23 \frac{s}{n_2^2}$.

Für die Höhe eines Zahnes vom größeren Rade hat man

Evolventenzähne.

$$DR = h_1 = MD - MA = \sqrt{\overline{ML}^2 + \overline{LD}^2} - MA = \sqrt{\overline{MA}^2 - \overline{AL}^2 + \overline{LD}^2} - MA$$
$$= \sqrt{r_1^2 - \left(\frac{r_1}{r_2} s_1\right)^2 + \left(\frac{r_1}{r_2} s_1 + s_1\right)^2} - r_1$$
$$= \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{2 r_1}{r_2} + 1\right) s_1^2} - r_1,$$

da $\frac{AL}{AD} = \frac{MA}{CA}$, d. i. $AL = \frac{r_1 s_1}{r_2}$ ist.

Annähernd hat man nun

$$h_1 = \left(\frac{2 r_1}{r_2} + 1\right) \frac{s_1^2}{2 r_1} = \left(\frac{2}{r_2} + \frac{1}{r_1}\right) \frac{s^2}{2} = \left(\frac{2}{n_2} + \frac{1}{n_1}\right) \pi s.$$

Endlich ist das entsprechende Minimum der Zahnbreite

$$b_1 = 2RS = 2(AS - AR) = 2(s - r_1 \varphi_1),$$

wo φ_1 den Centriwinkel AMD bezeichnet.

Nun ist $tang.\,\varphi_1 = \frac{AD\,sin.\,CAD}{MA + AD\,cos.\,CAD} = \frac{r_1 s}{r_1^2 + 2 s^2}$, annähernd

$$= \frac{s}{r_1}\left(1 - \frac{2 s^2}{r_1^2}\right), \text{ hiernach}$$

$$\varphi_1 = \frac{s}{r_1} - {}^7\!/_3 \cdot \frac{s^3}{r_1^3},$$

daher $b_1 = {}^{14}\!/_3 \cdot \frac{s^3}{r_1^2} = {}^{14}\!/_3 \cdot \frac{4\pi^2}{n_1^2} \cdot s = 184{,}23 \frac{s}{n_1^2}$.

Setzen wir nun $b_1 + b_2 = s$, so erhalten wir folgende Bedingungsgleichung für die kleinste Zähnezahl:

$$184{,}23\left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2}\right) = 1, \text{ oder } \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} = {}^1\!/_{184}.$$

Für $n_1 = n_2$ ist hiernach $\frac{2}{n_1^2} = {}^1\!/_{184}$, folglich $n_1 = n_2 = \sqrt{368} = 19$,

für $n_1 = \infty$ ist dagegen $\frac{1}{n_2^2} = {}^1\!/_{184}$, folglich $n_2 = \sqrt{184} = 13{,}5$.

Man ersieht hieraus, daß die Evolventenzähne höher und breiter ausfallen als die Epicycloidenzähne, und daß deshalb bei den Räderwerken der ersten Art die Minimalzähnezahl größer ist als die bei den Räderwerken mit epicycloidischen Zähnen.

Anmerkung. Die Arbeit der Zahnreibung vor der Centrallinie ist

$$L_1 = \varphi K_1 (FO - AU) = \varphi K_1 (EG - OG - AV + UV),$$

wenn K_1 den Normaldruck zwischen den Zähnen bezeichnet. Nun sind aber (nach »Ingenieur«, Seite 246) die Evolventenbogenlängen

$$FG = \frac{\overline{FD}^2}{2CD}, \qquad OG = AH = \frac{\overline{AD}^2}{2CD},$$

$$\text{ferner } AV = \frac{\overline{AL}^2}{2ML} \text{ und } UV = FT = \frac{\overline{FL}^2}{2ML},$$

Evolventenzähne.

daher folgt denn $L_1 = \frac{\varphi K_1}{2}\left(\frac{\overline{FD}^2 - \overline{AD}^2}{CD} - \frac{\overline{AL}^2 - \overline{FL}^2}{ML}\right)$

$$= \frac{\varphi K_1}{2}\left(\frac{4s_1^2 - s_1^2}{CD} - \frac{\left(\frac{r_1}{r_2}s_1\right)^2 - \left(\frac{r_1 s_1}{r_2} - s_1\right)^2}{ML}\right)$$

$$= \frac{\varphi K_1}{2}\left(\frac{3s_1^2}{CD} - \frac{(2r_1 - r_2)s_1^2}{ML \cdot r_2}\right)$$

$$= \frac{\varphi K_1 s_1^2}{2}\left(\frac{3}{CD} - \frac{2r_1 - r_2}{ML \cdot r_2}\right).$$

Es giebt die Normalkraft K_1 eine Tangentialkraft $K = \frac{s_1}{s} K_1$, daher folgt, wenn man noch annähernd $CD = CA = r_2$ und $ML = MA = r_1$ setzt,

$$L = \frac{\varphi K s s_1}{2}\left(\frac{3}{r_2} - \frac{2r_1 - r_2}{r_1 r_2}\right) = \frac{\varphi K s s_1}{2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

und die Reibung auf den Theilkreis reducirt:

$$F = \frac{L}{s} = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)\frac{\varphi K s}{2},$$

oder, da $2\pi r_1 = n_1 s_1$ und $2\pi r_2 = n_2 s_1$ ist,

$$F = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\pi \varphi K, \text{ wie eben.}$$

Eben so groß ist sie auch bei dem Eingriff hinter der Centrallinie.

§. 73. Die Evolventenverzahnung ist jedenfalls die vollkommenste aller Zahnconstructionen; sie steht der Epicycloidenverzahnung nur in sofern nach, als sie längere Zähne liefert, und deshalb eine größere Anzahl von Zähnen fordert als diese. Da jedoch auch aus anderen Gründen eine größere Zähnezahl mechanisch vortheilhaft ist, so tritt dieser Nachtheil sehr in den Hintergrund. Der Vorwurf, welchen man diesen Rädern noch macht, daß bei ihnen aus der schiefen Wirkung der Druckkraft K_1 Seitendrücke $N_1 = \frac{s}{r_1} K_1$, und $N_2 = \frac{s}{r_2} K_1$ entspringen, welche die Zapfenreibung vergrößern, ist ebenfalls von keiner Erheblichkeit, da sich bei der Epicycloidenverzahnung Seitendrücke ebenfalls einfinden, so lange die Zähne außerhalb der Centrallinie auf einander wirken. Dagegen hat aber die Evolventenverzahnung folgende wesentliche Vorzüge.

1) Da der Druck K_1 zwischen den Evolventenzähnen vom Anfang bis Ende des Eingriffes unverändert derselbe bleibt, so findet bei diesen Zähnen eine gleichförmigere und deshalb weniger nachtheilige Abnutzung statt, als bei den Epicycloidenzähnen, wo dieser Druck veränderlich ist.

2) Ein und dasselbe Rad EML, mit Evolventenzähnen, Fig. 179 (auf folgd. Seite), kann zugleich mit verschiedenen Rädern, wie DCG, $D_1C_1G_1$ u. s. w. arbeiten, denn die Evolventenbogen DE oder D_1E, welche einem und demselben Grundkreise entsprechen, sind nur der Länge nach von einander verschieden, D_1E ist nur ein Theil von DE. Bei der Epicycloiden-

Evolventenzähne.

verzahnung hingegen hängt die Zahnform des einen Rades auch von dem Theilkreishalbmesser des anderen ab, es kann also hier ein Rad nicht zugleich mit anderen von verschiedenen Halbmessern arbeiten. Räder mit Evolventenverzahnung können also stets, wenn sie nur einerlei Theilung haben, in einander regelrecht eingreifen. Es gewährt hiernach diese Verzahnung nicht allein eine allgemeinere Anwendung, sondern auch den großen ökonomischen Vortheil, daß durch sie die Anschaffung einer großen Anzahl von Gußmodellen erspart wird, da bei der Epicycloidenverzahnung für jede Theilung und für jedes Umsetzungsverhältniß ein besonderes Räderpaar, bei der Evolventenverzahnung aber zur Herstellung einer verlangten Umsetzung nur eine Auswahl unter den verschiedenen Rädern von derselben Theilung nöthig ist.

Fig. 179.

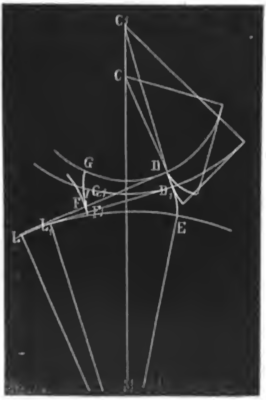
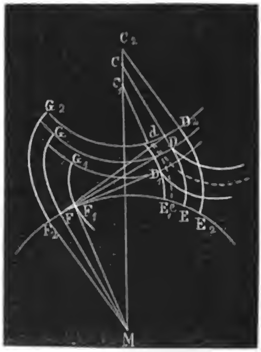


Fig. 180.

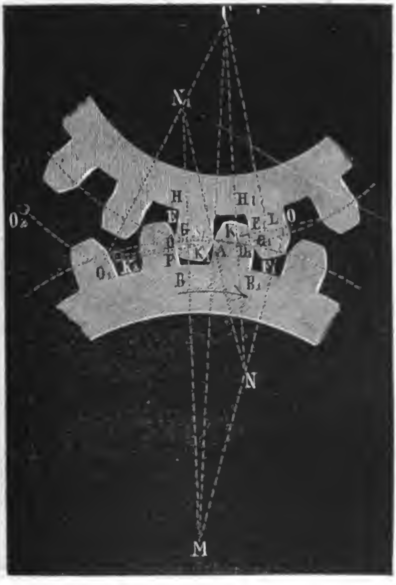


3) Wenn bei der Evolventenverzahnung die Axenlage eine andere wird, was durch Abführen oder Vorrücken der Zapfenlager leicht möglich ist, so wird dadurch nur die Dauer, nicht aber die Regelmäßigkeit des Eingreifens verändert. Rückt das Rad CDG, Fig. 180, dem Rade EMF näher, kommt es also in die Lage $C_1D_1G_1$, so kommt der Punkt, wo das Eingreifen aufhört, von D nach D_1, rückt es dagegen entfernter, kommt es also in die Lage $C_2D_2G_2$, so würde die Stelle, wo das Eingreifen aufhört, nach D_2 gelangen, da aber der Zahn DE der festen Rades nicht die Länge D_2E_2 hat, so ist der Eingriff in einem Punkte d beendigt, der ebenso wie D_1 vor D liegt. Bei der Epicycloidenverzahnung verursacht hingegen jede Aenderung der Axenstellung einen fehlerhaften Eingriff, und es wird dadurch nicht nur der regelmäßige Gang gestört, sondern auch leicht ein Einklemmen

und Abbrechen der Zähne herbeigeführt. Aus diesem Grunde ist es auch nöthig, den Epicycloidenzähnen einen größeren Spielraum (franz. jeu; engl. back-lash) zu geben, als den Evolventenzähnen.

§. 74. Die aus §. 64 bekannte Zahnconstruction mittels Kreisbögen wird praktisch auf folgende Weise angewendet. Man zieht durch den Berührungspunkt A in der Centrallinie CM, Fig. 181, eine Gerade OO_1, Willis' Zahnconstruction.

Fig. 181.

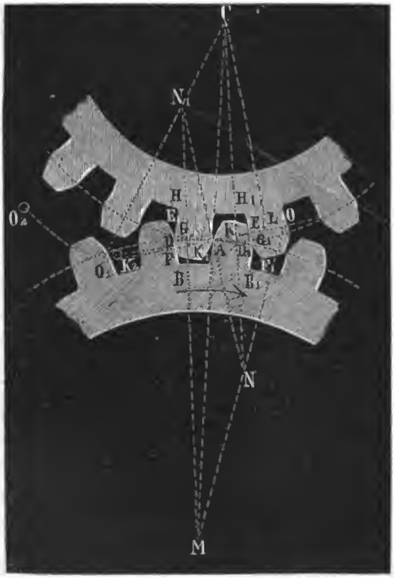


welche um den Winkel $CAO = MAO_1 = 75^0$ von der Centrallinie abweicht, errichtet hierauf ein Perpendikel und schneidet von demselben zu beiden Seiten von A ein Perpendikel $AN = AN_1 \angle CL$ (wo C die Axe des kleineren Rades ist) ab. Zieht man nun die geraden Linien MNO, CKN, MK_1N_1 und CN_1O_1, so erhält man in den Durchschnitten O, K, K_1 und O_1 die Mittelpunkte der Kreisbögen BD, FG, D_1E_1 und G_1H_1, von welchen je zwei eine Zahncurve, wie $BDE = B_1D_1E_1$ und $FGH = F_1G_1H_1$ bilden. Sollen nun, wie in der Figur, stets zwei Zähnepaare arbeiten, so trägt man auf die Theilkreise die Hälfte der Theilung s als $AD = AD_1$

Willis' Zahnconstruction. $= AG = AG_1$ auf, und beschreibe nun aus O den Bogen DB, aus K den Bogen GF; ferner aus K_1 den Bogen D_1E_1 und aus O_1 den Bogen G_1H_1, oder, um gleich zusammenhängende Zahnformen zu erhalten, aus den leicht zu bestimmenden Punkten K_2 und O_2 die Bögen DE und GH.

Uebrigens lassen sich auch die Mittelpunkte O, K... durch Auftragen

Fig. 182.



der Abscissen $AO = x_1$, $AK = x_2$ u. s. w. finden, nachdem man dieselben mittels der Formeln berechnet hat, welche in §. 64 mitgetheilt worden sind. Hierbei kann man sich auch mit Vortheil des in §. 66 beschriebenen Odontographen und einer im Ingenieur, S. 567 mitgetheilten Tabelle von verschiedenen Werthen für x_1 und x_2 bedienen.

Diese Construction ist auch unmittelbar auf Räder mit innerer Verzahnung anwendbar. Es liegt hier das Centrum M des innen gezahnten Rades mit dem Mittelpunkte C des kleineren Rades auf einerlei Seite, und es fällt deshalb AO kleiner und AK_1 größer aus, übrigens geht natürlich

das Wurzel- oder Fußstück BD in das Kopfstück und das Kopfstück DE in das Fußstück über. Bei der gezahnten Stange ist M unendlich entfernt und es sind daher die Linien NK und N_1K_1 parallel zur Centrallinie CA. Willis' Zahnconstruction:

Endlich ist leicht und zumal auch aus den Formeln für x_1, x_2 u. s. w. zu ersehen, daß auch hier, wie bei den Evolventenzähnen, die Zahnform des einen Rades gar nicht von der Größe des anderen Rades abhängt, daß sich also für eine gegebene Zahntheilung und für ein bestimmtes Perpendikel $AN = AN_1$ ein ganzer Satz von Rädern construiren läßt, welche regelrecht mit einander arbeiten können.

Beispiel. Ein Zahnrad mit 72 Zähnen und einer Theilung von $3\frac{1}{2}$ Zoll, soll zwei Getriebe von 19 und 31 Zähnen in Bewegung setzen, welches sind die nöthigen Abscissen der Mittelpunkte der Zahnbögen? Nach den Formeln des §. 64 hat man für das Treibrad

$$x_1 = \frac{0{,}4943 \,.\, 72 \,.\, {}^5\!/_2}{72 - 12} = 1{,}483 \text{ Zoll und } x_2 = \frac{0{,}4943 \,.\, 72 \,.\, {}^5\!/_2}{72 + 12} = 1{,}059 \text{ Zoll},$$

ferner für das eine Getriebe

$$x_1 = \frac{0{,}4943 \,.\, 19 \,.\, {}^5\!/_2}{19 - 12} = 3{,}354 \text{ Zoll und } x_2 = \frac{0{,}4943 \,.\, 19 \,.\, {}^5\!/_2}{19 + 12} = 0{,}757 \text{ Zoll},$$

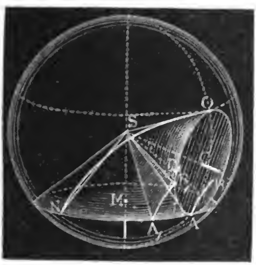
und für das andere

$$x_1 = \frac{0{,}4943 \,.\, 31 \,.\, {}^5\!/_2}{31 - 12} = 2{,}016 \text{ Zoll und } x_2 = \frac{0{,}4943 \,.\, 31 \,.\, {}^5\!/_2}{31 + 12} = 0{,}891 \text{ Zoll}.$$

Die im Ingenieur, Seite 567, mitgetheilten Tabellen geben ziemlich genau dieselben Werthe.

§. 75. Der Zahnconstruction conischer Räder ist eigentlich eine sphärische Epicycloide (franz. épicycloide sphérique; engl. spherical epicycloid) zu Grunde zu legen. Diese Curve entsteht, wenn sich ein Kegel ASO, Fig. 183, auf einem zweiten Kegel ASN fortwälzt; jeder Punkt O in der Oberfläche des ersten Kegels beschreibt dann eine sphärische Epicycloide. Bei diesem Wälzen ändert der beschreibende Punkt seinen Abstand von der gemeinschaftlichen Kegelspitze nicht; es bleibt daher derselbe stets in der Oberfläche einer aus S mit $SO = SN$ zu beschreibenden Kugeloberfläche, es befindet sich also auch die erzeugte Curve SO in einer Kugeloberfläche; daher der Name sphärische Epicycloide. Verzahnung conischer Räder.

Fig. 183.

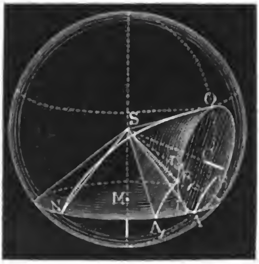


Wäre ASO und ASN ein conisches Räderpaar, AMN der Theilkreis des einen und ACO der des anderen Rades, so würden die punktförmigen Zähne D, D_1 u. s. w. des letzteren, von den drahtförmigen Zähnen AB,

Verzahnung conischer Räder.

$A_1 B_1$ u. s. w. des ersteren regelrecht fortgeschoben werden, wenn diese nach einer sphärischen Epicycloide geformt wären, die entsteht, wenn man $ACOS$ auf $AMNS$ wälzt; denn es würden dann die Bogen AA_1 und DD_1 einander gleich, also, wie nöthig, die gleichzeitigen Wege in beiden Theilkreisen gleich groß sein.

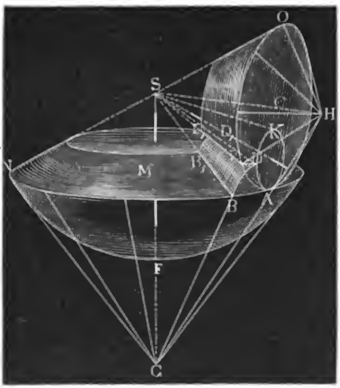
Fig. 184.



Statt des punktförmigen Zahnes B_1 kann man auch einen geradlinigen Zahn $B_1 S$ anwenden, und den Bogen $A_1 B_1$ durch eine schiefe Fläche $A_1 B_1 S$ ersetzen, die entsteht, wenn man eine Gerade durch $A_1 B_1$ und S bewegt. Hiernach lassen sich die Zahnflächen eines Rades finden, welches einen conischen Drehling in Umdrehung setzt. Es sind dann DS, $D_1 S$ u. s. w. die Axen der ebenfalls nach Kegeln zu formenden Triebstöcke, und es ist die schiefe Fläche $A_1 B_1 S$ durch eine andere zu ersetzen, deren Leitlinie Aequidistante von $A_1 B_1$ ist (vergl. III., §. 67, Anmerkung).

Eine allgemeinere Zahnconstruction ist folgende. Es sei wieder A der Berührungspunkt, oder vielmehr AS die Berührungslinie zwischen zwei conischen Rädern $AMNS$ und $ACEO$, Figur 185. Man lege über AS noch einen dritten Kegel- oder Kugelsector $ADKS$ und wälze diesen nicht allein über der Kegelfläche ASN, sondern auch in der Kegelfläche ASO; dabei beschreibt eine Seite DS von $ADKS$ die schiefen Flächen DBS und DES, und wenn man nun die Zähne vom Rade AMN nach DBS und die vom Rade ACO nach DES formt, so setzt, da $AD = AB = AE$ ist, augenfällig das eine Rad das andere regelrecht in Umdrehung (vergl. §. 61). Natürlich ist es nicht nöthig, vollständige

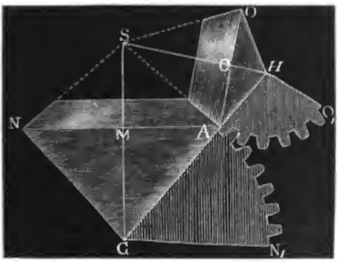
Fig. 185.



Kegel anzuwenden, sondern hinreichend sich abgekürzter Kegel- und Zahnflächen, wie z. B. DBB_1D_1 und DEE_1D_1 zu bedienen. Verzahnung conischer Räder.

§. 76. Zieht man durch den Berührungspunkt A eine Gerade GH rechtwinkelig auf AS, welche beide Radaxen SM und SC mit einander verbindet, so kann man mit den Theilen AG und AH derselben um diese Axen zwei neue Kegelflächen AGN und AHO beschreiben, welche die den Calotten AFN und AKO entsprechende Kugeloberfläche in A mathematisch berühren. Da sich nun aber annehmen läßt, daß zwei sich berührende Flächen ein um den Berührungspunkt herumliegendes Flächenelement oder kleines Flächenstück mit einander gemeinschaftlich haben, so kann man sich auch vorstellen, daß der kleine, dem Punkte A sehr nahe liegende Bogen DB in der Kegelfläche AGN und ebenso der kleine Bogen DE in der Kegelfläche HEO befindlich sei. Durch diese Zurückführung der Kugelfläche $NFAO$ auf zwei Kegelflächen AGN und AHO gelangt man aber nach Tredgold zu einer sehr einfachen Zahnconstruction für conische Räder (s. Tredgold's edition of Buchanan's Essay on Millwork); man wickelt nämlich die Kegelflächen AGN und AHO, Fig. 186, ab, breitet sie auf einer Ebene aus, und verzahnt die so erhaltenen Sectoren AGN_1 und AHO_1 nach einer der oben mitgetheilten Regeln für die Zahnconstruction von Stirnrädern. Wickelt man dann diese Sectoren wieder als Kegelmäntel auf, so bekommt man in den Zähnen derselben die Leitlinien der Zahnflächen beider Räder, und es lassen sich nun durch Bewegung einer stets nach S gerichteten Geraden diese Flächen leicht selbst finden. Man kann sich zur Anfertigung dieser Zahnsectoren des dünnen Bleches, Leders u. s. w. bedienen. Die speciellere Ausführung dieser Constructionsregel ist aus Fig. 187 auf folgd. Seite zu ersehen.

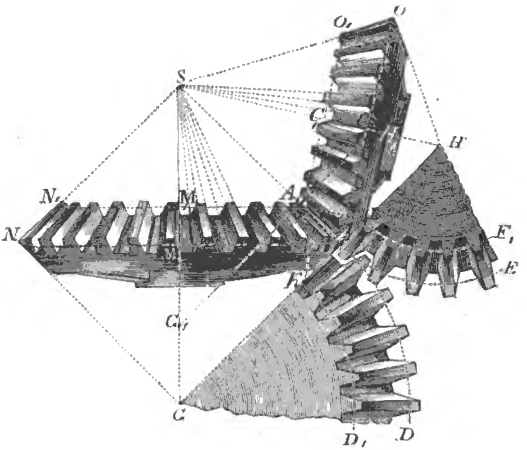
Fig. 186.



Verzahnung conischer Räder.

Es ist hier AA_1 die **Berührungslinie** zwischen beiden Rädern; es sind ferner AGD und AHE die zwei Sectoren, deren an den Theilkreisbögen AD und AE hinlaufende Zähne die Stirnflächen der Zähne an

Fig. 187.



den äußeren Radumfängen AMN und ACO geben, und es sind KGD_1 und LHE_1 die zwei Zahnsectoren für die Stirnflächen an den inneren Radumfängen $A_1M_1N_1$ und AC_1O_1.

Der Halbmesser $AG = y_1$ und $AH = y_2$ der Kreissectoren, welche dieser Zahnconstruction zu Grunde zu legen sind, bestimmen sich, wenn, wie oben (§. 38) r_1 und r_2 die äußeren Radhalbmesser MA und CA, a den Kugelhalbmesser SA, δ_1 und δ_2 die Winkel ASM und ASC bezeichnen,

durch die Formeln $y_1 = a\,tang.\delta_1 = \frac{r_1}{cos.\delta_1}$ und

$$y_2 = a\,tang.\delta_2 = \frac{r_2}{cos.\delta_2}. \quad \text{(Vergl. §. 53.)}$$

Diese Werthe sind in den Formeln von §. 63 und 65 statt r_1 und r_2 einzuführen, auch hat man natürlich

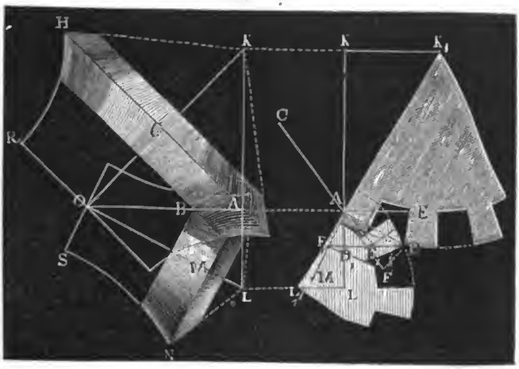
$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{tang.\delta_1}{tang.\delta_2} = \left(\frac{\psi + cos.\delta}{1 + \psi\,cos.\delta}\right)\psi \text{ zu substituiren.}$$

Hyperboloidenräder.

§. 77. Dieselbe Construction läßt sich auch bei den **Hyperboloidenrädern** anwenden. Auch hier kann man die Stirnflächen der Zähne in

Kegelflächen AHK und ALN, Fig. 188, liegend annehmen. Wenn man die durch Abwickelung dieser Flächen erhaltenen Kreissectoren nach den be- Hyperboloiden-räder.

Fig. 188.



kannten Regeln verzahnt, so erhält man genau so wie im Vorstehenden die gesuchten Zahnprofile. Die Halbmesser oder Kegelseiten $AK_1 = y_1$ und $AL_1 = y_2$ werden nach §. 55 durch die Formeln

$$y_1 = \sqrt{l^2 tang. \delta_1^2 + r_1^2} \text{ und}$$
$$y_2 = \sqrt{l^2 tang. \delta_2^2 + r_2^2}$$

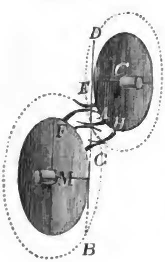
bestimmt; übrigens aber hat man wie bei Kegelrädern

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{tang. \delta_1}{tang. \delta_2} = \left(\frac{\psi + cos. \delta}{1 + \psi\, cos. \delta}\right)\psi$$

zu setzen, um nach den Formeln in §. 63 und 65 die Abrundungshalbmesser zu finden.

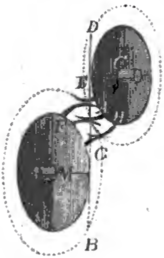
Die auf die aufgewickelten Kugelflächen aufzutragenden Theilungen sind, nachdem man mittels der Formeln in §. 48 und §. 49 die normale Theilung s berechnet hat, mittels der in §. 55 entwickelten Formeln für s_1 und s_2 zu finden. Je nachdem man für l den Abstand OA oder den Abstand OB einsetzt, bekommt man natürlich durch die Formeln für y_1 und y_2 die Sectorenhalbmesser für die äußeren oder die für die inneren Stirnflächen.

Fig. 189.



Bei der Zahnconstruction dieser Räder läßt sich auch die Kreisevolvente in Anwendung bringen. Man kann nämlich die gerade Linie BD, in welcher

Fig. 190.



sich je zwei Radaxen AMB und ACD, Fig. 190, schneiden, auf die beiden Kreise MFG und CEH aufwickeln, welche sich aus M und C beschreiben lassen und BD berühren, und die Zähne nach sich hierbei ergebenden Evolventenbögen EF und GH formen.

Kammräder.

§. 78. Man kann auch bei Räderwerken mit sich schneidenden Axen Drehlinge mit Triebstöcken anwenden. Die letzteren sind in diesem Falle eigentlich nach Kegeln zu formen, deren Seiten nach dem Axendurchschnitte gerichtet sein müssen; der leichteren Ausführung und größeren Haltbarkeit wegen macht man dieselben aber, zumal wenn sie lang sind, cylindrisch, und giebt den Zähnen der zugehörigen Kron- oder Kammräder (s. §. 47) besondere Formen. Jedenfalls ist aber die Anwendung eines gewöhnlichen conischen Räderwerkes dieser Radconstruction vorzuziehen. Die Zähne oder Kämme rundet man in der Regel, und zwar wie folgt, nach zwei Richtungen kreisförmig ab.

Fig. 191, I. und II., führt ein solches Räderwerk in zwei Projectionen vor Augen. Das Profil $BD = B_1 D_1$ eines Kammes parallel zur Umdrehungsebene des Drehlings, ist eigentlich eine Parallele zur Cycloide, welche der Theilkreis CAA_1 beim Wälzen auf seiner Basis beschreibt, wird aber in der Regel durch einen aus dem Berührungspunkte A beider Theilkreise beschriebenen Kreisbogen ersetzt. Die Profile EF und $E_1 F_1$ parallel zur Umdrehungsebene des Kammrades werden von anderen Kreisbögen gebildet, welche die Seiten des Triebstockes in E und E_1 berühren, deren Mittelpunkte K und K_1 daher gefunden werden, wenn man Perpendikel auf diese Seiten errichtet und Tangenten zum Theilkreise OMM_1 des Kammrades durch die Mittelpunkte M und M_1 der Kämme legt.

Eine andere Construction der Kämme zeigt Fig. 192, I. und II., in zwei Ansichten. Die Form eines Kammes ist hier ein Conoid, dessen Durchschnitts- oder Erzeugungslinie $BD = B_1 D_1$ auf folgende Weise gefunden wird. Es ist MB der willkürliche Halbmesser von der Basis dieses Körpers rechtwinkelig gegen die Seite des cylindrischen Triebstockes gelegt, MM_1 die Theilung und D_1 der in der Sehne AA_1 liegende Berührungspunkt; daher das Perpendikel $M_1 D_1$ in II., rechtwinkelig zur Seite des Triebstockes der Halbmesser der Kopffläche des Kammes. Auf gleiche Weise lassen sich auch noch die Halbmesser von zwischenliegenden Querschnitten des Kammes finden, wenn man $AA_1 = MM_1$ nur einem Theile der Theilung gleich nimmt.

Kammräder

Fig. 191.

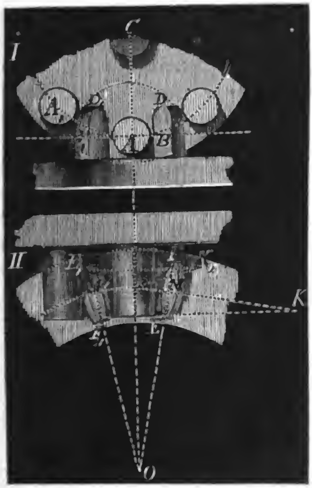
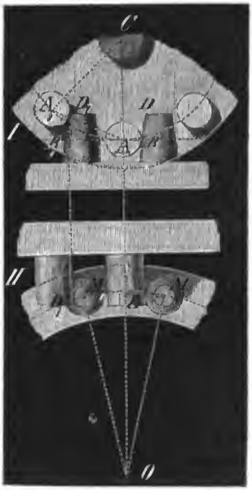


Fig. 192.



Anmerkung. Die im letzten Paragraphen behandelten Räderwerke haben den Mangel, daß sich ihre Zähne oder Kämme nur in einem Punkte berühren, und daher schneller abführen, als wenn die Berührung in einer Linie Statt hat. Olivier (s. dessen geometrische Theorie der Zahnräderwerke) unterscheidet hiernach Kraft- und Präcisionsräderwerke von einander, und versteht unter den ersteren diejenigen, deren Zähne sich in einer Linie, und unter den letzteren diejenigen, deren Zähne sich in einem Punkte berühren, weil sich jene mehr zum Fortpflanzen einer Kraft, diese aber mehr zum Umsetzen einer Bewegung ohne Kraft, wie z. B. für Zählapparate, Uhren u. s. w. eignen.

§. 79. Die Zahnräder werden entweder aus Holz oder aus Eisen angefertigt. Eiserne Zahnräder sind aus leicht begreiflichen Gründen den hölzernen Zahnrädern vorzuziehen. Von hölzernen Rädern läßt sich, wenn sie zumal der veränderlichen Witterung und der abwechselnden Nässe sehr ausgesetzt sind, ein regelrechter Eingriff nie erwarten, da dieselben sich leicht werfen oder ziehen, und mit der Zeit unrund werden. Unter gewissen Umständen, namentlich wegen der leichten Herstellung werden jedoch hölzerne Zahnräder, zumal zu vorübergehenden Zwecken, immer in Anwendung bleiben. Rad-constructionen.

An einem Zahnrade ist zu unterscheiden:

1) der Radkranz (franz. anneau, jante; engl. rim),
2) die Zähne (franz. dents; engl. cogs, teeths),
3) die Radarme (franz. bras; engl. arms) und
4) die Hülse oder Nabe (franz. moyeu; engl. nave).

Hölzerne Zahnräder.

Bei den hölzernen Rädern fällt die letztere ganz aus, da hier die Radarme unmittelbar mit der Welle verbunden werden. Man hat hier, wie bei den Wasserrädern, Sattel- oder Sternräder (s. II. §. 88), je nachdem die Welle durch das von den Armen gebildete Geviere gesteckt wird, oder umgekehrt, die Arme durch die Welle gesteckt werden. Kleinere Räder erhalten nur 4 Arme oder Speichen, größere aber 8 bis 12. Bei den hölzernen Zahnrädern werden die Kränze aus zwei oder drei Felgenschichten zusammengesetzt, wovon jede, nach der Größe der Räder, aus 4 bis 8 Felgen oder Brettstücken besteht. Die feste Verbindung dieser Felgenlagen wird durch $^3/_4$ bis 1 Zoll dicke Nägel oder Schrauben von hartem Holze bewirkt. Die Herstellung und Zusammensetzung des Radkranzes erfolgt auf dem sogenannten Radstuhl, einem aus horizontalen Balken gebildeten, in Form eines Sternes mit einander verbundenen Gestelle. In der Mitte des Radstuhles ist ein 1 Zoll starker Bolzen, der Mönch, befestigt, um den sich ein langes Lineal, der sogenannte Radzirkel, drehen läßt, das zu diesem Zwecke an einem Ende mit Löchern versehen ist. Zum Aufreißen des Theilrisses und der Umfangskreise dient ein mit einer Spitze versehener eiserner Bügel, der sich an dem anderen Ende des Radzirkels verschieben und durch Schrauben oder Keile daran befestigen läßt.

Der Radkranz wird auf die Radarme aufgeplattet und durch eiserne Schraubenbolzen mit diesen fest verbunden. Die Zähne oder Kämme sind mit langen Stielen versehen, womit dieselben in besonders dazu ausgearbeitete Löcher zwischen den Felgenlagen des Radkranzes zu liegen kommen. Diese Stiele stehen an dem inneren Umfange des Kranzes noch 2 Zoll vor und werden noch durch schwache Nägel verriegelt. Die Theilung der hölzernen Räder ist 3 bis 5 Zoll. Die Drehlinge oder Drillinge bestehen aus zwei Kränzen oder Scheiben, der eine mit runden, der andere mit vierseitigen Löchern zum Einsetzen der an einem Ende mit vierseitigen Zapfen versehenen Triebstöcke.

Figur 193 führt in I., II. und III. einen Zahn für ein hölzernes Stirn-

Fig. 193.

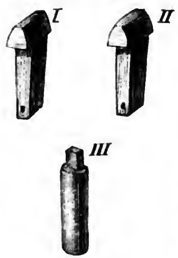


Fig. 194.



Fig. 195.

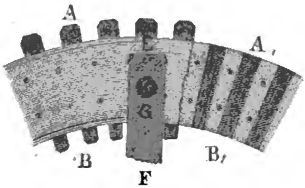


rad, einen Zahn für ein Kammrad, und einen Triebstock für einen Drehling vor Augen. Die Verbindung der Arme und Kämme mit dem Radkranze ist in Fig. 194 und Fig. 195 in einem Durchschnitte zu ersehen. Es ist AB der Kamm, C und D sind die Felgenlagen, EF die Arme und GH ist der Bolzen, wodurch der Kranz mit den Armen verbunden ist. Die größere Hälfte eines Radarmes zeigt Fig. 196 in EGF; F ist der Einschnitt zur Ueberplattung mit einem anderen Arme, G das Loch für den Bolzen, womit der Kranz an dem Arm befestigt wird. Aus Fig. 197 ist endlich die Vernagelung der Felgenlagen, so wie das Einsetzen der Kämme zu ersehen; während AB einen Zahn vorstellt, führt A_1B_1 ein Zahnlager vor Augen. Hölzerne Zahnräder.

Fig. 196.



Fig. 197.



§. 80. Bei den eisernen Zahnrädern bildet entweder der Kranz mit den Zähnen ein Ganzes, oder es werden in denselben hölzerne Zähne besonders eingesetzt. Sehr zweckmäßig ist es, wenn man ein Rad mit hölzernen Zähnen mit einem ganz eisernen Rade zusammen arbeiten läßt; man erhält dabei nicht nur einen sehr sanften Gang, sondern auch eine sehr schwache Zahnreibung; auch werden durch diese Anordnung die nachtheiligen Wirkungen der Stöße, zumal bei großen Umfangsgeschwindigkeiten, gemäßigt. Wegen des stärkeren Abführens der hölzernen Zähne macht man gewöhnlich das kleinere Rad ganz aus Gußeisen und giebt dem größeren Rade hölzerne Zähne. Das beste Schmiermittel der Zähne ist grüne oder weiche Seife mit Fett oder Oel vermischt. Eiserne Zahnräder.

Größere Räder von 8 bis 10 Fuß Höhe gießt man nicht gern aus einem Stücke, weil diese in Folge des ungleichen Erkaltens leicht zerspringen; man zieht es vielmehr vor, bei solchen Rädern die Arme und den Kranz erst besonders zu gießen, und nachher durch Schrauben mit einander zu verbinden.

Was die Dimensionen ganz eiserner Räder anlangt, so giebt man dem Kranze derselben eine der Zahndicke gleiche Breite; erstere auf dem Theilkreise, letztere radial gemessen, nnd macht die Dicke desselben auch der Zahnbreite (parallel zur Axe gemessen) gleich; bei eisernen Rädern mit hölzernen Zähnen

Eiserne Zahnräder.

ist die Kranzbreite $^3/_2$ mal der Zahndicke und die Kranzdicke nur $^1/_8$ bis $^1/_4$ größer als die Zahnbreite.

Fig. 198.

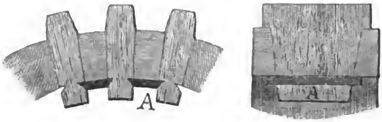


Fig. 199.

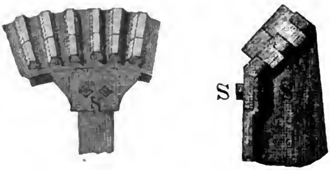
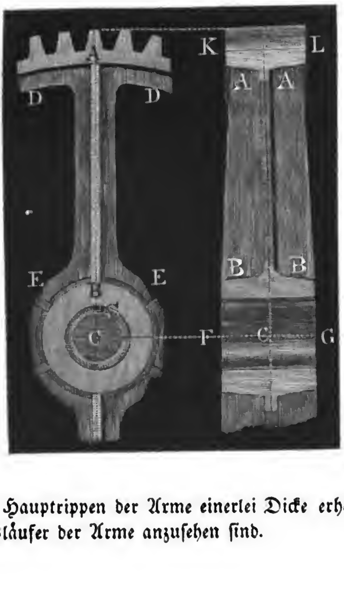


Fig. 200.



Die Art und Weise, wie die hölzernen Zähne in den eisernen Kranz eingesetzt werden, ist aus den Figrn. 198 und 199 zu ersehen. Zur Befestigung der Zähne wendet man entweder einen eisernen Stift oder einen Keil *A* an, den man zwischen je zwei Zahnstielen am innern Radumfange einklemmt. Man setzt sehr oft die Zähne aus 2 Theilen, jeden mit einem besonderen Stiele, zusammen, wie z. B. Fig. 199 bei einem conischen Rade zeigt.

Die Dimensionen der Radarme sind wie bei den Wasserrädern (s. II., §. 89) zu berechnen. Zur Verstärkung wird entweder an jeder, oder, namentlich bei conischen Rädern, wenigstens an einer Seite noch eine breite Feder oder Rippe, wie *AB*, Fig. 200 u. Fig. 201, deren Breite sich nach der Breite der Zähne oder der Dicke des Radkranzes richtet, und deren Dicke $^1/_6$ bis $^1/_5$ der Breite genommen wird, angesetzt. Meist giebt man auch dem innern Radumfange und der Radhülse Rippen wie *DD* und *EE*, Fig. 200, welche mit den Hauptrippen der Arme einerlei Dicke erhalten und deshalb als bloße Ausläufer der Arme anzusehen sind.

Der Hülse oder Nabe, womit das Rad auf der Welle sitzt, giebt man eine Länge FG, welche die Kranzdicke oder Zahnbreite KL $1\frac{1}{4}$ bis $1\frac{3}{4}$ mal enthält, und die mittlere Wandstärke von $1\frac{1}{4}$ bis $1\frac{1}{2}$ der Zahndicke. Die Welle erhält in der Regel da, wo das Rad aufsitzt, einen Kopf, der wie ein gewöhnlicher Kuppelkopf (vgl. §. 6) um $\frac{1}{5}$ stärker gemacht wird, als die Welle. Zur Befestigung genügt ein einziger Bolzen oder Schlüsselkeil, wie S, Fig. 200, wenn die Nabe genau centrisch (und wenig conisch) abgedreht ist, außerdem aber sind 4 bis 8 schmiedeeiserne Keile nöthig, um das Rad centrisch auf der Welle festzumachen. Eiserne Zahnräder.

Fig. 201.

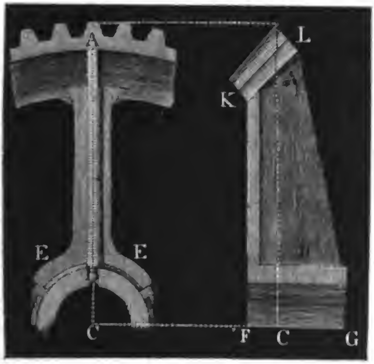
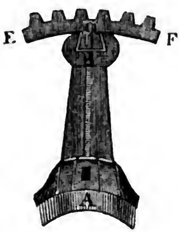


Fig. 202.



Die Art und Weise, wie der Kranz eines hohen Rades durch Schrauben SS_1 mit seinen Armen verbunden wird, ist aus Figur 199 zu ersehen. Wie sehr hohe Räder sich aus einem Wellkranze A, einzelnen Armen AB und einzelnen Kranzstücken DE und DF zusammensetzen lassen, führt Figur 202 vor Augen.

Schlußanmerkung. Die geometrische Construction der Radzähne ist zuerst von dem dänischen Astronomen Römer, nächstdem aber von Lahire, Camus und Depacieux gezeigt worden. Ueberdies haben sich aber auch Euler und Kästner damit beschäftigt, die besten Zahnformen der Räderwerke auszumitteln. Man findet die hierauf bezüglichen Schriften angeführt in Eytelwein's Statik, Bd. I. Ausführlich über die Verzeichnung der Radzähne handelt außer Eytelwein auch noch Gerstner im dritten Bande seiner Mechanik, sowie Hachette in seinem Traité élém. de machines, ferner in der neuesten Zeit Olivier in seiner geometrischen Theorie der Zahnräderwerke (deutsch von Schnuse), und Willis in seinen Principles of Mechanism. Die Räderwerke überhaupt werden ausführlich behandelt in Verdam's Grundsätzen der angewandten Werkzeugswissenschaft und Mechanik, Theil II. (aus dem Holländischen von Schmidt), ferner in Haindls' Maschinenkunde, in Salzenberg's Vor-

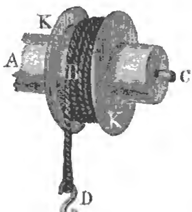
trägen über Maschinenbau, in Kohl's Elementen von Maschinen. Auch ist das Nöthigste hiervon enthalten in Morin's Aide-mémoire und Redtenbacher's Resultaten für den Maschinenbau.

Drittes Kapitel.

Von den Excentriks und den Krummzapfen, als den einfachsten Hilfsmitteln zur Verwandlung der Kreisbewegung in eine geradlinige, und umgekehrt.

Seilkorb. §. 81. Das einfachste Mittel zum Umsetzen der Kreisbewegung in eine geradlinige, und umgekehrt, der geradlinigen in eine kreisförmige, besteht in der Anwendung eines Seilkorbes (franz. tambour; engl. drum), d. i. einer Welle oder Trommel mit umgewickeltem Seil, Fig. 203. Wird die Welle AC durch ein Rad oder durch eine Kurbel u. s. w. in Umdrehung gesetzt, so wickelt sich das Seil BD auf den Korb KK auf, und es wird dadurch die am Seilende D wirkende Last gehoben, oder in geradlinige Bewegung versetzt; wirkt umgekehrt eine Zugkraft am Seilende D, so wickelt sich das Seil allmälig vom Korbe ab, und es nimmt die Welle AC, worauf der Korb festsitzt, eine drehende Bewegung an. Ist r der Korbhalbmesser und d die Seilstärke, so hat man, wenn sich das Seil nur einfach aufwickelt, den mittleren Hebelarm des Seiles: $b = r + \frac{d}{2}$, und ist nun noch u die Zahl der Umdrehungen pr. Minute, so hat man die Geschwindigkeit des Seiles: $v = \frac{\pi u}{30}\left(r + \frac{d}{2}\right) = 0{,}1047\, u \left(r + \frac{d}{2}\right)$.

Fig. 203.



Wickelt sich das Seil mehrmals über sich selbst auf, so ist der Hebelarm b veränderlich, und daher für denselben ein mittlerer Werth zu finden. Ist l die Länge des Seilfaches, so hat man die Anzahl der Seilumschläge in einer Reihe: $n = \frac{l}{d}$; und da sich nun die Länge eines Seilumschla-

ges $= 2\pi\left(r + \frac{d}{2}\right)$ setzen läßt, so hat man die Länge des Seiles, Seilkorb.
welches den Seilkorb das erste Mal bedeckt, annähernd

$$s_1 = 2\pi n\left(r + \frac{d}{2}\right) = \frac{2\pi l}{d}\left(r + \frac{d}{2}\right).$$

Setzt man statt r, $r + d$, so erhält man die Seillänge, welche die zweite Seilbedeckung ausmacht,

$$s_2 = \frac{2\pi l}{d}\left(r + \frac{3d}{2}\right);$$

ebenso erhält man die Seillänge für eine dritte Bedeckung

$$s_3 = \frac{2\pi l}{d}\left(r + \frac{5d}{2}\right),$$

und allgemein die für eine $m$te Bedeckung,

$$s_m = \frac{2\pi l}{d}[r + (m - \tfrac{1}{2})d].$$

Durch Summation dieser Werthe ergiebt sich nun die ganze Länge des aufgewickelten Seiles:

$$s = s_1 + s_2 + \cdots + s_m = \frac{2\pi l}{d}\left[mr + \left(1 + 2 + \cdots + m - \frac{m}{2}\right)d\right],$$

oder, da $1 + 2 + \cdots + m = \left(\frac{1+m}{2}\right)m$ ist,

$$s = \frac{2\pi l}{d}\left(mr + \frac{m^2 d}{2}\right) = \frac{2\pi m l}{d}\left(r + \frac{md}{2}\right).$$

Umgekehrt folgt hiernach $m^2 + \frac{2r}{d}m = \frac{s}{\pi l}$, daher

$$m = -\frac{r}{d} + \sqrt{\frac{s}{\pi l} + \left(\frac{r}{d}\right)^2},$$

und daher die Anzahl der Seilumschläge oder Korbumdrehungen bei Aufwickelung der Seillänge s:

$$n_1 = m \, . \, n = \frac{l}{d}\left[\sqrt{\frac{s}{\pi l} + \left(\frac{r}{d}\right)^2} - \frac{r}{d}\right] = \frac{rl}{d^2}\left(\sqrt{\frac{sd^2}{\pi l r^2} + 1} - 1\right).$$

Setzt man nun $s = 2\pi b n_1$, so erhält man den gesuchten mittleren Hebelarm

$$b = \frac{s}{2\pi n_1} = \frac{sd^2}{2\pi r l\left(\sqrt{\frac{sd^2}{\pi l r^2} + 1} - 1\right)} = \left(\sqrt{\frac{sd^2}{\pi l r^2} + 1} + 1\right)\cdot\frac{r}{2},$$

wofür in der Regel annähernd $b = \left(1 + \frac{sd^2}{4\pi l r^2}\right)r$ genommen werden kann. Hiernach ist die mittlere Geschwindigkeit des Seiles:

$$v = \frac{\pi u}{30}b = 0{,}1047\left(1 + \frac{sd^2}{4\pi l r^2}\right)ur.$$

Seilkorb. **Beispiel.** Für die Seillänge $s = 2000$ Fuß, Seilstärke $d = \frac{1}{2}$ Zoll, Seilfachlänge $l = 8$ Zoll und den Korbhalbmesser $r = 2\frac{1}{2}$ Fuß, ist der mittlere Hebelarm

$$b = \left(1 + \frac{2000}{4\pi \cdot \frac{2}{3} \cdot 60^2}\right) r = \left(1 + \frac{5}{24\pi}\right) r = 1{,}066\, r = 32 \text{ Zoll},$$

und wird nun das Seil in 10 Minuten aufgewickelt, so ist die mittlere Geschwindigkeit desselben $v = \frac{2000}{600} = \frac{10}{3}$ Fuß, und die entsprechende mittlere Umdrehungszahl pr. Min. $u = \frac{30 v}{\pi b} = \frac{30 \cdot 40}{32 \cdot \pi} = \frac{75}{2\pi} = 11{,}94$.

Gezahnte Stange. §. 82. Wir haben schon im letzten Kapitel wiederholt darauf hingewiesen, daß sich die Theorie eines Räderpaares auch auf die eines Rades mit gezahnter Stange (s. §. 47) anwenden läßt, und daß es hierbei nichts weiter als des Unendlichgroßsetzens des Radhalbmessers bedarf. Deshalb bleibt uns denn auch über die Anwendung des Rades mit gezahnter Stange als Hilfsmittel zum Umsetzen der Kreisbewegung in eine gerade, und umgekehrt, zur Verwandlung der geradlinigen Bewegung in eine kreisförmige, nur noch wenig zu sagen übrig. Besteht das Rad in einem Drehling (mit Triebstöcken), so sind die Zähne der Stange nach einer Cycloide zu formen, welche den Theilkreis des Rades zum Erzeugungskreise hat (s. §. 67, Fig. 168). Giebt man den Radzähnen ebene und radial gerichtete Seitenflächen AB, $A_1B_1 \ldots$, Fig. 204, so sind die Zähne DE, D_1E_1 nach einer Cycloide zu formen, welche von einem Kreise AB_1C erzeugt wird, der den

Fig. 204.

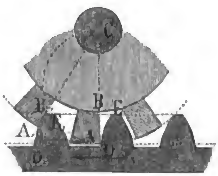
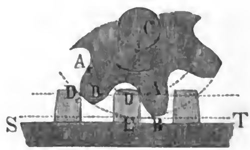


Fig. 205.

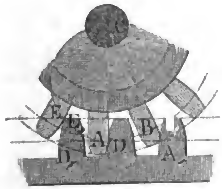


Radhalbmesser CA zum Durchmesser hat (s. §. 68, Fig. 170). Wenn man hingegen den Radzähnen AB, $A_1B_1 \ldots$ Fig. 205 die Evolventenform giebt, so reducirt sich die Zahnform der Stange auf einen Punkt $D, D_1 \ldots$, und es ist die übrigens beliebig zu formende Zahnfläche DE in D rechtwinkelig gegen die Stangenrichtung ST zu legen. Während sich jene Construction mehr zur Bewegung des Rades durch die Stange eignet, ist diese Construction mehr dazu geschickt, die Stange durch das Rad zu bewegen.

Bei den soeben abgehandelten Constructionen erfolgt der Angriff erst in der Centrallinie CA, soll hingegen derselbe schon vor derselben eintreten, so hat man beide Constructionen mit einander zu vereinigen, nämlich die Rad- oder Getriebzähne nach einem Kreisevolventenbogen A_1B_1, Figur 206, und die

Stangenzähne nach einem Cylinderbogen $D_1 E_1$ zu gestalten. Es kommt dann auf der einen Seite der Centrallinie der Evolventenbogen $A_1 B_1$ des Radzahnes mit einer und derselben Stelle D des Stangenzahnes, und auf der anderen Seite der Cycloidenbogen $D_1 E_1$ des Stangenzahnes mit dem ebenen Theile des Radzahnes in Berührung. Uebrigens läßt sich auch die einfache Evolventenverzahnung, wie sie in §. 72 beschrieben worden ist, verwenden. Die Zähne der Stange nehmen hierbei eine trianguläre Form an. Gezahnte Stange.

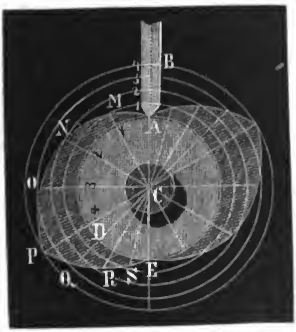
Fig. 206.



§. 83. Um Stangen oder Hebel durch eine umlaufende Welle auf und nieder zu bewegen oder hin und her zu schieben, versieht man letztere mit zahnähnlichen Ansätzen oder sogenannten Daumen (franz. cames; engl. cams, tappets), die im Ganzen nach denselben Regeln zu construiren sind, wie die Zähne. Wir müssen bei der Construction der Daumen unterscheiden, ob die Richtung der Stange radial, d. i. nach der Axe der Welle geht, oder ob sie neben der Axe vorbeigeht, ferner ob die Stange gleichförmig oder ungleichförmig aufsteigen soll, u. s. w. Daumen.

Der einfachste Fall ist der, wenn die Stangenaxe radial zur Welle steht, und die Bewegung derselben gleichförmig, d. i. so erfolgen soll, daß gleichen Umdrehungswinkeln der Welle gleiche Wege der Stange entsprechen. Es sei in Fig. 207, $AB = s$ der Weg, welchen die Stange bei Umdrehung der Welle um den Winkel ACD durchlaufen soll. Theilen wir nun sowohl die Hublinie AB, als auch den Boden AD in gleiche Theile, z. B. 4, beschreiben wir durch die Theilpunkte der ersteren aus C concentrische Kreisbögen und ziehen wir durch die Theilpunkte 1, 2, 3.. des letzteren radiale Linien bis zu den Durchschnitten M, N, O, P, mit den entsprechenden Kreisbögen, so erhalten wir in $AMNOP$ eine archimedische Spirallinie (franz. spirale d'Archimède; engl. spiral of Archimedes), nach welcher in diesem Falle der Hebedaumen zu formen ist; denn kommen beim Umdrehen der Welle die Punkte 1, 2, 3, 4 im Kreise nach und nach nach A, so gelangt

Fig. 207.



Daumen. M, N, O, P nach 1, 2, 3, 4 in der Hublinie, und es wird dabei die Stange um den Weg $A1$, $A2$, $A3$, $A4$, also vollkommen gleichförmig angehoben. Soll ebenso die Stange gleichförmig niedergelassen werden, während sich die Welle gleichförmig um einen Winkel DCE dreht, so findet man die niedersteigende Daumencurve $PQRSE$, wenn man auch den Bogen DE in (4) gleiche Theile theilt, durch die Theilpunkte die Halbmesser CQ, CR, CS zieht und dieselben bis zu den entsprechenden Kreisbögen verlängert.

Um die gleitende Reibung zwischen dem Stangenfuße und der Daumenfläche zu umgehen, versieht man den ersteren sehr gewöhnlich mit einem sogenannten Friktionsrade, und construirt die Daumenflächen nach einer Parallelen $A_1 N_1 P_1 R_1$, Fig. 208, welche an allen Stellen um den Halbmesser $AA_1 = NN_1 = P_1P_1 = RR_1$, von der archimedischen Spirale oder sogenannten Spinnlinie (Neoide) $ANPR$ absteht. Wenn die Stange bei einer Wellenumdrehung nur ein Spiel machen soll, so bildet der Daumen mit der Welle, wie z. B. in Fig. 208, eine sogenannte Herzscheibe (franz. roue en coeur; engl. heart-wheel).

Fig 208

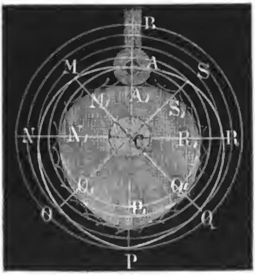
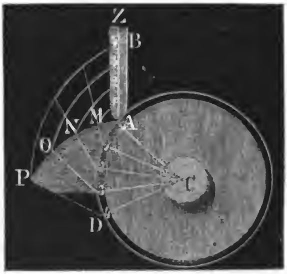


Fig. 209.

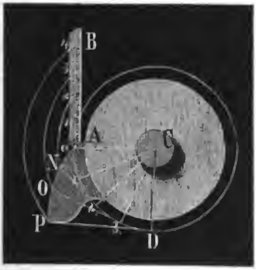


§. 84. Bildet die Stangenrichtung AZ, Fig. 209, eine Secante zur umlaufenden Welle, so erleidet die Construction des Daumens eine Modification. Soll auch hier die Stange um AB aufsteigen, während sich die Welle um den Winkel ACD dreht, so bleibt zwar die Eintheilung von AB und DE in gleiche Theile und die Construction von Kreisbögen aus der Wellenaxe C dieselbe, es sind aber an die Theilpunkte 1, 2, 3, 4 des Bogens AD Linien von gleicher Länge mit AB, oder, was auf eins hinauskommt, Linien so zu legen, daß sie mit den entsprechenden Halbmessern $C1$, $C2$, $C3$ u. s. w. denselben Winkel einschließen wie AB mit CA. Die Durchschnittspunkte M, N, O, P dieser Linien mit den Kreisbögen aus C geben dann die gesuchte Daumencurve; denn wenn die Theilpunkte 1, 2, 3, 4 von AD nach A kommen, gelangt M, N, O, P nach 1, 2, 3, 4 der

Hublinie, steigt also auch der Stangenfuß um die gleichen Theile $A\,1$, $1\,2$, $2\,3$, $3\,4$. Daumen

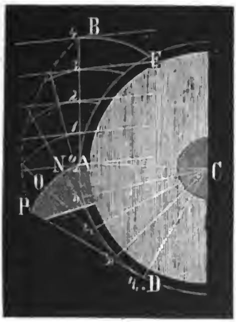
Steht die Hublinie $A\,B$, Fig. 210, rechtwinkelig auf dem Wellenhalbmesser $C\,A$, bildet sie also eine Tangente zur Welle, so ändert sich die Construction nicht; es sind dann auch die geraden Linien, welche man durch die Theilpunkte 1, 2, 3, 4 des Grund- oder Theilkreises zu legen hat, Tangenten zu diesem Kreise. Nimmt man noch den Theilbogen $A\,D$ gleich der Hublinie $A\,B$, so geht die Daumencurve in die bekannte Kreisevolvente über (s. §. 82). Bei Anwendung eines Friktionsrädchen sind natürlich alle diese Curven durch Aequidistanten zu ihnen zu ersetzen. Bei den Daumen, welche nach der Kreisevolvente geformt sind, steht die Berührungsfläche winkelrecht auf der Hublinie, weshalb auch die Last der Stange von dem Daumen unmittelbar aufgenommen wird, und in der Stange keine durch eine besondere Führung aufzunehmende Seitenkraft zurückbleibt. Aus diesem Grunde gehören denn auch die Kreisevolventendaumen zu den vorzüglicheren.

Fig. 210.



Anmerkung. Nur in Folge der Reibung zwischen dem Daumen und der Stange wird die Stange nach der Welle hin etwas zur Seite gezogen; wenn man aber die Daumenfläche so formt, daß ihre Normale an der Berührungsstelle stets um den Reibungswinkel ϱ von der Hublinie oder Stangenaxe abweicht, so fällt auch selbst dieses Zurseiteziehen weg. Setzen wir die Hubhöhe $AB = DP$, Fig. 211, $= h$, den Halbmesser $CA = CD = CE$ des Theilkreises $= r$ und den Bogen $AD = AE$ desselben $= b$, so hat man folgende einfache und durch den höheren Calcul leicht zu findende Gleichung

Fig. 211.



$$b = h\left(1 + \varphi\,\frac{h}{2r}\right),$$

oder, wenn man den Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}1$ setzt,

$$b = \left(1 + 0{,}05\,\frac{h}{r}\right) h,$$

während bei der Kreisevolvente $b = h$ ist. Setzt man statt h, $\frac{1}{4}h$, $\frac{2}{4}h$, $\frac{3}{4}h$ u. s. w., so giebt diese Formel auch die entsprechenden Werthe von b, und es ist nun mittels derselben die Curve $ANOP$ leicht zu construiren. Ist z. B. $h = r$,

so hat man für $A2 = 2N = \frac{h}{2}$ den entsprechenden Bogen

$$2A = (1 + 0{,}05 \cdot {}^1\!/_2)\,\frac{h}{2} = 1{,}025 \cdot \frac{h}{2} = 0{,}5125\,h,$$

ferner für $A3 = 3N = \frac{3h}{4}$, den Bogen

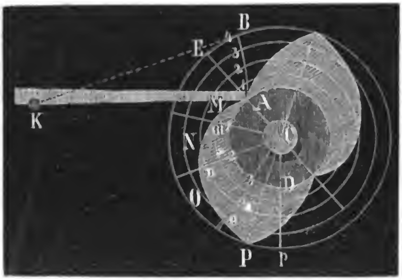
$$3A = (1 + 0{,}05 \cdot {}^3\!/_4)\,\frac{3h}{4} = 1{,}0375 \cdot {}^3\!/_4\,h = 0{,}778\,h \text{ u. s. w.}$$

Hebelbewegung.

§. 85. Man kann auch die Stangen durch Hebel ersetzen und daher statt einer geradlinigen Bewegung, eine schwingende oder absetzende Kreisbewegung mittels Daumen aus der stetigen Kreisbewegung einer Welle ableiten.

Soll z. B. ein Hebel KA, Fig. 212 durch die Daumen einer Welle ACD aufgehoben werden, und das Hebelende den Weg AB gleichförmig durchlaufen, während sich die Welle um den Winkel ACD dreht, so theile man

Fig. 212.



die Bögen AB und AD in gleiche Theile, beschreibe durch die Theilpunkte von AB aus C concentrische Kreise und ziehe durch die Theilpunkte von AD Radien. Giebt man sich nun die Punkte m, n, o, p an, wo diese Halbmesser die entsprechenden Kreise durchschneiden, und trägt von denselben aus die Bögen, welche zwischen den Theilpunkten 1, 2, 3, 4 von AB und dem verlängerten Radius CA (CE) enthalten sind, als mM, nN, oO, pP auf, so erhält man in $AMNOP$ die gesuchte Daumencurve, denn wenn die Punkte 1, 2, 3, D des Bogens AD nach und nach nach A kommen, gelangen die Punkte M, N, O, P nach 1, 2, 3, 4 (B) des Bogens AB; es entsprechen also gleichen Umdrehungsbögen der Welle auch gleiche Wege des Hebelendes A.

Hängt an dem Hebel ein Gewicht G, welches von einer Daumenwelle gleichförmig aufzuheben ist, so hat man, wie aus Fig. 213 zu ersehen ist,

die Vertikalprojection BK des Bogens AB in gleiche Theile zu theilen, horizontale Linien durch die erhaltenen Theilpunkte 1, 2, 3, 4 zu legen und die concentrischen Kreisbögen durch die Durchschnitte dieser Linien mit AB zu beschreiben, übrigens aber wie vorhin zu verfahren. Hebelbewegung.

Fig. 213

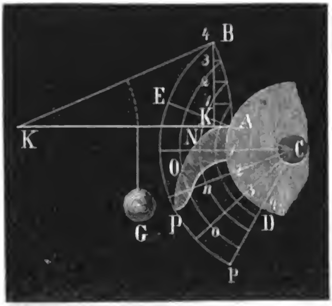
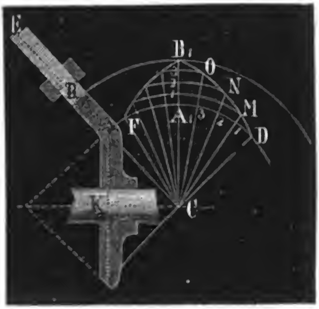


Fig. 214.



Wenn die Stangenaxe oder die Bewegungsebene des Hebels nicht in die Umdrehungsebene der Daumenwelle fällt, so müssen natürlich auch die Daumen aus der letzteren Ebene hervorstehen. Soll z. B. die Stange BE, Fig. 214, von einem umlaufenden Rade AK um einen Weg AB ausgeschoben werden, dessen Richtung die Radaxe CK unter einem gegebenen Winkel ACK schneidet, so muß der Durchschnitt eines Daumens eine conische Fläche DB_1F bilden, die von den nach oben angegebenen Regeln zu findenden Curven DB_1 und FB_1 begrenzt wird. Endlich ist auch leicht zu ermessen, wie die Construction abzuändern ist, wenn statt der Stange ein Hebel in einem Bogen AB von einem Daumen der Scheibe AK ausgeschoben werden soll.

Was die rückgehende Bewegung anlangt, so kann diese entweder durch ein Gegengewicht, oder durch eine Feder, oder endlich auch dadurch bewirkt werden, daß das Stangen- oder Hebelende mittels eines Bolzens oder Hakens an den zu diesem Zwecke mit einer Spur versehenen Daumen angeschlossen wird.

§. 86. Bei den im Vorstehenden abgehandelten Formen der Hebedaumen erfolgt beim Angriffe stets ein Stoß, da der vorher in Ruhe befindlichen Stange (Hebel) von dem Daumen plötzlich eine sich nachher immer gleichbleibende Geschwindigkeit mitgetheilt wird. Dieser Stoß wächst mit der Masse und der Geschwindigkeit der Stange und giebt nicht nur zu einem Arbeitsverluste, sondern auch zu einem stärkeren Abführen der Maschine Veranlassung, und deshalb sollte diese Construction der Daumen auch nur Angriff ohne Stoß

Angriff ohne Stoß. bei kleinen Geschwindigkeiten und nur dann angewendet werden, wenn die Masse der Stange oder des Hebels klein ist, gegen die Masse der armirten Daumenwelle. Ist c die Geschwindigkeit der Stange während des Aufsteigens oder Ausschiebens, M die Masse derselben und M_1 die auf den Angriffspunkt reducirte träge Masse der Daumenwelle, so hat man nach I., §. 258, den Arbeitsverlust bei jedem Angriffe:

$$L = \frac{c^2}{2} \cdot \frac{M M_1}{M + M_1} = \frac{c^2}{2} \cdot \frac{M}{\frac{M}{M_1} + 1}.$$

Man ersieht, daß derselbe nur für $c = 0$, und $M = 0$ oder $M_1 = \infty$, verschwindet.

Um die Nachtheile des stoßweisen Angriffes zu umgehen, muß man die Daumen so formen, daß sie die Stange oder den Hebel nur allmälig, z. B. in eine gleichförmig beschleunigte Bewegung setzen. Constructionen der Art führen die Figuren 215 und 216 vor Augen, und zwar erstere für eine

Fig. 215.

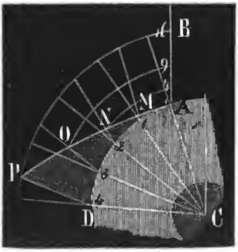
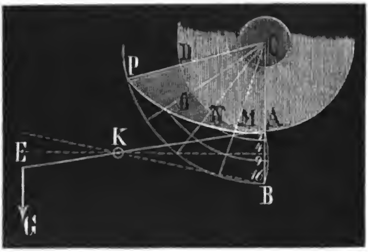


Fig. 216.



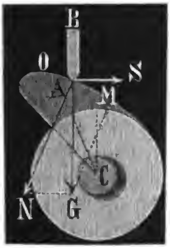
Stange und letztere für einen Hebel AKE. Der wesentliche Unterschied dieser Construction von der vorigen besteht darin, daß hier die Hublinie AB nicht in gleiche, sondern in solche Theile getheilt wird, die sich zu einander wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 verhalten, deren Endpunkte also um die Quadratzahlen 1, 4, 9, 16 vom Anfangspunkte A (s. I., §. 16) abstehen. Es geht daher auch die Daumencurve durch die Durchschnittspunkte M, N, O, P, zwischen den durch die Theilpunkte 1, 4, 9, 16 aus der Umdrehungsaxe beschriebenen Kreisen und den durch die an die Theilpunkte 1, 2, 3, 4 des Theilkreises gehörig angelegten Hublinien.

Ein Uebelstand jedoch erwächst auch aus dieser Construction. Dieser besteht darin, daß hierbei leicht die Winkel zu spitz werden, unter welchen sich die Daumencurve $AMNOP$ und die Hublinie schneiden, woraus ein stärkeres Zurseiteziehen oder Zurseitedrücken der Stange und daher auch eine größere

Seitenreibung erwächst. Ist G die Last der Stange AB, Fig. 217, und α der Winkel NAG, um welchen die Normale AN der Daumencurve MO von der Hublinie abweicht, so hat man die in der Stange zurückbleibende Seitenkraft $S = G\, tang.\, \alpha$, und die auf die Daumenwelle übergehende Kraft

Angriff ohne Stoß.

Fig. 217.



$$N = \frac{G}{cos\ \alpha}.$$

Jene Seitenkraft erzeugt eine Seitenreibung in der Senkrechtführung der Stange, und diese Kraft, da sie größer als G ist, vergrößert den Zapfendruck und daher auch die Zapfenreibung.

§. 87. Am einfachsten und vollkommensten wird das allmälige Aufheben und Niederlassen von Stangen oder Hebeln durch sogenannte excentrische Scheiben oder Excentriks (franz. excentriques; engl. excentrics) erreicht. Dieselben sind kreisförmige, elliptische, ovale Scheiben u. s. w., die sich um eine excentrische, d. i. nicht durch ihren Mittelpunkt gehende Axe, drehen. Unter ihnen sind die Kreisexcentriks, die in einer einfachen cylindrischen Scheibe bestehen, die gewöhnlichsten. Fig. 218 führt ein Kreisexcentrik vor Augen; M ist der Mittelpunkt und C die Umdrehungsaxe desselben. Die Stange BK ist hier mit einem Schuh EF ausgerüstet, dessen horizontale Grundfläche von dem Umfange des Excentriks tangirt wird. Die Bewegungsverhältnisse des Kreisexcentriks sind dieselben wie die des Krummzapfens (vergl. II., §. 307). Dreht sich das Excentrik um einen Winkel $OCM = \beta$, so steigt die Stange um den Weg

Excentrik.

Fig. 218.



$$AK = KO - AO = KN + NO - AO = DM + NO - AO = NO$$
$$= CO - CN, \text{ d. i. } s = r\,(1 - cos.\, \beta), \text{ wenn } r \text{ die Excentricität}$$

CM der Scheibe bezeichnet.

Nimmt β um einen sehr kleinen Theil $\triangle \beta$ zu, so steigt s noch um den kleinen Weg

$$\triangle s = r[1 - cos.(\beta + \triangle \beta)] - r(1 - cos.\beta) = r[cos.\beta - cos.(\beta + \triangle \beta)]$$
$$= r\,(cos.\beta - cos.\beta\,.\,cos.\triangle\beta + sin.\,\beta\, sin.\triangle\beta),$$

d. i. da $cos.\triangle\beta = 1$ und $sin.\triangle\beta = \triangle\beta$ gesetzt werden kann, um

Excentrik. $\triangle s = r \sin.\beta . \triangle \beta$ höher, und es ist daher das Verhältniß zwischen der Geschwindigkeit w der Stange und der Geschwindigkeit v des Excentriks im Punkte M: $\frac{w}{v} = \frac{\triangle s}{r . \triangle \beta} = \sin.\beta$.

Da für $\beta = 0$ und $\beta = 180^0$, $\sin.\beta = 0$ ist, so folgt, daß die Stange mit einer unendlich kleinen Geschwindigkeit zu steigen anfängt, und daß sie nach einer halben Umdrehung des Excentriks und nach Zurücklegung des Weges $AB = r(1 + 1) = 2r$, mit unendlich kleiner Geschwindigkeit zu steigen aufhört. Auch ist leicht einzusehen, daß ebenso während der zweiten Hälfte einer Umdrehung der Niedergang der Stange mit Null Geschwindigkeit beginnt, und aufhört. Endlich zeigt auch die Formel, daß in den Quadraturen, d. i. für $\beta = 90^0$ und 270^0, die Stange ihre Maximalgeschwindigkeit $w = v$ erlangt.

Die Last Q in der Stangenaxe wird nur bei dem höchsten und tiefsten Stande der Stange vom Excentrik unmittelbar aufgenommen, in jedem anderen Stande wirkt aber die Kraft $P = Q$ excentrisch, und es bekommt dadurch die Stange ein Bestreben zur Drehung, dem das Moment

$$\frac{1}{2} P . 2 DK = P . DK = Pr \sin.\beta$$

entspricht. Dieses Bestreben erzeugt, indem ihm durch die Führung der Stange entgegengewirkt wird, eine besondere Seitenreibung. Die Reibung zwischen dem Excentrik und dem Stangenfuße ist $= \varphi P$ und consumirt, bei einer halben Umdrehung des Excentriks, die Arbeit

$$\varphi P . \pi a = \varphi \pi Q a.$$

Da diese mit dem Halbmesser $MD = a$ der Scheibe wächst, so folgt, daß man diesen möglichst klein nehmen soll.

Berücksichtigt man nun diese Reibung, so hat man die Kraft zum Aufheben der Stange, da diese bei einer halben Umdrehung den Weg $2r$ zurücklegt, $P = Q + \frac{1}{2r} . \varphi \pi P a$, hiernach $P\left(1 - \frac{\varphi \pi a}{2r}\right) = Q$,

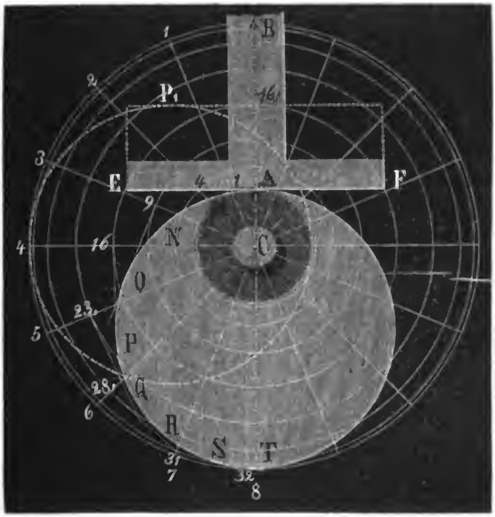
daher $$P = \frac{Q}{1 - \frac{\varphi \pi a}{2r}}, \text{ annähernd} = \left(1 + \frac{\varphi \pi a}{2r}\right) Q.$$

§. 88. Zu manchen Zwecken kann es angemessener sein, sich eines besonders geformten Excentriks zu bedienen. Soll z. B. eine Stange durch ein Excentrik während einer Umdrehung gleichförmig beschleunigt aufgehoben und ebenso gleichförmig verzögert niedergelassen werden, so hat man folgende Construction anzuwenden, um die entsprechende Form des Excentriks zu erhalten.

Man theile die Hubhöhe AB, Fig. 219, in Theile, die sich wie die Zahlen 1, 3, 5, 7, 5, 3, 1 zu einander verhalten, und beschreibe durch die er-

haltenen Theilpunkte concentrische Kreise aus der Drehungsaxe C der Welle. Excentriks.
Ferner theile man den äußersten, mit dem Halbmesser $CB = CT$ beschriebenen Kreis in gleiche Theile, und gebe sich die Durchschnitte 1, 4, 9, 16, 23.. zwischen jenen Kreisen und den nach den letzten Theilpunkten gezoge-

Fig. 219.

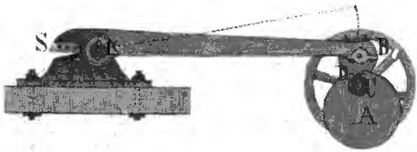


nen Halbmessern $C1$, $C2$, $C3$, $C4$ u. s. w. an. Endlich errichte man in diesen Durchschnittspunkten Perpendikel auf den entsprechenden Halbmessern, und führe einen Zug $AMNOP\ldots$, welcher alle diese Perpendikel der Reihe nach tangirt. Wird das Excentrik nach diesem Zuge begrenzt, so hebt dasselbe die Stange EBF anfangs gleichförmig beschleunigt und nachher gleichförmig verzögert, und läßt dieselbe während der zweiten Hälfte seiner Umdrehung auch so nieder. Denn wenn die Punkte 1, 4, 9, 16 u. s. w. in die Hublinie gelangen, nehmen die durch sie gehenden Perpendikel oder Tangenten der Curve $AMNOP\ldots$ eine horizontale Lage an, wird also auch die Stange, deren Fußlinie EF das Excentrik stets berührt, um die Theile 1, 3, 5, 7.. der Hublinie gehoben; läuft also die Welle gleichförmig um, so steigt die Stange auf die angegebene Weise empor.

Statt einer Stange kann man auch einen Hebel durch ein Excentrik in Umdrehung setzen und weil hier der Nachtheil der excentrischen Wirkung

Excentriks. wegfällt, so ist diese Art der Umsetzung noch vollkommener und wird daher bei Loch- oder Durchstoßmaschinen, Scheeren u. s. w. vorzüglich angewendet. Die Einrichtung einer Eisenscheere ist aus Fig. 220 zu ersehen. Es

Fig. 220.

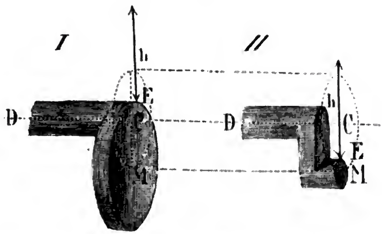


ist hier CA das Excentrik, KS die Scheerenschneide, KB der Scheerenarm und BD ein Friktionsrad, mittels dessen das Excentrik auf den Scheerenarm wirkt.

Bei dem gewöhnlichen Excentrik entspricht immer einer Umdrehung der Welle auch nur ein Ausschub oder ein Hin- und Rückgang der Stange oder des Hebels. Jedoch hat man auch Excentriks, welche bei einer Umdrehung zwei oder drei Stangenspiele liefern; diese lassen sich jedoch angemessener den Daumenwellen beizählen. Eine elliptische Scheibe, welche sich z. B. um ihren Mittelpunkt dreht, liefert bei jeder Umdrehung zwei Spiele, und ist passender mit einer Welle mit zwei Daumen zu vergleichen als mit einem Excentrik.

Krummzapfen. §. 89. Von dem Kreisexcentrik ist der **Krummzapfen** oder die **Kurbel** (franz. la manivelle; engl. the crank) nicht wesentlich verschieden (s. II., §. 307). Ist die Excentricität $CM = r$ des Kreisexcentriks in I., Fig. 221, dieselbe, wie die Armlänge $CM = r$ eines Krummzapfens DCM, in II., Fig. 221, so ist der Hub oder Schub in beiden derselbe

Fig. 221.



nämlich $h = 2r$. Auch ist bei beiden Vorrichtungen der dem Drehungswinkel β entsprechende Stangenweg $s = r\,(1 - cos.\beta)$ einer und der-

selbe, und es hängt derselbe gar nicht von dem Halbmesser ME der Scheibe oder Warze ab. Krummzapfen.

Wie eine Stange durch einen einfachen Krummzapfen bewegt werden kann, ist aus Fig. 222 zu ersehen. Die Warze M (franz. bouton; engl. the pin) greift hier unter einen Daumen E, welcher aus der Stange FG winkelrecht vorsteht, und treibt denselben vor sich her. Soll die Stange bei einem Anhube mehr als ein Spiel machen, so kann man einen doppelten oder mehrfachen Krummzapfen oder einen Drehling mit Triebstöcken anwenden. Da in diesem Falle nur ein Theil des Umfanges

Fig. 222.

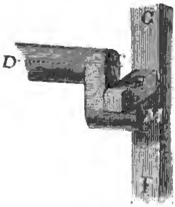
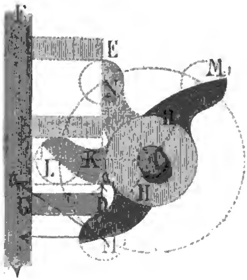


Fig. 223.



der Warze oder des Triebstockes mit dem Däumling in Berührung kommt, so braucht man auch nicht vollständige Warzen oder Triebstöcke einzusetzen, und kann statt derselben Heblinge oder Hebedaumen, wie MH, $M_1 H_1$ Fig. 223, in Anwendung bringen. Diese Construction hat vor der gewöhnlichen Anwendung von Evolventenheblingen zwei wesentliche Vorzüge. Erstens ist hier die mittlere Entfernung des Angriffspunktes zwischen Hebling und Däumling von der Axe des Stempels kleiner als bei den Heblingen nach der Kreisevolvente, und zweitens fällt hier der Stoß beim Angriff, und also auch der hieraus erwachsende Arbeitsverlust kleiner aus als bei den Evolventenheblingen.

Hört der Angriff um denselben Winkel über der horizontalen Centrallinie CK auf, als derselbe unter derselben beginnt, ist also

$$NCK = MCK = \frac{1}{2} MCN = \frac{1}{2}\beta,$$

so hat man den Hub oder Schub

$$MN = DE = h = 2 r \sin. \frac{\beta}{2},$$

wenn β den Theilwinkel MCN und r die mechanische Armlänge $CM = CN$

Krummzapfen.

der Heblinge bezeichnet; und es ist die Däumlinglänge

$$GD = KL = b \text{ beinahe } = r\left(1 - cos.\frac{\beta}{2}\right) + r_1,$$

wenn r_1 den Krümmungshalbmesser $MD = NE$ eines Heblings repräsentirt. Da der Angriffspunkt zwischen Hebling und Däumling während des Aufsteigens der Stange der Axe des Stempels näher rückt, so fällt natürlich die mittlere Excentricität noch viel kleiner als b aus.

Die Geschwindigkeit $Mc_1 = c_1$, mit welcher der Hebling gegen den Däumling stößt, ist, wenn c die Umdrehungsgeschwindigkeit Mc im Theilkreise bezeichnet, $c_1 = c\,cos.\frac{\beta}{2}$, und fällt daher um so kleiner aus, je mehr sich $\frac{\beta}{2}$ dem Rechtwinkel nähert, je tiefer also der Angriff erfolgt.

Sind M und M_1 die Massen des Stempels und der Welle, so hat man daher das bei jedem Angriffe durch den Stoß verlorene Arbeitsquantum $L = \frac{c^2}{2g}\left(cos.\frac{\beta}{2}\right)^2\frac{MM_1}{M+M_1}$, annähernd

$$= \frac{Mc^2}{2g}\left(cos.\frac{\beta}{2}\right)^2;$$ während es bei der Anwendung von Evolventenheblingen, wo der Angriff in der Centrallinie CK erfolgt,

$$L = \frac{c^2}{2g}\cdot\frac{MM_1}{M+M_1} \text{ ist.}$$

§. 90. Der **Krummzapfen** CA, Fig. 224, ist das gewöhnlichste und vorzüglichste Hilfsmittel zum Umsetzen der stetigen Kreisbewegung in eine geradlinig wiederkehrende, oder umgekehrt, der geradlinig hin- und her-, oder auf- und niedergehenden Bewegung in eine stetige Kreisbewegung. Zu demselben gehört noch die **Kurbelstange** AB (franz. la bielle; engl. the connecting rod) als wesentlicher Bestandtheil. Dieselbe ist mit dem einen Ende A an die Warze des Krummzapfens, und mit dem andern Ende B an den Kopf der Stange BF angeschlossen, welche entweder durch den Krummzapfen in geradlinig wiederkehrende Bewegung gesetzt wird, oder denselben eine stetige Kreisbewegung ertheilt. In vielen Fällen kann man die Kurbelstange nicht unmittelbar mit der auf- und nieder-, oder hin- und hergehenden Stange verbinden, sondern es ist nöthig, einen Hebel oder Balancier zwischen beide zu bringen. In Fig. 225 ist die Kurbelstange AB an einen Balancier BD und in Fig. 226 an einen Winkelhebel BDE angeschlossen. Die erste Construction kommt vorzüglich bei Dampfmaschinen vor, wo der Balancier mittels der Kolbenstange in schwingende Bewegung gesetzt und aus dieser Bewegung mittels des Krummzapfens eine rotirende Kreisbewegung abgeleitet wird. Den zwei-

ten Fall hingegen bietet vorzüglich eine sogenannte Radkunst dar, wo die rotirende Kreisbewegung eines Wasserrades mittels Krummzapfen und Krummzapfen.

Fig. 224.

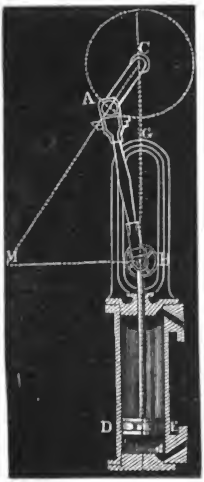


Fig. 225.

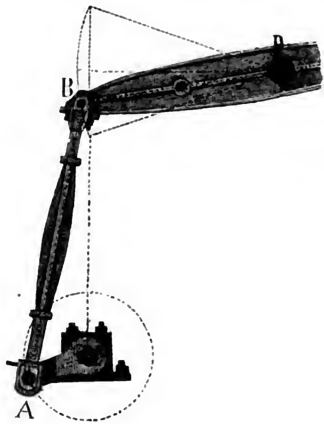
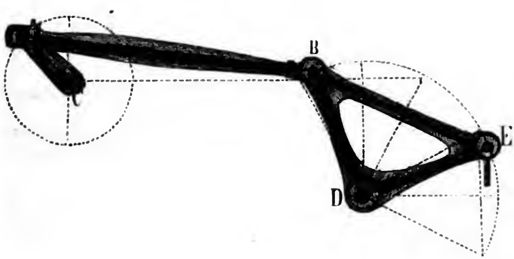


Fig. 226.



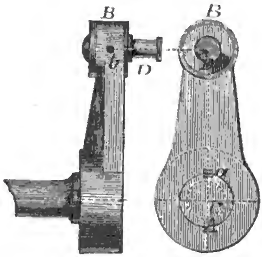
Winkelhebel (Kunstkreuz) in eine auf= und niedergehende Gestängbewegung umzuändern ist.

Man bildet zwar zuweilen die Kurbel aus einem Gußstücke, es ist jedoch besser, dieselbe aus drei Stücken zusammenzusetzen, namentlich, wenn der Zapfen mit der umlaufenden Welle ein Ganzes bildet. Die Con

Krummzapfen.

struction und Zusammensetzung eines solchen Krummzapfens zeigt Figur 227 in zwei Ansichten. Der Kurbelarm AB ist mit zwei ausgedrehten Augen versehen, durch das eine kommt der Wellen- oder Zapfenkopf C und durch das andere das Kopfstück der Warze D. Die Befestigung des Armes mit dem Zapfenkopfe erfolgt durch einen Splint a, und die der Warze mit dem Arme durch einen Bolzen b, oder auch durch eine Schraube am Ende des Warzenkopfes. Ist ein veränderlicher Kurbelhub nöthig, so muß man die Warze stellbar einrichten, und zu diesem Zwecke den Kurbelarm mit einem Schlitze und einer Stellschraube versehen. Auch wendet man wohl statt des Armes eine ganze Scheibe mit mehreren Löchern zur Aufnahme der Warze an. Zuweilen kann man endlich auch die Warze in die Stirnfläche oder in den Arm eines auf der umlaufenden Welle sitzenden Rades einsetzen, und dadurch den Kurbelarm oder Kurbelbug ganz ersparen.

Fig. 227.



Was die Dimensionen der Kurbel betrifft, so berechnet man die Zapfenstärke d (Wellenstärke) nach der §. 3 mitgetheilten Formel

$$d = 0{,}35 \sqrt[3]{Pa} = 6 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Zoll},$$

und dagegen die Warzenstärke d_1 nach der Formel

$$d_1 = 0{,}048 \sqrt[2]{R} \text{ des §. 5.}$$

Nun ist aber die Kraft, mit welcher die Warze auf die Stange wirkt, oder umgekehrt, $R = \frac{\pi}{2}$ mal der am Kurbelarme a wirkenden Umdrehungskraft P_1, daher hat man

$$d_1 = 0{,}048 \sqrt[2]{\frac{\pi}{2} P}, \text{ und } \frac{d_1}{d} = \frac{0{,}048 \sqrt[2]{\frac{\pi}{2} P}}{0{,}35 \sqrt[3]{Pa}},$$

oder, wenn a wie d_1 und d in Zollen ausgedrückt wird,

$$\frac{d_1^2}{d^3} = \frac{(0{,}048)^2 \cdot \pi P}{2 \cdot (0{,}35)^3 \cdot \frac{Pa}{12}} = \frac{0{,}0023 \cdot 6\pi}{0{,}0429\, a} = \frac{1}{a},$$

und daher $\frac{d_1}{d} = \sqrt{\frac{d}{a}}$.

Hierbei wird jedoch vorausgesetzt, daß die Warze und der Kurbelarm aus Guß= oder Schmiedeeisen bestehen; ist aber nur die erste gußeisern und der letzte aus Schmiedeeisen, so hat man Krummzapfen.

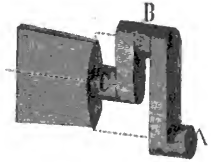
$$\frac{d_1}{d} = 0{,}75 \sqrt{\frac{d}{a}}.$$

Die Stärke des Kurbelarmes läßt sich wie die eines Radarmes (s. II., §. 89) berechnen.

Dem Zapfenkopfe giebt man die Stärke $^5/_4\, d$, und ebenso dem Warzenkopfe die Stärke $^5/_4\, d_1$. Die Wandstärke des Zapfen= und des Warzenringes wird $^5/_8\, d$ und $^5/_8\, d_1$ und die Länge dieser Ringe $= {}^5/_4\, d$ und $^5/_4\, d_1$ genommen.

§. 91. Man wendet nicht selten auch **doppelte** oder **mehrfache** Krummzapfen an. Figur 228 zeigt einen doppelten Krummzapfen für ein sogenanntes Stangenvorgelege (s. III., §. 36), mit Warzen A und B, die einander diametral gegenüberstehen. Wenn die eine Warze aufsteigt, ist natürlich die andere im Niedergange begriffen; es halten sich daher die Gewichte der in A und B hängenden Stangen einander das Gleichgewicht. Die mittlere Warze B ist ebenso stark zu machen als der Zapfen C, da sie die Torsion einer Kraft P auszuhalten hat, deren Hebelarm $AB = 2\,CB = 2\,r$ ist, und das Torsionsmoment des Zapfens: $2\,P\,.\,CB = 2\,Pr$ ist. Dasselbe gilt auch von den Armen AB und BC; das Moment zum Abbrechen des einen ist $P\,.\,AB = 2\,Pr$ und das des anderen $2\,P\,.\,CA$, also ebenfalls $= 2\,Pr$. Doppelte Krummzapfen.

Fig. 228.

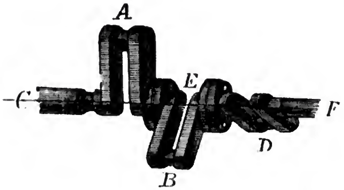


Bei den gewöhnlichen Radkünsten, oder Pumpenwerken, welche durch ein Wasserrad in Bewegung gesetzt werden, bildet jedes der beiden Wellenenden einen einfachen Krummzapfen, und es steht die Warze des einen ebenfalls um 180 Grad von der des andern ab; es wirken daher auch beide zusammen, so wie der doppelte Krummzapfen in Fig. 228 allein. Diese diametrale Stellung der Warzen ist jedoch nur bei einfachwirkenden Maschinen, d. i. nur dann angemessen, wenn nur zum Auf= nicht aber zum Rückgange der Gestänge Kraft nöthig ist. Ist aber die Kraft beim Hin= und Rückgange der Stangen dieselbe, wie z. B. bei doppelt wirkenden Dampfmaschinen, so muß man die Warzen der beiden Krummzapfen auf das Viertel stellen, d. i. um 90 Grad von einander abstehen lassen, damit sich die Stangenkräfte in der Umdrehung der Krummzapfenwelle

Doppelte Krummzapfen. am vollständigsten unterstützen. Man findet solche Krummzapfen vorzüglich bei Dampfschiffen und Dampfwagen.

Bei einem dreifachen Krummzapfen oder einer Verbindung von drei Krummzapfen, wie Fig. 229, stehen die Warzen A, B, D im Drittel, d. i. um 120 Grad von einander ab; bei einem vierfachen Krummzapfen stehen dieselben im Viertel u.s.w. Zwei oder mehrfache Krummzapfen oder Kurbeln werden in der Regel

Fig. 229.



durch gebrochene oder gekröpfte Wellen, wie CEF, Fig. 229, gebildet. Diese Wellen werden seltener aus einem Stücke gegossen, sondern, wie aus der Figur zu ersehen ist, aus Theilen zusammengesetzt, oder aus gefrischtem Eisen geschmiedet. Die geschmiedeten Krummzapfen sind überhaupt, und zumal dann den gußeisernen vorzuziehen, wenn die Maschine Stößen ausgesetzt ist. Mit Recht vermeidet man gern lange gekröpfte Wellen, und ersetzt dieselben lieber durch besonders gelagerte kurze Wellenstücke mit Krummzapfenkuppelung (s. III., §. 7, Fig. 13).

Kurbelstange. §. 92. Die Kurbel- oder Lenkstangen (Lenker) erhalten wegen der vollkommneren Uebertragung der Kraft, mindestens die 5fache Kurbelarmlänge, oder den $2\frac{1}{2}$fachen Warzenkreisdurchmesser zu ihrer Länge; wenn es möglich ist, geht man jedoch damit gern auf die 6- bis 7fache Armlänge hinauf. Bei den einfachwirkenden Kurbeln erfolgt die Mittheilung der Kraft nur durch Zug, und es ist daher auch der Querschnitt der Kurbelstange wie der einer gewöhnlichen Zugstange (s. III., §. 10) zu berechnen. Bei dem doppelt, also ziehend und schiebend wirkenden Krummzapfen ist hingegen der Stangenquerschnitt nach der Theorie der rückwirkenden Festigkeit zu bestimmen.

Nach I., §. 208 ist die Kraft zum Zerknicken einer cylindrischen Stange von der Länge l und der Stärke d_2: $R = \frac{\pi^3}{4} \cdot \frac{d_2^4}{16\,l^2} \cdot E$, und nach einer der Formeln des vorigen Paragraphen ist die Stärke der Warze $d_1 = 0{,}048 \sqrt[2]{R}$; eliminirt man daher aus beiden Gleichungen die Stangenkraft R, so erhält man die Gleichung

$$\frac{\pi^3}{4} \cdot \frac{d_2^4}{16\,l^2}\, E = \left(\frac{d_1}{0{,}048}\right)^2,$$

und hiernach $d_2 = \sqrt[4]{\frac{64}{\pi^3 E}} \cdot \sqrt{\frac{l\,d_1}{0{,}048}} = 5{,}47 \sqrt{\frac{l\,d_1}{\sqrt{E}}}$. Kurbelstange.

Nun haben wir aber in §. 90 auch $\frac{d_1}{d} = \sqrt{\frac{d}{a}}$ angegeben, daher erhalten wir $\frac{d_2}{d} = 5{,}47 \sqrt{\frac{l}{\sqrt{a\,d\,E}}}$, oder, wenn wir den Elasticitätsmodul des Gußeisens $E = 17'000000$ und das Verhältniß $\frac{l}{a}$ der Lenkerlänge l zur Kurbelarmlänge a, $= n$ setzen,

$$\frac{d_2}{d} = 0{,}0852 \sqrt[3]{n} \,.\, \sqrt[4]{\frac{a}{d}}$$

Nimmt man $n = 6$ und verdoppelt man die Stärke der Sicherheit wegen, so erhält man $\frac{d_2}{d} = 0{,}42 \sqrt[4]{\frac{a}{d}}$.

Bei langen Kurbelstangen findet man meist das Verhältniß $\frac{d_2}{l} = {}^1/_{36}$ angewendet, jedoch bei kurzen Stangen und bedeutenden Kräften steigt man damit bis auf $^1/_{18}$ und wohl noch höher. An den Enden kann man d_2 um ein Viertel kleiner nehmen. Uebrigens wird der mittlere Theil der gußeisernen Lenker in der Regel aus 4 Rippen gebildet, und die Seite des dieselben umschließenden Quadrats $^1/_{20}$ der Länge l des Lenkers genommen.

Man bestimmt auch wohl den mittleren Querschnitt der Kurbelstange unter der Voraussetzung, daß man die Belastung auf jeden Quadratzoll Querschnitt bei Gußeisen $K = 500$ Pfund, und bei Schmiedeeisen

$K = 1000$ Pfund setzt.

Beispiel. Man soll für eine Dampfmaschine von 40 Pferdekräften, welche pr. Minute 20 Spiele macht, die nöthigen Dimensionen des Krummzapfens berechnen. Die Wellen- oder Zapfenstärke ist

$$d = 6 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} = 6 \sqrt[3]{^{40}/_{20}} = 6 \,.\, 1{,}26 = 7{,}56 \text{ Zoll},$$

wofür 8 Zoll genommen werden soll; die Warzenstärke ist, bei einer Kurbelarmlänge a von 18 Zoll,

$$d_1 = d \sqrt{\frac{d}{a}} = d \sqrt{\frac{8}{18}} = d \sqrt{^4/_9} = {}^2/_3\, d = 5^1/_3 \text{ Zoll},$$

endlich die Stärke der Kurbelstange

$$d_2 = 0{,}42 \,.\, d \sqrt[4]{\frac{a}{d}} = 0{,}42 \sqrt[4]{^9/_4} \,.\, d = 0{,}42 \,.\, \sqrt{^3/_2} \,.\, d$$

$$= 0{,}514 \,.\, d = 4{,}1 \text{ Zoll},$$

und der entsprechende Querschnitt $F = 13{,}2$ Quadratzoll.

Die Kraft der Stangenaxe ist, da dieselbe pr. Minute den Weg $2 \,.\, 3 \,.\, 20 = 120$

urbelstange. Fuß zurücklegt, $K = \frac{510 . 60 . 40}{2 . 3 . 20} = 10200$ Pfund,

und daher die Belastung auf jeden Quadratzoll

$$K = \frac{10200}{13,2} = 773 \text{ Pfund.}$$

§. 93. Das Auge in der Kurbelstange, durch welches die Warze des Krummzapfens geht, ist mit metallenen Futterstücken versehen, die sich durch Klammer und Splint festkeilen lassen. Um das Zurückziehen des Keiles oder Splintes (der Clavette) zu verhindern, versieht man die Klammer AB, Fig. 230, mit einem Haken, und den Splint EF mit einer Schraube, so daß sich die letztere durch eine Schraubenmutter S anziehen läßt.

Fig. 230.

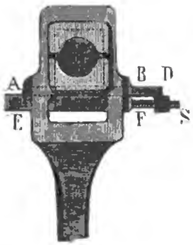
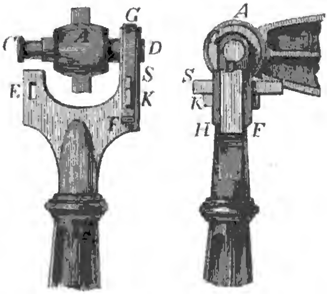


Fig. 231.



Am anderen Ende, wo die Kurbelstange an einem Hebel, Balancier u. s. w. angeschlossen ist, wird dieselbe in der Regel gegabelt, um das Hebelende A mittels eines Bolzens CD, Fig. 231, zwischen sich fassen zu können. Jedes der beiden Gabelenden wie E, wird mit einem schmiedeeisernen Bügel FGH umgeben, der die metallenen Futterstücke für die Bolzenlagerung umgiebt, und mittels Klammer K und Splint S mit der Gabel fest verbunden. Die Gabelung der Kurbelstange wird erspart, wenn das Balancier- oder Hebelende gespalten ist, oder wenn der Balancier aus zwei gleichen Stücken besteht, die in einem gewissen Abstande neben einander liegen, und mit einander durch Schraubenbolzen fest verbunden sind. Es greift in diesem Falle das Ende der Kurbelstangenenden zwischen diese Balancierstücke und ist damit durch einen einzigen Bolzen verbunden.

Die Köpfe der einfachen Balancier sind entweder flach, oder sie sind kugelförmig. Bei den letzteren sitzen die Bolzen, woran die Kurbelstange

hängt, auf einem Muff fest, der um einen Zapfen drehbar ist, in welchem Kurbelstange.
das Balancierende ausläuft. Es läßt sich dadurch das Abbrechen des einen oder anderen Verbindungsstückes verhindern, wenn die Bewegungsebene des Balanciers nicht genau mit der der Stange zusammenfällt.

Die Einrichtung eines Kugelkopfes ist aus Fig. 232 und Fig. 233 zu

Fig. 232.

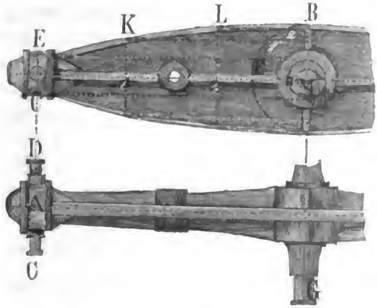


Fig. 233.



ersehen. Es sind C und D die Bolzen zum Aufhängen der Stange, es ist ferner AA der Muff, welcher mit diesen Bolzen ein Ganzes bildet und um den Zapfen B drehbar ist, en lich ist E eine Schale, welche das Zurückgehen des Muffes verhindern soll, und deshalb mittels eines Bolzens auf das äußerste Ende des Balanciers befestigt wird.

§. 94. Was den Balancier selbst anlangt, so läßt man denselben nicht Balancier
gern über 40 Grad ausschlagen, um nicht zu große Seitenbewegungen zu erhalten. Ist l die Armlänge des Balanciers (in der Regel die Hälfte der Länge des Balanciers) und α der Schwingungswinkel desselben, so haben wir den Stangenschub $s = 2\, l\, sin. \frac{\alpha}{2}$, und daher umgekehrt

$$l = \frac{s}{2\, sin. \frac{\alpha}{2}} = \frac{a}{sin. \frac{\alpha}{2}}, \text{ da } s \text{ auch } = 2a,$$

d. i. der doppelten Kurbelhöhe gleich ist. Für $\alpha = 40^0$ erhalten wir

$$l = \frac{a}{sin. 20^0} = \frac{a}{0{,}3420} = 3{,}086\, a.$$

Meist nimmt man $l = 3\,a = {}^3/_2\, s$.

Ist h die Höhe des Balanciers in der Mitte und b die Breite desselben, so hat man für denselben die bekannte Festigkeitsformel $Rl = 1000\, b\, h^2$ in Anwendung zu bringen.

Balancier. Man nimmt aber meist $b = \frac{h}{16} \left(\text{bis} \frac{h}{12}\right)$, und $l = 3a$; führen wir daher diese Werthe ein, so bekommen wir $Ra = 1000 \cdot \frac{h^3}{48}$, und daher

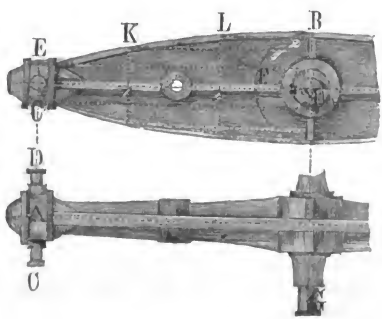
$$h = \sqrt[3]{\frac{48 Ra}{1000}}.$$

Nun haben wir aber die Stangenkraft $R = \frac{2}{\pi} P$, und nach §. 90 die Stärke der Kurbelzapfen: $d = 0{,}35 \sqrt[3]{\frac{Pa}{12}}$; es folgt daher auch $\frac{h}{d} = \frac{1}{0{,}35} \sqrt[3]{\frac{48 \cdot 24}{1000 \pi}} = 2$, wofür aber, um hinreichende Sicherheit zu erhalten, $= 3$ zu nehmen sein möchte. Sehr oft findet man auch die Höhe des Balanciers in der Mitte, $h = a = \frac{l}{3}$. An den Enden genügt die Höhe $h_1 = \frac{h}{3}$ bis $\frac{h}{2}$.

Zur Verstärkung erhält der Balancier noch eine Mittelrippe und eine Saumrippe. Die Höhe dieser Rippen nimmt man $= b = \frac{h}{16}$, die Breite aber $2b$ und $4b$.

Das Längenprofil des Balanciers sollte zwar von einer Parabelfläche gebildet werden (s. I., §. 204), allein man bringt auch oft folgende Construction in Anwendung. Man theilt die Armlänge $CM = l$, Fig. 234, in gleiche Theile $C1$, 12, $2M$, errichtet auf CM Perpendikel in den Theilpunkten; beschreibt ferner mit der halben Balancierhöhe $MB = \frac{1}{2} h$ einen

Fig. 234.



Kreis aus der Drehaxe M des Balanciers, zieht in dem Abstande $CE = \frac{1}{2} h_1$ der halben Balancierhöhe am Ende eine Parallele EF zu CM, und theilt den dadurch abgeschnittenen Bogen FB ebenfalls in gleiche Theile $F1$, 12, $2B$. Endlich legt man noch durch die letzten Theilpunkte Parallellinien zu CM, und bemerkt sich die Durchschnittspunkte K, L dieser Parallelen mit den Perpendikeln durch die Theilpunkte der CM. Die Curve durch die Punkte E, K, L, B giebt die gesuchte Begrenzungslinie des Balanciers. Balancier

Die Stärke eines Bolzens C und D ist, da jeder nur die Hälfte der Stangenkraft aufnimmt, $d_3 = d_1 \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,7\, d_1$, d. i. sieben Zehntel der Warzenstärke, die Stärke d_4 der Axe oder des Walzeisens G wird doppelt so groß als d_3, also $d_4 = 2 d_3 = 2 \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot d_1 = \sqrt{2} \cdot d_1 = 1,4\, d_1$ genommen. Die Hülsenlänge des Walzeisens nimmt man $0,3\, s$, und die ganze Länge desselben $= 0,7\, s$.

Beispiel. Für die im Beispiele zu §. 92 behandelte Dampfmaschine erhalten wir, da die Kurbelhöhe $a = 18$ Zoll ist, die Länge der Kurbelstange = der des gleicharmigen Balanciers:

$$2l = 6a = 6 \cdot \frac{3}{2} = 9 \text{ Fuß} = 108 \text{ Zoll};$$

ferner die Balancierhöhe in der Mitte: $h = 3d = 3 \cdot 8 = 24$ Zoll, die am Ende $h_1 = 0,4h = 10$ Zoll und die Balancierbreite $b = \frac{h}{16} = 1\frac{1}{2}$ Zoll; ferner ist die Stärke der Bolzen zum Aufhängen der Kurbelstange

$$d_3 = 0,7 \cdot d_1 = 0,7 \cdot 5\tfrac{1}{3} = 3\tfrac{3}{4} \text{ Zoll},$$

und die Stärke des Walzeisens: $d_4 = 2 \cdot d_3 = 7\frac{1}{2}$ Zoll zu nehmen.

§. 95. Bei der im Folgenden zu entwickelnden Theorie des Krummzapfens haben wir auf folgende Unterschiede Rücksicht zu nehmen: Bewegung des Krummzapfens.

1) Es kann der Krummzapfen einfach oder doppelt wirken.
2) Es kann derselbe ein einfacher oder mehrfacher sein, d. i. allein oder mit mehreren zusammenwirken.
3) Es kann die Stangenkraft constant oder veränderlich sein.
4) Es kann ferner die Kurbelstange unmittelbar mit der auf- und niedergehenden Stange verbunden sein, oder es kann sich zwischen beiden ein Hebel oder Balancier befinden.
5) Es kann endlich die Bewegung von der Krummzapfenwelle ausgehen und auf eine Stange übergetragen, oder es kann der Krummzapfen durch eine hin- und zurückgehende Stange in Umdrehung gesetzt werden.

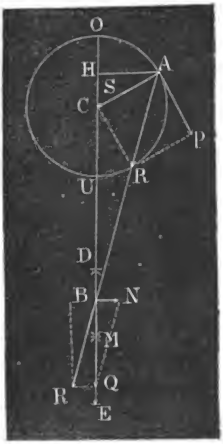
Wir heben unsere Untersuchung mit dem einfachen doppeltwirkenden Krummzapfen an, dessen Kurbelstange unmittelbar mit einer Kolbenstange verbunden ist, und setzen dabei eine constante Stangenkraft oder Stangenlast voraus.

Es bezeichne in der Folge P die auf den Warzenkreis reducirte Umdrehungskraft, und Q die in der diametralen oder Stangenrichtung wirkende

Bewegung des Krummzapfens.

Gegenkraft, ferner r die Kurbelarmlänge oder den Warzenkreishalbmesser CA, Fig. 235, und l die Länge AB der Kurbelstange. Denken wir uns die Bewegung anfangend, wenn die Warze in einem der **todten**, d. i. in einem der Punkte O oder U steht, wo die Gestängrichtung den Warzenkreis schneidet; bezeichnen wir den veränderlichen, im todten Punkte O anfangenden Umdrehungswinkel OCA durch β, ferner die entsprechende Abweichung ABC des Lenkers von der Richtung BC der Kolbenstange durch α und den entsprechenden Weg DB durch s. Setzen wir noch die auf den Warzenkreis reducirte Umdrehungsmasse der Maschine $= M$, und die Stangenmasse $= M_1$; ferner die Umdrehungszahl des Krummzapfens pr. Minute $= u$, die mittlere Geschwindigkeit der Warze $= c$, und die Geschwindigkeit derselben im todten Punkte O, $= c_1$; ferner die veränderliche Geschwindigkeit derselben überhaupt $= v$, ihren Maximalwerth aber $= v_1$ und ihren Minimalwerth $= v_2$, endlich aber die veränderliche Geschwindigkeit der Stange $= w$. Der geradlinige Weg DB, welchen das Stangenende B zurücklegt, während die Warze den Bogen $OA = r\beta$ durchläuft, ist

Fig. 235.



$$s = BC - DC = BH - CH - (DO - CO) = l\,cos.\alpha - r\,cos.\beta - (l - r)$$
$$= r(1 - cos.\beta) - l(1 - cos.\alpha).$$

Nun hat man aber noch im Dreiecke ABC,

$$\frac{sin.ABC}{sin.ACB} = \frac{CA}{AB}, \text{ d. i. } \frac{sin.\alpha}{sin.\beta} = \frac{r}{l},$$

es folgt daher $s = r(1 - cos.\beta) - l + \sqrt{l^2 - r^2(sin.\beta^2)}$.

Da aber l mindestens $= 5r$ genommen wird, so ist $(r\,sin.\beta)^2$ sehr klein gegen l^2 und daher annähernd

$$\sqrt{l^2 - r^2(sin.\beta)^2} = l - \tfrac{1}{2}\,l\left(\frac{r\,sin.\beta}{l}\right)^2 \text{ zu setzen,}$$

so daß nun $s = r(1 - cos.\beta) - \dfrac{r^2(sin.\beta)^2}{2l}$ folgt. (Vergl. II., §. 307.)

Für den ersten todten Punkt hat man $\beta = 0$, daher $sin.\beta = 0$,

$cos.\beta = 1$ und $s = 0$; für den zweiten todten Punkt aber $\beta^0 = 180^0$, oder $\beta = \pi$, daher $sin.\beta = 0$, $cos.\beta = -1$, und $s = 2r$. Ferner für ein Viertel der Umdrehung, d. i. für $\beta^0 = 90^0$ oder 270^0 hat man $sin.\beta^2 = 1$, $cos.\beta = 0$, und daher Bewegung des Krummzapfens.

$$s = r - l + \sqrt{l^2 - r^2} = r - \frac{r^2}{2l} = r\left(1 - \frac{r}{2l}\right),$$

also nicht ganz den halben Weg DM.

Setzen wir aber $s = r$, so erhalten wir die Gleichung

$$l + r\,cos.\beta = \sqrt{l^2 - r^2(sin.\beta)^2},$$

und es bestimmt sich hiernach $cos.\beta = -\frac{r}{2l}$.

Beispiel. Bei einem Krummzapfen mit dem Verhältnisse $\frac{l}{r} = 5$ ist $cos.\beta = -0{,}1$ und daher $\beta^0 = 180^0 - 84^0,15' = 95^0,45'$. Es tritt also bei diesem Abstande der Warze vom oberen todten Punkte, oder bei dem Abstande $84^0,15'$ vom unteren todten Punkte das Hubmittel ein. Steht die Warze im Viertel, so ist der Hub nur $r(1 - 0{,}1) = 0{,}9\,r$.

§. 96. Das Geschwindigkeitsverhältniß zwischen der Stangen- und der Kurbelbewegung ergiebt sich, da einem kleinen Zuwachs $d\beta$ von β das kleine Wachsthum von s Geschwindigkeiten der Kurbel.

$$ds = r([1 - cos.(\beta + d\beta)] - (1 - cos.\beta)) - \frac{r^2}{2l}([sin.(\beta + d\beta)]^2 - (sin.\beta)^2)$$

$$= r[cos.(\beta) - cos.(\beta + d\beta)] - \frac{r^2}{2l}([sin\,(\beta + d\beta)]^2 - (sin.\beta)^2)$$

$$= r\,sin.\beta\,.\,d\beta - \frac{r^2}{2l}[(sin.\beta + cos.\beta\,.\,d\beta)^2 - (sin.\beta)^2]$$

$$= r\,sin.\beta\,.\,d\beta - \frac{r^2}{2l}\,.\,2\,sin.\beta\,cos.\beta\,.\,d\beta$$

$$= r\,sin.\beta\,d\beta\left(1 - \frac{r}{l}\,cos.\beta\right) \text{ entspricht,}$$

$$\frac{w}{c} = \frac{ds}{r\,d\beta} = sin.\beta\left(1 - \frac{r}{l}\,cos.\beta\right) = sin.\beta - \frac{r}{2l}\,sin.2\beta.$$

Hiernach ist z. B. in den todten Punkten, wo man $\beta = 0$ oder $= \pi$, also $sin.\beta = 0$ hat, das Verhältniß der Stangengeschwindigkeit w zur mittleren Warzengeschwindigkeit c, $= 0$, also die Geschwindigkeit der Stange $= 0$; dagegen für die Quadratur oder die Viertelstellung der Warze, wo $\beta = 90^0$ oder 270^0, also $sin.\beta = \pm 1$ und $cos.\beta = 0$ ist, stellt sich $\frac{w}{c} = \pm 1$ heraus, hat also die Stange mit der Warze einerlei Geschwindigkeit. Beim halben Hube, wo $cos.\beta = -\frac{r}{2l}$ ist, hat man dieses

Geschwindigkeiten der Kurbel. Geschwindigkeitsverhältniß:

$$\frac{w}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{2l}\right)^2\left(1 + \frac{r^2}{2l^2}\right)} = 1 + {}^3/_8 \left(\frac{r}{l}\right)^2.$$

Das Maximum der Stangengeschwindigkeit w tritt ein, wenn ein unendlich kleines Wachsthum von β keine Veränderung in $\frac{w}{c}$ giebt; wenn also

$$sin.(\beta + d\beta) - sin.\beta - \frac{r}{2l}[sin.2(\beta + d\beta) - sin.2\beta) = \text{Null}$$

ausfällt. Nun ist aber $sin.(\beta + d\beta) = sin.\beta + cos.\beta \,.\, d\beta$ und

$$sin.2(\beta + d\beta) = sin.2\beta + 2 \,.\, cos.2\beta \,.\, d\beta$$

zu setzen, daher folgt die Bedingung

$$cos.\beta \,.\, d\beta - \frac{r}{l} cos.2\beta \,.\, d\beta = 0, \text{ oder}$$

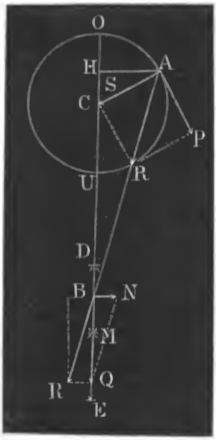
$$cos.\beta = \frac{r}{l} cos.2\beta; \text{ oder genau genug, } cos.\beta = -\frac{r}{l},$$

und das entsprechende Maximum des Geschwindigkeitsverhältnisses:

$$\frac{w}{c} = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2}\left(1 + \frac{r^2}{l^2}\right)} = 1 + {}^1/_2 \frac{r^2}{l^2}.$$

Endlich ist der mittlere Werth von diesem Verhältnisse, da für $\beta = \pi$, $s = 2r$ ist, $\frac{w}{c} = \frac{\pi r}{2r} = \frac{2}{\pi} = 0{,}6366$.

Fig. 236.



Beispiel. Ist das Verhältniß $\frac{r}{l} = {}^1/_5$, so erhalten wir das Geschwindigkeitsverhältniß im Hubmittel:

$$\frac{w}{c} = 1 + {}^3/_8 ({}^1/_5)^2 = 1{,}015;$$

dagegen das Maximum dieses Verhältnisses:

$$\frac{w}{c} = 1 + {}^1/_2 ({}^1/_5)^2 = 1{,}02.$$

Kräfte der Kurbel. §. 97. Die Beziehung zwischen der Umdrehungskraft P und der Stangenkraft Q läßt sich durch Kraftzerlegung wie folgt ausmitteln. Die Stangenkraft Q zerlegt sich in zwei Seitenkräfte R und N, wovon R in der Axe des Lenkers und N winkelrecht zur Stangenaxe wirkt, und von der Führung oder Leitung der Stange aufgenommen wird. Es ist $R = \frac{Q}{cos.\alpha}$ und $N = Q\,tang.\alpha$.

Die Axenkraft R des Lenkers zerlegt sich wieder in die Tangential- oder Umdrehungskraft P des Krummzapfens und die Kraft S, welche nach der Axe des Krummzapfens gerichtet ist und von dieser aufgenommen wird. Es ist $P = R sin. RAC$ und $S = R cos. RAC$. Kräfte der Kurbel.

Nun hat man $ACO = \beta = RAC + ABC = RAC + \alpha$, daher ergiebt sich $RAC = \beta - \alpha$ und

$$P = R sin.(\beta - \alpha) = \frac{Q sin.(\beta - \alpha)}{cos. \alpha} = Q(sin.\beta - cos.\beta\, tang.\alpha),$$

sowie

$$S = R cos.(\beta - \alpha) = \frac{Q cos.(\beta - \alpha)}{cos. \alpha} = Q(cos.\beta + sin.\beta\, tang.\alpha).$$

Dem Principe der virtuellen Geschwindigkeiten zufolge ist auch $Pv = Qw$, und daher $\frac{P}{Q} = \frac{w}{v} = \frac{sin(\beta - \alpha)}{cos. \alpha} = sin.\beta - cos.\beta\, tang.\alpha$,

oder $tang.\alpha$ annähernd $= sin.\alpha = \frac{r}{l} sin.\beta$ gesetzt,

$$\frac{P}{Q} = \frac{w}{v} = sin.\beta\left(1 - \frac{r}{l} cos.\beta\right),$$

wie wir auch im vorigen Paragraphen gefunden haben.

Ist demnach die Kraft Q unverändert dieselbe, so ist P veränderlich, und zwar für $\beta = 0$ oder 180^0, P auch $= 0$, und für

$$\beta = arc.\left(cos. = -\frac{r}{l}\right), \text{ ein Maximum,}$$

und zwar $P = \left(1 + \frac{r^2}{2l^2}\right)Q$.

Im Mittel ist aber $P = \frac{2}{\pi} Q = 0{,}6366\, Q$, so wie umgekehrt

$$Q = \frac{\pi}{2} P = 1{,}5708\, P.$$

Ist die Kraft beim Hingange eine andere als beim Rückgange, hat man dieselbe in einem Falle Q_1 und im anderen Q_2, so stellt sich die mittlere Umdrehungskraft $P = \frac{Q_1 + Q_2}{\pi}$ heraus, und wirkt endlich der Krummzapfen nur einfachwirkend, so hat man $Q_2 = 0$ und daher

$$P = \frac{Q}{\pi} = 0{,}3183\, Q.$$

Zwei einfach wirkende Krummzapfen mit diametral gegenüber stehenden Warzen wirken genau wie ein doppelt wirkender Krummzapfen.

Anmerkung. Durch Anbringung eines Gegengewichtes läßt sich die Ungleichheit der Stangenkräfte Q_1 und Q_2 aufheben, und die Ungleichförmigkeit der Drehbewegung herabziehen. Hiervon ist jedoch erst weiter unten die Rede.

Kräfte der Kurbel.

§. 98. Bei einem doppelten Krummzapfen mit den aufs Viertel gestellten Warzen stellen sich folgende Kraftverhältnisse heraus.

Es ist für die eine Warze die Umdrehungskraft

$$P_1 = \left(1 - \frac{r}{l} \cos.\beta\right) Q_1 \sin.\beta,$$

und für die andere, um $\frac{\pi}{2} = 90^0$ abstehende diese Kraft

$$P_2 = \left[1 - \frac{r}{l} \cos.\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)\right] Q_2 \sin.\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$$
$$= \left(1 + \frac{r}{l} \sin.\beta\right) Q_2 \cos.\beta,$$

und daher die ganze Umdrehungskraft

$$P = P_1 + P_2 = \left(1 - \frac{r}{l} \cos.\beta\right) Q_1 \sin.\beta + \left(1 + \frac{r}{l} \sin.\beta\right) Q_2 \cos.\beta$$
$$= Q_1 \sin.\beta + Q_2 \cos.\beta - \frac{(Q_1 - Q_2)}{2} \cdot \frac{r}{l} \sin. 2\beta;$$

also für gleiche Stangenkräfte $Q_1 = Q_2 = Q$,

$$P = Q(\sin.\beta + \cos.\beta).$$

Es ist hiernach für $\beta = 0$, $P = Q_2$, für $\beta = 90^0$, $P = Q_1$ und für $tang.\beta = \frac{Q_1}{Q_2} = 1$, P ein Maximum, und zwar

$$P = (Q_1 tang.\beta + Q_2) \cos.\beta = \frac{(Q_1^2 + Q_2^2) \cos.\beta}{Q_2} = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}.$$

Ist $Q_1 = Q_2 = Q$, so hat man die größte Kraft

$$P = Q \sqrt{2} = 1{,}4142\, Q,$$

und zwar bei dem Drehungswinkel $\beta = 45^0$. Die Formel

$$P = Q_1 \sin.\beta + Q_2 \cos.\beta - \frac{(Q_1 - Q_2)}{2} \cdot \frac{r}{l} \sin. 2\beta$$

gilt jedoch nur für die Bewegung im ersten Quadranten. Ist β zwischen $\frac{\pi}{2}$ und π enthalten, so hat man Q_2 negativ, und daher

$$P = Q_1 \sin.\beta - Q_2 \cos.\beta = \frac{(Q_1 + Q_2)}{2} \frac{r}{l} \sin. 2\beta.$$

Für die Bewegung durch den dritten Quadranten ist auch Q_1 negativ, und daher $P = - Q_1 \sin.\beta - Q_2 \cos.\beta + \frac{(Q_1 - Q_2)}{2} \frac{r}{l} \sin. 2\beta,$

und endlich für den vierten Quadranten ist Q_1 noch negativ, Q_2 aber positiv, und daher

$$P = - Q_1 \sin.\beta + Q_2 \cos.\beta + \frac{(Q_1 + Q_2)}{2} \frac{r}{l} \sin. 2\beta.$$

Ist $\beta = 2\pi$ geworden, d. i. hat sich die erste Warze des doppelten Krummzapfens um 360° gedreht, so hat P den Weg $2\pi r$ und $Q_1 + Q_2$ den Weg $2 \,.\, 2r$ durchlaufen, es ist daher Kräfte der Kurbel.

$$2\pi r P = 4r(Q_1 + Q_2),$$

und folglich wieder

$$P = \frac{2}{\pi}(Q_1 + Q_2) = 0{,}6366\,(Q_1 + Q_2),$$

wie beim einfachen Krummzapfen. In der Regel sind, wie z. B. bei Locomotiven, Dampfschiffen u. s. w. die beiden Stangen- oder Kolbenkräfte einander gleich, es ist daher die resultirende Umdrehungskraft

$$P = \frac{4}{\pi} Q = 1{,}2732\, Q.$$

Um bei langen Gestängen die Fortpflanzung der Kraft nicht durch Schub, sondern nur durch Zug zu bewirken, wendet man zwei doppelte oder einen vierarmigen einfachwirkenden Krummzapfen an, dessen Warzen um je 90 Grad von einander abstehen. Hier erfolgt bei der rückkehrenden Stange keine Kraftübertragung und es ist deshalb das Bewegungsverhältniß dasselbe wie bei den zweiarmigen doppeltwirkenden Krummzapfen.

Anmerkung. Bei dem dreifachen Krummzapfen, dessen Warzen um je 120 Grad von einander abstehen, hat man, wenn man der Einfachheit wegen das Glied mit dem Faktor $\frac{r}{l} cos.\beta$ wegen seiner Kleinheit unbeachtet läßt:

$$P_1 = Q_1 sin.\beta,$$
$$P_2 = Q_2 sin.(\beta + 120^0)$$
$$= \frac{Q_2}{2}(\sqrt{3}\,.\,cos.\beta - sin.\beta) \text{ und}$$
$$P_3 = -\; Q_3 sin.(\beta + 240^0)$$
$$= \frac{Q_3}{2}(\sqrt{3}\,.\,cos.\beta + sin.\beta),$$

folglich die ganze Umdrehungskraft, wenn man die Stangenkräfte einander gleich annimmt, also $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$ setzt,

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = Q(sin.\beta + \sqrt{3}\,.\,cos.\beta) = 2\,Q\,sin.(\beta + 60^0).$$

§. 99. Bei Anwendung eines Krummzapfens stellen sich besonders drei Widerstände oder Nebenhindernisse ein, nämlich die Zapfenreibung, die Warzenreibung und die Stangenreibung. Was zunächst die Zapfenreibung anlangt, so ist dieselbe wie jede andere Zapfenreibung zu berechnen. Ist r_1 der Zapfenhalbmesser und R_1 der mittlere, vorzüglich von dem Gewichte der armirten Krummzapfenwelle abhängige Zapfendruck, so hat man die auf den Warzenkreis reducirte Zapfenreibung Kurbelreibungen.

$$F_1 = \frac{r_1}{r}\varphi R_1.$$

Natürlich ist für jeden einzelnen Fall R_1 auch besonders zu finden.

Kurbelreibungen.

Die Warzenreibung ist $= \varphi R = \frac{\varphi Q}{cos.\alpha}$, annähernd $= \varphi Q$, und durchläuft pr. Umdrehung der Krummzapfenwelle den Umfang $2 \pi r_2$ der Warze, es ist folglich dieselbe, auf den Warzenkreis reducirt:

$$F_2 = \frac{2\pi r_2 \varphi R}{2\pi r} = \frac{r_2}{r} \varphi R = \frac{r_2}{r} \varphi Q = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_2}{r} \varphi P.$$

Da bei dem Kreisexcentrik $\frac{r_2}{r}$ größer als 1 ist, bei dem gewöhnlichen Krummzapfen aber ein kleiner ächter Bruch, so fällt diese Reibung bei dem ersteren viel größer aus als bei dem letzteren, und es ist daher das Kreisexcentrik nur in besonderen Fällen, wie z. B. bei der Steuerung von Maschinen, anzuwenden. Bei dem einfachwirkenden Krummzapfen übt auch noch das Stangengewicht auf die Zapfen- und Warzenreibung einen Einfluß aus, wie das in der Folge an mehreren Beispielen gezeigt werden wird.

Endlich die Stangen- oder vielmehr die Stangenkopfreibung hängt von dem Seitendrucke $N = Q tang.\alpha$ ab; da aber dieser veränderlich ist, so muß für denselben der mittlere Werth gefunden werden. Es ist annähernd $N = Q sin.\alpha = Q \frac{r}{l} sin.\beta$, daher die entsprechende Reibung $\varphi N = \varphi \frac{Qr}{l} sin.\beta$, und da die Geschwindigkeit der Stange $w = c sin.\beta$ gesetzt werden kann, die entsprechende Arbeit der Seitenreibung, wenn dieselbe bloß gleitend ist, $= \varphi \frac{Qr}{l} c (sin.\beta)^2$. Nun ist aber $(sin.\beta)^2 = \frac{1 - cos. 2\beta}{2}$, und das Mittel der Cosinus aller Winkel von 0 bis 360^0 = Null, daher hat man auch das Mittel von $(sin.\beta)^2$ während eines Auf- oder Niederganges $= 1/_2$, und den mittleren Werth von der Seitenreibung $= 1/_2 \varphi Q \frac{rc}{l}$, und endlich die auf den Warzenkreis reducirte Stangenkopfreibung

$$F_3 = \frac{r}{2l} \cdot \varphi Q = \frac{r}{2l} \varphi \cdot \frac{\pi}{2} P = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{r}{l} \varphi P.$$

Versieht man den Bolzen, wodurch die Stange mit dem Lenker verbunden ist, mit einem Friktionsrade, so verwandelt sich diese gleitende Reibung in eine Zapfenreibung, und ist nun a der Halbmesser dieses Friktionsrades und r_3 der Halbmesser seines Bolzens, so hat man

$$F_2 = \frac{r_3}{a} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{r}{l} \varphi P = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{r_3}{a} \cdot \frac{r}{l} \cdot \varphi P = \frac{r_3}{a} \cdot \frac{r}{2l} \varphi Q.$$

Während wir nun ohne Rücksicht auf Reibung für einen einarmigen doppeltwirkenden Krummzapfen das Kraftverhältniß $\frac{P}{Q} = \frac{2}{\pi}$ haben, ist demnach mit Rücksicht auf die Reibungen zu setzen, Kurbelreibungen

1) wenn P die Kraft und Q die Last ist, also die Stange durch den Krummzapfen bewegt wird,

$$P = \frac{2}{\pi} Q + F_1 + F_2 + F_3 = \frac{2}{\pi} Q + \frac{r_1}{r} \varphi R_1 + \frac{r_2}{r} \varphi Q + \frac{r_3}{a} \cdot \frac{r}{2l} \varphi Q$$
$$= \left[\frac{2}{\pi} + \varphi \left(\frac{r_2}{r} + \frac{r_3}{a} \cdot \frac{r}{2l}\right)\right] Q + \frac{r_1}{r} \varphi R_1,$$

2) wenn P die Last und Q die Kraft ist, also der Krummzapfen durch die Stange bewegt wird,

$$Q = \frac{\pi}{2} (P + F_1 + F_2 + F_3)$$
$$= \frac{\pi}{2} \left(P + \frac{r_1}{r} \varphi R_1 + \frac{r_2}{r} \varphi Q + \frac{r_3}{a} \cdot \frac{r}{2l} \varphi Q\right)$$
$$= \frac{\pi}{2} \left(\left[1 + \varphi \frac{\pi}{2} \left(\frac{r_2}{r} + \frac{r_3}{a} \cdot \frac{r}{2l}\right)\right] P + \frac{r_1}{r} \varphi R_1\right).$$

Anmerkung 1. Die Reibung am Umfange des Bolzens, womit der Lenker mit dem Stangenkopfe verbunden ist, kann man wegen ihrer Kleinheit außer Acht lassen. Ist r_4 der Halbmesser dieses Bolzens, so hat man diese Reibung auf den Warzenkreis reducirt,

$$F_4 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{r_4}{l} \varphi Q = \frac{r_4}{l} \varphi P,$$

weil sich während einer Umdrehung des Krummzapfens dieser Bolzen in dem Bogen $\frac{2r}{l}$ hin- und zurückschwingt, also die Reibung φQ den Weg $\frac{4r}{l} . r_4$ macht.

Anmerkung 2. Die Reibungen können unter gewissen Umständen auch noch durch die Trägheit der Gestängmasse vergrößert werden; in der Regel findet jedoch eine Ausgleichung statt, da nicht nur die Arbeit, welche bei der ersten Hälfte des Stangenaufganges durch die Ueberwindung der Trägheit verloren geht, in der zweiten Hälfte desselben wieder zu Gute kommt, sondern auch die daraus erwachsende Vergrößerung der Reibung bei der ersten Hälfte des Aufganges durch eine gleiche Verminderung derselben in der zweiten Hälfte wieder ausgeglichen wird.

Beispiel. Ist bei einem Krummzapfen die auf den Warzenkreis reducirte Last $P = 2500$ Pfund, der Zapfendruck $R_1 = 10000$ Pfund, die Armlänge oder der Halbmesser des Warzenkreises $r = 18$ Zoll, ferner der Zapfenhalbmesser $r_1 = 4$ Zoll, der Warzenhalbmesser $r_2 = 2\frac{1}{2}$ Zoll, die Länge des Lenkers $l = 90$ Zoll, der Axenhalbmesser der Friktionsräder am Stangenkopfe $r_3 = 1\frac{1}{2}$ Zoll, und der Halbmesser dieser Räder $a = 5$ Zoll, so hat man bei dem Reibungs-

coefficienten $\varphi = 0,075$ die nöthige Stangenkraft

$$Q = 1,5708 [2500 + 0,075 \,.\, 1,57 \left(\tfrac{5}{36} + \tfrac{3}{10} \,.\, \tfrac{18}{180}\right) . 2500 + \tfrac{4}{18} \,.\, 0,075 \,.\, 10000]$$
$$= 1,5708 (2500 + 50 + 167)$$
$$= 1,5708 \,.\, 2717 = 4267,8 \text{ Pfund.}$$

Ohne Rücksicht auf diese Reibungen wäre

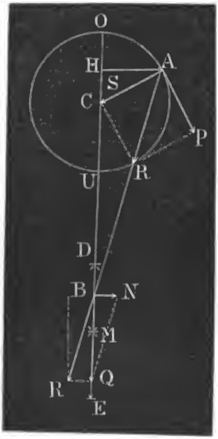
$$Q = \frac{\pi}{2} P = 1,5708 \,.\, 2500 = 3927 \text{ Pfund;}$$

es ist also der Verlust in Folge dieser Reibungen

$$= \frac{426780 - 392700}{3927} = 8,7 \text{ Procent.}$$

Mechanik des Krummzapfens. §. 100. Ebenso interessant als wichtig sind die Bewegungsverhältnisse eines Krummzapfens. Beginnen wir die Untersuchung derselben wieder an dem einarmigen doppeltwirkenden Krummzapfen, und setzen wir hierbei voraus, daß die Bewegung vom Krummzapfen ausgehe. Ist die Warze von dem todten Punkte O, Fig. 237, nach einem Punkte A, welcher von jenem um den veränderlichen Winkel $OCA = \beta^0$ absteht, übergegangen, so hat die Umdrehungskraft P den Weg $OA = r\beta$ zurückgelegt, und folglich die Arbeit $Pr\beta$ verrichtet. Dagegen hat die Stangenkraft Q den Weg

Fig. 237.



$$DB = s = r(1 - cos.\beta) - \frac{r^2(sin.\beta)^2}{2l}$$

durchlaufen, und es ist folglich die entsprechende Arbeit dieser Kraft

$$= Qs = \left(r(1 - cos.\beta) - \frac{r^2(sin.\beta)^2}{2l}\right) Q.$$

Ziehen wir nun diese beiden Arbeiten von einander ab, so erhalten wir diejenige Leistung, welche auf die Beschleunigung oder Verzögerung der trägen Massen verwendet wird:

$$Pr\beta - Q\left(r(1 - cos.\beta) - \frac{r^2(sin.\beta)^2}{2l}\right).$$

Die rotirende Masse M hat im todten Punkte O die Geschwindigkeit c_1 und beim Stande der Warze in A die Geschwindigkeit v, folglich nimmt sie bei der Bewegung der Warze von O nach A das Arbeitsquantum

$$L_1 = \left(\frac{v^2 - c_1^2}{2}\right) M$$

in Anspruch. (S. I., §. 71.)

Die Stangenmasse M_1 hat die Geschwindigkeit Mechanik des Krummzapfens.

$$w = v\left(sin.\beta - \frac{r}{2l} sin. 2\beta\right),$$

die beim Durchgange der Warze durch den todten Punkt = Null war, es ist daher die Arbeit, welche diese erfordert, während die Warze von O nach A geht, $L_2 = \frac{v^2}{2}\left(sin.\beta - \frac{r}{2l} sin. 2\beta\right)^2 M_1$.

Lassen wir vor der Hand die Masse des Lenkers außer Acht, so erhalten wir daher folgende Bewegungsformel für den einarmigen Krummzapfen:

$$Pr\beta - Qr\left(1 - cos.\beta - \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right)$$
$$= \frac{M(v^2 - c_1^2)}{2} + \frac{M_1}{2} v^2 \left(sin.\beta - \frac{r}{2l} sin. 2\beta\right)^2.$$

Damit die Maschine einen beharrlichen Gang behalte, so muß nach einer halben Umdrehung, wo die Kraft Q die entgegengesetzte Richtung annimmt, eine Periode der Bewegung beendigt, und daher die Geschwindigkeit v wieder in c_1 übergegangen sein. Dies vorausgesetzt, können wir in unserer Formel gleichzeitig $\beta = \pi$ und $v = c_1$ setzen, und bekommen so den Ausdruck

$$\pi Pr - (1 - cos.\pi) Qr = \frac{M(c_1^2 - c_1^2)}{2} + \frac{M_1 c_1^2}{2} sin.\pi,$$

d. i., da $cos.\pi = -1$ und $sin.\pi = 0$ ist, $(\pi P - 2Q)r = 0$, also $P = \frac{2}{\pi} Q$, oder $Q = \frac{\pi}{2} P$, wie wir allerdings schon gefunden haben. Setzen wir aber dieses Verhältniß in unsere Hauptformel, so bekommen wir

$$\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta + \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right) Qr$$
$$= \frac{M(v^2 - c_1^2)}{2} + \frac{M_1 v^2}{2}\left(sin.\beta - \frac{r}{2l} sin. 2\beta\right)^2;$$

und es folgt nun die Warzengeschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{Mc_1^2 + 2Qr\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta + \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right)}{M + M_1\left(sin.\beta - \frac{r}{2l}(sin. 2\beta)\right)^2}}.$$

Wären wir bei unserer Untersuchung von dem anderen todten Punkte U ausgegangen, so würden die Glieder mit $\frac{r}{2l}$ das entgegengesetzte Zeichen erhalten haben, und daher der Ausdruck für die Warzengeschwindigkeit folgender sein:

$$v = \sqrt{\frac{Mc_1^2 + 2Qr\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta - \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right)}{M + M_1\left(sin.\beta + \frac{r}{2l}sin.2\beta\right)^2}}.$$

Man ersieht hieraus, daß die Bewegungsverhältnisse beim Auf- oder Hingange von Q nicht genau dieselben sind, wie beim Nieder- oder Rückgange.

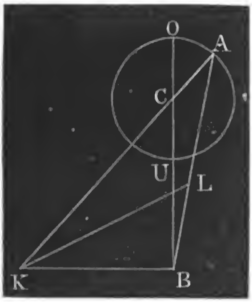
Weil $\frac{r}{2l}$ höchstens 0,1 ist, so begnügt man sich meist mit der mittleren Bestimmung, läßt also die Glieder mit $\frac{r}{2l}$ ganz weg, und setzt

$$v = \sqrt{\frac{Mc_1^2 + 2Qr\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta\right)}{M + M_1(sin.\beta)^2}}.$$

Trägheit des Lenkers.

§. 101. Den Einfluß, welchen die träge Masse der Kurbelstange oder des Lenkers auf die Bewegung des Krummzapfens ausübt, findet man sehr leicht, wenn man von dem in I., §. 96 entwickelten Satz Gebrauch macht, wonach jede kleine Bewegung eines Körpers als eine Drehung um den Punkt anzusehen ist, in welchem die Perpendikel zu den kleinen Wegen zweier Punkte des Körpers sich schneiden. Bei einer Kurbelstange AB, Fig. 238, läuft aber der eine Endpunkt A im Kreise herum und der andere Endpunkt B in einer Geraden; es ist daher der veränderliche Drehungspunkt derselben der Durchschnitt K zwischen einer durch A und C gelegten Linie AK und einem in B auf BC errichteten Perpendikel BK. (Vergl. I., §. 212.)

Fig. 238.



Da sich der Punkt B nahe mit einer Geschwindigkeit $w = v\,sin.\beta$ (s. §. 96) bewegt, und also auch mit dieser Geschwindigkeit um K läuft, so ist die Geschwindigkeit von einem anderen Punkte L des Lenkers:

$$w_1 = \frac{KL}{KB}w = \frac{KL}{KB}v\,sin.\beta.$$

Nehmen wir nun an, daß die ganze Lenkermasse M_2 eine einfache Stange

von einerlei Querschnitt bilde, so können wir uns in L den $n$ten Theil die- Trägheit des Lenkers.
ser Masse, also $\frac{M_2}{n}$ befindlich denken, und die lebendige Kraft desselben

$$= \frac{M_2}{n} \cdot w_1^2 = \frac{M_2}{n} \cdot \left(\frac{KL}{AB}\right)^2 \cdot w^2$$

setzen. Nun ist aber $AB = l$, und der Winkel $ABC = \alpha$ klein, also das Dreieck ABK, nahe rechtwinkelig und der Winkel

$$KAB = ACO - ABC = \beta - \alpha, \text{ nahe } = \beta,$$

daher folgt denn annähernd

$$KB = l\,tang.\beta, \text{ und}$$

$$\overline{KL^2} = \overline{KB^2} + \overline{BL^2} = (l\,tang.\beta)^2 + x^2,$$

wenn wir BL noch durch x bezeichnen. Es ist daher die lebendige Kraft des Lenkers:

$$l = \frac{M_2}{n}\left(\frac{(l\,tang.\beta)^2 + x^2}{(l\,tang.\beta)^2}\right) w^2 = \frac{M_2}{n} v^2 sin.\beta^2 \left(1 + \frac{x^2}{l^2}(cotg.\beta)^2\right).$$

Setzen wir nun nach und nach statt x die Werthe $\frac{l}{n}$, $\frac{2l}{n}$, $\frac{3l}{n} \cdots \frac{nl}{n}$ ein, so giebt uns diese Kraft die lebendige Kraft aller Stangenelemente, und man erhält zuletzt durch Summation die lebendige Kraft des ganzen Lenkers:

$$K = \frac{M_2}{n}(v\,sin.\beta)^2\left[n + \left(\frac{cotg.\beta}{n}\right)^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2)\right]$$

$$= M_2(v\,sin.\beta)^2\left(1 + \frac{(cotg.\beta)^2}{n^3} \cdot \frac{n^3}{3}\right) = M_2 v^2\left((sin.\beta)^2 + \frac{(cos.\beta)^2}{3}\right)$$

$$= \tfrac{1}{3} M_2 v^2[1 + 2(sin.\beta)^2] = \tfrac{1}{3} M_2 v^2 + \tfrac{2}{3} M_2 v^2 (sin.\beta)^2.$$

Nun ist aber die lebendige Kraft der rotirenden Masse M, $= Mv^2$, und die der auf- und niedergehenden Stangenmasse M_1, $= M_1 v^2 (sin.\beta)^2$; es läßt sich daher annehmen, daß ein Drittel der Masse des Lenkers die rotirende Masse, und zwei Drittel derselben die Stangenmasse vergrößere. Setzen wir in der Folge voraus, daß diese Vertheilung vollzogen sei, so haben wir die Lenkermasse nicht weiter in Betracht zu ziehen.

§. 102. Wir fordern von allen Maschinen, daß sich die Rotationsge- Maximal- und Minimalgeschwindigkeit.
schwindigkeit v nur innerhalb enger Grenzen verändere, daß also weder der Maximalwerth v_1 von v viel größer, noch der Minimalwerth v_2 viel kleiner als die mittlere Geschwindigkeit c sei; deshalb können wir denn auch der Geschwindigkeitsformel

$$v = \sqrt{\frac{Mc_1^2 + 2Qr\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta\right)}{M + M_1(sin.\beta)^2}}$$

Maximal- und Minimalgeschwindigkeit.

die einfachere Form

$$= \sqrt{\left(1 - \frac{M_1}{M}(sin.\,\beta)^2\right)\left[c_1^2 + \frac{2\,Qr}{M}\left(\frac{2}{\pi}\,\beta - 1 + cos.\beta\right)\right]}$$

$$= c_1\sqrt{1 + \frac{2\,Qr}{Mc_1^2}\left(\frac{2}{\pi}\,\beta - 1 + cos.\beta\right) - \frac{M_1}{M}(sin.\beta)^2}$$

$$= c_1\left[1 + \frac{Qr}{Mc_1^2}\left(\frac{2}{\pi}\,\beta - 1 + cos.\beta\right) - \frac{M_1}{2M}(sin.\beta)^2\right) \text{ geben.}$$

Wird der Drehungsbogen β um ein Element $d\beta$ größer, so nimmt $\frac{2}{\pi}\beta$ um $\frac{2}{\pi}d\beta$ zu, ferner $cos.\beta$ um $sin\,\beta\,.\,d\beta$ ab, und $(sin.\beta)^2 = \frac{1 - cos.2\beta}{2}$ um $sin.2\beta\,.\,d\beta$ zu; man hat daher die entsprechende Veränderung von v:

$$dv = c_1\,d\beta\left[\frac{Qr}{Mc_1^2}\left(\frac{2}{\pi} - sin.\beta\right) - \frac{M_1}{2M}\cdot sin.2\beta\right],$$

und folglich

$$\frac{Qr}{Mc_1^2}\left(\frac{2}{\pi} - sin.\beta\right) - \frac{M_1}{2M}sin.2\beta = \text{Null zu setzen,}$$

wenn v ein Maximum oder Minimum sein soll. Es folgt hiernach der Drehungswinkel für den Maximal- oder Minimalwerth der Warzengeschwindigkeit: $sin.\beta = \frac{2}{\pi} - \frac{M_1 c_1^2 sin.2\beta}{2Qr}$.

Annähernd ist jedenfalls

$$sin.\beta = \frac{2}{\pi} = 0{,}6366, \text{ also } \beta^0 = 39^0{,}32', \text{ oder } 140^0{,}28'.$$

Es ist nun leicht zu ermessen, daß in dem hier betrachteten Falle, also wenn die Bewegung vom Krummzapfen auf die Stange übergetragen wird, dem spitzen Winkel, welcher dem

$$sin.\beta = \frac{2}{\pi} - \frac{M_1 c_1^2 sin.2\beta}{2Qr}$$

entspricht, und nahe $39^0{,}32'$ ist, der Maximalwerth (v_1) von v, und dem stumpfen Winkel für eben diesen Sinus, und der nahe $140^0{,}28'$ beträgt, der Minimalwerth (v_2) von v entspricht.

Setzen wir die gefundenen Zahlenwerthe für β in die Formel

$$v = c_1\left[1 + \frac{Qr}{Mc_1^2}\left(\frac{2}{\pi}\,\beta - 1 + cos.\beta\right) - \frac{M_1}{2M}(sin.\beta)^2\right],$$

so erhalten wir die Maximalgeschwindigkeit

$$v_1 = \left(1 + 0{,}2105\,.\,\frac{Qr}{Mc_1^2} - 0{,}2026\,\frac{M_1}{M}\right)c,$$

und die Minimalgeschwindigkeit

$$v_2 = \left(1 - 0{,}2105 \,.\, \frac{Q r}{M c_1^2} - 0{,}2026 \frac{M_1}{M}\right) c.$$

In der Regel ist das Massenverhältniß $\frac{M_1}{M}$ klein genug, um es vernachlässigen zu können, weshalb wir auch einfach

$$v_1 = \left(1 + 0{,}2105 \frac{Q r}{M c_1^2}\right) c_1 \text{ und}$$

$$v_2 = \left(1 - 0{,}2105 \frac{Q r}{M c_1^2}\right) c_1 \text{ setzen.}$$

§. 103 *). Es ist nun noch zu untersuchen, ob die Geschwindigkeit c_1 in den todten Punkten O und U des Warzenkreises der mittleren Umdrehungsgeschwindigkeit c der Warzen gleich gesetzt werden könne. Die letztere bestimmt sich aus der Zeit t, innerhalb welcher die Warze den Halbkreis πr durchläuft, mittels der bekannten Formel $c = \frac{\pi r}{t}$; die erstere hingegen ist nur durch Integration der Differenzialformel $ds = v\,dt$ (s. I., §. 19 *)), wo ds das in einem Zeitelemente dt durchlaufene Raumelement bezeichnet, zu finden. Umdrehungszeit.

Setzen wir für die veränderliche Geschwindigkeit den Näherungswerth

$$v = c_1 \left[1 + \frac{Q r}{M c_1^2}\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta\right) - \frac{M_1}{2M}(sin.\beta)^2\right], \text{ oder}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{c_1}\left[1 - \frac{Q r}{M c_1^2}\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta\right) + \frac{M_1}{2M}(sin.\beta)^2\right], \text{ und}$$

führen wir für das Wegelement den Ausdruck $ds = r\,d\beta$ ein, so erhalten wir die Formel

$$dt = \frac{ds}{v} = \left[1 - \frac{Q r}{M c_1^2}\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta\right) + \frac{M_1}{2M}(sin.\beta)^2\right]\frac{r\,d\beta}{c_1},$$

deren Integration auf einen Ausdruck für die Umdrehungszeit t führt.

Es ist nach I., Art. 13 der analytischen Hülfslehren,

$\int \beta\, d\beta = \frac{\beta^2}{2}$, ferner nach Art. 20 derselben

$\int cos.\beta\, d\beta = sin.\beta$ und

$$\int (sin.\beta)^2\, d\beta = \int \left(\frac{1 - cos.2\beta}{2}\right) d\beta = \frac{\beta}{2} - \frac{sin.2\beta}{4},$$

daher folgt

$$t = \int \left[1 - \frac{Q r}{M c_1^2}\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta\right) + \frac{M_1}{2M}(sin.\beta)^2\right]\frac{r\,d\beta}{c_1}$$

$$= \left[\beta - \frac{Q r}{M c_1^2}\left(\frac{\beta^2}{\pi} - \beta + sin.\right) + \frac{M_1}{4M}\left(\beta - \frac{sin.2\beta}{2}\right)\right]\frac{r}{c_1} + Const.$$

Umdrehungszeit.

Im todten Punkte ist t mit β zugleich Null; da das gefundene Integral auch ohne Constante für $\beta = 0$, $t = 0$ giebt, so fällt die letztere ebenfalls Null aus, und man hat daher auch nur noch $\beta = \pi$, so wie $sin.\,\pi$ und $sin.\,2\pi = 0$ zu setzen, um die Formel für die halbe Umdrehungszeit zu erhalten. Es ist hiernach die letztere

$$t = \left[\pi - \frac{Qr}{Mc_1^2}(\pi - \pi + sin.\,\pi) + \frac{M_1}{4M}\left(\pi - \frac{sin.\,2\pi}{2}\right)\right]\frac{r}{c_1}$$
$$= \left(1 + \frac{M_1}{4M}\right)\frac{\pi r}{c_1};$$

daher die mittlere Warzengeschwindigkeit

$c = \frac{\pi r}{t} = \left(1 - \frac{M_1}{4M}\right)c_1$, oder, wenn, wie meist, die Stangenmasse M_1 viel kleiner ist als die rotirende Masse M, genau genug $c = c_1$, d. i. die mittlere Warzengeschwindigkeit gleich der Warzengeschwindigkeit in den todten Punkten.

Macht der Krummzapfen pro Minute u Umdrehungen, so haben wir

$$c = \frac{\pi u r}{30} = 0{,}1047\,ur,$$

daher die Maximalgeschwindigkeit

$$v_1 = \left(1 + 0{,}2105\,\frac{Qr}{Mc^2}\right)c = \left(1 + 19{,}2\,\frac{Q}{Mu^2r}\right).\,0{,}1047\,ur,$$

und die Minimalgeschwindigkeit

$$v_2 = \left(1 - 0{,}2105\,\frac{Qr}{Mc^2}\right)c = \left(1 - 19{,}2\,\frac{Q}{Mu^2r}\right).\,0{,}1047\,ur.$$

Bewegung durch eine Stangenkraft.

§. 104. Geht die Bewegung von der Stange aus, wird also der Krummzapfen durch die Stangenkraft Q, z. B. mittels einer Dampfmaschine in Bewegung gesetzt, so hat man die dem Umdrehungsbogen β entsprechende Arbeit, welche auf die Beschleunigung der trägen Massen verwendet, oder durch die Verzögerung in Anspruch genommen wird (vergl. §. 100),

$$Qr\left(1 - cos.\,\beta - \frac{r}{2l}(sin.\,\beta)^2\right) - Pr\beta,$$

und es ist daher hier

$$Qr\left(1 - cos.\,\beta - \frac{r}{2l}(sin.\,\beta)^2 - \frac{2}{\pi}\beta\right)$$
$$= \frac{M(v^2 - c_1^2)}{2} + \frac{M_1 v^2}{2}\left(sin. \;-\beta\,\frac{r}{2l}\,sin.\,2\beta\right)^2$$

zu setzen.

Vernachlässigen wir auch hier die Glieder mit dem Factor $\frac{r}{2l}$, setzen wir also wieder eine sehr lange Kurbelstange voraus, so erhalten wir fol-

gende Ausdrücke für die Warzengeschwindigkeit, welche nur durch ein Vorzeichen von den in §. 100 und 101 gefundenen abweichen: Bewegung durch eine Stangenkraft.

$$v = \sqrt{\frac{Mc_1^2 + 2Qr\left(1 - cos.\beta - \frac{2}{\pi}\beta\right)}{M + M_1 (sin.\beta)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{Mc_1^2 - 2Qr\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta\right)}{M + M_1 (sin.\beta)^2}},$$

annähernd,

$$v = c_1\left[1 - \frac{Qr}{Mc_1^2}\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta\right) - \frac{M_1}{2M}(sin.\beta)^2\right].$$

Es ist hier für die Maximal- und Minimalgeschwindigkeit

$$sin.\beta = \frac{2}{\pi} + \frac{M_1 c_1^2 sin.2\beta}{2Qr},$$

oder, wenn $M_1 c_1^2$ klein ist gegen Qr, einfacher, wie oben,

$$sin.\beta = \frac{2}{\pi} = 0,6366,$$

also $\beta = 39^0, 32'$ und $\beta = 140^0, 28'$; nur findet der Unterschied gegen den zuerst betrachteten Fall statt, daß dem spitzen Winkel nicht die Maximal-, sondern die Minimalgeschwindigkeit entspricht, und daß ebenso bei dem stumpfen Umdrehungswinkel nicht die Minimal-, sondern die Maximalgeschwindigkeit eintritt.

Wir haben, wenn wir überdies noch $c_1 = c$ setzen, wie oben, die Minimalgeschwindigkeit $v_2 = \left(1 - 0,2105\,\frac{Qr}{Mc^2}\right)c$,

und die Maximalgeschwindigkeit

$$v_1 = \left(1 + 0,2105\,\frac{Qr}{Mc^2}\right)c.$$

§. 105. Da wir bei den letzten Entwickelungen das Glied mit dem Factor $\frac{r}{2l}$ vernachlässigt haben, so gelten dieselben streng nur bei unendlich langen und annähernd nur bei sehr langen Stangen, und es ist daher noch besonders zu untersuchen, wie groß die eminenten Geschwindigkeitswerthe ausfallen, wenn, wie meist, die Kurbelstangenlänge l nur 4 bis 6 mal so groß ist, als der Kurbelhalbmesser r, wenn also $\frac{r}{l} = 1/6$ bis $1/4$ ist. Jedenfalls haben wir hier von dem vollständigeren Ausdrucke Einfluß kurzer Kurbelstangen.

$$v = c\left[1 \pm \frac{Qr}{Mc^2}\left(\frac{2}{\pi}\beta - 1 + cos.\beta \pm \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right)\right]$$

Einfluß kurzer Kurbelstangen.

die eminenten Werthe zu ermitteln, und deshalb nach §. 102

$$\frac{2}{\pi} - sin.\beta \pm \frac{r}{2l} \, . \, sin. 2\beta = 0,$$

d. i. $sin.\beta = \frac{2}{\pi} \pm \frac{r}{2l} sin. 2\beta$ zu setzen, und das Pluszeichen für die Bewegung in der ersten, das Minuszeichen aber für die in der zweiten Hälfte des Warzenkreises zu gebrauchen.

$$\text{Für } \frac{r}{l} = 1/4 \text{ ist } sin.\beta = \frac{2}{\pi} \pm 0{,}125\ sin. 2\beta.$$

Dem Ausdrucke $sin.\beta = \frac{2}{\pi} + 0{,}125\ sin. 2\beta$ entsprechen ziemlich genau die Winkel $\beta = 49^0, 29'$ und $\beta = 148^0, 14'$;

dem Ausdrucke $sin.\beta = \frac{2}{\pi} - 0{,}125\ sin. 2\beta$ aber die Winkel

$$\beta = 31^0, 46' \text{ und } \beta = 130^0, 31'.$$

Wenn man nun die vier Winkelwerthe in die obige Geschwindigkeitsformel einsetzt, so erhält man in dem Falle, wenn die Bewegung von dem Krummzapfen ausgeht, für die erste Hälfte der Umdrehung die Maximalgeschwindigkeit $v_1 = \left(1 + 0{,}2718 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c$,

und die Minimalgeschwindigkeit

$$v_2 = \left(1 - 0{,}1686 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c;$$

dagegen für die zweite Hälfte der Umdrehung die Maximalgeschwindigkeit

$$v_1 = \left(1 + 0{,}1686 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c,$$

und die Minimalgeschwindigkeit

$$v_2 = \left(1 - 0{,}2718 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c.$$

Bei dem Verhältnisse $\frac{r}{l} = 1/5$ ist $sin.\beta = \frac{2}{\pi} \pm 0{,}1\ sin. 2\beta$, und daher entweder $\beta = 47^0, 25'$ und $146^0, 45'$ oder

$$\beta = 33^0, 5' \text{ und } 132^0, 35'.$$

Für die erste Umdrehungshälfte sind hiernach die beiden eminenten Geschwindigkeiten $v_1 = \left(1 + 0{,}2577 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c$ und

$$v_2 = \left(1 - 0{,}1757 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c,$$

und für die beiden letzten Quadranten der Umdrehung ist

$$v_1 = \left(1 + 0{,}1757 \frac{Q r}{M c^2}\right) c \text{ und}$$

Einfluß kurzer Kurbelstangen.

$$v_2 = \left(1 - 0{,}2577 \frac{Q r}{M c^2}\right) c.$$

Ist endlich $\frac{r}{l} = {}^1/_6$, also $sin.\beta = \frac{2}{\pi} \pm 0{,}0833\ sin.2\beta$, so hat man das eine Mal $\beta = 46^0,3$, und $145^0,58'$, und ein anderes Mal $\beta = 34^0,2'$ und $133^0,57'$; und es sind hiernach die eminenten Geschwindigkeiten in den ersten beiden Quadranten der Umdrehung

$$v_1 = \left(1 + 0{,}2489 \frac{Q r}{M c^2}\right) c \text{ und}$$

$$v_2 = \left(1 - 0{,}1807 \frac{Q r}{M c^2}\right) c;$$

dagegen dieselben in der zweiten Hälfte der Umdrehung

$$v_1 = \left(1 + 0{,}1807 \frac{Q r}{M c^2}\right) c \text{ und}$$

$$v_2 = \left(1 - 0{,}2489 \frac{Q r}{M c^2}\right) c.$$

Fig. 239.



Geht die Bewegung von der Stange aus, wird z. B. der Krummzapfen durch eine Kolbenkraft in Umdrehung gesetzt, so gehen die im Vorstehenden gefundenen Maximalgeschwindigkeiten, in Minimal-, und die letzteren Geschwindigkeiten wieder in die ersteren über. Man hat also nur in den vorstehenden Ausdrücken die Pluszeichen in Minus-, und die Minuszeichen in Plus umzuändern, um die eminenten Werthe der Geschwindigkeiten bei dieser Bewegungsweise zu finden.

Theorie doppelter Krummzapfen.

§. 106. Bei einem doppelten Krummzapfen, dessen Warzen A und B, Fig. 239, um den Rechtwinkel ACB von einander abstehen, stellt sich das Bewegungsgesetz noch einfacher heraus als bei einer einfachen Kurbel. Nehmen wir wieder an, daß der Krummzapfen von zwei Stangen- oder Kolbenkräften Q_1 und Q_2 in Bewegung gesetzt werde, und setzen wir den gewöhnlichen Fall (bei Dampfwagen und Dampfschiffen) voraus, daß diese beiden Kräfte einander gleich seien, also $Q_1 = Q_2 = Q$ sei.

Theorie doppelter Krummzapfen.

Wir haben wieder die während der Umdrehung des Krummzapfens um den Winkel $OCA = MCB = \beta$ verrichtete Arbeit der ersten Kraft

$$Qr\left(1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right),$$

setzen wir aber in diesem Ausdrucke ein Mal $\beta = 90^0$ und ein anderes Mal statt β, $90^0 + \beta$, und ziehen wir diese erhaltenen Werthe von einander ab, so erhalten wir die Arbeit der an der zweiten Warze B angreifenden Kraft

$$Qr\left(1 - cos.(90^0 + \beta) \mp \frac{r}{2l}[sin.(90^0+\beta)]^2\right)$$
$$- Qr\left(1 - cos.90^0 \mp \frac{r}{2l}(sin.90^0)^2\right)$$
$$= Qr\left(1 + sin.\beta \mp \frac{r}{2l}(cos.\beta)^2\right) - Qr\left(1 \mp \frac{r}{2l}\right)$$
$$= Qr\left(sin.\beta \pm \frac{r}{2l}[1 - (cos.\beta)^2]\right)$$
$$= Qr\left(sin.\beta \pm \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right),$$

und es ergiebt sich nun durch Vereinigung dieses Ausdruckes mit dem obigen die Arbeit beider Stangenkräfte zusammen:

$$Qr\left(1 + sin.\beta - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2 \pm \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right), \text{ d. i.}$$

$$1)\ Qr(1 + sin.\beta - cos.\beta)$$

für die Bewegung beider Warzen in der ersten Umdrehungshälfte, dagegen

$$2)\ Qr\left(1 + sin.\beta - cos.\beta + \frac{r}{l}(sin.\beta^2)\right),$$

wennn sich die eine Warze im zweiten und die andere im dritten Quadranten bewegt, ferner wie erst

$$3)\ Qr(1 + sin.\beta - cos.\beta),$$

wenn beide Warzen in der zweiten Hälfte des Warzenkreises stehen, und

$$4)\ Qr\left(1 + sin.\beta - cos.\beta - \frac{r}{l}(sin.\beta)^2\right),$$

wenn die vorausgehende Warze den ersten, also die folgende den letzten Quadranten durchläuft.

Die dem Umdrehungswinkel β entsprechende Arbeit der auf den Warzenkreis reducirten Kraft oder Last P ist, wie oben $Pr\beta$, folglich die auf die Beschleunigung der trägen Massen verwendete Arbeit

$$L = Qr\left(1 + sin.\beta - cos.\beta \pm \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2 \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right) - Pr\beta,$$

wofür wir zunächst, bei langen Stangen,

$L = Qr(1 + sin.\beta - cos.\beta) - Pr\beta$ setzen können.

Das Arbeitsquantum der rotirenden Masse M ist wieder

Theorie doppelter Krummzapfen.

$$L_1 = \frac{M(v^2 - c_1^2)}{2},$$

und ebenso das der einen Stange

$$L_2 = \frac{M_1 v^2}{2}\left(sin.\beta \mp \frac{r}{2l} sin.2\beta\right)^2.$$

Anders ist es bei der andern Stange, deren Masse wir ebenfalls $= M_1$ annehmen wollen. Setzen wir in dem letzten Ausdrucke $\beta = 90^0$ und $v = c_1$, so erhalten wir das Arbeitsvermögen dieser Stange am Anfange der Periode, setzen wir aber statt β, $90^0 + \beta$ und $v = v$, so erhalten wir das Arbeitsvermögen der Stange in dem Augenblicke, wenn die zweite Warze in B ankommt, sich also der Krummzapfen um β gedreht hat; es ist folglich die während dieser Drehung um $\beta = OCA = MCB$, von der zweiten Stange in Anspruch genommene Arbeit:

$$L_3 = \frac{M_1 v^2}{2}\left(sin.(90^0+\beta) \mp \frac{r}{2l} sin.2(90^0+\beta)\right)^2$$
$$- \frac{M_1 c_1^2}{2}\left(sin.90^0 \mp \frac{r}{2l} sin.180^0\right)^2$$
$$= \frac{M_1 v^2}{2}\left(cos.\beta \pm \frac{r}{2l} sin.2\beta\right)^2 - \frac{M_1 c_1^2}{2}.$$

Wenn wir noch die Potenzen von $\frac{r}{2l}$, also sehr kleine Größen, Null setzen, so können wir

$$L_2 = \frac{M_1 v^2}{2}\left((sin.\beta)^2 \mp \frac{r}{l} sin.\beta\ sin.2\beta\right) \text{ und}$$

$$L_3 = \frac{M_1 v^2}{2}\left((cos.\beta)^2 \pm \frac{r}{l} cos.\beta\ sin.2\beta\right) - \frac{M_1 c_1^2}{2}$$

annehmen, und da $(sin.\beta)^2 + (cos.\beta)^2 = 1$ ist,

$$L_2 + L_3 = \frac{M_1(v^2 - c_1^2)}{2} + \frac{M_1 v^2}{2}\left(\mp \frac{r}{l} sin.\beta\, sin.2\beta \pm \frac{r}{l} cos.\beta\ sin.2\beta\right)$$

schreiben.

Da endlich nicht allein $\frac{r}{l}$, sondern auch $\frac{M_1}{M}$ in der Regel ein kleiner Bruch ist, so kann man in dem Ausdrucke für die vollständige Arbeit der trägen Massen M, M_1 und M_1 sogar noch $\frac{r}{2l} M_1$ gegen M unbeachtet lassen, also

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = \frac{M(v^2 - c_1^2)}{2} + \frac{M_1(v^2 - c_1^2)}{2}$$
$$= (M + M_1)\left(\frac{v^2 - c_1^2}{2}\right) \text{ annehmen.}$$

Theorie doppelter Krummzapfen

Setzt man nun diesen Werth für L dem oben gefundenen gleich, so erhält man folgende Gleichung

$$Qr\left(1+\sin.\beta-\cos.\beta\pm\frac{r}{2l}(\sin.\beta)^2+\frac{r}{2l}(\sin.\beta)^2\right)-Pr\beta$$
$$=(M+M_1)\frac{(v^2-c_1^2)}{2},$$

welche für lange Stangen folgende einfachere Form annimmt,

$$Qr(1+\sin.\beta-\cos.\beta)-Pr\beta=(M+M_1)\frac{(v^2-c_1^2)}{2}.$$

Hat sich der Krummzapfen um einen Quadranten $\frac{\pi}{2}$ gedreht, kommt z. B. die eine Warze A nach M und die andere B nach U, so ist eine Periode der Bewegung beendet, und daher v wieder $=c_1$. Dies vorausgesetzt, folgt

$$Qr(1+\sin.90^0-\cos.90^0)-Pr\frac{\pi}{2}=(M+M_1)\frac{(c_1^2-c_1^2)}{2},$$

d. i. $2Qr-\frac{\pi Pr}{2}=0$, also $P=\frac{4}{\pi}Q$.

Wenn man diesen Werth von P in die letzte Gleichung setzt, so nimmt dieselbe folgende Form an:

$$Qr\left(1+\sin.\beta-\cos.\beta-\frac{4}{\pi}\beta\right)=(M+M_1)\cdot\frac{v^2-c_1^2}{2}.$$

§. 107. Aus der letzten Gleichung läßt sich folgende Formel für die veränderliche Warzengeschwindigkeit ableiten:

$$v=\sqrt{c_1^2+\frac{2Qr\left(1+\sin.\beta-\cos.\beta-\frac{4}{\pi}\beta\right)}{M+M_1}},$$

die aber recht gut bei großen Massen und kleiner Veränderlichkeit der Geschwindigkeit durch folgende ersetzt werden kann:

$$v=c_1\left(1+\frac{Qr\left(1+\sin.\beta-\cos.\beta-\frac{4}{\pi}\beta\right)}{(M+M_1)c_1^2}\right)$$
$$=c_1\left(1-\frac{Qr\left(\frac{4}{\pi}\beta+\cos.\beta-1-\sin.\beta\right)}{(M+M_1)c_1^2}\right).$$

Damit v ein Maximum oder Minimum werde, muß

$$\frac{4}{\pi}\beta+\cos.\beta-\sin.\beta$$

weder wachsen noch abnehmen, wenn β um ein Element $d\beta$ größer oder

kleiner wird. Nun ist aber das Element Theorie doppelter Krummzapfen.

von $\frac{4}{\pi}\beta$, $\frac{4}{\pi}d\beta$,

von $cos.\beta$, $-sin.\beta d\beta$ und

von $sin.\beta$, $cos.\beta d\beta$ (s. I. Art. 19 der analyt. Hülfslehren),

daher hat man $\frac{4}{\pi}d\beta - sin.\beta \,.\, d\beta - cos.\beta d\beta = 0$, d. i.

$$sin.\beta + cos.\beta = \frac{4}{\pi}, \text{ also auch}$$

$$(sin.\beta + cos.\beta)^2 = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2,$$

oder, da $(sin.\beta)^2 + (cos.\beta)^2 = 1$ und $2 sin.\beta cos.\beta = sin. 2\beta$ ist,

$$sin. 2\beta = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1 = 0{,}6211.$$

Die entsprechenden Werthe von 2β sind

$38^0, 24'$ und $141^0, 36'$,

also die des Umdrehungswinkels β selbst:

$19^0, 12'$ und $70^0, 48'$.

Geht die Bewegung von den Stangen aus, so entspricht $\beta = 19^0, 12'$ dem kleinsten und $\beta = 70^0, 48'$ dem größten Geschwindigkeitswerthe, geht hingegen die Bewegung von der Krummzapfenwelle aus, so findet, wie beim einfachen Krummzapfen, das Gegentheil statt.

Setzen wir die gefundenen Werthe von β in die letzte Formel für v ein, so giebt uns dieselbe die Maximalgeschwindigkeit

$$v_1 = \left(1 + 0{,}0422 \frac{Qr}{(M + M_1) c_1^2}\right) c_1$$

und die Minimalgeschwindigkeit

$$v_2 = \left(1 - 0{,}0422 \frac{Qr}{(M + M_1) c_1^2}\right) c_1$$

oder da hier, wo innerhalb eines Quadranten sowohl eine Maximal- als auch eine Minimalgeschwindigkeit vorkommt, die Geschwindigkeit c_1 in den todten Punkten der mittleren Geschwindigkeit $c = \frac{\pi u r}{30}$ gleichgesetzt werden kann, $v_1 = \left(1 + 0{,}0422 \frac{Qr}{(M + M_1) c^2}\right) c$ und

$$v_2 = \left(1 - 0{,}0422 \frac{Qr}{(M + M_1) c^2}\right) c.$$

§. 108. Diese eminenten Geschwindigkeiten fallen bedeutend anders aus, wenn die Kurbelstange nicht unendlich, sondern nur 4 bis 6mal so lang ist als der Kurbelarm.

Theorie doppelter Krummzapfen.

In diesem Falle können wir aus der Formel

$$L = Qr\left(1 + sin.\beta - cos.\beta \pm \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2 \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right) - Pr\beta$$

$$= Qr\left(1 + sin.\beta - cos.\beta \pm \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2 \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2 - \frac{4}{\pi}\beta\right)$$

die Glieder mit dem Factor $\frac{r}{2l}$ nicht fallen lassen, wenn sie sich nicht von selbst heben. Wir haben hiernach, und in Uebereinstimmung mit dem in §. 106 Gefundenen, für die auf einander folgenden Quadranten einer Umdrehung nachstehende Arbeiten, welche auf die Veränderung des Bewegungszustandes des Krummzapfens verwendet werden:

1) $L = \left(1 + sin.\beta - cos.\beta - \frac{4}{\pi}\beta\right)Qr,$

2) $L = \left(1 + sin.\beta - cos.\beta + \frac{r}{l}(sin.\beta)^2 - \frac{4}{\pi}\beta\right)Qr,$

3) $L = \left(1 + sin.\beta - cos.\beta - \frac{4}{\pi}\beta\right)Qr$ und

4) $L = \left(1 + sin.\beta - cos.\beta - \frac{r}{l}(sin.\beta)^2 - \frac{4}{\pi}\beta\right)Qr.$

Es ist folglich für den ersten und dritten Quadranten der Umdrehung, wie oben, der auf die eminenten Geschwindigkeitswerthe führende Umdrehungswinkel durch die Formel $sin.\beta + cos.\beta = \frac{4}{\pi}$, oder

$$sin.2\beta = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1 \text{ bestimmt.}$$

Für den zweiten und vierten Quadranten hat man dagegen (vergl. §. 105)

$$sin.\beta + cos.\beta = \frac{4}{\pi} \mp \frac{r}{l} sin.2\beta$$

zu setzen, um die Maximal- und Minimalgeschwindigkeiten zu finden. Vernachlässigt man die Potenzen von $\frac{r}{l}$, so kann man

$$\left(\frac{4}{\pi} \mp \frac{r}{l} sin.2\beta\right)^2 = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \mp \frac{8}{\pi}\cdot\frac{r}{l} sin.2\beta, \text{ und daher}$$

$$sin.2\beta = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \mp \frac{8}{\pi}\cdot\frac{r}{l} sin.2\beta - 1,$$

d. i. $$sin.2\beta = \frac{\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1}{1 \pm \frac{8}{\pi}\cdot\frac{r}{l} sin.2\beta} \text{ setzen.}$$

Genauer ist aber noch

Theorie doppelter Krummzapfen.

$$sin. 2\beta = \frac{\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1}{1 \pm \frac{8}{\pi} \cdot \frac{r}{l} - \left(\frac{r}{l}\right)^2 sin. 2\beta}.$$

§. 109. Die beiden Winkel $\beta = 19^0, 12'$ und $70^0, 48'$, welche der ersten Gleichung $sin. 2\beta = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1 = 0{,}62114$ entsprechen, führen auf die schon oben gefundenen eminenten Geschwindigkeiten im ersten und dritten Quadranten

$$v_1 = \left(1 + 0{,}04217 \frac{Qr}{(M + M_1)\,c^2}\right) c \text{ und}$$
$$v_2 = \left(1 - 0{,}04217 \frac{Qr}{(M + M_1)\,c^2}\right) c,$$

welche ganz unabhängig von $\frac{r}{l}$ oder der Stangenlänge sind.

Ganz anders stellen sich aber die Bewegungsverhältnisse des doppelten Krummzapfens im zweiten und vierten Quadranten der Umdrehung heraus, wenn das Verhältniß $\frac{r}{l}$ nicht unendlich klein, sondern, wie gewöhnlich, $^1/_4$, $^1/_5$ oder $^1/_6$ ist.

Für $\frac{r}{l} = {}^1/_4$ ist annähernd

$$sin. 2\beta = \frac{\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1}{1 \pm \frac{8}{\pi} \cdot {}^1/_4} = \frac{0{,}62114}{1 \pm 0{,}63662}.$$

Nehmen wir nun das Pluszeichen im Nenner, so erhalten wir

$$sin. 2\beta = \frac{0{,}62214}{1{,}63662} = 0{,}37952, \text{ oder schärfer}$$

$$sin. 2\beta = \frac{0{,}62214}{1{,}63662 - {}^1/_{16} \,.\, 0{,}3795} = 0{,}38572.$$

Diesem Sinus entsprechen die beiden Winkel $2\beta = 22^0, 41'$ und $2\beta = 157^0, 19'$; es sind folglich die einfachen Winkel

$$\beta = 11^0, 20^1/_2{}' \text{ und } \beta = 78^0, 39^1/_2,$$

und diese führen auf die Leistungen

$$L = \left(1 + sin.\beta - cos.\beta + \frac{r}{l}\,(sin.\beta)^2 - \frac{4}{\pi}\,\beta\right) Qr$$
$$= (1 + 0{,}19666 - 0{,}98047 + {}^1/_4 \,.\, 0{,}03867 - 0{,}25204)\; Qr$$
$$= -\, 0{,}02618\; Qr \text{ und}$$

Theorie doppelter Krümmzapfen.

$$L = (1 + 0{,}9804 - 0{,}19666 + {}^1/_4 \,.\, 0{,}96118 - 1{,}74796)\; Qr$$
$$= 0{,}27618\; Qr.$$

Nimmt man das Minuszeichen, so erhält man

$$sin.\, 2\beta = \frac{0{,}62114}{0{,}36338} = 1{,}704,$$

also über 1, welches beweist, daß es im vierten Quadranten weder ein Geschwindigkeitsmaximum, noch ein Geschwindigkeitsminimum giebt.

Für $\frac{r}{l} = {}^1/_5$ ist im zweiten Quadranten

$$sin.\, 2\beta = \frac{0{,}62114}{1 + \frac{8}{\pi} \,.\, {}^1/_5} = \frac{0{,}62114}{1{,}5093} = 0{,}41154, \text{ oder schärfer}$$

$$sin.\, 2\beta = \frac{0{,}62114}{1{,}50930 - {}^1/_{25} \,.\, 0{,}4115} = \frac{0{,}62114}{1{,}49284} = 0{,}41608,$$

woraus $2\beta = 24^0, 35'$, und $2\beta = 155^0, 25'$, also

$\beta = 12^0, 17^1/_2$ und $\beta = 77^0, 42^1/_2{}'$ folgt.

Die diesen Winkeln entsprechenden Leistungen im zweiten Quadranten sind

$L = -\, 0{,}02827\; Qr$ und $L = 0{,}22827\; Qr.$

Für den dritten Quadranten ist

$$sin.\, 2\beta = \frac{0{,}62114}{0{,}4907} = 1{,}26 \text{ also über } 1,$$

und daher ein eminenter Geschwindigkeitswerth nicht vorhanden.

Für $\frac{r}{l} = {}^1/_6$ ist endlich im zweiten Quadranten

$$sin.\, 2\beta = \frac{0{,}62114}{1 + \frac{8}{\pi} \,.\, {}^1/_6} = \frac{0{,}62114}{1{,}4244} = 0{,}43607,$$

oder genauer

$$sin.\, 2\beta = \frac{0{,}62114}{1{,}4244 - {}^1/_{36} \,.\, 0{,}43608} = \frac{0{,}62114}{1{,}4123} = 0{,}43981,$$

und hiernach $2\beta = 26^0, 6'$ und $2\beta = 153^0, 54'$, also

$\beta = 13^0, 3'$ und $\beta = 76^0, 57'.$

Die entsprechenden Leistungen sind

$L = -\, 0{,}02987\; Qr$ und $L = 0{,}19155\; Qr.$

Für den vierten Quadranten ist

$$sin.\, 2\beta = \frac{0{,}62114}{0{,}5756} = 1{,}08,$$

und daher auch keine eminente Geschwindigkeit.

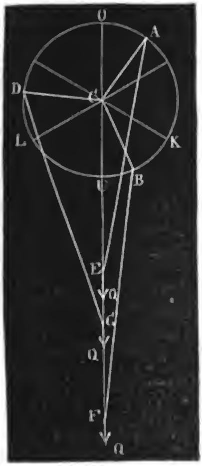
Aus dem Vorstehenden ergeben sich nun die eminenten Geschwindigkeiten im zweiten Quadranten:

1) für $\frac{r}{l} = \frac{1}{4}$, Theorie doppelter Krummzapfen.

$$v_1 = \left(1 + 0{,}2762 \frac{Qr}{(M + M_1)\, c^2}\right) c \text{ und}$$

$$v_2 = \left(1 - 0{,}02618 \frac{Qr}{(M + M_1)\, c^2}\right) c,$$

Fig. 240.



ferner 2) für $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$,

$$v_1 = \left(1 + 0{,}2283 \frac{Qr}{(M + M_1)\, c^2}\right) c \text{ und}$$

$$v_2 = \left(1 - 0{,}02827 \frac{Qr}{(M + M_1)\, c^2}\right) c,$$

endlich 3) für $\frac{r}{l} = \frac{1}{6}$,

$$v_1 = \left(1 + 0{,}19155 \frac{Qr}{(M + M_1)\, c^2}\right) c \text{ und}$$

$$v_2 = \left(1 - 0{,}02987 \frac{Qr}{(M + M_1)\, c^2}\right) c.$$

§. 110. Für einen dreifachen Krummzapfen ABD, Fig. 240, dessen Warzen A, B und D um je 120 Grad von einander abstehen, ist, wenn an jeder Stange eine constante Kraft Q wirkt, die den Umdrehungswinkel $OCA = KCB = LCD = \beta$ entsprechende mechanische Arbeit dieser Kräfte: Theorie dreifacher Krummzapfen.

$$L = Qr\left(1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right)$$

$$+ Qr\left(1 - cos.(120^0 + \beta) \mp \frac{r}{2l}[sin.(120^0 + \beta)]^2 - 1 + cos.120^0 \pm \frac{r}{2l}(sin.120^0)^2\right)$$

$$+ Qr\left(1 - cos.(60^0 + \beta) \pm \frac{r}{2l}[sin.(60^0 + \beta)]^2 - 1 + cos.60^0 \mp \frac{r}{2l}(sin.60^0)^2\right)$$

$$= Qr\Big[1 - cos.\beta + cos.(60^0 - \beta) - cos.(60^0 + \beta)$$

$$\mp \frac{r}{2l}\left((sin.\beta)^2 + [sin.(60^0 - \beta)]^2 - [sin.(60^0 + \beta)]^2\right)\Big]$$

Theorie dreifacher Krummzapfen.

$$= Qr\left(1 - 2\cos.(60^0 + \beta)\right.$$
$$\left.\mp \frac{r}{2l}\left[(\sin.\beta)^2 - 4\sin.60^0\cos.60^0\sin.\beta\cos.\beta\right]\right)$$
$$= Qr\left(1 - 2\cos.(60^0 + \beta) \mp \frac{r}{2l}\sin.\beta\,(\sin.\beta - \sqrt{3}\,.\,\cos.\beta)\right)$$
$$= Qr\left(1 - 2\cos.(60^0 + \beta) \pm \frac{r}{l}\sin.\beta\,\sin.(60^0 - \beta)\right).$$

Die gleichzeitige Arbeit der Umdrehungskraft P ist wieder $Pr\beta$, folglich die auf die Beschleunigung der Massen verwendete Arbeit

$$L = Qr\left(1 - 2\cos.(60^0 + \beta) \pm \frac{r}{l}\sin.\beta\,\sin.(60^0 - \beta)\right) - Pr\beta.$$

Diese Arbeit vertheilt sich auf die rotirende Masse M, welche, wie bekannt, den Theil $L_1 = \frac{M\,(v^2 - c^2)}{2}$ in Anspruch nimmt, ferner auf die erste Stangenmasse M_1, deren Geschwindigkeit aus 0 in $v\sin.\beta$ übergeht, auf die zweite Stangenmasse M_1, deren Geschwindigkeit $c\sin.60^0$ sich in $v\sin.(60^0 - \beta)$ umändert, und endlich auf die dritte Gestängmasse, deren Geschwindigkeit aus $c\sin.60^0$ in $v\sin.(60^0 + \beta)$ übergeht. Der Inbegriff der diesen Umänderungen entsprechenden Arbeiten ist

$$L_2 = \frac{M_1}{2}\left[v^2(\sin.\beta)^2 + v^2[\sin.(60^0 - \beta)]^2 - c^2(\sin.60^0)^2\right.$$
$$\left.+ v^2[\sin.(60^0 + \beta)]^2 - c^2(\sin.60^0)^2\right]$$
$$= \frac{M_1}{2}\left[v^2(\sin.\beta)^2 + v^2(\sin.60^0\cos.\beta - \cos.60^0\sin.\beta)^2\right.$$
$$\left.+ v^2(\sin.60^0\cos.\beta + \cos.60^0\sin.\beta)^2 - 2c^2(\sin.60^0)^2\right]$$
$$= \frac{M_1}{2}\left[v^2(\sin.\beta)^2 + 2v^2(\tfrac{3}{4}\cos.\beta^2 + \tfrac{1}{4}\sin.\beta^2) - 2\,.\,\tfrac{3}{4}c^2\right]$$
$$= \tfrac{3}{4}M_1\left[v^2(\sin.\beta)^2 + v^2(\cos.\beta)^2 - c^2\right]$$
$$= \tfrac{3}{4}M_1\,(v^2 - c^2).$$

Wir haben hiernach zu setzen:

$$Qr\left(1 - 2\cos.(60^0 + \beta) \pm \frac{r}{l}\sin.\beta\,\sin.(60^0 - \beta)\right) - Pr\beta$$
$$= (M + \tfrac{3}{2}M_1)\,.\,\frac{v^2 - c^2}{2}$$

oder, wenn wir sehr lange Stangen voraussetzen, und deshalb das Glied mit $\frac{r}{l}$ vernachlässigen,

$$Qr\,[1 - 2\cos.(60^0 + \beta)] - Pr\beta = (M + \tfrac{3}{2}M_1)\,.\,\frac{v^2 - c^2}{2}.$$

Noch erfordert der Beharrungszustand, daß für $\beta = \tfrac{1}{3}\pi = 60^0$,

wo die zweite Warze in den todten Punkt U gelangt, wieder v in c übergehe; es ist deshalb Theorie dreifacher Krummzapfen.

$$Qr\,(1 - 2\cos.120^0) - Pr\,\frac{\pi}{3} = 0, \text{ d. i.}$$

$$P = \frac{2\,Q}{{}^1/_3\,\pi} = \frac{6}{\pi}\,Q, \text{ und daher}$$

$$Qr\left(1 - 2\cos.(60^0 + \beta) - \frac{6}{\pi}\,\beta\right) = (M + {}^3/_2\,M_1)\,.\,\frac{v^2 - c^2}{2}$$

zu setzen.

Hiernach erhalten wir nun folgenden Ausdruck für die veränderliche Warzengeschwindigkeit

$$v = \sqrt{c^2 + \frac{2\,Qr\left(1 - 2\cos.(60^0 + \beta) - \frac{6}{\pi}\,\beta\right)}{M + {}^3/_2\,M_1}}, \text{ annähernd}$$

$$= c\left[1 - \left(\frac{6}{\pi}\,\beta + 2\cos.(60^0 + \beta) - 1\right)\cdot\frac{Qr}{(M + {}^3/_2\,M_1)\,c^2}\right].$$

Diese Geschwindigkeit nimmt mit $2\cos.(60^0 + \beta) + \frac{6}{\pi}\,\beta$ zugleich ihre eminenten Werthe an, und zwar für $\sin.(60^0 + \beta) = \frac{3}{\pi} = 0{,}9549$.

Die entsprechenden Winkel sind

$$60^0 + \beta = 72^0{,}44' \quad \text{und} \quad 60^0 + \beta = 107^0{,}16';$$

es ist also $\beta = 12^0{,}44'$ und $\beta = 47^0{,}16'$.

Im vorliegenden Falle entspricht dem ersten Winkel die Minimal-, und dem zweiten die Maximalgeschwindigkeit; geht hingegen die Bewegung von dem Krummzapfen aus, so findet das Gegentheil statt. Führen wir diese Werthe für β in den letzten Ausdruck für v ein, so erhalten wir für beide Bewegungsweisen die Maximalgeschwindigkeit

$$v_1 = \left(1 + 0{,}0181\,\frac{Qr}{(M + {}^3/_2\,M_1)\,c^2}\right)c$$

und die Minimalgeschwindigkeit

$$v_2 = \left(1 - 0{,}0181\,\frac{Qr}{(M + {}^3/_2\,M_1)\,c^2}\right)c.$$

Anmerkung. Aus dem Nenner $M + {}^3/_2\,M_1 = M + {}^1/_2 . 3\,M_1$, ist zu ersehen, daß die Theile der Stangenmasse nur halb so viel Einfluß auf die Bewegung des Krummzapfens haben als die Theile der rotirenden Masse. Ebenso ist es bei dem doppelten und ungefähr auch bei dem einfachen Krummzapfen.

§. 111 *). Diese eminenten Geschwindigkeitswerthe fallen bei endlichen Stangenlängen allerdings noch etwas anders aus. Es ist hier

Theorie dreifacher Krummzapfen.

$$v = c\left[1 - \left(\frac{6}{\pi}\beta + 2\cos.(60^0+\beta) - 1 \mp \frac{r}{l}\sin.\beta\sin.(60^0-\beta)\right) \cdot \frac{Qr}{(M + {}^3/_2 M_1)c^2}\right]$$

zu setzen, und daher das Maximum von

$\frac{6}{\pi}\beta + 2\cos.(60^0+\beta) \mp \frac{r}{l}\sin.\beta\ \sin.(60^0-\beta)$ aufzusuchen.

Die Differenzialrechnung findet durch Nullsetzen des Differenzialverhältnisses von diesem Ausdrucke

$$\frac{6}{\pi} - 2\sin.(60^0+\beta) \mp \frac{r}{l}[\sin.(60^0-\beta)\cos.\beta - \sin.\beta\cos.(60^0-\beta)] = 0,$$

oder $\sin.(60^0+\beta) = \frac{3}{\pi} \mp \frac{r}{2l}\sin.(60^0-2\beta)$.

Behandeln wir nun den Specialfall $\frac{r}{l} = {}^1/_5$, so erhalten wir

$$\sin.(60^0+\beta) = \frac{3}{\pi} \mp 0{,}1 \,.\, \sin.(60^0-2\beta).$$

Für $\sin.(60^0+\beta) = \frac{3}{\pi} - 0{,}1 \,.\, \sin.(60^0-2\beta)$ sind

$\beta = 0^0{,}20'$ und $\beta = 39^0{,}18'$

die entsprechenden Werthe,

für $\sin.(60^0+\beta) = \frac{3}{\pi} + 0{,}1 \,.\, \sin.(60^0-2\beta)$ hingegen

$\beta = 20^0{,}42'$ und $\beta = 59^0{,}40'$.

Es ist nun

$\frac{6}{\pi}\beta + 2\cos.(60^0+\beta) - 1 - \frac{r}{l}\sin.\beta\ \sin.(60^0-\beta)$ für

$\beta = 0^0{,}20', = 0{,}0111 + 0{,}9899 - 1 - 0{,}0010 = 0{,}0000$ und für

$\beta = 39^0{,}17', = 1{,}3100 - 0{,}3232 - 1 - 0{,}0448 = -0{,}0580$,

daher sind die eminenten Geschwindigkeiten im ersten Sextanten der Umdrehung

$$v_1 = \left(1 + 0{,}0580\frac{Qr}{(M + {}^3/_2 M_1)c^2}\right)c, \quad \text{und}$$

$$v_2 = \left(1 - 0{,}0000\frac{Qr}{(M + {}^3/_2 M_1)c^2}\right)c.$$

Dagegen ist

$\frac{6}{\pi}\beta + 2\cos.(60^0-\beta) - 1 + \frac{r}{l}\sin.\beta\ \sin.(60^0-\beta)$ für

$\beta = 20^0 42', = 0{,}6900 + 0{,}3232 - 1 + 0{,}0448 = 0{,}0580$ und für

$\beta = 59^0{,}40', = 1{,}9889 - 0{,}9899 - 1 + 0{,}0010 = -0{,}0000$,

und es sind daher die eminenten Geschwindigkeiten im zweiten Sextanten der Umdrehung:

$$v_1 = \left(1 + 0{,}0000 \frac{Qr}{(M + {}^3/_2 M_1)c^2}\right)c \text{ und}$$

$$v_2 = \left(1 - 0{,}0580 \frac{Qr}{(M + {}^3/_2 M_1)c^2}\right)c.$$

In den übrigen Umdrehungssextanten wiederholen sich diese Geschwindigkeitsverhältnisse.

§. 112. Die Umdrehung eines Krummzapfens erfolgt jedenfalls um so ungleichförmiger, je größer die Differenz $v_1 - v_2$ zwischen der Maximal- und Minimalgeschwindigkeit desselben in Hinsicht auf die mittlere Geschwindigkeit c, je größer also das Verhältniß $\frac{v_1 - v_2}{c}$ ist. Wir können daher auch dieses Verhältniß den Grad der Ungleichförmigkeit der Krummzapfenbewegung nennen, und es künftig durch den Buchstaben δ bezeichnen. Zu einem guten Gange einer Maschine gehört, daß dieses Verhältniß eine gewisse Grenze nicht überschreite (s. II., §. 66). Bei Maschinen, wie Pumpen, Mühlen u. s. w., welche keine große Gleichförmigkeit des Ganges erfordern, soll $\delta = {}^1/_{20}$ bis ${}^1/_{30}$ sein, bei Maschinen, wie z. B. Spinnereien und Webereien, welche einen sehr gleichförmigen Gang nöthig haben, soll dagegen $\delta = {}^1/_{40}$ bis ${}^1/_{60}$ betragen. Grad der Ungleichförmigkeit.

Die in dem Vorhergehenden gefundenen Formeln setzen uns in den Stand, den Grad der Ungleichförmigkeit für die verschiedenen Krummzapfen wie folgt zu finden.

I. Für den einfachen Krummzapfen hat man

1) bei unendlich langer Stange, wo $\frac{r}{l} = 0$ ist, nach §. 103,

$$v_1 = \left(1 + 0{,}2105 \frac{Qr}{Mc^2}\right)c \text{ und}$$

$$v_2 = \left(1 - 0{,}2105 \frac{Qr}{Mc^2}\right)c,$$

folglich den Grad der Ungleichförmigkeit

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c} = 2 \,.\, 0{,}2105 \,.\, \frac{Qr}{Mc^2} = 0{,}4210 \frac{Qr}{Mc^2}.$$ Ist dagegen

2) $\frac{r}{l} = {}^1/_6$, so hat man nach §. 105,

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c} = 2 \,.\, 0{,}2489 \,.\, \frac{Qr}{Mc^2} = 0{,}4978 \frac{Qr}{Mc^2};$$ ist ferner

Grad der Ungleichförmigkeit.

3) $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$, so fällt

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c} = 2 \cdot 0{,}2577 \cdot \frac{Qr}{Mc^2} = 0{,}5154 \frac{Qr}{Mc^2}$$ aus; ist

endlich 4) $\frac{r}{l} = \frac{1}{4}$, so wird gar

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c} = 2 \cdot 0{,}2718 \cdot \frac{Qr}{Mc^2} = 0{,}5436 \frac{Qr}{Mc^2}.$$

II. Für den doppelten Krummzapfen, und zwar

1) bei unendlich langer Stange, wo $\frac{r}{l} = 0$ ist, stellt sich nach §. 107,

$$d = \frac{v_1 - v_2}{c} = 2 \cdot 0{,}0422 \cdot \frac{Qr}{(M + M_1)c^2} = 0{,}0844 \frac{Qr}{(M + M_1)c^2}$$

heraus;

2) bei dem Verhältnisse $\frac{r}{l} = \frac{1}{6}$, dagegen, nach §. 109,

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c} = (0{,}1916 + 0{,}0422) \frac{Qr}{(M + M_1)c^2} = 0{,}2338 \frac{Qr}{(M + M_1)c_2};$$

3) bei dem Verhältnisse $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$,

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c} = (0{,}2283 + 0{,}0422) \frac{Qr}{(M + M_1)c^2} = 0{,}2705 \frac{Qr}{(M + M_1)c^2},$$

und 4) bei dem Verhältnisse $\frac{r}{l} = \frac{1}{4}$,

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c} = (0{,}2762 + 0{,}0422) \frac{Qr}{(M + M_1)c^2} = 0{,}3184 \frac{Qr}{(M + M_1)c^2}.$$

III. Für den dreifachen Krummzapfen ist

1) bei unendlich langer Stange, also $\frac{r}{l} = 0$, nach §. 110,

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c} = 2 \cdot 0{,}0181 \frac{Qr}{(M + \frac{3}{2} M_1)c^2} = 0{,}0362 \frac{Qr}{(M + \frac{3}{2} M_1)c^2},$$

und 2) bei dem Verhältnisse $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$, nach §. 111,

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c} = 2 \cdot 0{,}0580 \frac{Qr}{(M + \frac{3}{2} M_1)c^2} = 0{,}1160 \frac{Qr}{(M + \frac{3}{2} M_1)c^2}.$$

Man ersieht aus diesen Formeln, daß unter übrigens gleichen Umständen die Ungleichförmigkeitsgrade um so mehr abnehmen, je länger die Kurbelstangen sind und je größer die Anzahl derselben ist.

Beim einfachen Krummzapfen ist

Grad der Ungleichförmigkeit.

für $\frac{r}{l} = 0$,	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
$\delta = 0{,}4210$	$0{,}4978$	$0{,}5154$	$0{,}5436 \frac{Qr}{Mc^2}$,
also das Verhältniß 1	: 1,182	: 1,224	: 1,292.

Bei langen Stangen ist ferner

für den einfachen	doppelten	dreifachen Krummzapfen
$\delta = 0{,}4210 \frac{Qr}{Mc^2}$	$0{,}0422 \frac{2Qr}{Mc^2}$	$0{,}01207 \frac{3Qr}{Mc^2}$
also das Verhältniß nahe 35	: 3,5	: 1

Bei dem Stangenlängenverhältniß $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$ dagegen

für den einfachen	doppelten	dreifachen Krummzapfen
$\delta = 0{,}5154 \frac{Qr}{Mc^2}$	$0{,}1352 \frac{2Qr}{Mc^2}$	$0{,}0387 \frac{3Qr}{Mc^2}$,
also das Verhältniß nahe 13,3	: 4	: 1

Beispiel. Wenn die bewegende Kraft des Kolbens einer Dampfmaschine 10000 Pfund ist, und der Hub $2r$ dieser Maschine 4 Fuß mißt, wenn ferner die Maschine pro Minute 24 Spiele macht und die ganze rotirende Masse der Maschine, auf den Warzenkreis reducirt, $M = \frac{G}{g} = \frac{250000}{31{,}25} = 8000$ Pfund beträgt, so ist der **Ungleichförmigkeitsgrad** dieser Maschine:

bei Anwendung eines Dampfcylinders und eines einfachen Krummzapfens und bei dem Stangenlängenverhältniß $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$,

$$\delta = 0{,}5154 \frac{Qr}{Mc^2} = 0{,}5154 \cdot \frac{10000 \cdot 2}{8000 \cdot (0{,}1047 \cdot 24 \cdot 2)^2}$$
$$= \frac{5154}{4000 \cdot (5{,}0256)^2} = \frac{1{,}2885}{25{,}25} = \frac{1}{20},$$

dagegen bei Anwendung von zwei Dampfcylindern und doppeltem Krummzapfen und dem Verhältnisse $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$,

$$\delta = 0{,}2705 \cdot \frac{10000 \cdot 2}{8000 \cdot 25{,}25} = \frac{2{,}705}{4 \cdot 25{,}25} = \frac{0{,}6762}{25{,}25} = \frac{1}{34},$$

endlich bei Anwendung von drei Dampfcylindern und dreifachem Krummzapfen und dem Verhältnisse $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$,

$$\delta = 0{,}1160 \,.\, \frac{10000}{4000\,.\,25{,}25} = \frac{0{,}29}{25{,}25} = \frac{1}{87}.$$

Wenn man den Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{40} \div \frac{1}{30}$ verlangen sollte, so wäre die Umdrehungsmasse für den ersten Fall zu klein und für den zweiten unnöthig groß.

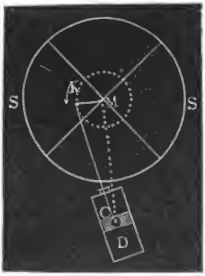
Krummzapfen bei oscillirenden Dampfmaschinen.

§. 113. Wir haben schon im zweiten Bande (§. 333) zur Sprache gebracht, daß es auch Dampfmaschinen mit oscillirendem Cylinder CD, Fig. 241, giebt. Bei solchen Maschinen dient die Kolbenstange CK zu gleicher Zeit mit als Kurbelstange, weshalb sie nicht selten bei Dampfschiffen, wo es viel auf Raumersparniß ankommt, angewendet werden. Die Theorie des Krummzapfens für diese Maschine läßt sich wie folgt ohne Schwierigkeiten auf die des einfachen Krummzapfens mit Lenkstange zurückführen.

Fig. 242.



Fig. 241.



Es sei in Fig. 242 C die Drehungsaxe des Krummzapfens und K die Schwingungsaxe des Dampfcylinders oder der feste Punkt, durch welchen die Richtung der Kolben- oder Lenkstange hindurchgeht; bezeichnen wir die Armlänge $CA = CO$ des Krummzapfens wieder mit r, dagegen den Abstand CK der festen Drehungspunkte C und K von einander durch a, und endlich den veränderlichen Umdrehungswinkel ACO des Krummzapfens durch β. Es sind dann die Abstände des Punktes K von den beiden todten Punkten O und U des Krummzapfens, $KO = a + r$ und $KU = a - r$ und von der Warze in A:

$$KA = \sqrt{\overline{CA}^2 + \overline{CK}^2 + 2\,CA\,.\,CK\cos.OCA}$$
$$= \sqrt{r^2 + a^2 + 2\,r\,a\cos.\beta}.$$

Während die Warze den Winkel $ACO = \beta$ durchläuft, legt die Stangenkraft Q einen Weg s zurück, welcher der Linie AD, d. i. der Differenz $KO - KA$ der Abstände KO und KD des festen Punktes von den beiden Endpunkten O und A des Weges $OA = r\beta$, gleich ist. Es ist also Krummzapfen bei oscillirenden Dampfmaschinen.

$s = a + r - \sqrt{a^2 + 2ar\cos.\beta + r^2}$, oder

$s = a + r - a\left(1 + \frac{2r}{a}\cos.\beta + \frac{r^2}{a^2}\right)^{1/2}$, annähernd

$$= a + r - a\left(1 + \frac{r\cos.\beta}{a} + \frac{r^2}{2a^2} - {}^1/_8\,\frac{r^2(\cos.\beta)^2}{a^2}\right)$$

$$= r - r\cos.\beta - \frac{r^2}{2a}[1 - (\cos.\beta)^2]$$

$$= r(1 - \cos.\beta) - \frac{r^2}{2a}\sin.\beta^2.$$

Für den gewöhnlichen Krummzapfen mit besonderer Kurbelstange ist aber, §. 95 zu Folge, der Weg der Stangenkraft Q annähernd,

$s = r(1 - \cos.\beta) - \frac{r^2}{2l}(\sin.\beta)^2$;

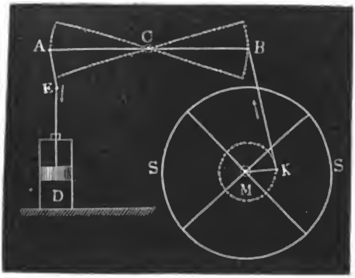
wenn man daher in dieser Formel die Lenkstangenlänge l durch den Axenabstand a ersetzt, so geht die vorige Formel unmittelbar aus dieser hervor. Diese Uebereinstimmung zwischen den Wegen und also auch die zwischen den Arbeiten (Qs) beider Arten der Krummzapfenbewegung berechtigt uns nun auch, alle die im Vorstehenden gefundenen Formeln für die Bewegung des einfachen Krummzapfens (§. 95 bis §. 105) nach Umänderung der Größe l in a auf den Krummzapfen mit oscillirendem Cylinder anzuwenden. Es ist folglich in Betreff dieser Maschine nichts Neues zu finden. Da nach dem Obigen (§. 112) die Ungleichförmigkeit der rotirenden Bewegung des Krummzapfens der ersten Art zunimmt, wenn die Kurbelstange (l) eine kürzere wird, so folgt, daß dieselbe bei einem Krummzapfen der zweiten Art ebenfalls wächst, wenn der Abstand der Schwingungsaxe K von der Drehungsaxe C abnimmt.

§. 114. Wir haben oben (§. 95 bis §. 112), bei unseren Entwickelungen in Betreff der Krummzapfenbewegung vorausgesetzt, daß die Kurbelstange unmittelbar mit der Kolbenstange verbunden sei, daß sich also das eine Ende der Kolbenstange in gerader Linie auf- und nieder-, oder hin- und herbewege, während das andere im Kreise herumläuft; jetzt wollen wir aber noch den in Fig. 243 a. f. S. abgebildeten und bereits in §. 90 besprochenen Fall in Betracht ziehen, wo durch Zwischenstellung eines Balanciers oder Hebels entweder die geradlinige Bewegung der Kolbenstange oder die stetige Kreis- Krummzapfen mit Balancier oder Hebel.

Krummzapfen mit Balancier der Hebel.

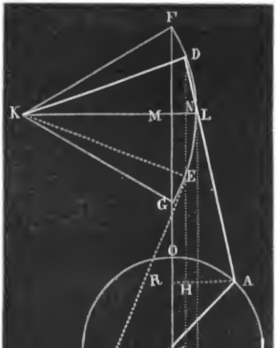
bewegung des Krummzapfens zunächst in eine oscillirende verwandelt wird, und aus dieser erst entweder die Kreisbewegung des Krummzapfens oder die geradlinig wiederkehrende Bewegung der Kolbenstange hervorgeht. In diesem Falle läuft also der zweite Endpunkt der Kurbelstange keine gerade Linie, sondern es bewegt sich derselbe in einem Kreisbogen auf und nieder. Auch findet derselbe Fall statt, wenn die Kurbelstange mit dem zweiten Ende an ein Kreuz (Kunstkreuz), wie Fig. 226 (S. 171) vor Augen führt, angeschlossen ist.

Fig. 243.



Die Bewegungsverhältnisse einer solchen Verbindung eines Krummzapfens mit einem Hebel sind, wenn, wie fast stets, der Hebelarm viel länger ist als der Kubelarm, von denen des einfachen Krummzapfens nicht wesentlich verschieden. Wir wollen, um dieselbe kennen zu lernen, zunächst den Fall in Untersuchung ziehen, wo die Umdrehungsaxe C, Fig. 244, der Kurbel in der Verlängerung der Sehne FG des Bogens FLG liegt, in welchem der zweite Endpunkt D der Kurbelstange auf- und niedergeführt wird. Setzen wir in dieser Absicht die Länge $KF = KG = KL$ von dem Hebelarme des Balanciers $= a$, die constante Umdrehungskraft desselben $= P$, ferner den veränderlichen Schwingungswinkel LKD desselben, von der Mittellage KL ausgegangen, $= \alpha$, den constanten Hub- oder Schwingungswinkel $FKL = GKL = \alpha_1$, und die Abweichung ADH der Kurbelstange AD von der Mittellinie CF, $= \delta$, und behalten wir die übrigen Bezeichnungen von oben bei,

Fig. 244.



so haben wir Krummzapfen mit Balancier oder Hebel.

1) die Vertikalprojection der Kurbelstange AD:

$HD = HN + ND = RM + ND = CM - CR + ND$, oder
$AD \cos. ADH = OF - CA \cos. ACR + KD \sin. DKL$, d. i.

$$l \cos. \delta = l - r \cos. \beta + a \sin. \alpha, \text{ und}$$

2) die Horizontalprojection derselben

$AH = AR - HR = AR - MN = AR - KN + KM$, oder
$AD \sin. ADH = CA \sin. ACR - KD \cos. DKL + KF \cos. FKL$, d. i.

$$l \sin. \delta = r \sin. \beta - a(\cos. \alpha - \cos. \alpha_1).$$

Da $(\sin. \delta)^2 + (\cos. \delta)^2 = 1$ ist, so hat man hier

$$l^2 = (l - r \cos. \beta + a \sin. \alpha)^2 + [\sin. \beta - a(\cos. \alpha - \cos. \alpha_1)]^2,$$

und daher

$$l - r \cos. \beta + a \sin. \alpha = \sqrt{l^2 - [r \sin. \beta - a(\cos. \alpha - \cos. \alpha_1)]^2},$$

d. i. annähernd

$$a \sin. \alpha = r \cos. \beta - \frac{l}{2}\left(\frac{r \sin. \beta - a(\cos. \alpha - \cos. \alpha_1)}{l}\right)^2.$$

Nun ist aber $\cos. \alpha - \cos. \alpha_1$ annähernd

$= 1 - \frac{1}{2}(\sin. \alpha)^2 - 1 + \frac{1}{2}(\sin. \alpha_1)^2$, daher folgt

$$a \sin. \alpha = r \cos. \beta - \frac{(r \sin. \beta - \frac{1}{2} a [(\sin. \alpha_1)^2 - (\sin. \alpha)^2])^2}{2l}.$$

Setzen wir noch rechts $\sin. \alpha = \frac{r \cos. \beta}{a}$, so wie

$\sin. \alpha_1 = \frac{r}{a}$, so erhalten wir

$$a \sin. \alpha = r \cos. \beta - \frac{1}{2l}\left(r \sin. \beta - \frac{r^2}{2a}[1 - (\cos. \beta)^2]\right)^2$$

$$= r \cos. \beta - \frac{r^2 (\sin. \beta)^2}{2l}\left(1 - \frac{r \sin. \beta}{2a}\right)^2, \text{ und daher}$$

$$\sin. \alpha = \frac{r \cos. \beta}{a} - \frac{r^2 (\sin. \beta)^2}{2al}\left(1 - \frac{r \sin. \beta}{2a}\right)^2, \text{ oder}$$

genau genug, da $\frac{r}{a} = \frac{1}{3}$ oder noch kleiner gemacht wird,

$$\sin. \alpha = \frac{r \cos. \beta}{a} - \frac{r^2 (\sin. \beta)^2}{2al} + \frac{r^3}{2a^2 l}(\sin. \beta)^3.$$

Es kommt nun darauf an, den Bogen oder Weg $FD = s = a(\alpha_1 - \alpha)$ zu finden, welcher dem Umdrehungswinkel $OCA = \beta$ entspricht. Da

$\alpha = \sin. \alpha + \frac{1}{6}(\sin. \alpha)^3$ (s. »Ingenieur«, Seite 225)

gesetzt werden kann, so folgt für unsern Fall

Krummzapfen mit Balancier oder Hebel.

$$\alpha = \frac{r\cos.\beta}{a} - \frac{r^2(\sin.\beta)^2}{2al} + \frac{r^3(\sin\beta)^3}{2a^2l} + \frac{r^3(\cos.\beta)^3}{6a^3} \text{ und}$$

$$\alpha_1 = \frac{r}{a} + \frac{r^3}{6a^3},$$

und es ist daher der Weg oder Schub DF:

$$s = r(1 - \cos.\beta) + \frac{r^2(\sin.\beta)^2}{2l} - \frac{r^3(\sin.\beta)^3}{2al} + \frac{r^3}{6a^2}[1-(\cos.\beta)^3]$$

$$= r\left[1-\cos.\beta + \frac{r}{2l}(\sin.\beta)^2 - \frac{r^2}{2al}(\sin.\beta)^3 + \frac{r^2}{6a^2}[1-(\cos.\beta)^3]\right].$$

Für die aufsteigende Stange BE ist

$$EJ = l\cos.\delta = l + r\cos.\beta - a\sin.\alpha \text{ und}$$

$$BJ = l\sin.\delta = r\sin.\beta + a(\cos.\alpha - \cos.\alpha_1), \text{ daher}$$

$$l + r\cos.\beta - a\sin.\alpha = \sqrt{l^2 - [r\sin.\beta + a(\cos.\alpha - \cos.\alpha_1)]^2},$$

woraus nun

$$\alpha = \frac{r\cos.\beta}{a} + \frac{r^2(\sin.\beta)^2}{2al} + \frac{r^3(\sin.\beta)^3}{2a^2l} + \frac{r^3(\cos.\beta)^3}{6a^3} \text{ und der}$$

dem Umdrehungswinkel $UCB = \beta$ entsprechende Hub $GE = a(\alpha_1 - \alpha)$

$$s_1 = r\left(1-\cos.\beta - \frac{r(\sin.\beta)^2}{2l} - \frac{r^2(\sin.\beta)^3}{2al} + \frac{r^2}{6a^2}[1-(\cos.\beta)^3]\right)$$

sich ergiebt.

Für $\beta = 0^0$ ist natürlich $s = s_1 = 0$ und

für $\beta = 180^0$, $s = s_1 = 2r + \frac{2r^3}{6a^2} = 2r\left[1 + \frac{1}{6}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right]$

$$= 2a\,arc.\left(\sin. = \frac{r}{a}\right) = 2\alpha_1 a.$$

Für $\beta = 90^0$, also bei den Quadraturen der Umdrehung ist dagegen

$$s = r\left(1 + \frac{r}{2l} - \frac{r^2}{2al} + \frac{r^2}{6a^2}\right) \text{ und}$$

$$s_1 = r\left(1 - \frac{r}{2l} - \frac{r^2}{2al} + \frac{r^2}{6a^2}\right).$$

§. 115 *). Wenn der Balancier durch eine constante Tangentialkraft Q auf und nieder bewegt wird, so haben wir bei Umdrehung des Krummzapfens um den Winkel β die verrichtete Arbeit dieser Kraft

$$Qs = Qr\left(1 - \cos.\beta \pm \frac{r}{2l}(\sin.\beta)^2 - \frac{r^2(\sin.\beta)^3}{2al} + \frac{r^2}{6a^2}[1-(\cos.\beta)^3]\right),$$

während von der Umdrehungskraft P des Krummzapfens wieder die Arbeit

$Pr\beta$ geleistet wird. Es ist daher die auf die Beschleunigung der trägen Massen verwendete Arbeit Krummzapfen mit Balancier oder Hebel.

$$L = Qs - Pr\beta = Qr\left(1 - cos.\beta \pm \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2 - \frac{r^2(sin.\beta)^3}{2al} + \frac{r^2}{6a^2}[1-(cos.\beta)^3]\right) - Pr\beta.$$

Da wegen des nöthigen Beharrungszustandes für $\beta = \pi$, $L = 0$ sein muß, so hat man

$$\pi Pr = Qr\left(2 + \frac{2r^2}{6a^2}\right) = 2Qr\left[1 + \frac{1}{6}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right] = 2Qa\alpha_1,$$

und daher

$$L = Qr\left(1 - cos.\beta \pm \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2 - \frac{r^2}{2al}(sin.\beta)^3 + \frac{r^2}{6a^2}[1-(cos.\beta)^3] - \frac{2\beta}{\pi}\left[1 + \frac{1}{6}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right]\right).$$

Um diejenigen Drehungswinkel zu finden, welche auf die eminenten Geschwindigkeitswerthe führen, differenziiren wir diesen Ausdruck in Hinsicht auf β und setzen das erhaltene Differenzialverhältniß = Null. Dies giebt

$$sin.\beta \pm \frac{r}{2l} sin.2\beta - \frac{3r^2}{2al}(sin.\beta)^2 cos.\beta + \frac{3r^2}{6a^2}(cos.\beta)^2 sin.\beta - \frac{2}{\pi}\left[1 + \frac{1}{6}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right],$$ d. i.

$$sin.\beta = \frac{2}{\pi}\left[1 + \frac{1}{6}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right] - \frac{r}{2l} sin.2\beta\left(\pm 1 - \frac{3r}{2a}sin.\beta + \frac{rl}{2a^2}cos.\beta\right).$$

Mit Hülfe der diesem Sinus entsprechenden Winkel lassen sich nun die eminenten Leistungswerthe L, und hieraus wieder, nach den aus dem Obigen bekannten Formeln die eminenten Geschwindigkeiten

$$v_2 = \left(1 + \frac{L}{Mc^2}\right)c \text{ und}$$

$$v_1 = \left(1 - \frac{L}{Mc^2}\right)c \text{ berechnen.}$$

Ziehen wir nun den gewöhnlichen Fall, $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$ und $\frac{r}{a} = \frac{1}{3}$ in Betracht, für welchen

$$sin.\beta = \frac{55}{54} \cdot \frac{2}{\pi} - 0{,}1 \cdot (\pm 1 - \frac{1}{2} sin.\beta + 0{,}2778\, cos.\beta)\, sin.2\beta \text{ und}$$

$$L = Qr\left(1 - cos.\beta \pm 0{,}1\,(sin.\beta)^2 - \frac{1}{30}(sin.\beta)^3 + \frac{1}{54}[1-(cos.\beta)^3] - \frac{55}{54} \cdot \frac{2}{\pi}\beta\right) \text{ ist.}$$

Krummzapfen mit Balancier oder Hebel.

Der ersten Formel entsprechen folgende Winkel:

$$\beta = 30^0,4' \quad \text{und} = 136^0,5',$$

$$\text{sowie } \beta = 49^0,35' \text{ und} = 148^0,56',$$

und diese geben die eminenten Geschwindigkeiten in der ersten Hälfte der Umdrehung:

$$v_2 = \left(1 - 0{,}1804 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c \text{ und}$$

$$v_1 = \left(1 + 0{,}2428 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c,$$

und dagegen die in der zweiten Umdrehungshälfte

$$v_2 = \left(1 - 0{,}2687 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c \quad \text{und}$$

$$v_1 = \left(1 + 0{,}1701 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c.$$

Es ist folglich die größte Geschwindigkeitsdifferenz

$$(0{,}2428 + 0{,}2687) \frac{Qr}{Mc} = 0{,}5115 \frac{Qr}{Mc},$$

und daher der Grad der Ungleichförmigkeit dieser Krummzapfenbewegung

$$\delta = 0{,}5115 \frac{Qr}{Mc^2},$$

während wir oben §. 112 für den Fall, wenn das zweite Stangenende geradlinig auf- und niedergeht,

$$\delta = 0{,}5154 \frac{Qr}{Mc^2},$$

also nur sehr wenig mehr gefunden haben.

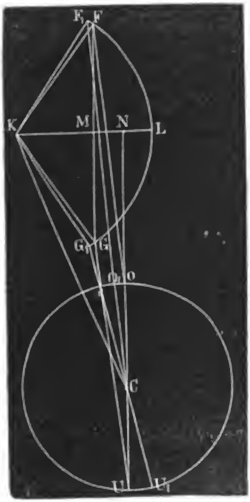
Der Unterschied zwischen der Krummzapfenbewegung mit und der ohne Balancier fällt also so unbedeutend aus, daß man von demselben bei den gewöhnlichen Fällen der Anwendung ganz absehen kann.

§. 116. Um die aus der bogenförmigen Bewegung des Balanciers hervorgehende Seitenbewegung der Kurbelstange möglichst herabzuziehen, legt man das Centrum c der Kurbel OU, Fig. 245, nicht in die Sehne FG des von dem Balancierende durchlaufenen Bogens FLG, sondern in die Parallele CN zu FG, welche die Bogenhöhle ML halbirt. Der Vortheil, welcher hieraus erwächst, wird aber wieder dadurch aufgehoben, daß dann die todten Punkte O_1 und U_1 nicht mit den höchsten und tiefsten Punkten O und U des Warzenkreises zusammenfallen, und daher nicht genau um einen Halbkreis von einander abstehen. Die Winkel $OCO_1 = \mu$ und $UCU_1 = \nu$, um welche die todten Punkte O_1 und U_1 von

dem Scheitelpunkte O und Fußpunkte U des Warzenkreises abstehen, lassen sich wie folgt bestimmen: Krummzapfen mit Balancier oder Hebel

Zunächst ist $OCO_1 = OCK - O_1CK = OCK - FCK$;

Fig. 245.



aber

$$\cos. OCK = \cos. NCK = \frac{CN}{KC}$$

$$= \frac{CN}{\sqrt{\overline{CN}^2 + \overline{KN}^2}} = \frac{l}{\sqrt{l^2 + a^2}}$$

und

$$\cos. O_1CK = \cos. F_1CK$$

$$= \frac{\overline{CF_1}^2 + \overline{CK}^2 - \overline{F_1K}^2}{2\, CF_1 \,.\, CK}$$

$$= \frac{(l+r)^2 + l^2 + a^2 - \frac{r^2}{2} - a^2}{2(l+r)\sqrt{l^2 + a^2}}$$

$$= \frac{2l^2 + 2lr + \frac{1}{2}r^2}{2(l+r)\sqrt{l^2+a^2}},$$

also

$$\cos. OCK - \cos. O_1CK$$

$$= - \frac{r^2}{4(l+r)\sqrt{l^2+a^2}}.$$

Aber $\cos. OCK - \cos. O_1CK$

$$= -2 \sin.\left(\frac{OCK + O_1CK}{2}\right) \sin.\left(\frac{OCK - O_1CK}{2}\right),$$

oder, da $OCK - O_1CK$ sehr klein ist (s. »Ingenieur«, Seite 223),

$$\cos. OCK - \cos. O_1CK = - \sin. OCK\,(OCK - O_1CK)$$

$$= - \mu \sin. OCK = - \frac{\mu a}{\sqrt{l^2+a^2}},$$

daher folgt annähernd

$$\mu = \frac{r^2}{4a(l+r)}.$$

Dann ist $\angle\, UCU_1 = NCK - G_1CK$, aber

$$\cos. NCK = \frac{l}{\sqrt{l^2 + a^2}} \text{ und}$$

$$\cos. G_1CK = \frac{(l-r)^2 + l^2 + a^2 - \frac{1}{2}r^2 - a^2}{2(l-r)\sqrt{l^2+a^2}} = \frac{2l^2 - 2lr + \frac{1}{2}r^2}{2(l-r)\sqrt{l^2+a^2}};$$

Krummzapfen mit Balancier oder Hebel.

daher folgt

$$cos. NCK - cos. G_1CK = - \frac{r^2}{(4l - r)\sqrt{l^2 + a^2}} \text{ und}$$

$$NCK - G_1CK = NCG_1 = UCU_1 = v = \frac{r^2}{4a(l - r)}.$$

Für $\frac{r}{a} = \frac{1}{3}$ und $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$ ist demnach

$$= \frac{1}{4.3.6} = \frac{1}{72}, \text{ also } \mu^0 = \frac{180^0 \mu}{\pi} = 0^0,796 = 0^0,48' \text{ und}$$

$$v = \frac{1}{4.3.4} = \frac{1}{48}, \text{ also } v^0 = \frac{180^0 . v}{\pi} = 1^0,194 = 1^0,12'.$$

Es sind folglich die Abstände der todten Punkte O_1 und U_1 von einander

$$180^0 \pm (v - \mu) = 180^0,24' \text{ und } 179^0,36'.$$

Nach dem Obigen (§. 114) sind die Wege FF_1 und GG_1, um welche der Balancier in Folge der schiefen Kurbelstellung über den Enden F und G des Bogens $FLG = 2a\alpha_1$ hinausgeht,

$$FF_1 = \sigma = (1 - cos.\mu)r = (1 - cos. 0^0,48')r = (1 - 0,99990)r = 0,00010r$$

und $$GG_1 = \sigma_1 = (1 - cos. v)r = (1 - cos. 1^0,12')r = (1 - 0,99978)r = 0,00022r,$$

also so unbedeutend, daß sie außer Betracht kommen können.

Krummzapfen mit veränderlicher Umdrehungskraft.

§. 117. Wir haben bis jetzt stets eine constante Stangenkraft Q vorausgesetzt, es können daher auch die gefundenen Regeln nicht auf die Krummzapfenbewegung bei Expansionsdampfmaschinen angewendet werden, wo die Stangenkraft Q variabel ist. Die häufige Anwendung dieser Maschine macht es daher nöthig, daß wir auch noch die Bewegungsverhältnisse der Krummzapfen mit veränderlicher Kraft kennen lernen. Ziehen wir zunächst wieder einen einfachen Krummzapfen in Betracht, setzen wir ferner eine unendlich lange Kurbelstange voraus, und sehen wir noch von allen Nebenverhältnissen, also auch von dem Gegendruck auf den Dampfkolben ab.

Von der Expansion gilt wieder die aus dem Obigen bekannte Regel (§. 100):

$$Qr(1 - cos.\beta) - Pr\beta = \frac{M(v^2 - c^2)}{2}, \text{ und es ist daher auch wieder}$$

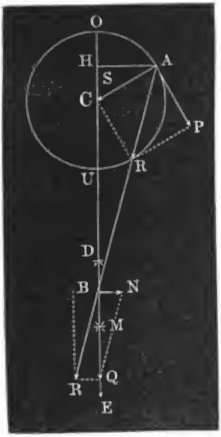
$$v = \sqrt{c^2 + \frac{2r}{Mc^2}[Q(1 - cos.\beta) - P\beta]} \text{ oder annähernd}$$

$$1)\ v = c\left(1 + \frac{2r}{Mc^2}[Q(1 - cos.\beta) - P\beta]\right).$$

Krummzapfen mit veränderlicher Umdrehungskraft.

Ist das Expansionsverhältniß $= \varepsilon$ (siehe II., §. 380), so wird bei einem Kolbenwege $OH = s$, Fig. 246, der Dampfzufluß abgesperrt und es tritt nun eine allmälige Abnahme der Kraft Q ein, so daß dieselbe am Ende des ganzen Kolbenweges $s_1 = 2r$, dem Mariotte'schen Gesetze zu Folge, nur noch die Größe

Fig. 246.



$$Q_1 = \frac{sQ}{s_1} \text{ hat.}$$

Der Drehungswinkel $ACO = \beta$, bei welchem die Expansion beginnt, ist durch die Gleichung

$$\frac{s_1}{s} = \frac{2r}{(1 - cos.\beta_1)r} = \frac{2}{1 - cos\,\beta_1} = \varepsilon$$

bestimmt, welche

$$cos.\beta_1 = 1 - \frac{2}{\varepsilon} \text{ giebt.}$$

Hat sich der Krummzapfen um einen Winkel $\beta > \beta_1$ gedreht und folglich die Stange den Weg $r(1 - cos.\beta)$ zurückgelegt, so ist nach II., §. 353 die Arbeit der Kraft:

$$Fsp\left[1 + Log.nat.\left(\frac{s_1}{s}\right)\right] = Qs\left(1 + Log.nat.\frac{1 - cos.\beta}{1 - cos.\beta_1}\right)$$
$$= Qs\left(1 + Log.nat.\frac{(1 - cos.\beta)\varepsilon}{2}\right);$$

daher gilt denn auch für die Bewegung des Krummzapfens während der Expansion die Formel:

$$Qs\left(1 + Log.nat.\frac{(1 - cos.\beta)\varepsilon}{2}\right) - Pr\beta = \frac{M(v^2 - c^2)}{2}, \text{ und es ist}$$

hiernach die veränderliche Warzengeschwindigkeit

$$v = \sqrt{c^2 + \frac{1}{M}\left[Qs\left(1 + Log.nat.\frac{(1 - cos.\beta)\varepsilon}{2}\right) - Pr\beta\right]},$$

annähernd

$$2)\quad v = c\left(1 + \frac{1}{Mc^2}\left[Qs\left(1 + Log.nat.(1 - cos.\beta)\frac{\varepsilon}{2}\right) - Pr\beta\right]\right).$$

Da für $\beta = \pi$, also $1 - cos.\beta = 1 + 1 = 2$, $v = c$ sein muß, so hat man

Krummzapfen mit veränderlicher Umdrehungskraft.

$$P = \frac{Qs}{\pi r}(1 + Log.nat.\,\varepsilon) = \frac{Qs_1}{\varepsilon\pi r}(1 + Log.nat.\,\varepsilon)$$

$= \frac{2Q}{\varepsilon\pi}(1 + Log.nat.\,\varepsilon)$ in die Formeln 1) und 2) einzusetzen,

um die Geschwindigkeiten vor und während der Expansion zu finden. Durch Differenziiren der Formeln findet man die Gleichungen für die auf die größten und kleinsten Geschwindigkeitswerthe führenden Winkel; es ist nämlich

1) für die Bewegung vor der Expansion

$$sin.\beta = \frac{P}{Q} = \frac{2}{\varepsilon\pi}(1 + Log.nat.\,\varepsilon) \text{ und}$$

2) für die Bewegung während der Expansion

$$Qs\frac{sin.\beta}{1 - cos.\beta} = Pr, \text{ d. i.}$$

$$cotg.\frac{\beta}{2} = \frac{Pr}{Qs} = \frac{\varepsilon P}{2Q} = \frac{1 + Log.nat.\,\varepsilon}{\pi}.$$

Nehmen wir das Expansionsverhältniß $\varepsilon = \frac{s_1}{s} = 2$ an, so erhalten wir für die Bewegung vor der Expansion

$sin.\beta = \frac{2}{2\pi}(1 + Log.nat. 2) = \frac{1}{\pi}(1 + 0{,}69315) = 0{,}53894$ und hiernach $\beta = 32^0, 37'$; daher die Minimalgeschwindigkeit des Krummzapfens:

$$v_2 = \left(1 + \frac{Qr}{Mc^2}[(1 - cos.\beta) - 0{,}53894\,.\,arc.\beta]\right)c$$

$$= \left(1 + (1 - 0{,}84230 - 0{,}53894\,.\,0{,}56927)\frac{Qr}{Mc^2}\right)c$$

$$= \left(1 + (0{,}15770 - 0{,}30681)\frac{Qr}{Mc^2}\right)c = \left(1 - 0{,}1491\frac{Qr}{Mc^2}\right)c.$$

Für die Bewegung während der Expansion ist dagegen

$$cotg.\frac{\beta}{2} = \frac{1 + Log.nat. 2}{\pi} = 0{,}53894, \text{ daher}$$

$\frac{\beta}{2} = 61^0, 41'$, daher $\beta = 123^0, 22'$, und die entsprechende Maximalgeschwindigkeit

Krummzapfen mit veränderlicher Umdrehungskraft

$$v_1 = \left(1 + [(1 + Log.nat.(1 - cos.123^0,22') - 0,53894 arc.123^0,22'] \frac{Qr}{Mc^2}\right) c$$

$$= \left(1 + (1 + Log.\,nat.\,1,55000 - 0,53894\,.\,2,15315)\frac{Qr}{Mc^2}\right) c$$

$$= \left(1 + (1,43825 - 1,16044)\frac{Qr}{Mc^2}\right) c = \left(1 + 0,2778\,\frac{Qr}{Mc^2}\right) c.$$

Es ist folglich für dieses Expansionsverhältniß der Grad der Ungleichförmigkeit

$\delta = (0,1491 + 0,2778)\frac{Qr}{Mc^2} = 0,4269\,\frac{Qr}{Mc^2}$, oder, da $P = 0,53894\,Q$ ist,

$$\delta = \frac{0,4269\,Pr}{0,5389\,Mc^2} = 0,7922\,\frac{Pr}{Mc^2}.$$

In folgender Tabelle sind die in den Expansionsverhältnissen $\varepsilon = 2, 3, 4, 5, 6$ entsprechenden Ungleichförmigkeitsgrade angegeben.

Expansionsverhältnisse ε . .	2	3	4	5	6
Ungleichförmigkeitsgrade . .	0,7922	0,8523	0,8914	0,9223	0,9473 $\frac{Pr}{Mc^2}$.

§. 118. Wir wollen nun unsere Regel über die Bewegung der Krummzapfen bei Expansions-Dampfmaschinen dadurch allgemeiner machen, daß wir eine endliche Stangenlänge voraussetzen, und deshalb statt $1 - cos.\beta$ den schärferen Werth $1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2$ einführen. Es ist dann für die Bewegung vor der Expansion

$$v = \left[1 + \frac{r}{Mc^2}\left(Q[1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2] - P\beta\right)\right] c$$

und der Winkel für die Minimalgeschwindigkeit bestimmt durch die Formel

$$sin.\beta = \frac{P}{Q} \pm \frac{r}{2l} sin.2\beta$$

$$= \frac{2}{\varepsilon\pi}(1 + Log.nat.\,\varepsilon) \pm \frac{r}{2l} sin.2\beta.$$

Für die Bewegung während der Expansion hat man hingegen

$$v = \left(1 + \frac{1}{Mc^2}\left[Qs\left(1 + Log.nat.[1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2]\frac{\varepsilon}{2}\right) - Pr\beta\right]\right) c,$$

und hiernach für den Winkel, welcher auf die Maximalgeschwindigkeit führt,

Krummzapfen mit veränderlicher Umdrehungskraft.

$$Qs\left(\frac{sin.\beta \mp \frac{r}{2l}\, sin.2\beta}{1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2}\right) = Pr, \text{ oder}$$

$$\frac{cotg.\,{}^1\!/_2\beta\,.\left(1 \mp \frac{r}{l}\, cos.\beta\right)}{1 \mp \frac{r}{2l}(1 + cos.\beta)} = \frac{Pr}{Qs}, \text{ oder}$$

$$cotg.\,{}^1\!/_2\beta\left(1 \pm \frac{r}{2l}(1 - cos.\beta)\right) = \frac{Pr}{Qs}, \text{ d. i.}$$

$$cotg.\,{}^1\!/_2\beta = \frac{Pr}{Qs\left[1 \pm \frac{r}{l}\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2\right]} = \frac{Pr}{Qs}\left[1 \mp \frac{r}{l}\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1 + Log.nat.\varepsilon}{\pi}\left[1 \mp \frac{r}{l}\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2\right].$$

Das Expansionsverhältniß ist aber hier

$$\varepsilon = \frac{2}{1 - cos.\beta_1 \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta_1)^2},$$ also der Umdrehungswinkel,

bei welchem die Expansion eintritt, bestimmt durch die Formel

$$cos.\beta_1 = 1 - \frac{2}{\varepsilon} \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta_1)^2.$$

Für das Expansionsverhältniß $\varepsilon = 2$ und für die Stangenlänge $l = 5r$, also für $\frac{r}{2l} = {}^1\!/_{10}$ haben wir hiernach Folgendes. Der Bewegung vor der Expansion entspricht

$$sin.\beta = \frac{1 + Log.nat.\varepsilon}{\pi} \pm 0{,}1\, sin.2\beta = 0{,}53894 \pm 0{,}1\, sin.2\beta;$$

es ist hiernach für diese Bewegung, $\beta = 39^0{,}35'$ oder $\beta = 27^0{,}14'$.

Diesen Winkeln entsprechen die folgenden Geschwindigkeitsminima:

$$1)\ v_2 = \Big(1 + [1 - cos.39^0{,}35' - 0{,}1(sin.39^0{,}35')^2$$
$$- 0{,}53894\, arc.39^0{,}35']\frac{Qr}{Mc^2}\Big)c$$
$$= \left(1 + (1 - 0{,}77070 - 0{,}04060 - 0{,}37283)\frac{Qr}{Mc^2}\right)c$$
$$= \left(1 - 0{,}1836\frac{Qr}{Mc^2}\right)c \text{ und}$$

$$2)\ v_2 = \left(1 - [1 - cos. 27^0, 14' + 0{,}1\ (sin.\ 27^0, 14')^2 - 0{,}53894\ arc. 27^0, 14'] \frac{Q r}{M c^2}\right) c$$ Krummzapfen mit veränderlicher Umdrehungskraft.

$$= \left(1 - (1 - 0{,}88915 + 0{,}02094 - 0{,}25617) \frac{Q r}{M c^2}\right) c$$

$$= \left(1 - 0{,}1244 \frac{Q r}{M c^2}\right) c.$$

Für die Bewegung während der Expansion hat man dagegen

$cotg. \, ^1\!/_2 \beta = \dfrac{0{,}53894}{1 \pm 0{,}2 \left(sin. \dfrac{\beta}{2}\right)^2}$, wonach sich folgende Winkel ergeben:

$\beta = 130^0, 20'$ und $\beta = 115^0, 40'$, die auf folgende Maximalgeschwindigkeiten führen:

$$v_1 = \left(1 - (1 + Log. nat. [1 - cos. 130^0, 20' - 0{,}1\ (sin.\ 130^0, 20')^2] - 0{,}53894\ arc. 130^0, 20') \frac{Q r}{M c^2}\right) c$$

$$= \left(1 - (1 + Log.\ nat.\ 1{,}58912 - 1{,}22594) \frac{Q r}{M c^2}\right) c$$

$$= \left(1 + 0{,}2372 \frac{Q r}{M c^2}\right) c \text{ und}$$

$$v_1 = \left(1 - (1 + Log. nat. [1 - cos.\ 115^0, 40' + 0{,}1\ (sin.\ 115^0, 40')^2 - 0{,}53894\ arc. 115^0, 40') \frac{Q r}{M c^2}\right) c$$

$$= \left(1 - (1 + Log. nat. 1{,}51437 - 1{,}0880) \frac{Q r}{M c^2}\right) c$$

$$= \left(1 + 0{,}3270 \frac{Q r}{M c^2}\right) c.$$

Es ist folglich der Ungleichförmigkeitsgrad dieser Krummzapfenbewegung

$\delta = (0{,}3270 + 0{,}1836) \dfrac{Q r}{M c^2} = 0{,}5106 \dfrac{Q r}{M c^2}$, oder, da

$P = (1 + Log.\ nat.\ \varepsilon) \dfrac{Q}{\pi} = 0{,}5389\, Q$ ist,

$$\delta = \frac{0{,}5106\, P r}{0{,}5389\, M c^2} = 0{,}9475 \frac{P r}{M c^2}.$$

In folgender Tabelle sind die den Expansionsverhältnissen $\varepsilon = 2, 3, 4, 5, 6$ entsprechenden Grade der Ungleichförmigkeit dieser Krummzapfenbewegung aufgeführt:

Krummzapfen mit veränderlicher Umdrehungskraft.

Expansionsverhältnisse ε ..	2	3	4	5	6
Ungleichförmigkeitsgrade δ.	0,9475	1,004	1,038	1,062	1,084 $\frac{Pr}{Mc^2}$.

§. 119. Wir haben endlich noch die Theorie der Krummzapfenbewegung bei Expansionsdampfmaschinen dadurch allgemeiner zu machen, daß wir noch auch die aus der Kolbenreibung, aus dem Gegendruck auf der andern Fläche des Kolbens u. s. w. bestehende Nebenlast R mit in Rechnung bringen. Die Kolbenreibung können wir nach Pambour (S. II., §. 377) pr. Quadratzoll Kolbenfläche, $= \frac{25}{d}$ Pfund, wo d den Kolbendurchmesser bezeichnet, setzen, der Gegendruck auf der hinteren Kolbenfläche ist hingegen bei Maschinen mit Condensation 1,51 und bei solchen ohne Condensation 15,1 Pfund auf den Quadratzoll Kolbenfläche zu setzen. Ist daher F die Kolbenfläche in Quadratzoll, so hat man diesen Widerstand

bei Condensationsmaschinen, $R = \left(\frac{25}{d} + 1{,}51\right) F$, und

bei Maschinen ohne Condensation, $R = \left(\frac{25}{d} + 15{,}1\right) F$ Pfund,

wogegen die Kolbenkraft vor der Expansion, bei p Pfund Dampfdruck auf den Quadratzoll, $Q = Fp$ Pfund beträgt.

Es ist leicht zu ermessen, daß für diese Krummzapfen die Warzengeschwindigkeit vor der Expansion durch die Formel

$$v = \left(1 + \left[(Q - R)\left(1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right) - P\beta\right]\frac{r}{Mc^2}\right)c,$$

und dagegen die während der Expansion durch die Formel

$$v = \left[1 + \left(Qs\left[1 + Log.\,nat.\left(1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right)\frac{\varepsilon}{2}\right]\right.\right.$$
$$\left.\left. - Pr\beta - Rr\left(1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2\right)\right)\frac{1}{Mc^2}\right]c$$

bestimmt werden muß.

Die Minimalgeschwindigkeit vor der Expansion ist mit Hülfe der im vorigen Paragraphen gefundenen Formel zu ermitteln, wenn man darin nur statt Q, $Q - R$ setzt. Man hat folglich

$$sin.\beta = \frac{P}{Q - R} \pm \frac{r}{2l}\,sin.2\beta, \text{ oder}$$

$$sin.\beta = \frac{2}{\pi\left(1 - \frac{R}{Q}\right)}\left(\frac{1 + Log.\,nat.\,\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{R}{Q}\right) \pm \frac{r}{2l}\,sin.\,2\beta,$$

wenn man berücksichtigt, daß hier des Beharrungszustandes wegen Krummzapfen mit veränderlicher Umdrehungskraft.

$$P = \frac{Qs(1 + Log.nat.\varepsilon) - 2Rr}{\pi r} = \frac{2Q}{\pi \varepsilon}(1 + Log.nat.\varepsilon) - \frac{2}{\pi}R$$

zu setzen ist.

Für die Maximalgeschwindigkeit während der Expansion hat man hingegen

$$Qs.\frac{sin.\beta \mp \frac{r}{2l}sin.2\beta}{1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2} - Pr - Rr\left(sin.\beta \mp \frac{r}{2l}sin.2\beta\right) = 0,$$

oder

$$\left(sin.\beta \mp \frac{r}{2l}sin.2\beta\right)\left(\frac{Qs}{1 - cos.\beta \mp \frac{r}{2l}(sin.\beta)^2} - Rr\right) = Pr,$$

und hieraus ergiebt sich

$$ctg.\,{}^1/_2\beta = \frac{Pr}{Qs\left[1 \pm \frac{r}{l}\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2\right] - 2Rr\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2\left(1 \mp \frac{r}{l}cos.\beta\right)}$$

$$= \frac{Qs(1 + Log.nat.\varepsilon) - 2Rr}{\pi\left(Qs\left[1 + \frac{r}{l}\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2\right] - 2Rr\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2\left(1 \mp \frac{r}{l}cos.\beta\right)\right)}$$

$$= \frac{1 + Log.nat.\varepsilon - \frac{\varepsilon R}{Q}}{\pi\left[1 \pm \frac{r}{l}\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2 - \frac{\varepsilon R}{Q}\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2\left(1 \mp \frac{r}{l}\right)cos.\beta\right]}.$$

Wir wissen schon aus II., §. 374, daß die vortheilhafteste Dampfbenutzung dann statt hat, wenn die Dampfkraft $\frac{Q}{\varepsilon}$ am Ende des Kolbenhubes $s_1 = 2r = \varepsilon s$ dem Widerstande R gleich und folglich auch $\frac{\varepsilon R}{Q} = 1$ ist. Unter dieser Voraussetzung nehmen unsere Formeln folgende einfache Gestalten an:

Für die Minimalgeschwindigkeit:

$$sin.\beta = \frac{2\,Log.nat.\varepsilon}{\pi(\varepsilon - 1)} \pm \frac{r}{2l}sin.2\beta$$

und für die Maximalgeschwindigkeit:

$$cotg.\,{}^1/_2\beta = \frac{Log.nat.\varepsilon}{\pi\left(cos.\frac{\beta}{2}\right)^2\left[1 \pm \frac{2r}{l}\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2\right]}.$$

Krummzapfen mit veränderlicher Umdrehungskraft.

Die Umdrehungskraft ist ferner für diesen Fall

$$P = \frac{2Q}{\pi \varepsilon} Log. nat. \varepsilon = \frac{2}{\pi} R \, Log. nat. \varepsilon,$$

und daher sind die eminenten Geschwindigkeiten

$$v_2 = \left(1 + \left[(\varepsilon - 1)\left(1 - cos. \beta \mp \frac{r}{2l}(sin. \beta)^2\right) - \frac{2}{\pi}\beta \, Log. nat. \varepsilon\right]\frac{Qr}{\varepsilon Mc^2}\right)c$$

und

$$v_1 = \left(1 + \left[1 + cos. \beta \pm \frac{r}{2l}(sin. \beta)^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. 2 \, Log. nat. \left(1 - cos. \beta \mp \frac{r}{2l}(sin. \beta)^2\right)\frac{\varepsilon}{2} - \frac{2}{\pi}\beta \, Log. nat. \varepsilon\right]\frac{Qr}{\varepsilon Mc^2}\right)c.$$

Nehmen wir wieder $\frac{r}{l} = {}^1/_5$ und $\varepsilon = 2$ an, so erhalten wir für die Winkel der Minimalgeschwindigkeiten

$$sin. \beta = \frac{2 \, Log. nat. 2}{\pi} \pm 0{,}1 \, sin. 2\beta = 0{,}6366 \, . \, 0{,}69315 \pm 0{,}1 \, sin. 2\beta,$$

oder

$$sin. \beta = \frac{0{,}44126}{1 \mp 0{,}2 \, cos. \beta},$$ und es ist hiernach

entweder $\beta = 32^0, 5^1/_2{}'$ oder $\beta = 21^0 50'$.

Die entsprechenden Minimalgeschwindigkeiten sind

$$v_2 = \left(1 + [1 - cos. 32^0, 5^1/_2{}' - 0{,}1 \, (sin. 32^0, 5^1/_2{}')^2 \right.$$

$$\left. - 0{,}44126 \, . \, arc. 32^0, 5^1/_2{}'] \frac{Qr}{2Mc^2}\right)c$$

$$= \left(1 - 0{,}0613 \frac{Qr}{Mc^2}\right) c$$ und

$$v_2 = \left(1 + [1 - cos. 21^0, 50' + 0{,}1 \, sin. (21^0, 50')^2 \right.$$

$$\left. - 0{,}44126 \, . \, arc. 21^0, 50'] \frac{Qr}{2Mc^2}\right)c.$$

Für die Winkel der Maximalgeschwindigkeiten ist dagegen

$$cotg. {}^1/_2\beta = \frac{Log. nat. 2}{\pi \, (cos. {}^1/_2\beta)^2 \left[1 \pm 0{,}4\left(sin. \frac{\beta}{2}\right)^2\right]}$$

$$= \frac{0{,}22063}{(cos. {}^1/_2\beta)^2 \left[1 \pm 0{,}4\left(sin. \frac{\beta}{2}\right)^2\right]},$$

und hiernach entweder $\beta = 116^0, 32'$ oder $\beta = 104^0, 12'$.

Die entsprechenden Maximalgeschwindigkeiten sind

Krummzapfen mit veränderlicher Umdrehungskraft.

$$v_1 = \Big(1 + \big(1 + cos. 116^0,32' + 0,1\,(sin. 116^0,32')^2 + 2\,Log. nat.$$

$$[1 - cos. 116^0,32' - 0,1\,(sin. 116^0,32')^2] - 0,44126\,arc. 116^0,32'\big)\frac{Qr}{2Mc^2}\Big)\,c$$

$$= \left(1 + 0,1803\,\frac{Qr}{Mc^2}\right) c \text{ und}$$

$$v_1 = \Big(1 + \big(1 + cos. 104^0,12' - 0,1\,(sin. 104^0,12')^2 + 2\,Log. nat.$$

$$[1 + cos. 104^0,12' + 0,1\,(sin. 104^0,12')^2] - 0,44126\,arc. 104^0,12'\big)\frac{Qr}{2Mc^2}\Big)\,c$$

$$= \left(1 + 0,2212\,\frac{Qr}{Mc^2}\right) c;$$

daher der Ungleichförmigkeitsgrad

$$\delta = (0,2212 + 0,0613)\,\frac{Qr}{Mc^2} = 0,2825\,\frac{Qr}{Mc^2},$$

oder, da $P = \frac{2Q}{\pi\varepsilon}\,Log. nat.\,\varepsilon = \frac{0,69315}{\pi}\,Q = 0,22063\,Q$ ist,

$$\delta = \frac{0,2825}{0,22063}\cdot\frac{Pr}{Mc^2} = 1,280\,\frac{Pr}{Mc^2}.$$

In folgender Tabelle sind die den Expansionsverhältnissen $\varepsilon = 2, 3, 4, 5, 6$ entsprechenden Ungleichförmigkeitsgrade angegeben.

Expansionsverhältnisse ε ...	2	3	4	5	6
Ungleichförmigkeitsgrade δ.	1,280	1,374	1,421	1,453	1,477 $\frac{Pr}{Mc^2}$

§. 120. Sehr verwickelt stellen sich die Bewegungsverhältnisse der doppelten Krummzapfen an Expansionsmaschinen, z. B. bei Dampfwagen und Dampfschiffen, heraus. Wir wollen hier jedoch die Untersuchung dadurch vereinfachen, daß wir erstens eine unendlich lange Kurbelstange voraussetzen, und daß wir zweitens von der constanten Nebenlast ganz absehen. Ist das Expansionsverhältniß nicht unter 2, so wird von den beiden Dampfmaschinen mindestens stets eine mit Expansion des Dampfes arbeiten, und wir können daher wieder jede, einem Umdrehungsquadranten entsprechende Periode aus zwei Theilen bestehend annehmen, nämlich aus einem Theile, wo nur eine Maschine mit Expansion arbeitet, und einem Theile, wo beide Maschinen mit expandirtem Dampfe arbeiten.

Doppelte Krummzapfen bei Expansions-Dampfmaschinen.

In dem ersten Theil der Bewegungsperiode verrichtet die eine Maschine

Doppelte Krummzapfen bei Expansions-Dampfmaschinen.

während der Umdrehung des Krummzapfens um den Winkel β die Arbeit $L_1 = Qr\ (1 - cos. \beta)$, dagegen die andere Maschine die Arbeit

$$L_2 = Qs\left(1 + Log.nat.\left[1 - cos.\left(90^0 + \beta\right)\right]\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$- Qs\left(1 + Log.nat.\left(1 - cos.90^0\right)\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$= Qs\left(Log.nat.\left(1 + sin.\beta\right)\frac{\varepsilon}{2} - Log.nat.\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$= Qs\ Log.nat.(1 + sin.\beta).$$

Da die Arbeit der Last P wieder $Pr\beta$ ist, so folgt für diesen Theil der Periode die die Umdrehungsgeschwindigkeit des Krummzapfens verändernde Leistung

$$L = L_1 + L_2 - Pr\beta$$

$$= Qr\ (1 - cos.\beta) + Qs\ Log.nat.(1 + sin.\beta) - Pr\beta.$$

In dem zweiten Theile einer Umdrehungsperiode ist die Leistung der ersten Maschine

$$L_1 = Qs\left(1 + Log.nat.(1 - cos.\beta)\frac{\varepsilon}{2}\right),$$

während L_2 unverändert $= Qs\ Log.nat.(1 + sin.\beta)$ bleibt; man hat daher für diesen Theil

$$L = Qs\left(1 + Log.nat.(1 - cos.\beta)\frac{\varepsilon}{2}\right) + Qs\ Log.nat.(1 + sin.\beta) - Pr\beta$$

$$= Qs\left(1 + Log.nat.(1 + sin.\beta)(1 - cos.\beta)\frac{\varepsilon}{2}\right) - Pr\beta.$$

Der Beharrungszustand der Maschine fordert, daß für $\beta = \frac{\pi}{2}$, $L = 0$ sei; es ist folglich

$$\frac{Pr\pi}{2} = Qs\ (1 + Log.nat.\ \varepsilon), \text{ d. i.}$$

$$P = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{s}{r}\ (1 + Log.nat.\ \varepsilon)\ Q, \text{ oder, da}$$

$$\varepsilon = \frac{2r}{s}, \text{ also } \frac{s}{r} = \frac{2}{\varepsilon} \text{ ist,}$$

$$P = \frac{4}{\pi}\ (1 + Log.nat.\ \varepsilon)\frac{Q}{\varepsilon}.$$

Diesem zu Folge erhalten wir nun

1) für den Bewegungszustand während der Expansion einer Maschine

$$L = \left(1 - cos.\beta + \frac{2}{\varepsilon}Log.nat.(1 + sin.\beta) - \frac{4\beta}{\pi\varepsilon}(1 + Log.nat.\ \varepsilon)\right)Qr,$$

also die entsprechende Geschwindigkeit

$$v = \left[1 + \left(1 - cos.\beta + \frac{2}{\varepsilon} Log.nat.(1 + sin.\beta) - \frac{4\beta}{\varepsilon\pi}(1 + Log.nat.\varepsilon)\right)\frac{Qr}{Mc^2}\right]c,$$ Doppelte Krummzapfen bei Expansions-Dampfmaschinen.

und

2) für den Bewegungszustand während der Expansion beider Maschinen

$$L = \left[\frac{2}{\varepsilon}\left(1 + Log.nat.(1 + sin.\beta)(1 - cos.\beta)\frac{\varepsilon}{2}\right) - \frac{4\beta}{\pi\varepsilon}(1 + Log.nat\,\varepsilon)\right]Qr$$

$$= \left(1 + Log.nat.(1 + sin.\beta)(1 - cos.\beta)\frac{\varepsilon}{2} - \frac{2\beta}{\pi}(1 + Log.nat.\varepsilon)\right)\frac{2\,Qr}{\varepsilon},$$

also die entsprechende Geschwindigkeit

$$v = \left[1 + \left(1 + Log.nat.(1 + sin.\beta)(1 - cos.\beta)\frac{\varepsilon}{2} - \frac{2\beta}{\pi}(1 + Log.nat.\varepsilon)\right)\frac{2\,Qr}{\varepsilon Mc^2}\right]c.$$

Durch Differenziiren und Nullsetzen des Differenzialquotienten dieser beiden Ausdrücke für v erhalten wir diejenigen Umdrehungswinkel, bei welchen v zum Maximum und Minimum wird. Es ist

für 1) $sin.\beta + \frac{2}{\varepsilon} \cdot \frac{cos.\beta}{1 + sin.\beta} - \frac{4}{\pi\varepsilon}(1 + Log.nat.\varepsilon) = 0,$

d. i.

$$sin.\beta = \frac{2}{\varepsilon}\left(\frac{2}{\pi}(1 + Log.nat.\varepsilon) - \frac{cos.\beta}{1 + sin.\beta}\right), \text{ und}$$

für 2) $\frac{cos.\beta}{1 + sin.\beta} + \frac{sin.\beta}{1 - cos.\beta} - \frac{2}{\pi}(1 + Log.nat.\varepsilon) = 0,$

oder $cotg.\,{}^1/_2\beta + cotg.(45^0 + {}^1/_2\beta) = \frac{2}{\pi}(1 + Log.nat.\varepsilon).$

Nehmen wir wieder das Expansionsverhältniß $\varepsilon = 2$ an, so erhalten wir für die Winkel der Maximal- und Minimalgeschwindigkeit zugleich, da in diesem Falle stets nur eine Maschine mit Expansion arbeitet,

$$sin.\beta = \frac{2}{\pi}(1 + Log.nat.2) - cotg.\left(45 + \frac{\beta}{2}\right), \text{ oder}$$

$$cotg.\left(45^0 + \frac{\beta}{2}\right) + sin.\beta = 1{,}07788;$$

es ist hiernach

$$\beta = 30^0{,}9' \text{ und } \beta = 79^0{,}0',$$

und es sind die entsprechenden Geschwindigkeiten

$$v_2 = \left(1 + (0{,}13529 + Log.nat.1{,}50227 - 1{,}07788\,arc.30^0{,}9')\frac{Qr}{Mc^2}\right)c$$

$$= \left(1 - 0{,}0249\,\frac{Qr}{Mc^2}\right)c, \text{ und}$$

Doppelte Krummzapfen bei Expansions-Dampfmaschinen.

$$v_1 = \left(1 + (0,80919 + Log.nat. 1,98163 - 1,07788\, arc. 79^0) \frac{Q r}{M c^2}\right) c$$
$$= \left(1 + 0,0069 \frac{Q r}{M c^2}\right) c.$$

Hiernach ist der Grad der Ungleichförmigkeit für dieses Expansionsverhältniß ($\varepsilon = 2$)

$$\delta = (0,0249 + 0,0069) \frac{Q r}{M c^2} = 0,0318 \frac{Q r}{M c^2}$$
$$= \frac{0,0318}{1,07788} \cdot \frac{P r}{M c^2} = 0,0295 \frac{P r}{M c^2}.$$

Nehmen wir noch $\varepsilon = 3$, so erhalten wir

1) $^2/_3\, cotg. \left(45^0 + \frac{\beta}{2}\right) + sin. \beta = \frac{4}{3\pi}(1 + Log. nat. 3) = 0,89068;$

hiernach ist $\beta = 30^0,47'$ und die entsprechende Minimalgeschwindigkeit

$$v_2 = \left(1 + (0,14089 + {}^2/_3\, Log. nat. 1,51179 - 0,89068 \,.\, arc. 30^0,47') \frac{Q r}{M c^2}\right) c$$
$$= \left(1 - 0,0621 \frac{Q r}{M c^2}\right) c.$$

Ferner ist

2) $cotg. {}^1/_2 \beta + cotg. (45^0 + {}^1/_2 \beta) = \frac{2}{\pi}(1 + Log. nat. 3) = 1,3360;$

hiernach $\beta = 78^0,8'$ und die entsprechende Maximalgeschwindigkeit

$$v_1 = \left[1 + \left(1 + Log. nat. 1,97863 \,.\, 0,79437 \,.\, \frac{3}{2} - 1,3360 \,.\, arc. 78^0,8'\right) \frac{2 Q r}{3 M c^2}\right] c$$
$$= \left(1 + 0,0238 \frac{Q r}{M c^2}\right) c.$$

Es ist folglich für dieses Expansionsverhältniß der Grad der Ungleichförmigkeit

$$\delta = (0,0621 + 0,0238) \frac{Q r}{M c^2} = 0,0859 \frac{Q r}{M c^2}$$
$$= \frac{0,0859}{0,89068} \cdot \frac{P r}{M c^2} = 0,0964 \frac{P r}{M c^2}.$$

Folgende Tabelle enthält die Ungleichförmigkeitsgrade für die Expansionsverhältnisse 2, 3, 4, 5, 6.

Expansionsverhältnisse ε . .	2	3	4	5	6
Ungleichförmigkeitsgrade δ	0,0295	0,0964	0,1359	0.1643	0,1824 $\frac{Pr}{Mc^2}$.

Doppelte Krummzapfen bei Expansions-Dampfmaschinen.

Wir ersehen aus den vorstehenden Entwickelungen und Zusammenstellungen, daß bei gleichem $\frac{Pr}{Mc^2}$, d. i. daß unter gleichen Umständen und Verhältnissen, die Ungleichförmigkeit in der Umdrehungsbewegung der Krummzapfen um so mehr zunimmt, je weiter die Expansion des Dampfes gesteigert wird, daß daher umgekehrt, bei gleichem Gange der Maschine, die träge Masse M derselben um so größer gemacht werden muß, je mehr der Dampf durch Expansion wirkt. Diese träge Umdrehungsmasse M erhalten wir in den sogenannten Schwungrädern, von welchen jedoch erst in dem siebenten Kapitel die Rede sein kann.

Schlußanmerkung. Die Literatur über die Theorie der Krummzapfen ist ziemlich ausgedehnt. Der Verfasser hat dieselbe vollständig mitgetheilt in einer größeren Abhandlung mit dem Titel: »Ueber die Theorie des Krummzapfens« im polytechn. Centralblatte, Jahrgang 1843, Band 1. Die erste richtige Theorie haben wir Eytelwein zu danken; vor und selbst nach Eytelwein ist vieles Unrichtige namentlich in Betreff des Einflusses der Gestängmasse auf den Gang dieser Maschine geschrieben worden. Diese Maschine ist hier wegen ihrer Wichtigkeit ausführlicher behandelt worden, als in anderen Werken über Mechanik. Nur Morin bespricht in dem dritten Theile seiner Leçons de mécanique pratique die Theorie des Krummzapfens ausführlich; er entwickelt jedoch dieselbe nur auf dem Wege des Construirens.

Viertes Kapitel.

Von den Gerad- oder Senkrechtführungen bei der Verwandlung der Kreisbewegung in die geradlinige, und umgekehrt, bei der Umsetzung der geradlinigen Bewegung in die kreisförmige.

§. 121. Um die drehende Bewegung eines Krummzapfens oder die schwingende Bewegung eines Balanciers oder Hebels in eine möglichst geradlinig absetzende Bewegung umzuändern, oder umgekehrt, um aus der letzteren Bewegung eine der ersteren Bewegungen abzuleiten, ist es nöthig, den Kopf der in ihrer Axe auf und nieder oder hin und her zu bewegen- Feste Leitung.

Feste Leitung. den Stange in einer besonderen **Führung** gehen zu lassen. Diese Führung besteht entweder in unbeweglichen **Leitungsstücken**, oder sie ist aus einer **Hebelsverbindung** zusammengesetzt.

Eine feste oder unbewegliche Führung führt Fig. 247 vor Augen. Es sind hier an dem Bolzen, welcher die Kurbelstange AB mit der Kolbenstange BF verbindet, zwei Frictionsräder, wie B, angeschoben, welche genau in zwei Leitungsrahmen, wie BG passen, und in denselben während der Umdrehung des Krummzapfens CA auf und nieder gehen.

Zuweilen hat man statt der Frictionsräder ein Querhaupt DCD auf die Kolbenstange aufgesetzt, welches sich in den Leitungsrahmen EF, EF entweder gleitend bewegt, oder an seinen Enden mit Frictionsrädchen D und D, Figur 248, versehen ist.

Fig. 247.



Fig. 248

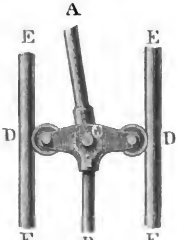
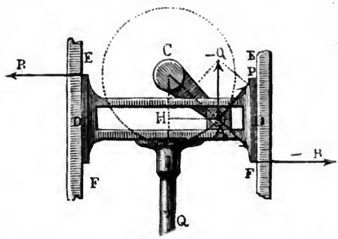


Fig. 249.



Wenn man das Querhaupt DD, Fig. 249, mit einem Schlitz zur Aufnahme des Warzenkopfes A versieht, so kann man auch die Kurbelstange ganz entbehren. Es tritt hier dasselbe Bewegungsverhältniß ein, als wenn die Kurbelstange unendlich lang wäre; jedoch haben wir hier noch eine bedeutende Seitenreibung des Querhauptes in seiner Leitung EF, EF zu überwinden. Da die Stangenkraft Q und der vertikale Component $-Q = P : sin. \beta$ ein Kräftepaar bilden, welches nur durch ein anderes Kräftepaar aufgehoben werden kann, so drückt das Querhaupt in seinen diagonal gegenüber liegenden Endpunkten E und F gegen die Führung mit den Kräften R und $-R$, und hat daher bei seinem Auf- und Niedergange die Rei-

bung $F = 2\,\varphi\,R$ zu überwinden. Der Hebelarm des Kräftepaares (Seitenleitung.)
$(Q, -Q)$ ist $AH = r\,sin.\beta$, der des Kräftepaares $(R, -R)$ hingegen, ist die Höhe $EF = a$ des Querhauptes; man hat folglich $R\,a = Q\,r\,sin.\beta$,

also $R = \frac{r\,Q\,sin.\beta}{a}$ und die veränderliche Reibung

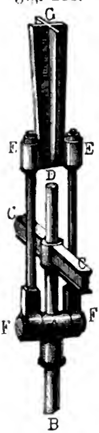
$$F = 2\,\varphi\,\frac{r}{a}\,Q\,sin.\beta,$$ deren mittlerer Werth aber nach §. 99

$$F = \varphi\,\frac{r}{a}\,Q$$ zu setzen ist.

Wenn hiernach die Höhe a des Querhauptes nicht groß ist, so kann diese Seitenreibung desselben in der Führung sehr ansehnlich ausfallen.

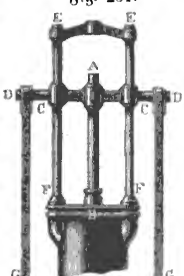
Man wendet diese Construction in neueren Zeiten bei direct wirkenden Dampfpumpen an, wo das Querhaupt als Verbindungsstück der Kolbenstangen beider Maschinen und der Krummzapfen nur zum Anschluß eines Schwungrades dient. Da hier die Kolbenstange der Pumpe mit der der Dampfmaschine einerlei Axenlinie hat, so fällt natürlich bei Maschinen ohne Expansion die excentrische Wirkung der Kraft Q weg. Ist aber Q variabel, wie z. B. bei Expansionsdampfmaschinen, so wird allerdings durch die excentrische Wirkung des regulirenden Krummzapfens eine Seitenreibung F hervorgebracht werden.

Fig. 250.



§. 122. Eine einfache und bei Pumpen und Feuerspritzen häufig vorkommende Führung besteht in der Anwendung von cylindrischen **Leitungsbüchsen**. Eine solche Leitung zeigt z. B. Fig. 250. Es hat hier die Kolbenstange AB ein cylindrisches Verlängerungsstück AD, welches durch die Leitungsbüchse CC hindurch geht, während die gegabelte und durch das Querhaupt FAF mit der Kolbenstange verbundene Kurbelstange $FEGEF$ mit ihren Zinken EF und EF über diese Büchse weggreift.

Fig. 251.



Bei der Leitung in Fig. 251 bilden die Leitungsbüchsen C und C Theile des Querhauptes DAD der Kolbenstange AB, und es umfassen dieselben cylindrischen Leitungsstangen EF, EF, an denen sie mittelst der Kurbelstangen DG, DG auf und nieder geschoben werden.

Zuweilen läßt man auch die von einem Hebel CD mittels eines Bolzens D auf und nieder geführte Stange AB, Fig. 252 (auf folgender Seite) zwischen Walzen E, E und F, F laufen.

Feste Leitung. Wenn man den Balancier oder Hebel *CAB*, Fig. 253, mit einem

Fig. 252.

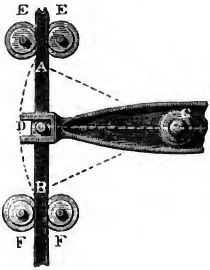
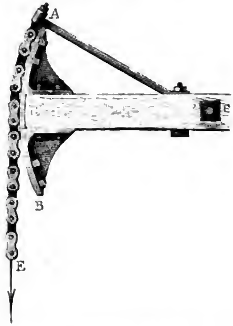


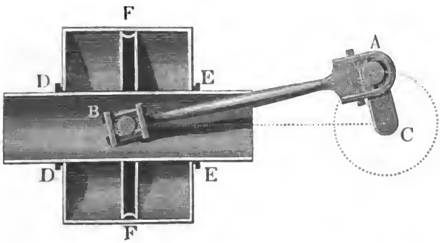
Fig. 253.



Krümmling oder Bogen *AB* versieht, und die Stange mittels Ketten *ADE* an den letzteren anschließt, so ist natürlich eine besondere Führung gar nicht nothwendig. Wendet man aber statt der Ketten einen gezahnten Bogen und ein gezahntes Stangenende an, so muß man wenigstens eine Leitungswalze auf der entgegengesetzten Seite der Stange anbringen. Des leichten Abbrechens und schnellen Abführens der Zähne wegen wendet man jedoch bei absetzenden Bewegungen Verzahnungen nicht gern an.

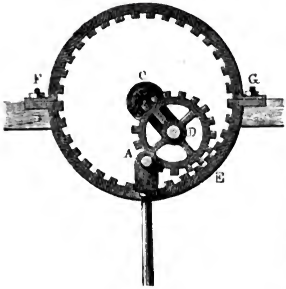
In der neuesten Zeit kommen auch Dampfmaschinen mit hohlen Kolbenstangen *DBE*, Fig. 254, wo die Stopfbüchsen zugleich als Leitungsbüchsen

Fig. 254.



dienen, zur Anwendung. Es wird hier die röhrenförmige Kolbenstange in ihrer Mitte mittels eines Bolzens *B* von der Kurbelstange erfaßt. Diese, in England unter dem Namen Trunk-engines bekannten Dampfmaschinen gewähren den Vortheil der bedeutenden Raumersparniß, da hier die Kurbelwelle dem Dampfcylinder ganz nahe zu liegen kommt.

Fig. 255.



Anmerkung. Zur Geradführung einer Stange oder eines Rahmens hat man auch das Hypocycloidenrad angewendet. Es ist hier an die Warze D eines um C sich drehenden Krummzapfens ein Zahnrad AE angesteckt, das in ein festliegendes doppelt so hohes Zahnrad FEG eingreift. Bei Umdrehung des Krummzapfens wälzt sich dann das Rad ADE so in dem gezahnten Kranze FEG, daß jeder Punkt im Umfange desselben in einem, und der Aufhängepunkt A der Kolbenstange AB insbesondere, in dem vertikalen Durchmesser des gezahntes Kranzes hin- und zurückläuft. Feste Leitung.

§. 123. Aus Hebeln und Stangen zusammengesetzte Führungen wendet man vorzüglich bei größeren Maschinen an, weil es leichter ist, eine sichere Drehungsbewegung herzustellen, als eine genaue und dauerhafte geradlinige Bewegung. Gegenlenker.

Fig. 256.

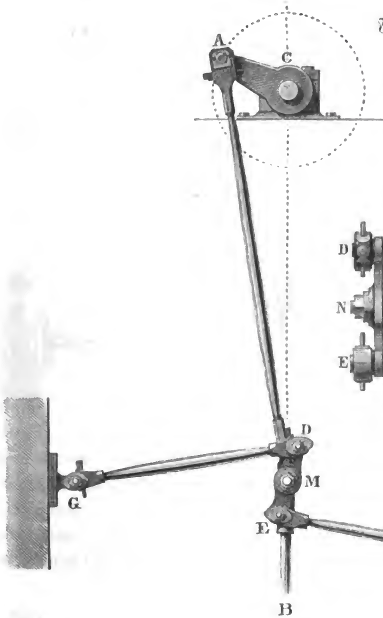
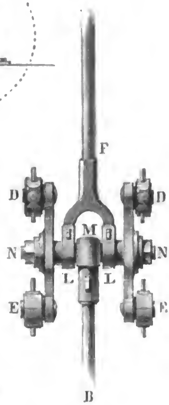


Fig. 257.



Gegenlenker.

Die einfachste Geradführung dieser Art ist die mit zwei gleichen **Lenkern** oder Gegenlenkern (franz. guides; engl. rods). Zwei gleiche **Hebel** oder **Lenkarme** DG und EK, Fig. 258, welche sich um die festen Axen G und K drehen, sind hier durch ein **Gelenk** DE (franz. joint, fléau, article; engl. link) mit einander verbunden, und in der Mitte M dieses Gelenkes ist nicht allein die Kolbenstange MB aufgehangen, sondern auch das Ende der Kurbelstange AM angeschlossen. Während der Aufhängepunkt M durch die Kurbelstange auf- und niedergeführt wird, macht jeder Lenker eine Schwingung auf- und abwärts und erhält dabei den Punkt M nahe in einer und derselben Vertikallinie.

Fig. 258.

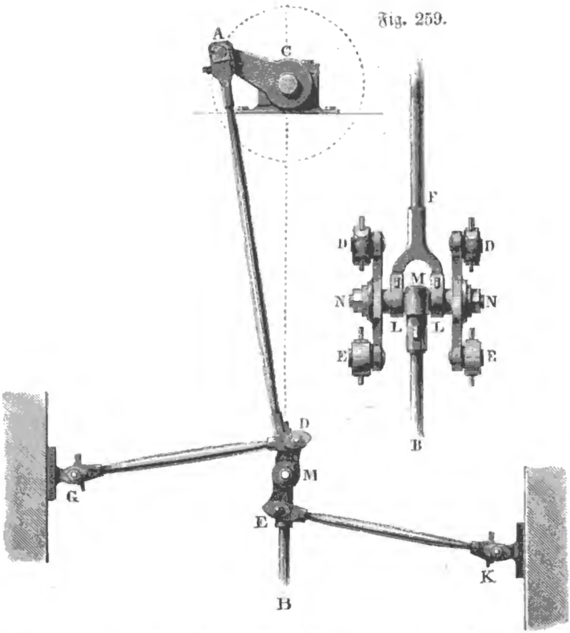
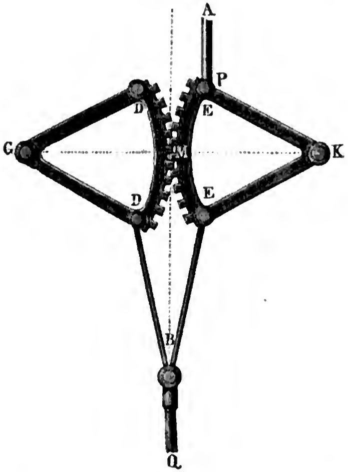


Fig. 259.

Die genaue Zusammensetzung dieser Geradführung ist aus Fig. 259 zu entnehmen. Das gabelförmige Ende der Kurbelstange ist mittels eines Bügels LFL (wie in Fig. 231) an die von dem Querhaupte der Kolbenstange MB gebildete Axe NN angeschlossen, und die Gelenke DE, DE sind mit ihren Augen in der Mitte an die Enden dieser angeschoben. Die Schrauben N, N verhindern das Herabgehen der Gelenke von der Axe

NMN und die Bolzen oder Warzen *D*, *E*, *D*, *E* dienen zum Anschluß der zwei Paar Lenkarme an die Gelenke. Die Verdoppelung der Gelenke und Lenkarme ist nöthig, um das seitliche Wanken der Kurbelstange *MB* zu verhindern. Gegenlenker.

Fig. 260.

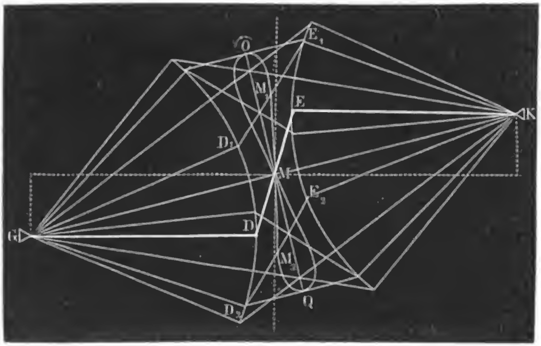


Anmerkung. Wenn man zwei einander genau gegenüberstehende Hebel oder Lenker *GDD* und *KEE*, Fig. 260, mit gezahnten Zirkelstücken *DMD* und *EME* versieht, so daß beide Hebel gleiche Schwingungen machen müssen, so wird der Kopf *B* der vollkommen symmetrisch an beide Lenker angehangenen Kolbenstange *BQ* genau in einer geraden Linie bewegt werden. Die Kurbelstange *AP* kann entweder nur an einen oder an beide Lenker zugleich angeschlossen werden. Statt der gezahnten Sectoren kann man auch einfache Zirkelstücke anwenden und dieselben durch Ketten mit einander verbinden. Wegen ihrer Complication wendet man jedoch diese übrigens geometrisch richtige Geradführung nicht gern an.

§. 124. Die aus einfachen Gelenken und Lenkern zusammengesetzten Mechanismen, und also auch die in Fig. 258 abgebildete Geradführung geben niemals eine vollkommen geradlinige Bewegung, sondern beschreiben ein Stück einer der 8 ähnlichen in das Geschlecht der Lemniscaten oder Schleifenlinien (franz und engl. lemiscates) gehörenden Curven. Wenn man den aus dem Gelenk *DE*, Fig. 261 (s. f. S.), und aus den Lenkarmen *GD* und *KE* bestehenden Mechanismus in alle möglichen Lagen bringt, so durchläuft der Mittelpunkt des Gelenkes oder der Aufhängepunkt *M* der Kolbenstange die vollständige Lemniscate *MOQ*, läßt man aber die Lenkarme *GD* und *KE* nur um die Winkel $D_1 G D_2$ und $E_1 K E_2$ schwingen, so gelangt das Gelenk *DE* nur in die äußersten Lagen $D_1 E_1$ und $D_2 E_2$, und es bewegt sich *M* nur in dem einer geraden Linie nahe kommenden Bogen $M_1 M M_2$ auf und nieder. Es ist hiernach leicht zu ermessen, daß die Bewegung des Stangenkopfes *M* um so mehr von einer geraden Linie abweicht, je größer die Schwingungswinkel sind und je kürzer das Gelenk in Hinsicht auf die Armlänge ist.

Gegenlenker. Damit sich der von dem Aufhängepunkt M beschriebene Lemniscatenbogen so viel wie möglich an die gerade Hublinie anschließe, damit also die Seitenabweichung der Kolbenstangenbewegung so klein wie möglich ausfalle, stellt

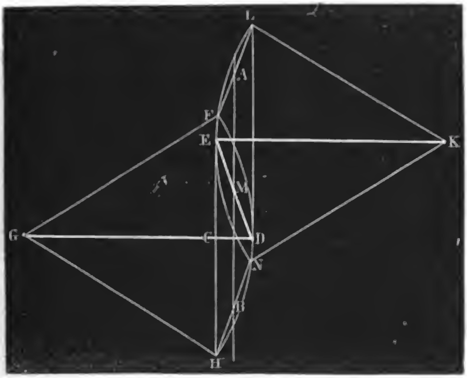
Fig. 261.



man das Gelenk und die Lenkarme so gegen einander, daß diese Seitenabweichung im höchsten, mittleren und tiefsten Stande der Lenkarme Null ausfällt, daß also der Mittelpunkt M des Gelenkes bei jeder dieser drei Stellungen in die Axenrichtung der Kolbenstange fällt. Bei dieser Anordnung sind die Lenkarme GD und KE im halben Hube winkelrecht zur Stangenaxe, liegen also horizontal, wenn diese eine vertikale Linie bildet, und es befindet sich der Aufhängepunkt der Stange im Knoten M der Schleifenlinie, wogegen er beim höchsten und tiefsten Kolbenstande um den halben Kolbenhub von dem Knoten M absteht. Wie hiernach die Construction dieser Senkrechtführung vorzunehmen ist, wird aus Fig. 262 hervorgehen. Man zeichne zuerst die Mittellage GD eines Lenkarmes, beschreibe dann mit demselben aus seiner Drehungsaxe G einen Kreisbogen und begrenze diesen durch die Sehne FH, welche dem gegebenen Kolbenhube s gleich ist, und von GD rechtwinkelig in zwei gleiche Theile $CF = CH = \frac{s}{2}$ getheilt wird. Nun schneide man mit der Länge a des Gelenkes aus D in FH das Stück DE ab, welches zugleich die mittlere Stellung des Gelenkes angiebt, ziehe ferner EK parallel GD und mache auch $EK = GD$, so ist EK der zweite oder Gegenlenker und K die Drehungsaxe desselben. Man kann nun auch aus K den Schwingungsbogen $LEN = FDH$ beschreiben, so wie die unter sich parallelen Gelenklagen FL und HN beim höchsten und tiefsten Kolbenstande angeben, und durch den Mittelpunkt M des Gelenkes die den Sehnen FH und LN parallele Hublinie AB ziehen. Es

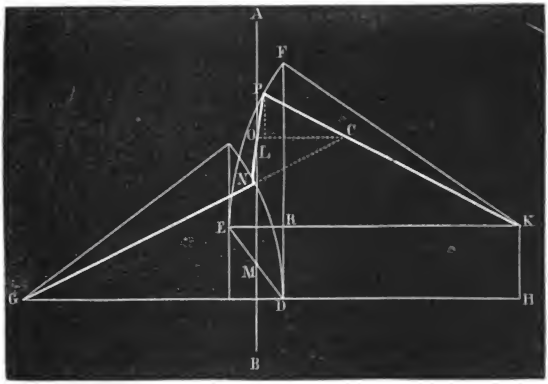
sind dann A, M und B die drei Stellen, welche der Aufhängepunkt der Kolbenstange beim höchsten, mittleren und tiefsten Stande einnimmt. Gegenlenker.

Fig. 262.



§. 125. Von Wichtigkeit ist es, die größte Seitenabweichung des Aufhängepunktes O der Kolbenstange von der mittleren Hublinie AB, Fig. 263, zu kennen. Wenn auch dieselbe in der Regel sehr klein und in Seitenabweichung der Gegenlenker.

Fig. 263.

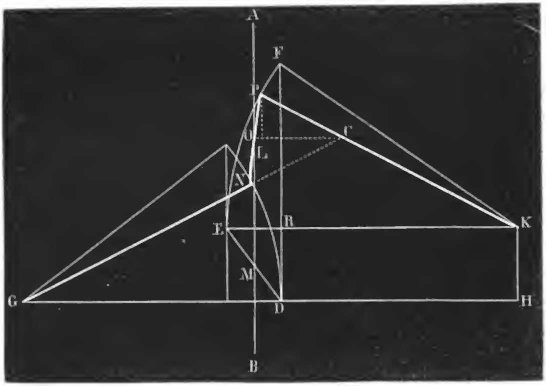


der Zeichnung kaum bemerkbar ist, so ist es doch nöthig, sich einen algebraischen Ausdruck für dieselbe zu verschaffen, um zu erfahren, durch welche

Seitenabweichung der Gegenlenker.

Verhältnisse dieselbe möglichst herabgezogen werden kann. Jedenfalls ist dieser Abstand an derjenigen Stelle der Lemniscate am größten, wo dieselbe parallel mit der mittleren Hublinie AB läuft (vergl. I., Art. 9 der analyt. Hülfslehren). Da sich aber nach I., §. 96, das Gelenk um den veränder-

Fig 264.



lichen Punkt C dreht, in welchem sich die Richtungen der Lenkarme GN und KP schneiden, so ist die Stelle O der Maximalbewegung diejenige, welche mit diesem Drehungspunkt C in einer Normalen zur Hublinie AB oder in einer Parallelen zur Mittellage GD oder KE liegt. Unter dieser Voraussetzung läßt sich nun die Stelle der größten Abweichung wie folgt ermitteln.

Es seien die Lenkerlängen $GD = GN$, so wie $KE = KP, = a$, ferner sei die Gelenklänge $DE = NP = d$, und es seien die Coordinaten zwischen den Drehungspunkten G und K, rechtwinkelig und parallel zur Hublinie AB genommen, $GH = b$ und $HK = c$, endlich seien die Neigungswinkel der Lenkarme und des Gelenkes gegen die Mittellagen DG und KE, bei der größten Seitenabweichung folgende:

$$NGD = \alpha,\quad PKE = \alpha_1 \quad \text{und} \quad POC = \delta.$$

Zunächst gelten folgende Gleichungen:

$$GH = b = a\cos.\alpha + d\cos.\delta + a\cos.\alpha_1, \text{ d. i.}$$

$$1)\ b = a(\cos.\alpha + \cos.\alpha_1) + d\cos.\delta, \text{ und}$$

$$HK = c = a\sin.\alpha + d\sin.\delta - a\sin.\alpha_1, \text{ d. i.}$$

$$2)\ c = d\sin.\delta - a(\sin.\alpha_1 - \sin.\alpha).$$

Ferner ist wegen des Parallelismus zwischen OC und EK oder GD, die Höhe $PL = PO\sin.\delta = CP\sin.\alpha_1$, oder da $PO = \frac{1}{2} PN$

und $\frac{CP}{PN} = \frac{sin.CNP}{sin.NCP} = \frac{sin.(\delta - \alpha)}{sin.(\alpha_1 + \alpha)}$ ist, Seitenabweichung der Gegenlenker.

$$3)\ \frac{sin.\delta}{sin.\alpha_1} = \frac{2\,sin.(\delta - \alpha)}{sin.(\alpha_1 + \alpha)}.$$

Es ist zu erwarten, daß an der Stelle, wo die Seitenabweichung am größten ausfällt, das Gelenk ziemlich aufrecht steht, daß also δ nahe $= 90^0$, also $sin.\delta = 1$ und dagegen α_1 nahe $= \alpha$, also $cos.(\alpha_1 - \alpha) = 1$ ist; deshalb können wir auch diese drei Gleichungen in folgende umändern.

Die erste Gleichung giebt

$$cos.\alpha_1 + cos.\alpha = \frac{b - d\,cos.\delta}{a},$$

oder nach »Ingenieur«, Seite 223,

$$2\,cos.\left(\frac{\alpha_1 + \alpha}{2}\right) cos.\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{2}\right) = \frac{b - d\,cos.\delta}{a};$$ es ist

folglich $cos.\left(\frac{\alpha_1 + \alpha}{2}\right) = \frac{b - d\,cos.\delta}{2a}$ zu setzen.

Die zweite Gleichung giebt dagegen

$$sin.\alpha_1 - sin.\alpha = \frac{d\,sin.\delta - c}{a},$$ oder

$$cos.\left(\frac{\alpha_1 + \alpha}{2}\right) sin.\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{2}\right) = \frac{d - c}{2a};$$

es resultirt folglich aus der Verbindung beider Gleichungen

$$sin.\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{2}\right) = \frac{d - c}{b - d\,cos.\delta}.$$

Die dritte Gleichung läßt sich auf folgende Weise umformen:

$$sin.(\alpha_1 + \alpha) = 2\,sin.\alpha_1\,sin.(\delta - \alpha),$$

$$sin.\alpha_1\,cos.\alpha + cos.\alpha_1\,sin.\alpha = 2\,sin.\alpha_1\,(cos.\alpha - cos.\delta\,sin.\alpha),$$

oder $2\,sin.\alpha\,sin.\alpha_1\,cos.\delta = sin.(\alpha_1 - \alpha)$; es ist also hiernach

$$sin.\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{2}\right) \text{ auch } = sin.\left(\frac{\alpha_1 + \alpha}{2}\right)^2 cos.\delta$$

$$= \left[1 - \left(\frac{b - d\,cos.\delta}{2a}\right)^2\right] cos.\delta$$

zu nehmen.

Setzt man endlich diese beiden Werthe für $sin.\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{2}\right)$ einander gleich, so erhält man die Gleichung

$$\left[1 - \left(\frac{b - d\,cos.\delta}{2a}\right)^2\right] cos.\delta = \frac{d - c}{b - d\,cos.\delta},$$

Seiten-abweichung der Gegenlenker.

und es ist hiernach, wenn man die Potenzen von $\cos.\delta$ vernachlässigt,

$$\cos.\delta = \frac{d - c}{b\left(1 - \frac{b^2}{4a^2}\right)}.$$

Wenn man noch die Bogenhöhe ER durch e bezeichnet, so hat man

$b = GD + RK = GD + EK - ER = 2a - e$, daher

$b^2 = 4a^2 - 4ae + e^2$ und

$\frac{b^2}{4a^2} = 1 - \frac{e}{a} + \frac{e^2}{4a^2}$, also annähernd

$1 - \frac{b^2}{4a^2} = \frac{e}{a}$ und $\cos.\delta = \frac{a(d-c)}{be}$.

Mit Hülfe dieses Winkels kann man nun auch die Winkel α und α_1 finden; es ist

$$\cos.\alpha = \cos.\left(\frac{\alpha_1 + \alpha}{2}\right) - \sin.\left(\frac{\alpha_1 + \alpha}{2}\right)\sin.\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{2}\right)$$

$$= \frac{b - d\cos.\delta}{2a} + \cos.\delta\left[\sin.\left(\frac{\alpha_1 + \alpha}{2}\right)\right]^3$$

$$= \frac{b - d\cos.\delta}{2a} + \cos.\delta\left[1 - \left(\frac{b - d\cos.\delta}{2a}\right)^2\right]^{3/2}, \text{ d. i.}$$

$$\cos. a = \frac{b}{2a} - \left[\frac{d}{2a} - \left(\frac{e}{a}\right)^{3/2}\right]\cos.\delta \quad \text{und}$$

$$\cos. a_1 = \frac{b}{2a} - \left[\frac{d}{2a} + \left(\frac{e}{a}\right)^{3/2}\right]\cos.\delta.$$

§. 126. In der Regel ist der Hub $s = 2FR$ und die Gelenklänge $DE = NP = d$, sowie der Elongations- oder halbe Schwingungswinkel $EKF = \frac{\beta}{2}$ gegeben, und man hat nun hieraus die übrigen Größen der Geradführung zu finden.

Zunächst ist die Armlänge

1) $a = \frac{s}{2\sin.\frac{\beta}{2}}$,

wobei man, um keine zu große Seitenbewegung zu erhalten, β nicht über 30 Grad nimmt.

Nun folgt die Bogenhöhe oder Seitenbewegung des Lenkers

2) $e = a\left(1 - \cos.\frac{\beta}{2}\right) = a - \sqrt{a^2 - \frac{s^2}{4}}$,

annähernd, $e = \frac{s^2}{8a}$.

Ferner ist der Horizontalabstand zwischen den Drehungsaxen G und K der Lenkarme Seitenabweichung der Gegenlenker.

3) $b = 2a - e = 2a - \frac{s^2}{8a}$,

und dagegen der vertikale Abstand HK zwischen diesen Punkten

4) $c = \sqrt{d^2 - e^2}$, annähernd $c = d - \frac{e^2}{2d}$.

Nun folgt für die größte Seitenabweichung des Stangenkopfes

5) $cos.\, \delta = \frac{a(d-c)}{be} = \frac{ae}{2bd}$,

6) $cos.\, \alpha = \frac{b}{2a} - \left[\frac{d}{2a} - \left(\frac{e}{a}\right)^{3/2}\right] \frac{ae}{2bd}$

$= \frac{b}{2a} - \frac{e}{4b} + \frac{e^2}{2bd}\sqrt{\frac{e}{a}}$ und

7) $cos.\, \alpha_1 = \frac{b}{2a} - \frac{e}{4b} - \frac{e^2}{2bd}\sqrt{\frac{e}{a}}$,

endlich aber diese Seitenabweichung selbst

8) $f = \frac{b}{2} - a\, cos.\, \alpha - \frac{d}{2}\, cos.\, \delta$

$= \frac{b}{2} - \frac{b}{2} + \frac{ae}{4b} + \frac{ae^2}{2bd}\sqrt{\frac{e}{a}} - \frac{ae}{4b} = \frac{ae^2}{2bd}\sqrt{\frac{e}{a}}$;

oder annähernd, wenn man $b = 2a$ setzt,

8*) $f = \frac{e^2}{4d}\sqrt{\frac{e}{a}}$.

Hat das Gelenk eine aufrechte oder der Hublinie parallele Lage, ist also $\delta = 0$, so ist

$cos.\, a_1 = cos.\left(\frac{\alpha + \alpha_1}{2}\right) - sin.\left(\frac{\alpha_1 + \alpha}{2}\right) sin.\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{2}\right)$

$= \frac{b}{2a} - \frac{d-c}{2a} \cdot \frac{sin.\left(\frac{\alpha_1 + \alpha}{2}\right)}{sin.\left(\frac{\alpha_1 + \alpha}{2}\right)} = \frac{b}{2a} - \frac{d-c}{b}\sqrt{\frac{e}{a}}$,

und daher die entsprechende Seitenabweichung von der mittleren Hublinie AB:

$f = \frac{b}{2} - a\, cos.\, \alpha_1 = \frac{a(d-c)}{b}\sqrt{\frac{e}{a}} = \frac{e^2}{4d}\sqrt{\frac{e}{a}}$, d. i.

gleich der oben gefundenen Maximalabweichung.

Wir können also annehmen, daß schon bei der senkrechten Lage eines Gelenkes die Abweichung nahe ein Größtes und zwar

Seitenabweichung der Gegenlenker.

$$f = \frac{e^2}{4d}\sqrt{\frac{e}{a}} = \frac{a^2}{4d}\left(1 - cos.\frac{\beta}{2}\right)^2\sqrt{1 - cos.\frac{\beta}{2}}$$

$$= \frac{a^2\sqrt{2}}{d}\left(sin.\frac{\beta}{4}\right)^5 = \frac{s^2\sqrt{2}}{4d}\,\frac{\left(sin.\frac{\beta}{4}\right)^5}{4\left(sin.\frac{\beta}{4}\,cos.\frac{\beta}{4}\right)^2},$$

$$= \frac{s^2}{16d}\sqrt{2}\,.\left(sin.\frac{\beta}{4}\right)^3 = 0{,}0884\,\frac{s^2}{d}\left(sin.\frac{\beta}{4}\right)^3 \text{ ausfällt.}$$

Bei der Schwingung der Lenkarme auf der entgegengesetzten Seite von EK und GD nimmt natürlich f den entgegengesetzten Werth an. Man ersieht aus der letzten Formel, daß die größte Seitenabweichung wie das Quadrat des Hubes, und, nahe wie der Schwingungswinkel, dagegen umgekehrt wie die Gelenklänge wächst.

Beispiel. Ist der Drehungswinkel $\beta = 60^0$ und die Gelenklänge $d = \frac{1}{2}s$, so haben wir die Lenkarmlänge $a = \frac{s}{2\,sin.30^0} = s$, ferner die Bogenhöhe $e = a\,(1 - cos.30^0) = (1 - 0{,}8660)\,s = 0{,}1340\,s$, ferner den Horizontalabstand der Axen beider Lenkarme, $b = 2a - e = 2s - 0{,}1340\,s = 1{,}8660\,s$, und den Vertikalabstand beider

$$c = \sqrt{d^2 - e^2} = \sqrt{\tfrac{1}{2}s^2 - (0{,}134\,s)^2} = 0{,}4817\,s$$

und endlich die größte Seitenabweichung

$$f = \frac{(0{,}1340\,s)^2}{4\,.\,\frac{1}{2}s}\sqrt{\frac{0{,}1340\,s}{s}} = 0{,}00898\,\sqrt{0{,}1340}\,.\,s = 0{,}00329\,s,$$

z. B. bei $s = 6$ Fuß Hub, $f = 0{,}01974$ Fuß $= \frac{1}{4}$ Zoll.

Contrebalancier.

§. 127. Die Senkrechtführung mittels Gegenlenker läßt sich auch dann mit Vortheil anwenden, wenn es darauf ankommt, eine an einem schwingenden Balancier hängende Kolbenstange in gerader Linie zu führen. Es ist allerdings am besten, wenn man dem Balancier einen Lenkerarm gegenüberstellt, der mit dem entsprechenden Balancierarme gleiche Länge hat, allein zur Ersparung des Raumes wendet man wohl auch einen kürzeren Lenkarm an und bringt ihn wohl gar auf der Seite des Balanciers an.

Die Anordnung in einem oder dem anderen dieser beiden Fälle ist nach Fig. 265 und Fig. 266 auf folgende Weise zu treffen. Es sei ACB der nicht über 60 Grad messende Schwingungswinkel des Balanciers, und CD die horizontale Halbirungslinie dieses Winkels. Man ziehe die dem Hube s gleiche Sehne AB, theile die Bogenhöhe DE in M in zwei gleiche Theile und ziehe durch M die eine Hublinie vorstellende Vertikale FH. Durchschneidet man nun mit einer gewissen Länge d aus A, D und B die Hublinie in F, G und H, so erhält man hierdurch den höchsten, mittleren und tiefsten Stand des Aufhängepunktes der Kolbenstange.

Jetzt hat man noch die Linien AF, DG und BH zu verlängern, auf sie

Contrebalancier.

Fig. 265.

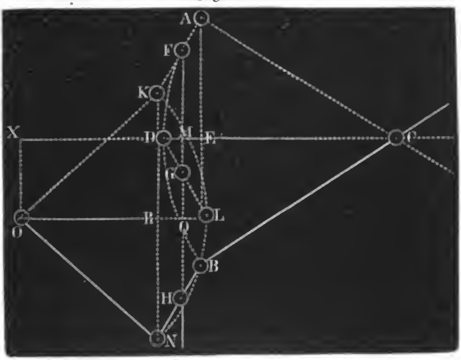
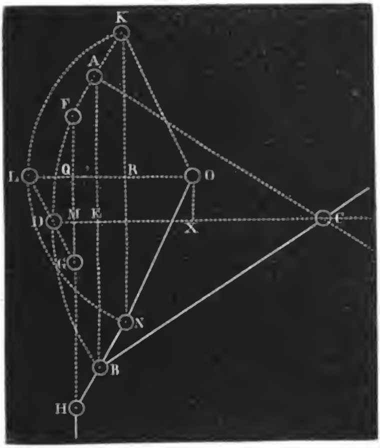


Fig. 266.



gleiche Stücke FK, GL und HN aufzutragen und zu den erhaltenen Punkten K, L und N das Centrum O aufzusuchen. Der letztere ist dann der Axpunkt des Gegenlenkers und

$OK = OL = ON$

ist die Länge desselben.

Mit größerer Genauigkeit läßt sich natürlich die Länge und der Axpunkt des Gegenlenkers durch Rechnung bestimmen. Ist, wie gewöhnlich, der Hub s und der Schwingungswinkel β des Balanciers gegeben, so hat man zunächst die Armlänge $CA = CD = CB$ desselben:

$$a = \frac{s}{2 \sin. \frac{\beta}{2}},$$ und die Bogenhöhe $DE = e$,

$$e = a\left(1 - \cos. \frac{\beta}{2}\right) = \frac{s\left(1 - \cos. \frac{\beta}{2}\right)}{2 \sin. \frac{\beta}{2}}.$$

Contre-balancier.

Ist nun noch die Gelenkstücklänge $AF = DG = BH = d$ und die Gelenklänge $KF = LG = NH = d_1$, so haben wir für die Bogenhöhe $RL = e_1$ des Lenkers

$$\frac{LQ}{DM} = \frac{LG}{DG}, \text{ d. i. } \frac{\frac{1}{2} e_1}{\frac{1}{2} e} = \frac{d_1}{d}, \text{ und daher}$$

$$e_1 = \frac{d_1}{d} e = \frac{d_1}{d} a\left(1 - cos. \frac{\beta}{2}\right) = \frac{d_1}{d} \frac{s\left(1 - cos. \frac{\beta}{2}\right)}{2 sin. \frac{\beta}{2}}.$$

Aus der Sehne $KN = AB = s$ und der Höhe $RL = e_1$ ergiebt sich nun der Halbmesser $OK = OL = ON$ des Bogens KLN, d. i. die Länge a_1 des Lenkers, mit Hülfe der bekannten Formel

$$a_1 = \frac{s^2}{8 e_1} + \frac{e_1}{2} = \frac{s}{4} \cdot \frac{d}{d_1} \frac{sin. \frac{\beta}{2}}{1 - cos. \frac{\beta}{2}} + \frac{s}{4} \cdot \frac{d_1}{d} \cdot \frac{1 - cos. \frac{\beta}{2}}{sin. \frac{\beta}{2}}$$

$$= \left(\frac{d}{d_1} \cdot \frac{sin. \frac{\beta}{2}}{1 - cos. \frac{\beta}{2}} + \frac{d_1}{d} \frac{1 - cos. \frac{\beta}{2}}{sin. \frac{\beta}{2}}\right) \frac{s}{4}$$

$$= \left[\frac{d}{d_1} \left(1 + cos. \frac{\beta}{2}\right) + \frac{d_1}{d} \left(1 - cos. \frac{\beta}{2}\right)\right] \frac{a}{2}$$

$$= \left[\frac{d_1}{d} \left(sin. \frac{\beta}{4}\right)^2 + \frac{d}{d_1} \left(cos. \frac{\beta}{4}\right)^2\right] a.$$

Ist umgekehrt die Lenkerlänge a_1 gegeben, so läßt sich hiernach das Verhältniß $\frac{d_1}{d} = n$ der Gelenktheile finden. Es ist hiernach

$$n\left(sin. \frac{\beta}{4}\right)^2 + \frac{1}{n} \left(cos. \frac{\beta}{4}\right)^2 = \frac{a_1}{a}, \text{ und daher}$$

$$n = \frac{m - \sqrt{m^2 - \left(sin. \frac{\beta}{2}\right)^2}}{2\left(sin. \frac{\beta}{4}\right)^2}, \text{ wenn } m = \frac{a_1}{a} \text{ das Ver-}$$

hältniß der Armlänge a_1 und a zu einander bezeichnet.

Es ist übrigens bei einem kleinen Schwingungswinkel β,

$$\left(sin. \frac{\beta}{4}\right)^2 \text{ nahe Null, und } \left(cos. \frac{\beta}{4}\right)^2 \text{ nahe} = \text{Eins},$$

weshalb denn $\frac{a_1}{a} = m = \frac{d}{d_1} = \frac{1}{n}$ gesetzt werden kann.

Die Axenlage des Lenkarmes wird bestimmt durch die horizontale Abscisse $CX = b = CD - DM \mp QL \pm OL$ Contre balancier.

$$= a \pm a_1 - \frac{1}{2}(e \pm e_1) = (1 \pm m)\, a - (1 \pm n) \frac{e}{2},$$

wobei die oberen Zeichen für den Fall in Figur 265, und die unteren Zeichen für den Fall in Fig. 266, gelten; und durch die vertikale Ordinate $XO = MQ = c = \sqrt{(d_1 \pm d)^2 - \frac{1}{4}(e \pm e_1)^2} = (n \pm 1)\sqrt{d^2 - \frac{1}{4} e^2}$.

Beispiel. Ist für eine Geradführung mit Contrebalancier das Verhältniß $\frac{a}{s} = \frac{3}{2}$, macht man also die Länge a des Balancierarmes $\frac{3}{2}$ mal dem Kolbenschube s, so hat man

$$sin. \frac{\beta}{2} = \frac{s}{2a} = \frac{1}{3}, \text{ hiernach } \frac{\beta}{2} = 19^0, 28', 17'', \text{ und}$$

daher den ganzen Schwingungswinkel $\beta = 38^0, 56', 34''$. Ferner ist die Bogenhöhe $e = a\left(1 - cos. \frac{\beta}{2}\right) = (1 - 0{,}9428)\, a = 0{,}0572\, a$. Soll ferner der Gegenlenker die Länge $a_1 = ma = \frac{2}{3} a$ erhalten, so ist

$$n = \frac{\frac{2}{3} - \sqrt{(\frac{2}{3})^2 - (sin.\, 19^0, 28', 17'')^2}}{2\,(sin.\, 9^0, 44', 8'')^2} = 1{,}5627,$$

nimmt man daher $d = \frac{1}{4} s = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} a = \frac{1}{6} a = 0{,}1667 a$, so erhält man

$$d_1 = nd = 1{,}5617 \cdot \frac{a}{6} = 0{,}2603\, a,$$

und daher $d + d_1 = 0{,}4270 a$.

Endlich ist, da wir es hier mit dem in Fig. 265 abgebildeten Falle zu thun haben, die Abscisse des Drehpunktes O:

$$b = (1 + 0{,}6667)\, a - (1 + 1{,}5627) \cdot 0{,}0572 \frac{a}{2}$$
$$= (1{,}6667 - 0{,}0733)\, a = 1{,}5934\, a,$$

und die Ordinate desselben:

$$c = \sqrt{(0{,}4270 a)^2 - (0{,}0733\, a)^2} = 0{,}4206\, a.$$

Ist man wegen Mangel an Raum genöthigt, die Construction in Fig. 266 anzuwenden, so hat man bei übrigens gleichen Verhältnissen

$$DL = GL - DG = d_1 - d = 0{,}2603\, a - 0{,}1667\, a = 0{,}0936 a,$$

und $e_1 - e = 0{,}5617 \cdot 0{,}0572\, a = 0{,}0321\, a$, ferner

$$b = (1 - 0{,}6667)\, a + 0{,}0160\, a = 0{,}3493\, a \text{ und}$$
$$c = \sqrt{(0{,}0936\, a)^2 - (0{,}0160\, a)^2} = 0{,}0922\, a.$$

§. 128. Die Seitenabweichung bei der im Vorstehenden kennen gelernten Geradführung mit Gegenlenker ist, wie wir aus §. 126 wissen, nahe ein Maximum, wenn das Gelenk $AK = DL$, Fig. 267 (a. folgd. Seite), in die vertikale Stellung UT gelangt, und läßt sich unter dieser Voraussetzung wie folgt ermitteln.

Es ist $US = UH + HS$ und auch $= UT + TS$; nun haben wir aber $HS = c$, und $UT = d_1 \pm d$, ferner einer bekannten Eigenschaft des Kreises zu Folge,

Contre-balancier

$$UH = \sqrt{DH(2CD - DH)} = \sqrt{\left(\frac{e}{2} + f\right)\left(2a - \frac{e}{2} - f\right)},$$

und

$$TS = \sqrt{LS(2OL - LS)} = \sqrt{\left(\frac{e_1}{2} - f\right)\left(2a_1 - \frac{e_1}{2} + f\right)},$$

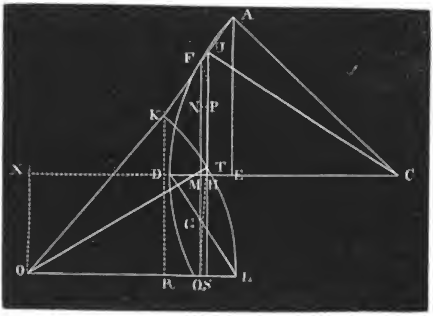
wenn man die Seitenabweichung $NP = MH = QS$ wieder mit f bezeichnet, also $DH = DM + MH = \frac{1}{2} DE + MH = \frac{e}{2} + f$ und

$$LS = LQ - QS = \frac{1}{2} LR - QS = \frac{e_1}{2} - f \text{ setzt;}$$

daher folgt $\sqrt{\left(\frac{e}{2} + f\right)\left(2a - \frac{e}{2} - f\right)} + c$

$$= \sqrt{\left(\frac{e_1}{2} - f\right)\left(2a_1 - \frac{e_1}{2} + f\right)} + d + d_1.$$

Fig. 267.



Wenn wir nun noch die Potenzen von f vernachlässigen, so können wir schreiben $\sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right) + (2a - e)f} + c$

$$= \sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right) - (2a_1 - e_1)f} + d + d_1$$

oder $\left(\frac{2a - e}{\sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)}} + \frac{2a_1 - e_1}{\sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)}}\right)\frac{f}{2}$

$$= d + d_1 - c + \sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)} - \sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)}$$

und hiernach ist die gesuchte Seitenabweichung

Contre-balancier.

$$f = \frac{d + d_1 - c + \sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)} - \sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)}}{\frac{a - \frac{1}{2}e}{\sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)}} + \frac{a_1 - \frac{1}{2}e_1}{\sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)}}};$$

oder, wenn man im Nenner annähernd

$$\frac{a - \frac{1}{2}e}{\sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)}} = \sqrt{\frac{a}{e}} \text{ und } \frac{a_1 - \frac{1}{2}e_1}{\sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)}} = \sqrt{\frac{a_1}{e_1}} \text{ setzt,}$$

$$f = \frac{d + d_1 - c + \sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)} - \sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)}}{\sqrt{\frac{a}{e}} + \sqrt{\frac{a_1}{e_1}}}.$$

Hat der Lenker mit dem Balancier gleiche Länge, so ist $a_1 = a$, $d_1 = d$ und $e_1 = e$, daher

$$f = \frac{2d - c}{2\sqrt{\frac{a}{e}}} = \frac{e^2}{4c}\sqrt{\frac{e}{a}},$$

was auch mit dem in §. 126 Gefundenen übereinstimmt.

In diesem Falle sind die Abweichungen in beiden Hubhälften gleich groß, nur ist die eine positiv und die andere negativ, d. i. die eine rechts und die andere links von der Hublinie. Sind aber die Armlängen ungleich, so hat man die Seitenabweichung in der unteren Hubhälfte

$$f_1 = \frac{d + d_1 - c + \sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)} - \sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)}}{\sqrt{\frac{a}{e}} + \sqrt{\frac{a_1}{e_1}}}.$$

Für die Anordnung in Fig. 266 ist

$$\sqrt{\left(\frac{e}{2} + f\right)\left(2a - \frac{e}{2} - f\right)} + d_1 - d$$
$$= \sqrt{\left(\frac{e_1}{2} - f\right)\left(2a_1 - \frac{e_1}{2} + f\right)} + c,$$

und daher

$$f = \frac{\sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)} - \sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)} - (d_1 - d - c)}{\sqrt{\frac{a}{e}} + \sqrt{\frac{a_1}{e_1}}} \text{ und}$$

Centrebalancier.

$$f_1 = \frac{\sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)} - \sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)} - (d_1 - d - c)}{\sqrt{\frac{a}{e}} + \sqrt{\frac{a_1}{e_1}}}.$$

Beispiel. Für die Senkrechtführung im letzten Beispiele (§. 127) haben wir bei der Construction in Fig. 265:

$d_1 + d - c = 0{,}4270\,a - 0{,}4206\,a = 0{,}0064\,a$, ferner

$$\sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)} = a\sqrt{0{,}0572\,.\,0{,}9857} = 0{,}2374\,a,$$

$$\sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)} = a\sqrt{1{,}5617\,.\,0{,}0572\,.\,0{,}6444} = 0{,}2398\,a, \text{ und}$$

$$\sqrt{\frac{a}{e}} = \sqrt{\frac{1}{0{,}0572}} = 4{,}181, \text{ sowie } \sqrt{\frac{a_1}{e_1}} = \sqrt{\frac{0{,}6667}{1{,}5617\,.\,0{,}0572}} = 2{,}732;$$

es ist folglich die größte Seitenabweichung bei der Schwingung nach oben:

$$f = \frac{0{,}0064\,a + 0{,}2398\,a - 0{,}2374\,a}{4{,}181 + 2{,}732} = \frac{0{,}0088\,a}{12{,}82} = 0{,}00069\,a$$

und bei der nach unten:

$$f_1 = \frac{0{,}0064\,a + 0{,}2374\,a - 0{,}2398\,a}{6{,}913} = \frac{0{,}0040\,a}{6{,}913} = 0{,}00058\,a.$$

Für die Construction in Fig. 266 ist

$d_1 - d - c = 0{,}0936\,a - 0{,}0922\,a = 0{,}0014\,a$, und daher

$$f = \left(\frac{0{,}2398 - 0{,}2374 - 0{,}0014}{6{,}913}\right)a = 0{,}00014\,a \text{ und}$$

$$f_1 = \left(\frac{0{,}2384 - 0{,}2398 - 0{,}0014}{6{,}913}\right)a = -\,0{,}00041\,a.$$

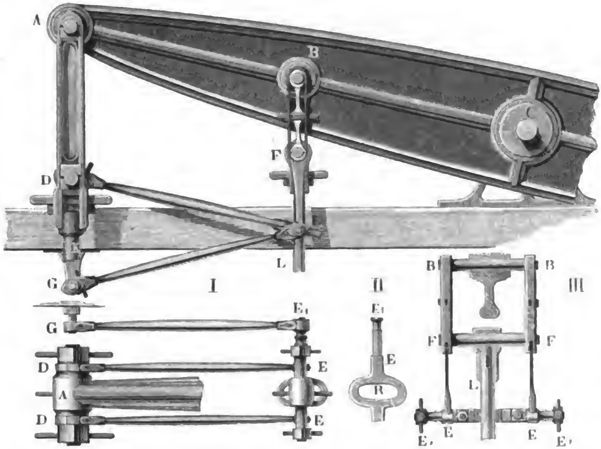
Diese Abweichungen sind so klein, daß sie in der Ausführung ganz verschwinden.

Watt'sches Parallelogramm.

§. 129. Eine der vorzüglichsten Vorrichtungen zur Senkrechtführung ist das bewegliche Parallelogramm (franz. parallélogramme articulé), welches auch das Charnier-Parallelogramm, oder der Storchschnabel, oder nach seinem Erfinder, das Watt'sche Parallelogramm (engl. parallelogramm of Watt) genannt wird. Die Construction dieses Mechanismus ist folgende: In der Längenaxe des um C drehbaren Balanciers AC, Fig. 268, sitzen zwei Bolzen A und B fest, an welchen zwei gleichlange Stangenpaare, die sogenannten Hängestangen oder Hängeschienen AD und BE (franz. tringles; engl. strops, links) herabhängen. Die an einem und demselben Bolzen hängenden Hängeschienen sind unter sich durch Stifte oder Bolzen D und E und diese wieder mit einander durch ein Paar Stangen, die sogenannten Parallel- oder Verbindungsstangen (franz. varges; engl. parallel-rods) so verbunden, daß die vier Bolzen A, B, E und D bei allen

Stellungen des Balanciers die Eckpunkte eines verschiebbaren Parallelogrammes bilden. Endlich ist an den Bolzen E ein Lenkerpaar EG (fr. contre-balanciers; engl. bridle rods) angeschlossen, und an den Bolzen D Watt'sches Parallelogramm.

Fig. 268.



die Kolbenstange K aufgehangen. Wenn nun der Balancier (franz. balancier; engl. beam) in schwingende Bewegung versetzt wird, so bewirkt der mitschwingende Lenker EG, daß der Bolzen oder vierte Eckpunkt D des Parallelogrammes, und folglich auch der daran hängende Stangenkopf, fast genau in einer geraden Linie auf- und niedergeht. In I. sieht man einen Theil des Parallelogrammes von oben; es sind hier DE, DE die beiden Verbindungsstangen, und es ist hier GE_1 einer der beiden Lenkarme.

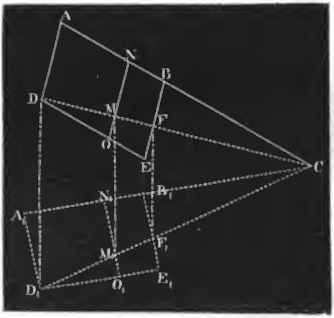
Da BE zugleich das Gelenk für die beiden Balanciers CB und GE_1 bildet, so kann man in demselben noch einen Bolzen F zum Aufhängen einer zweiten Kolbenstange, L, z. B. der Kolbenstange für die Luft- und Warmwasserpumpe (s. II. §. 332) anbringen. Die Aufhängungsweise dieser Stange ist besonders aus II. und III. zu ersehen; BB ist die eine Aufhängeaxe des Parallelogrammes, und FF die Aufhängeaxe für die Kolbenstange L. Damit die letztere frei spielen kann, ist die Axe EE in der Mitte R bügelförmig gestaltet.

Man kann übrigens aus der Bewegung des Storchschnabels noch an-

Watt'sches Parallelogramm.

dere Geradführungen ableiten. Die Linie CD, Fig. 269, von der Drehungsaxe C des Balanciers nach dem Aufhängepunkte D der Kolbenstange, schneidet nicht allein von der Hängeschiene BE, sondern auch von jeder anderen mit AD parallelen Schiene NO einen Punkt M ab, welcher sich mit D parallel bewegt. Da AD, BF und NM bei allen Stellungen des Parallelogrammes unter sich parallel bleiben, also auch A_1D_1, B_1F_1 und N_1M_1 parallele Linien bilden, so gelten die Proportionen:

Fig. 269.



$$CD : CF : CM = CA : CB : CN \text{ und}$$
$$CD_1 : CF_1 : CM_1 = CA_1 : CB_1 : CN_1,$$

da aber $CA_1 = CA$ $CB_1 = CB$ und $CN_1 = CN$ ist,

so gilt auch die Proportion:

$$CD_1 : CF_1 : CM_1 = CD : CF : CM,$$

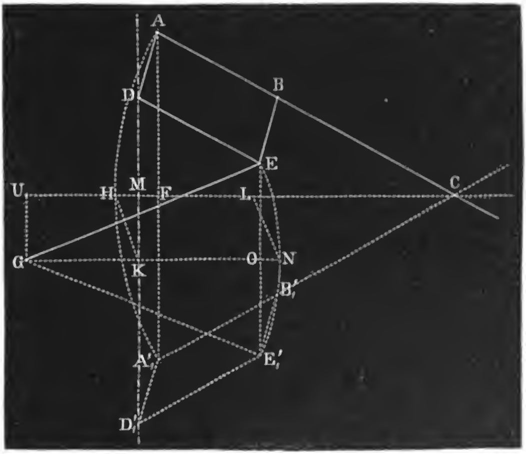
und es sind folglich die Wege DD_1, FF_1 und MM_1 der Aufhängepunkte D, F und M unter sich parallel.

§. 130. Wenn man den Balancier mit dem Parallelogramme und Lenker in alle möglichen Lagen bringt, so kann man sich überzeugen, daß der Aufhängepunkt D der Kolbenstange keine gerade Linie, sondern eine der Zahlenfigur 8 ähnliche Curve, wie Fig. 261, durchläuft; jedoch kann man auch leicht bemerken, daß diese Curve in der Nähe ihres Knotens sehr wenig gekrümmt ist, daß also ein Stück derselben zu beiden Seiten des Knotens als eine Gerade angesehen werden kann. Die Abweichung dieses Curvenbogens von der gegebenen Hublinie läßt sich noch dadurch auf ein Minimum herabziehen, daß man den Mittelpunkt oder Knoten und die beiden Endpunkte dieses Bogens in die Hublinie fallen läßt (vgl. §. 124). Aus diesem Grunde pflegt man denn auch diese Parallelführung wie folgt zu construiren.

Man trage zuerst den Schwingungswinkel $ACA_1 = \beta$, Fig. 270, auf, und mache dessen Sehne AA_1 dem gegebenen Hube s gleich; dadurch ergiebt sich die Länge $CA = CA_1 = l$ des Balancierarmes. Nun ziehe man noch die Halbirungslinie CH des Winkels β, halbire die Bogen-

höhe HF in M und ziehe durch M parallel zu AA_1 die Hublinie DD_1. Watt'sches Parallelogramm.
Nun fasse man die beliebig anzunehmende Länge der Hängeschiene in den Zirkel, und schneide damit von A, A_1 und H die Endpunkte D und D_1.

Fig. 270.



sowie den Mittelpunkt K des Theiles der Hublinie ab, in welchem sich das Haupt der Kolbenstange bewegt. Nach diesem trage man auch die gegebene Länge des Parallelogrammes als AB, A_1B_1 und HL auf die drei Axenstellungen CA, CA_1 und CH des Balanciers auf und vollende die entsprechenden Parallelogramme $ABED$, $A_1B_1E_1D_1$ und $HLNK$. Sucht man endlich zu den drei Stellungen E, E_1 und N des dritten Eckpunktes dieses Parallelogrammes das Centrum G des durch diese Punkte gehenden Kreises, so erhält man in G den Axpunkt und in $GE = GE_1 = GN$ die Länge des nöthigen Lenkarmes.

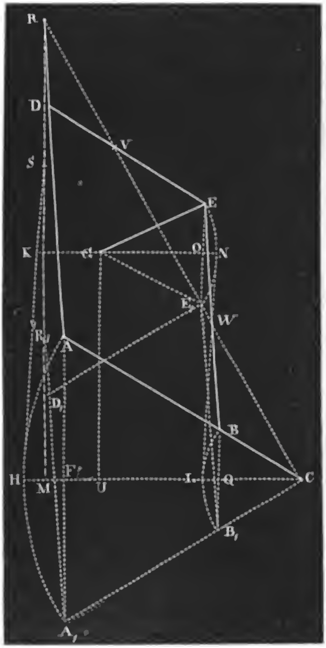
Eine Abänderung von dieser Construction besteht darin, daß man den Lenkarm nicht unmittelbar am dritten Endpunkte E des Parallelogrammes, sondern an einem anderen Punkte in der Verlängerung der Hängeschiene BE anschließt. Es wird dadurch die Bogenhöhe ON des Lenkers abgeändert, und daher nicht allein der Axpunkt G, sondern auch die Länge GE des Lenkers eine andere.

Bei den Dampfschiffmaschinen mit unten liegendem Balancier findet

Watt'sches Parallelogramm.

man nicht selten folgende, in Fig. 271 abgebildete Anordnung eines Parallelogrammes.

Fig. 271.



Es ist hier die Kolbenstange nicht an den vierten Eckpunkt D des Parallelogrammes $ABED$, sondern an eine Axe R in der verlängerten Hängeschiene AD gehangen. Anstatt daß man daher mit AD aus A und A_1 die Hublinie DD_1 abschneidet, trägt man hier die AR von A, A_1 und H aus, als $AR = A_1R_1 = HS$ auf und schneidet hiervon das Stück $RD = R_1D_1 = SK$ ab. Nachdem man noch die Länge des Parallelogrammes als AB, A_1B_1 und HL von den Lagen CA, CA_1 und CH des Balanciers abgeschnitten hat, bedarf es nur noch der Vollendung der entsprechenden Parallelogramme $ABDE$, $A_1B_1D_1E_1$, und $HLNK$ und der Ausmittelung des Centrums G für die drei Punkte E, E_1 und N, um die erforderliche Lenkerlänge $GE = GE_1 = GN$ zu finden.

Uebrigens schneidet auch hier die Linie RC vom Aufhängepunkte R der Kolbenstange nach der Drehaxe C des Balanciers vom Parallelogramme Punkte, V, W u. s. w., ab, welche sich parallel mit R bewegen.

§. 131. Mit größerer Schärfe läßt sich natürlich die Lage und Größe des Gegenlenkers durch Rechnung finden.

Geben wir wieder den Hub $RR_1 = AA_1 = s$, Fig. 271, und den Schwingungswinkel $ACA_1 = \beta$, so haben wir, wie in §. 127, die Länge des Balanciers CA:

Watt'sches Parallelogramm.

$$l = \frac{s}{2 \sin. \frac{\beta}{2}},$$ und die Bogenhöhe HF:

$$e = l\left(1 - \cos. \frac{\beta}{2}\right) = \frac{s\left(1 - \cos. \frac{\beta}{2}\right)}{2 \sin. \frac{\beta}{2}}.$$

Setzen wir ferner die Länge einer Hängemaschine $AD = BE = d$ und die des ganzen Gelenkes $AB = d_1$, und bezeichnen nur die Armlänge CB durch a, also die Länge des Parallelogrammes AB durch $l - a$, so haben wir für die Sehne $EE_1 = s_1$, und Höhe $ON = e_1$ des vom Lenker durchlaufenen Bogens Folgendes:

Zunächst ist $\frac{BB_1}{AA_1} = \frac{CB}{CA}$, oder, da $BB_1 = EE_1 = s_1$ ist,

$$\frac{s_1}{s} = \frac{a}{l},$$ und daher die gesuchte Sehne

$$s_1 = \frac{as}{l}.$$

Die Bogenhöhe ON ist gleich der Projection von EB minus der von BL, plus der von LN, jede in Hinsicht auf CH genommen. Aber die Projection von EB ist $=$ der von LN,

$$\text{d. i. } \frac{AD}{AB} \cdot MF = \frac{d}{d_1} \cdot \frac{e}{2},$$

und die Projection von BL ist

$$LQ = \frac{CB}{CA} \cdot HF = \frac{ae}{l},$$

daher folgt

$$e_1 = \frac{de}{d_1} - \frac{ae}{l} = \left(\frac{d}{d_1} - \frac{a}{l}\right)e = \left(\frac{d}{d_1} - \frac{a}{l}\right)\left(1 - \cos. \frac{\beta}{2}\right) l.$$

Bei dem gewöhnlichen Parallelogramm, wie Fig. 270, ist $d_1 = d$, folglich:

$$e_1 = (l - a)\left(1 - \cos. \frac{\beta}{2}\right).$$

Aus der Sehne s_1 und der Bogenhöhe e_1 folgt nun die entsprechende Lenkerlänge

$$a_1 = \frac{s_1^2}{8e_1} + \frac{e_1}{2}$$

$$= \frac{a^2 s^2}{8\left(\frac{d}{d_1} - \frac{a}{l}\right)\left(1 - \cos. \frac{\beta}{2}\right) l} + \left(\frac{d}{d_1} - \frac{a}{l}\right)\left(1 - \cos. \frac{\beta}{2}\right)\frac{l}{2},$$

Watt'sches Parallelogramm.

oder einfacher

$$a_1 = \left(\left(\frac{dl}{d_1 a} - 1 \right) \left(sin. \frac{\beta}{4} \right)^2 + \frac{\left(cos. \frac{\beta}{4} \right)^2}{\frac{d}{d_1} \frac{l}{a} - 1} \right) a.$$

Für das gewöhnliche Parallelogramm, wo $d_1 = d$ ist, hat man

$$a_1 = \left(\left(\frac{l}{a} - 1 \right) \left(sin. \frac{\beta}{4} \right)^2 + \frac{\left(cos. \frac{\beta}{4} \right)^2}{\frac{l}{a} - 1} \right) a,$$

oder, wenn man die Länge $l - a$ des Parallelogrammes durch l_1 bezeichnet,

$$a_1 = l_1 \left(sin. \frac{\beta}{4} \right)^2 + \frac{a^2}{l_1} \left(cos. \frac{\beta}{4} \right)^2.$$

Sehr gewöhnlich nimmt man $l_1 = a = \frac{1}{2} l$, und dann hat man die Lenkerlänge

$$a_1 = \left[\left(sin. \frac{\beta}{4} \right)^2 + \left(cos. \frac{\beta}{4} \right)^2 \right] a = a = \frac{1}{2} l.$$

Wenn also die Länge des Parallelogrammes der halben Armlänge des Balanciers gleich gemacht wird, so muß der Lenker mit dem Parallelogramme eben diese Länge erhalten. Siehe Figur 268.

Giebt man das Armlängenverhältniß $\frac{a_1}{a} = m$, so findet man, wie in §. 127, die Verhältnißzahl

$$n = \frac{d}{d_1} \cdot \frac{l}{a} - 1 \text{ durch die Formel}$$

$$n = \frac{m - \sqrt{m^2 - \left(sin. \frac{\beta}{2} \right)^2}}{2 \left(sin. \frac{\beta}{4} \right)^2}.$$

Die Lage des Axpunktes G ist endlich bestimmt durch die Coordinaten $CU = b$ und $UG = c$ mittels der Formeln

$CU = CL$ minus Projection von $LN + NG$, d. i.

$$b = a - \frac{d}{d_1} \cdot \frac{e}{2} + a_1 = a + a_1 - \frac{de}{2 d_1} \text{ und}$$

$UG = \sqrt{\overline{LN}^2 - (\text{Project. von } LN)^2}$, d. i.

$$c = \sqrt{d^2 - \left(\frac{de}{2 d_1} \right)^2} = d \sqrt{1 - \left(\frac{e}{2 d_1} \right)^2}.$$

Beispiel. Wenn für eine Senkrechtführung mit einfachem Parallelogramme, $\frac{a}{l} = 0{,}6$ und $d = d_1 = \frac{1}{2}s$, der Schwingungswinkel β aber $= 50$ Grad genommen wird, so hat man die Armlänge Watt'sches Parallelogramm

$l = \frac{s}{2\,sin.\,25^0} = 1{,}1831\ .\ s.$ Ferner die Armlänge

$a = 0{,}6\,l = 0{,}7099\,s$, und die Armlänge

$a_1 = [\frac{2}{3}(sin.\,12\frac{1}{2}{}^0)^2 + \frac{3}{2}(cos.\,12\frac{1}{2}{}^0)^2]\ .\ 0{,}7099\,s = 1{,}0371\ .\ s.$

Ferner ist die Bogenhöhe

$e = (1 - cos.\,25^0)\ .\ 1{,}1831\,s = 0{,}1108\,s$, und die Bogenhöhe

$e_1 = (1 - 0{,}6)\ .\ 0{,}1108\,s = 0{,}0443\,s.$

Endlich folgen die Coordinaten des Axpunktes des Lenkers:

$b = 0{,}7099\,s + 1{,}0371\,s - 0{,}0554\,s = 1{,}6916\,s$

und

$c = \sqrt{(0{,}5\,s)^2 - (0{,}0554\,s)^2} = 0{,}4969\,s.$

§. 132. Die Seitenabweichung oder die größte Abweichung von der geraden Linie, welche der Parallelogrammmechanismus noch übrig läßt, kann man annähernd auf dieselbe Weise finden, wie in §. 128, die Seitenbewegung der Geradführung mit Gegenlenkern. Seitenabweichung der Parallelogrammführung.

Wenn wir zunächst nur den Aufhängepunkt W, Fig. 271, in der einen Hängemaschine BE ins Auge fassen wollen, so haben wir nur nöthig, den aus zwei Lenkerarmen CB und GE und aus dem Gelenk BE bestehenden Mechanismus in Untersuchung zu ziehen, da aber dieser mit der Geradführung Fig. 267 vollkommen übereinstimmt, so bleibt uns nur übrig, die in §. 128 entwickelten Formeln unserem Falle anzupassen. Die dort gefundenen Formeln für die größte Seitenabweichung sind folgende:

$$f = \frac{d + d_1 - c + \sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)} - \sqrt{c\left(a - \frac{e}{4}\right)}}{\sqrt{\frac{a}{e}} + \sqrt{\frac{a_1}{e_1}}} \text{ und}$$

$$f_1 = \frac{d + d_1 - c + \sqrt{e\left(a - \frac{e}{4}\right)} - \sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)}}{\sqrt{\frac{a}{e}} + \sqrt{\frac{a_1}{e_1}}}$$

und die in denselben vorkommenden Größen haben folgende Bedeutungen:

a und a_1 sind die Längen CB und GE der Lenkarme,

c ist die Coordinate GU,

d ist die Gelenkstücklänge BW, welche sich durch die Proportion $\frac{BW}{AR} = \frac{CB}{CA}$, d. i., nach den Bezeichnungen des letzten Paragraphen,

Seitenabweichung der Parallelogrammführung.

durch $\frac{BW}{d_1} = \frac{a}{l}$ bestimmt; wir hatten also hier statt d, $BW = \frac{a d_1}{l}$ einzusetzen. Ebenso ist, wenn wir diese Formeln für f und f_1 auf unseren Fall anwenden wollen, statt d_1, $WE = BE - BW = d - \frac{a d_1}{l}$ einzuführen.

Endlich bedeutet in diesen Formeln e die Bogenhöhe LQ, welche wir $= \frac{ae}{l}$ gefunden haben, und e_1 die Bogenhöhe ON, welche ebenfalls nach dem vorigen Paragraphen: $e_1 = \left(\frac{d}{d_1} - \frac{a}{l}\right) e$ zu setzen ist.

Setzen wir diese Werthe in die obigen Formeln ein, so erhalten wir für die gesuchten Seitenabweichungen die Parallelogrammführung:

$$f = \frac{d - c + \sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)} - \frac{a}{l}\sqrt{e\left(l - \frac{e_1}{4}\right)}}{\sqrt{\frac{l}{e}} + \sqrt{\frac{a_1}{e_1}}} \text{ und}$$

$$f_1 = \frac{d - c + \frac{a}{l}\sqrt{e\left(l - \frac{e}{4}\right)} - \sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)}}{\sqrt{\frac{l}{e}} + \sqrt{\frac{a_1}{e_1}}}.$$

Da bei der Schwingung des Balanciers die Punkte R und W Parallellinien beschreiben, so sind die Seitenabweichungen des Punktes R

$\frac{CA}{CB} = \frac{l}{a}$ mal so groß als die von W.

Beispiel. Für die Senkrechtführung im letzten Beispiele (§. 131) ist
$d - c = (0{,}5 - 0{,}4969)s = 0{,}0031 s$, ferner

$$\sqrt{e_1\left(a_1 - \frac{e_1}{4}\right)} = s\sqrt{0{,}0443 \,.\, 1{,}0260} = 0{,}2132 s,$$

$$\frac{a}{l}\sqrt{e\left(l - \frac{e}{4}\right)} = 0{,}6 s\sqrt{0{,}1108 \,.\, 1{,}1554} = 0{,}2147 s,$$

$$\sqrt{\frac{l}{e}} = \sqrt{\frac{1{,}1831}{0{,}1108}} = 3{,}2678 \text{ und}$$

$$\sqrt{\frac{a_1}{e_1}} = \sqrt{\frac{1{,}0371}{0{,}0443}} = 4{,}8385;$$

demnach folgen die größten Seitenabweichungen des Punktes W von den Vertikalen:

$$f = \frac{0{,}0031 s + 0{,}2132 s - 0{,}2147 s}{3{,}2678 + 4{,}8385} = 0{,}0002 s \text{ und}$$

$$f_1 = \frac{0{,}0031 s + 0{,}2147 s - 0{,}2132 s}{3{,}2678 + 4{,}8385} = 0{,}0006 s;$$

und dagegen die der an R hängenden Kolbenstange:

$$\frac{l}{a} f = \frac{5}{3} \cdot 0{,}0002\, s = 0{,}0003\, s \quad \text{und}$$

$$\frac{l}{a} f_1 = \frac{5}{3} \cdot 0{,}0006\, s = 0{,}0010\, s.$$

Seitenabweichung der Parallelogrammführung.

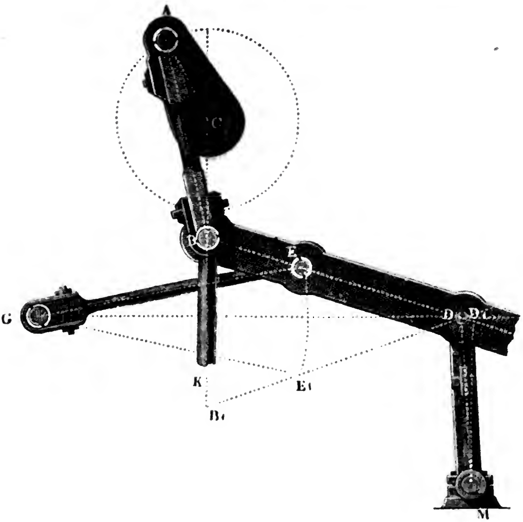
Z. B. für den Hub $s = 6$ Fuß

$$\frac{l}{a} f = 0{,}0018 \text{ Fuß} = 0{,}0216 \text{ Zoll} = 0{,}26 \text{ Linien, und}$$

$$\frac{l}{a} f_1 = 0{,}006 \text{ Fuß} = 0{,}072 \text{ Zoll} = 0{,}86 \text{ Linien.}$$

§. 133. Eine sehr einfache und in neueren Zeiten nicht selten angewendete Geradführung ist in Fig. 272 abgebildet. Der Balancier BD, (Geradführung mit oscillirendem Träger.)

Fig. 272.

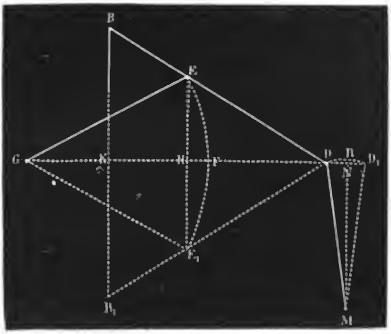


welcher durch einen Krummzapfen CA mittels der Kurbelstange AB auf- und niederbewegt wird, ruht hier mit seiner Axe D nicht in einem fest liegenden Lager, sondern auf säulenförmigen, um eine Axe M drehbaren Trägern MD, und der Lenker GE ist hier unmittelbar mit dem Balancier BD verbunden. Der Träger MD vertritt hier die Stelle des Gelenkes; wenn sich auch der Punkt E des Balanciers in einem Kreisbogen EE_1 um G bewegt, so geht doch der Aufhängepunkt der Kolben-

Geradführung mit oscillirendem Träger.

stange BK nahe in einer geraden Linie BB_1 auf und nieder, da die Drehungsaxe D bei jedem Auf- oder Niedergange des Kolbens in einem kleinen Bogen DD_1 hin- und zurückläuft. Diese Geradführung ist sehr einfach und zwar wie folgt zu construiren. Es sei BB_1, Fig. 273, die Hublinie s, und KD die rechtwinkelig gegen sie gerichtete Mittellinie. Mit der Balancierarmlänge l schneide man aus B oder B_1 in der letzteren Linie den Punkt D und aus K den Punkt D_1 ab. Errichtet man nun in der Mitte N von DD_1 ein Perpendikel und schneidet man von demselben ein möglichst langes Stück MN ab, so erhält man in M die Drehungsaxe, sowie in $MD = MD_1$ die Länge des Trägers. Schneidet man ferner von $BD = B_1D = KD_1$ die Stücke $BE = B_1E_1 = KF$ ab, und sucht man zu E, E_1 und F das Centrum G des durch diese Punkte zu legenden Kreisbogens, so erhält man in G die Drehungsaxe und in $GE = GE_1 = GF$ die Länge des nöthigen Lenkers. Die Lenkerlänge $GE = a_1$ läßt sich aber auch leicht durch Rechnung finden.

Fig. 273.



Ist β der Schwingungswinkel BDB_1, so hat man wieder die Armlänge $BD = KD_1$:

$$l = \frac{s}{2\,sin.\frac{\beta}{2}}, \text{ und umgekehrt } s = 2l\,sin.\frac{\beta}{2}.$$

Ist ferner die Armstücklänge $DE = a$, so hat man die Sehne EE_1:

$$s_1 = \frac{a}{l}s = 2a\,sin.\frac{\beta}{2} \text{ und die Bogenhöhe } HF:$$

$$e_1 = KF - KH \doteq BE\left(1 - cos.\frac{\beta}{2}\right) = (l-a)\left(1 - cos.\frac{\beta}{2}\right);$$

es ist folglich die gesuchte Lenkerlänge GE:

$$a_1 = \frac{s_1^2}{8e_1} + \frac{e_1}{2} = \frac{a^2\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2}{2(l-a)\left(1-cos.\frac{\beta}{2}\right)} + \frac{l-a}{2}\left(1-cos.\frac{\beta}{2}\right),$$ Geradführung mit oscillirendem Träger.

d. i.

$$a_1 = \left[\frac{l-a}{a}\left(sin.\frac{\beta}{4}\right)^2 + \frac{a}{l-a}\left(cos.\frac{\beta}{4}\right)^2\right]a,$$ oder das Verhältniß

$$\frac{a_1}{a} = m = \frac{l-a}{a}\left(sin.\frac{\beta}{4}\right)^2 + \frac{a}{l-a}\left(cos.\frac{\beta}{4}\right)^2.$$

Umgekehrt hat man das Verhältniß

$$\frac{l-a}{a} = n = \frac{m - \sqrt{m^2 - \left(sin\,\frac{\beta}{2}\right)^2}}{2\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2}.$$

Meist nimmt man $a = \frac{l}{2}$, schließt also den Lenker in der Mitte des Balancierarmes BD an, und dann hat man auch

$$a_1 = a = \frac{l}{2}.$$

§. 134. Bei der im vorstehenden Paragraphen beschriebenen Anordnung der Geradführung mit einem beweglichen Träger ist ebenfalls der Aufhängepunkt der Kolbenstange in seinem höchsten, tiefsten und mittleren Stande in derselben Geraden BKB_1, Fig. 274 (s. f. S.), bei jedem anderen Stande weicht er jedoch rechts oder links um Etwas von dieser Linie ab, es ist also auch diese Geradführung keine vollkommene. Da der Träger bei dem höchsten und niedrigsten Kolbenstande die Stellung MD und bei dem mittleren Kolbenstande die Stellung MD_1 einnimmt, so ist zu erwarten, daß er bei den Kolbenständen, wo die Seitenabweichungen $OL = f$ und $O_1L_1 = f_1$ am größten sind, die Mittelstellung MR einnehme. Unter dieser Voraussetzung können wir nun auch diese Seitenbewegungen wie folgt ermitteln.

Die Sehne DD_1 des vom Träger beschriebenen Bogens ist

$$KD_1 - KD = l\left(1 - cos.\frac{\beta}{2}\right),$$ folglich die Ordinate

$$ND = ND_1 = \tfrac{1}{2}\,DD_1 = y = \frac{l\left(1 - cos.\frac{\beta}{2}\right)}{2}.$$

Aus ihr und aus der gegebenen Trägerlänge $MR = d$ ergiebt sich folglich annähernd die Abscisse

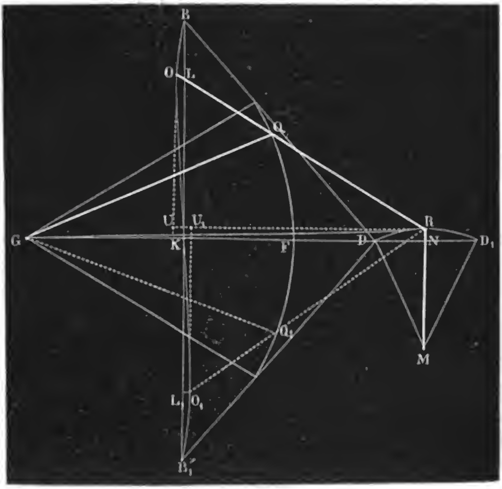
$$RN = x = \frac{y^2}{2d}.$$

Geradführung mit oscillirendem Träger.

Ferner haben wir für den Winkel $RGN = \varphi$

$$tang.\, \varphi = \frac{RN}{GN} = \frac{x}{a + a_1 - y} = \frac{x}{z},$$ wenn wir die Länge $GN = a + a_1 - y$ durch z bezeichnen;

Fig. 274.



dagegen haben wir für den Winkel $GRQ = \psi$, nach einer bekannten trigonometrischen Formel:

$$cos.\, \psi = \frac{\overline{RQ}^2 + \overline{RG}^2 - \overline{QG}^2}{2\, RQ\, .\, RG} = \frac{a^2 + z^2 - a_1^2}{2\, a\, z},$$

da die Linie RG sehr nahe $= GN = z$ ist.

Aus diesen Hülfsmitteln φ und ψ ergeben sich nun die Schwingungswinkel

$$URO = \psi - \varphi \text{ und}$$
$$URO_1 = \psi + \varphi;$$

wonach sich nun die gesuchten Seitenabweichungen f und f_1 berechnen lassen. Es ist nämlich

$$LO = RU - NK$$
$$= OR\, cos. ORU - (KD_1 - ND_1), \text{ d. i}$$

Geradführung mit oscillirendem Träger.

$$f = \left(cos.(\psi - \varphi) - \frac{\left(1 + cos.\frac{\beta}{2}\right)}{2}\right) l \text{ und}$$

$$f_1 = \left(cos.(\psi + \varphi) - \frac{\left(1 + cos.\frac{\beta}{2}\right)}{2}\right) l.$$

Hätte man $a_1 = a = \frac{l}{2}$ gemacht, so würde

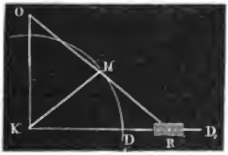
$$cos.\psi = \frac{z}{2a} = \frac{l - y}{l} = \frac{1 + cos.\frac{\beta}{2}}{2}$$

ausfallen. Wäre überdies noch d unendlich groß, also

$$tang.\varphi = \frac{x}{d} = 0, \text{ so hätte man } f = f_1 = 0.$$

Statt eines unendlich langen Trägers läßt sich aber auch eine gerade Stangen- oder Rahmenführung DD_1, Fig. 275, anwenden. Daß man in diesem Falle gar keine Seitenbewegung erhält, ist übrigens schon aus der Theorie der Ellipsographen bekannt, welcher zu Folge der Mittelpunkt M einer geraden Linie OR einen Kreis beschreibt, während die Endpunkte O und R dieser Linie in den Schenkeln eines Rechtwinkels OKD fortrücken.

Fig. 275.



Beispiel. Wenn man bei einer Geradführung mit schwingendem Träger den Schwingungswinkel $\beta = 50$ Grad nimmt, so hat man, wie oben Beispiel §. 131, die Balancierarmlänge

$$l = \frac{s}{2\,sin.\,25^0} = 1{,}1831\,s,$$

und wenn man die Armlänge $a = \frac{2}{3}\,l = 0{,}7888\,s$ nimmt, so hat man die nöthige Lenkerlänge

$$a_1 = [\tfrac{1}{2}(sin.\,12\tfrac{1}{2}^0)^2 + \tfrac{2}{1}\,(cos.\,12\tfrac{1}{2}^0)^2]\;.\;0{,}7888\,s = 1{,}5221\,s.$$

Die Ordinate oder halbe Sehne des vom Träger beschriebenen Bogens ist

$$y = (1 - cos.\,25^0)\;.\;0{,}59155\,s = 0{,}0544\,s, \text{ daher}$$

$$z = a + a_1 - y = 2{,}2565\,s.$$

Macht man die Trägerlänge $d = \frac{s}{2}$, so erhält man ferner die Abscisse oder Bogenhöhe

$$x = \frac{y^2}{2d} = \left(\frac{0{,}0544\,s}{s}\right)^2 = 0{,}00296\,s,$$

Geradführung mit oscillirendem Träger.

und hieraus folgt nun für den Hülfswinkel φ:

$$tang.\, \varphi = \frac{x}{z} = \frac{0,00296}{2,2565} = 0,001312,$$ daher ist dieser Winkel selbst

$$\varphi = 0^0,4',30''.$$

Ferner ist für den Hülfswinkel ψ:

$$cos.\, \psi = \frac{a^2 + z^2 - a_1^2}{2az} = 0,95431,$$ und folglich $\psi = 17^0,23',15''$.

Nun ist $\psi - \varphi = 17^0,18',45''$ und

$\psi + \varphi = 17^0.27',45''$; ferner

$cos.\, (\psi - \varphi) = 0,95465$ und

$cos.\, (\psi + \varphi) = 0,95387$. Endlich sind die gesuchten Seitenabweichungen

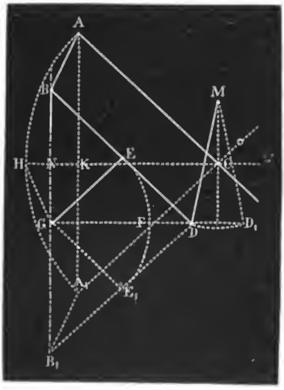
$$f = \left[cos.\, (\psi - \varphi) - \left(cos.\, \frac{\beta}{4}\right)^2\right] l$$

$$= (0,95465 - 0,95315) \,.\, 1,1831\, s = 0,0018\, s$$ und

$$f_1 = (0,95387 - 0,95315) \,.\, 1,1831\, s = 0,0008\, s.$$

Anmerkung. Das zuletzt in Betrachtung gezogene Princip der Geradführung läßt sich auch bei einem Balancier mit festliegender Axe anwenden. Es ist in diesem Falle der aus dem Vorstehenden bekannte Mechanismus $BEGDM$, Fig. 276, mittels einer Hängeschiene AB an den um die feste Axe C schwingenden Balancier AC anzuhängen. Die Anordnung dieses Mechanismus wird dann ähnlich wie die eines Parallelogrammes vollzogen, das Hängeeisen AB nimmt beim tiefsten Stande die Lage A_1B_1 parallel zu AB und beim mittleren Stande die Lage HG ein, welche ebenso viel nach der einen Seite von der Hublinie BB_1 abweicht, wie AB und A_1B_1 nach der andern. Im Wesentlichen besteht übrigens diese Geradführung wie die mittels Parallelogramm u. s. w. aus zwei Lenkarmen GE und MD und einem Gelenk BD, welches beide mit einander verbindet.

Fig. 276.



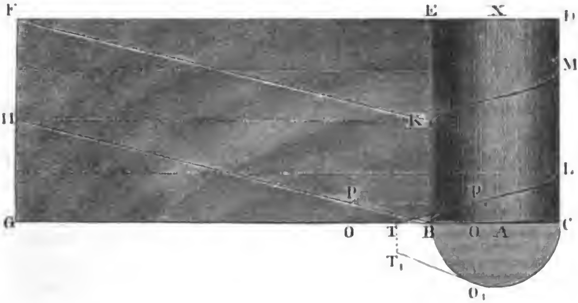
Schlußanmerkung. Ueber die Theorie der Geradführung mittels des Watt'schen Parallelogrammes handelt schon ausführlich Prony in seiner Architecture hydraulique, §. 1478 etc. Ziemlich ausführlich spricht auch hiervon Willis in seinen Principles of Mechanism, §. 440 etc., auch Werdam in seiner angewandten Werkzeugswissenschaft und Mechanik, Ergänzungsband. Es ist auch hierüber nachzulesen in Hülsse's allgemeiner Maschinenencyclopädie der vom Verfasser bearbeitete Artikel »Abänderung der Bewegung«.

Fünftes Kapitel.

Von den Schrauben und von den Schraubenrädern.

§. 135. Der abgewickelte Mantel eines geraden Cylinders $BCDE$, Fig. 277, bildet bekanntlich ein Rechteck $BEFG$. Theilt man nun die- Schraubenlinie.

Fig. 277.



ses durch Parallellinien (HK) zur Basis BG in gleiche Theile, zieht man ferner in jedem dieser Theile die unter sich parallelen Diagonalen oder Transversalen BH, KF, und wickelt man endlich diesen Mantel wieder auf den Cylinder auf, so bilden diese Transversalen eine stetige doppelt gekrümmte Curve $BLKME$, die sogenannte Schraubenlinie (franz. hélice; engl. helix). Aus der Entstehungsweise der Schraubenlinie folgt sogleich, daß diese Curve mit unveränderlichem Neigungswinkel gegen die Grundfläche in gleichen Windungen (franz. und engl. spires) auf der Cylinderfläche emporsteigt. Der parallel zur Cylinderaxe AX gemessene Abstand $BK = KE$ u. s. w., der Schraubenwindungen von einander, heißt die Höhe eines Schraubenganges (franz. pas de la vis; engl. distance of the spires, pitch of the screw), und der constante Neigungswinkel HBG der Schraubenlinie gegen die Basis des Cylinders, das Ansteigen der Schraubenlinie (franz. inclinaison; engl. inclination).

Ist r der Halbmesser $AB = AC$ des Cylinders, so hat man die kreisförmige Basis der Schraubenlinie

$$BG = 2\pi \,.\, AB = 2\pi r,$$

Schraubenlinie.

und ist h die Höhe GH eines Schraubenganges, so hat man für das Ansteigen $GBH = \alpha$ desselben:

$$tang.\alpha = \frac{GH}{BG} = \frac{h}{2\pi r}.$$

Es wächst also das Ansteigen der Schraube mit der Höhe ihrer Gänge, und nimmt ab, wenn der Halbmesser ein größerer wird.

Jeder Punkt P in der Schraubenlinie ist bestimmt durch eine kreisbogenförmige Abscisse $BO = x$, und durch eine mit der Axe oder Seite des Cylinders parallel laufende Ordinate $OP = y$, und es ist die Gleichung zwischen x und y die der geraden Linie BH, nämlich

$$\frac{PO}{OB} = \frac{GH}{GB}, \text{ d. i. } \frac{y}{x} = \frac{h}{2\pi r} = tang.\alpha, \text{ oder}$$

$$y = x\,tang.\alpha$$
$$= \beta r\,tang.\alpha,$$

wenn β den basischen Winkel BAO_1 bezeichnet, um welchen der Punkt P vom Anfangspunkte B absteht. Es wächst also die Ordinate y direct wie der basische Winkel β, und es ist hiernach die Construction der Schraubenlinie leicht zu vollziehen.

Die Länge eines Schraubenbogens BP ist

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{y}{sin.\alpha} = \frac{x}{cos.\alpha} = \frac{\beta r}{cos.\alpha},$$

und die einer ganzen Windung

$$BH = l = \sqrt{h^2 + (2\pi r)^2} = \frac{h}{sin.\alpha} = \frac{2\pi r}{cos.\alpha}.$$

Die Tangente PT für einen Punkt P der Schraubenlinie ist gleich dem rectificirten Schraubenbogen $PB = s$, und ihre basische Projection O_1T_1 ist Tangente zur kreisförmigen Basis und gleich der rectificirten Abscisse $BO = x$.

Schraubenfläche und Schraube.

§. 136. Bewegt sich eine gerade Linie BB_1, Fig. 278 und 279, so, daß sie eine Schraubenlinie BLK nie verläßt und stets auch durch die Axe AX des Cylinders geht, um welchen diese Schraubenlinie sich windet, so durchläuft sie eine sogenannte Schraubenfläche $BB_1L_1LKK_1$. Je nachdem die Erzeugungslinie B_1B recht- oder schiefwinkelig gegen die Axe AX der Schraube gerichtet ist, hat man es mit einer rechtwinkeligen oder mit einer schiefen Schraubenfläche zu thun. Fig. 278 repräsentirt eine rechtwinkelige, und Fig. 279 eine schiefe Schraubenfläche. Statt der geraden Erzeugungslinie BB_1 kann man auch eine krumme Linie oder eine ganze Figur, z. B. ein Dreieck, Viereck, einen Halbkreis u. s. w. so auf dem Cylindermantel fortrücken lassen, daß die Ebene dieser Figur stets durch die Axe des Cylinders geht, und die

Endpunkte der in dem Cylindermantel liegenden Grundlinie der Figur zwei gleiche Schraubenlinien beschreiben. Schraubenfläche und Schraube

Fig. 278.

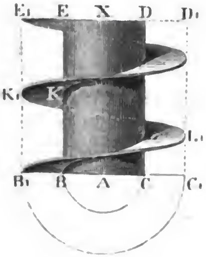
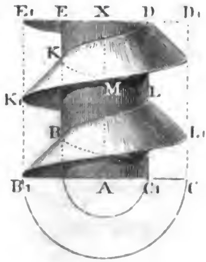


Fig. 279.



Auf diese Weise entstehen die sogenannten **Schraubengewinde** (franz. filets de vis; engl. threads of the screw). Man unterscheidet gewöhnlich von einander

das **flachgängige** und **scharfgängige Schraubengewinde**.

Bei dem flachgängigen Schraubengewinde ist die Erzeugungsfläche, und also auch der Querschnitt, ein Rechteck, bei dem scharfgängigen ist sie hingegen ein Dreieck. Das flachgängige Schraubengewinde *BCDEF*, Fig. 280, ist von zwei gleichen rechtwinkeligen, und das scharfgängige Schraubengewinde *BCDEF*, Fig. 281, von zwei gleichen schiefwinkeli-

Fig. 280.

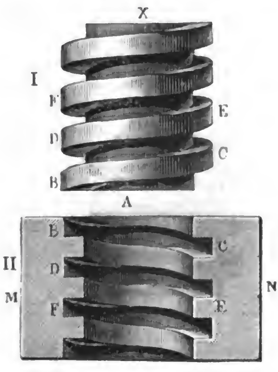
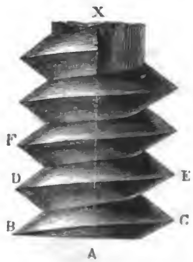


Fig. 281.

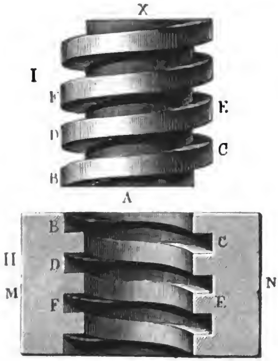


Schrauben-fläche und Schraube.

gen Schraubenflächen begrenzt. Seltener hat man Schraubengewinde mit kreisförmigem oder trapezoidalem Querschnitte.

Zu einer vollständigen Schraube (franz. vis; engl. screw) gehören zwei in einander greifende Gewinde, ein erhabenes und ein vertieftes. Das erhabene Schraubengewinde AEF, Fig. 282, I., bildet mit dem Cylinder AX, um welchen es herumläuft, die sogenannte Schraubenspindel (franz. noyau; engl. male screw, nut), das hohle Stück MN mit dem ausgehöhlten Schraubengewinde $BCDEF$, Fig. 282, II., wird hingegen die Schraubenmutter (franz. écrou; engl. female screw) genannt. Bei dem Gebrauche wird die Schraubenspindel durch die Schraubenmutter hindurchgesteckt, was jedoch nur durch Umdrehung der Spindel oder der Mutter um die gemeinschaftliche Axe AX zu ermöglichen ist.

Fig. 282.



Man unterscheidet rechte oder rechtsgängige, und linke oder linksgängige Schrauben von einander. Bei jenen steigt das Gewinde $BCDEF$ von links nach rechts, bei diesen hingegen von rechts nach links auf. Fig. 282 und 283 sind rechte Schrauben, Fig. 284 dagegen stellt eine linke Schraube vor.

Fig. 283.

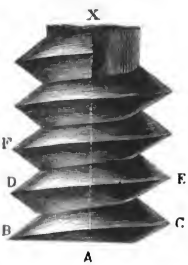
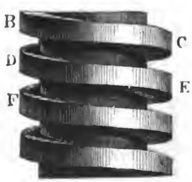


Fig. 284.

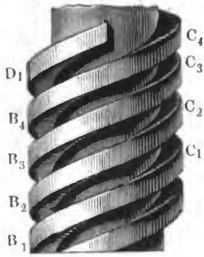


Endlich sind auch **einfache** und **doppelte** oder **mehrfache Schrauben** von einander zu unterscheiden. Eine einfache Schraube hat nur ein Gewinde; alle Gänge derselben entsprechen einer einzigen Schraubenlinie; eine doppelte Schraube besteht dagegen aus zwei und eine mehrfache Schraube aus mehreren Gewinden. Einfache Schrauben sind in den Figuren 282, 283 und 284 abgebildet, eine doppelte Schraube, mit den Gewinden $B_1C_1D_1E_1$ und $B_2C_2D_2E_2$, zeigt Fig. 285, und eine vierfache, Schraubenfläche und Schraube.

Fig. 285.



Fig. 286.



mit den Gewinden $B_1C_1D_1$, B_2C_2, B_3C_3 und B_4C_4 stellt Fig. 286 vor. Doppelte und mehrfache Schrauben sind nur bei einem starken Ansteigen der Schraubengänge anwendbar.

§. 137. Die **Bewegung** einer Schraube ist eine doppelte, nämlich **drehend** und **fortschreitend**. Es kann nun entweder Schraubenbewegung.

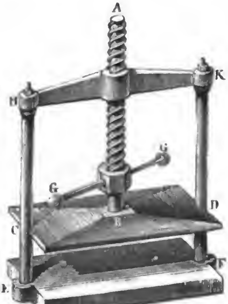
1) die Schraubenspindel beide Bewegungen zugleich haben, oder sie kann
2) sich bloß drehen, und dagegen die Mutter progressiv fortbewegen, oder
3) die Schraubenmutter hat beide Bewegungen zugleich, oder
4) die Schraubenmutter bewegt sich drehend und die Spindel fortschreitend.

In allen den Fällen, wenn die Mutter festgehalten wird, also auch dann, wenn die sogenannten Holzschrauben eingebohrt werden, wo das Holz die Stelle der Mutter vertritt, hat die Spindel beide Bewegungen zugleich. Es gehört hierher z. B. auch die gewöhnliche **Schraubenpresse**, Fig. 287 (s. f. S.), wo die Spindel AB eine bewegliche Tafel CD gegen den in einem Rahmen EF eingelegten Stoff drückt, und die Schraubenmutter durch einen Riegel HK dieses Rahmens gebildet wird. Liegt hingegen die Schraubenspindel in Lagern, welche das Fortrücken derselben in der Axenrichtung verhindern, und geht dagegen die Schraubenmutter in einer Führung, welche nur ein Fortschreiten, dagegen aber keine Drehung

Schrauben-bewegung.

dieses Stückes zuläßt, so nimmt die Spindel die drehende und die Mutter die progressive Bewegung an, und man hat es daher mit dem zweiten Falle zu thun. Hierher gehört z. B. die Bewegung eines Schraubenstockes (franz. étau; engl. vice) $ABCD$, Fig. 288, wo das Backenstück B mittels einer Schraube CD gegen das Backenstück A angezogen wird und dabei auf der Leitung EF fortgleitet.

Fig. 287.



Der dritte Fall, wo die Schraubenmutter beide Bewegungen zugleich hat, kommt besonders dann vor, wenn die Schraube zur festen Verbindung zweier Körper dient. Der durch die zu verbindenden Körper A und B gesteckte

Fig. 288.

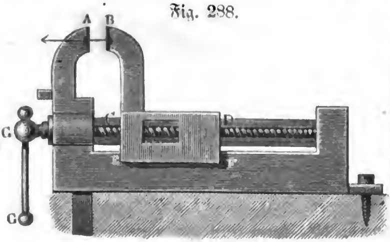


Fig. 289.

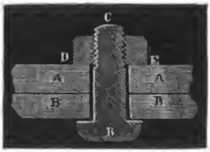
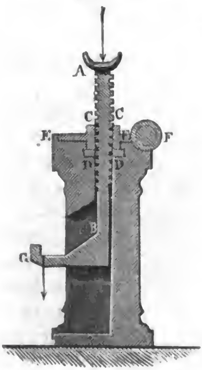


Fig. 290.



Bolzen BC, Fig. 289, ist hier nur am Ende C schraubenförmig zugeschnitten, und es werden diese beiden Körper durch Umdrehung der Schraubenmutter an einander gepreßt.

Der vierte Fall kommt endlich vorzüglich bei den sogenannten Wagenwinden (franz. crics; engl. listing jacks) vor, wie aus einem Durchschnitt in Fig. 290 zu ersehen ist. Es ist hier AB die Schraubenspindel, CC die auf einer Lagerplatte DD ruhende Schraubenmutter und EE ein mit der Mutter ein Ganzes ausmachendes Zahnrad, zwischen dessen Zähne eine Schraubenspindel EF eingreift.

Wird die letztere umgedreht, so läuft auch die Mutter CC um und zieht dabei die Schraubenspindel allmälig empor. Die dadurch zu hebende Last wirkt entweder an dem Kopfe A, oder an dem Fuße BG der Schraubenspindel. Schraubenbewegung.

§. 138. Die Umdrehung der Schrauben erfolgt meist nur durch die menschliche Hand und zwar Schraubenschlüssel.

1) entweder unmittelbar, oder

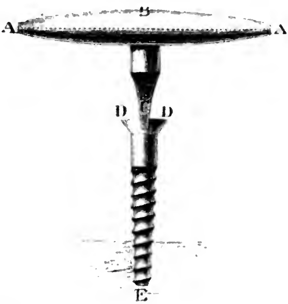
2) mittelbar, d. h. mittels eines Schraubenziehers oder Schraubenschlüssels.

In beiden Fällen ist es nöthig, entweder den Kopf der Schraubenspindel oder die Schraubenmutter selbst zum Angreifen der Umdrehungskraft geschickt zu machen. In dem ersten Falle giebt man z. B. deshalb dem Schraubenkopf oder der Schraubenmutter einen gerändelten Umfang, oder versieht sie mit besonderen Flügeln, oder man bedient sich der Hebel, Schwengel oder Räder zur Umdrehung der Schrauben. Die Umdrehung der Schraubenspindel mittels eines Hebels GG ist aus den Figuren 287 und 288 zu ersehen; die Umdrehung der Schraubenmutter CC mittels eines Rades EE kommt bei der Wagenwinde in Fig. 290 vor.

Die Schraubenzieher (franz. tournevis; engl. screw-drivers) dienen vorzüglich zum Umdrehen der Schraubenspindel, wogegen die Schraubenschlüssel (franz. clefs à vis; engl. turn-screws) mehr zum Umdrehen der Schraubenmutter angewendet werden. Beide Apparate bestehen wesentlich in einem Hebel, welcher den umzudrehenden Schraubentheil erfaßt, der eine hierzu passende Gestalt erhalten muß. Zu diesem Zwecke werden z. B. die Schraubenköpfe quadratisch oder hexagonal geformt, oder es werden Einschnitte oder Löcher in denselben angebracht.

Ein meißelförmiger Schraubenzieher ABC zum Einbohren einer sich die Mutter selbst bildenden Holzschraube DE ist in Fig. 291 abgebildet. Der Kopf D dieser Schraube ist zum Einsetzen des Schraubenziehers mit einem Einschnitt versehen. Einen Schraubenschlüssel AB für eine quadratische Schraubenmutter B zeigt Fig. 292 (s. f. S.), und einen solchen für eine hexagonale Mutter Fig. 293. Man hat auch Universalschraubenschlüssel, welche sich bei

Fig. 291.



Schrauben-schlüssel.

Schraubenköpfen und Schraubenmuttern von verschiedenen Größen an-

Fig. 292.



Fig. 293.



Fig. 294.



wenden lassen; Fig. 294 giebt die Abbildung eines solchen Schlüssels. Von den beiden Backen A und B, womit hier der Schraubenkopf C ergriffen wird, ist der eine (A) mit der Handhabe DE fest, dagegen der andere (B) vermittels einer Schraube F, deren Mutter in der Handhabe enthalten ist, verbunden. Durch Drehung der letzteren um ihre eigene Längenaxe läßt sich der Abstand zwischen den beiden Backen, der Dicke des Schraubenkopfes entsprechend stellen.

Anwendung der Schrauben.

§. 139. Sehr mannigfaltig ist die Anwendung der Schrauben. Am häufigsten dienen dieselben

1) als Befestigungsmittel zweier Körper (s. Fig. 289). Nächstdem wendet man sie aber auch an,

2) um eine kreisförmige Bewegung in eine geradlinige umzuändern, namentlich wenn es darauf ankommt, kleine geradlinige Bewegungen zu erzeugen oder große Kräfte auszuüben. Wegen der großen Reibung, welche die Schrauben verursachen, wendet man dieselben jedoch nur selten als stetig arbeitende Zwischenmaschine, desto häufiger aber als Stellapparate bei Maschinen und Instrumenten an. Stellschrauben, welche dazu dienen, Maschinen oder Instrumententheile auf einen gewissen Ort einzustellen, kennen wir schon vielfach aus dem Früheren, so z. B. Band III, Fig. 24, 26, 106 u. s. w. Vorzügliche Anwendung finden die Schrauben, wenn es darauf ankommt, genaue Messungen oder Eintheilungen zu bewirken. Die hierzu verwendeten Schrauben heißen Mikrometerschrauben. Mittels derselben schließt man aus dem Umdre-

hungswinkel der Schraube auf den Weg ihres axialen Fortrückens, und man versieht zu diesem Zwecke den Schraubenkopf mit einer Eintheilung. Da bei einer vollständigen Umdrehung (360°) die Schraube um ihre Ganghöhe h fortrückt, so wird sie bei der Drehung von β^0 um einen Weg s fortrücken, welcher durch die Proportion $\frac{s}{h} = \frac{\beta^0}{360^0}$ bestimmt ist. Anwendung der Schrauben.

Mikrometerschrauben müssen sehr accurat, und namentlich so construirt sein, daß das Ansteigen α an allen Stellen sehr genau eines und dasselbe ist.

Bei den sogenannten Pressen und Prägwerken dienen die Schrauben dazu, um eine große Kraft durch Druck oder Stoß auszuüben und dadurch Körper zusammenzudrücken oder in ihrer Form zu verändern. Die sogenannten Druck-, Preß- oder Klemmschrauben endlich werden angewendet, um das Verschieben zweier Körper an einander durch die aus dem Schraubendrucke hervorgehende Reibung zu verhindern.

§. 140. Der Querschnitt F und also auch die Stärke d_1 einer Schraubenspindel muß eine der Axenkraft Q der Schraube angemessene Größe haben. Ist K die Festigkeit des Schraubenmateriales, so haben wir bekanntlich Dimensionen der Schrauben.

$$Q = FK = \frac{\pi d_1^2}{4} K \text{ und daher ist umgekehrt } d_1 = \sqrt{\frac{4Q}{\pi K}}.$$

Da die Schraube außer der Axenkraft Q auch eine dem Q proportionale Torsionskraft auszuhalten hat, so ist allerdings K kleiner als gewöhnlich anzunehmen, oder d_1 noch etwas größer zu machen, als diese Formel mit Anwendung des bekannten K giebt. Nach I., §. 189 wäre für Schmiedeeisen bei sechsfacher Sicherheit, $K = 10000$ Pfund, und für Holz bei zehnfacher Sicherheit, $K = 1200$ Pfund. Dies vorausgesetzt bekämen wir hiernach die Stärke eiserner Schraubenspindeln:

$$d_1 = 0{,}0113 \sqrt{Q}, \text{ und die hölzerner, } d_1 = 0{,}0326 \sqrt{Q} \text{ Zoll;}$$

aus dem angegebenen Grunde nimmt man aber für eiserne Schrauben

$$d_1 = 0{,}02 \sqrt{Q} \text{ Zoll} = 0{,}24 \sqrt{Q} \text{ Linien,}$$

und für hölzerne Schrauben, $d_1 = 0{,}05 \sqrt{Q}$ Zoll $= 0{,}60 \sqrt{Q}$ Linien.

Rechnet man im Mittel den äußeren Durchmesser der Schraube: $d_2 = 1{,}2\, d_1$, so folgt auch für eiserne Schrauben:

$$d_2 = 0{,}024 \sqrt{Q} \text{ Zoll} = 0{,}288 \sqrt{Q} \text{ Linien,}$$

und für hölzerne Schrauben: $d_2 = 0{,}06 \sqrt{Q}$ Zoll $= 0{,}720 \sqrt{Q}$ Linien.

Mit Hülfe des Steigwinkels α_2 der äußeren Schraubenlinie läßt sich nun auch die Ganghöhe und zwar mittels der Formel

$$h = \pi d_2 \, tang. \alpha_2 \text{ berechnen.}$$

In der Regel giebt man statt α_2 das Verhältniß $n = \frac{d_2}{h} = \frac{cotang. \alpha_2}{\pi}$ des Durchmessers d_2 zur Höhe h eines Schraubenganges, oder die Anzahl

Dimensionen der Schrauben.

n der Gewinde auf das Stück d_2 von der Axenlänge der Schraubenspindel, und dann berechnet sich die Höhe eines Schraubenganges mittels der einfachen Formel $$h = \frac{d_2}{n}.$$

Nach Reuleaux soll man für eiserne Schrauben mit dreiseitigen Gewinden:

$$h = 0{,}04 + 0{,}08\, d_2 \text{ Zoll}, \quad \text{also} \quad n = \frac{d_2}{0{,}04 + 0{,}08\, d_2},$$

und für solche mit vierseitigen Gewinden:

$$h = 0{,}08 + 0{,}09\, d_2 \text{ Zoll}, \quad \text{also} \quad n = \frac{d_2}{0{,}08 + 0{,}09\, d_2} \text{ setzen.}$$

Bei eisernen Schrauben mit dreiseitigen Gängen von $1/4$ bis 4 Zoll Stärke ist gewöhnlich $n = 5$ bis 12, hingegen bei Holzschrauben von $1/2$ bis 2 Zoll Stärke, ist $n = 7/2$ bis 4. Eiserne Schrauben mit rectangulären Gewinden erhalten bei $1/2$ bis 4 Zoll Stärke, $n = 4$ bis 9.

Anmerkung. Der Durchmesser des Schraubenkernes ist für Schrauben mit dreiseitigen Gewinden: $d_1 = 0{,}9\, d_2 - 0{,}052$ Zoll,
und für solche mit quadratischen Gewinden: $d_1 = 0{,}91\, d_2 - 0{,}08$;
es ist also die Gangtiefe bei den ersteren Gewinden:

$$b = \frac{d_2 - d_1}{2} = 0{,}05\, d_2 + 0{,}026,$$

und bei den letzteren: $d = \frac{d_2 - d_1}{2} = 0{,}045\, d_2 + 0{,}04 = 1/2\, h.$

Schrauben mit zwei oder mehreren quadratischen Gewinden erhalten die Gangtiefe $b = \frac{d_2 - d_1}{2} = \frac{m h}{2}$, wenn m die Anzahl der Gewinde bezeichnet; es ist also hier $d_1 = d_2 - m h$.

Damit weder die Gewinde der Schraubenspindel noch die der Schraubenmutter abreißen, muß man der letzteren eine gewisse Höhe h_1 geben. Die Fläche, in welcher das Abreißen der Schraubengewinde erfolgt, ist $= \pi d_1 \cdot \frac{h_1}{2}$, und läßt sich daher auch dem Querschnitt $\frac{\pi d_1^2}{4}$ des Schraubengewindes gleichsetzen. Hiernach ist nun $\pi d_1 \frac{h_1}{2} = \frac{\pi d_1^2}{4}$, d. i. $h_1 = \frac{d_1}{2}$.

In der Praxis macht man aber, um der Mutter eine sichere Führung zu geben, gewöhnlich $h_1 = d_2$ bis $4/3\, d_2$. Der Durchmesser des Kreises, welcher sich in das von der Basis der Schraubenmutter gebildete Sechseck einschreiben läßt, erhält den Durchmesser $d_3 = 1{,}4\, d_2 + 0{,}2$ Zoll.

Der Schraubenkopf bekommt bei demselben Durchmesser d_2 nur die Höhe $h_2 = 0{,}7\, d_2$.

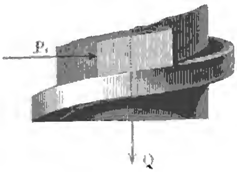
Theorie der flachgängigen Schrauben.

§. 141. Die Theorie der Schraube läßt sich auf die der schiefen Ebene (s. I., §. 162) zurückführen; das vertikal niederziehende Gewicht G der schiefen Ebene ist hier die parallel zur Axe der Schraube wirkende und auf den mit der Mutter in Berührung kommenden Theil der Schraubenfläche vertheilte Last Q, Fig. 295, und die Kraft P der schiefen Ebene ist hier die Umdrehungskraft P_1 der Schraube, welche wir uns zunächst in der Mitte

der Breite der Schraubenfläche angreifend denken können. Ist nun die Schraube flachgängig, und ihr Ansteigen $= \alpha$, der Reibungswinkel aber $= \varrho$, so können wir daher nach I., §. 162 die Umdrehungskraft der Schraubenmutter oder Spindel setzen:

Theorie der flachgängigen Schrauben.

Fig. 295.



$$P_1 = Q\, tang.(\alpha \pm \varrho),$$

wobei das Pluszeichen zu nehmen ist, wenn es darauf ankommt, die Umdrehung der Schraube durch P_1 zu bewirken, und das Minuszeichen, wenn P_1 bloß die Umdrehung der Schraube durch Q verhindern soll.

Giebt man statt des Steigwinkels α den mittleren Schraubenhalbmesser r oder Durchmesser $d = 2r$, und die Ganghöhe h, so hat man

$$tang.\,\alpha = \frac{h}{2\pi r} \text{ und daher}$$

$$P_1 = \frac{tang.\,\alpha \pm tang.\,\varrho}{1 \mp tg.\,\alpha\,.\,tang.\,\varrho} Q = \frac{\frac{h}{2\pi r} \pm \varphi}{1 \mp \varphi \cdot \frac{h}{2\pi r}} Q = \frac{h \pm 2\varphi\pi r}{2\pi r \mp \varphi h} Q$$

$$= \frac{h \pm \varphi\pi d}{\pi d \mp \varphi h} \cdot Q, \text{ wobei } \varphi \text{ den Reibungscoefficienten bezeichnet.}$$

Diese Formel gilt übrigens ebenso gut für zwei- und mehrgängige Schrauben als für eine eingängige Schraube.

Der mittlere Durchmesser d der Schraube bestimmt sich aus dem Durchmesser d_1 der Spindel und aus dem äußeren Durchmesser d_2 der Schraube nach I., §. 171 durch die Formel

$$d = {}^2/_3\, \frac{d_2^3 - d_1^3}{d_2^2 - d_1^2} = \frac{d_2 + d_1}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{6\,(d_2 + d_1)} = a + \frac{b^2}{3a},$$

wenn a das arithmetische Mittel $\frac{d_1 + d_2}{2}$ und b die Gewindbreite oder die halbe Differenz $\frac{d_2 - d_1}{2}$ der Durchmesser d_2 und d_1 bezeichnet.

Meist ist $\frac{b^2}{3a}$ so klein, daß man ohne Bedenken den mittleren Schraubendurchmesser $d = \frac{d_1 + d_2}{2}$, d. i. dem arithmetischen Mittel aus dem inneren und aus dem äußeren Schraubendurchmesser gleichsetzen kann.

Ohne Reibung hätten wir

$$P_1 = Q\, tang.\,\alpha = \frac{h}{2\pi r} Q = \frac{h}{\pi d} Q;$$

Theorie der flachgängigen Schrauben.

es ist folglich der **Wirkungsgrad** einer zur Arbeitsverrichtung dienenden Schraube $\eta = \frac{tang.\,\alpha}{tang.(\alpha + \varrho)}$.

Man sieht, daß der Wirkungsgrad nicht allein für $\alpha = 0$, sondern auch für $\alpha + \varrho = 90^0$, d. i. für $\alpha = 90^0 - \varrho$ unendlich klein wird; bei einem unendlich kleinen Steigwinkel und bei dem Steigwinkel $\alpha = 90^0 - \varrho$, welcher den Reibungswinkel zu einem Rechten ergänzt, ist also die Nutzlast der Schraube nur ein unendlich kleiner Theil der Gesammtlast. Der Wirkungsgrad $\eta = tang.\alpha\, cotg.(\alpha + \varrho)$ ist dagegen ein Maximum für

$$\alpha = \frac{90^0 - \varrho}{2} = 45^0 - \frac{\varrho}{2} \text{ oder für}$$

$cotg. 2\alpha = tang.\varrho = \varphi$ (vergl. II., §. 3), und zwar

$$\eta = \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Für metallene Schrauben ist (nach I., §. 161) der Reibungscoefficient $\varphi = tang.\varrho = 0{,}12$ und daher $\varrho = 6^0{,}51'$; diesem nach ist folglich der Wirkungsgrad einer flachgängigen Schraube ein Maximum für das Ansteigen $\alpha = 45^0 - 3^0{,}25^1/_2{}' = 41^0{,}34^1/_2{}'$, und zwar

$$\eta = (tang. 41^0{,}34^1/_2{}')^2 = 0{,}7869.$$

Bei allen größeren oder kleineren Steigungswinkeln ist also der Wirkungsgrad kleiner. Man ersieht hieraus, daß mit der Anwendung einer Schraube als Zwischen- oder Arbeitsmaschine ein namhafter Verlust an Kraft verbunden ist, und wendet deshalb dieselbe als Arbeitsmaschine auch fast nur bei Präg- und Stoßwerken und zwar da nur mit starkem Ansteigen an.

§. 142. Die Kraft, womit die Schraube umgedreht wird, hat ihren Angriffspunkt nicht in den Schraubengängen selbst, sondern sie wirkt an einem längeren Arme $CA = a$ eines im Kopfe der Schraube Fig. 296, oder am Umfange der Schraubenmutter C, Fig. 299, angebrachten Hebels. Es ist folglich auch das Moment Pa dieser Kraft dem Momente $P_1 r = \frac{P_1 d}{2}$ der im vorigen Paragraphen gefundenen Kraft P_1, welche im Schraubengewinde selbst angreift, gleich zu setzen. Hiernach haben wir also

$$P = \frac{r}{a} P_1$$

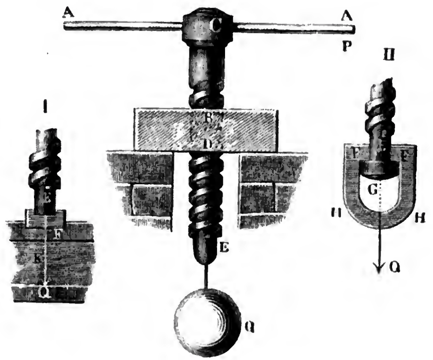
$$= \frac{r}{a} Q\, tang.(\alpha + \varrho)$$

$$= \frac{h \pm \varphi \pi d}{\pi d \mp \varphi h} \cdot \frac{d}{2a} Q.$$

Diese Kraft P wird oft noch vermehrt durch andere Hindernisse, welche sich bei Umdrehung der Schraube einstellen.

Schon wenn die Kraft P einseitig, d. i. nicht an einem doppelarmigen Hebel angreift, stellt sich in der Schraubenmutter eine Seitenreibung ähnlich Theorie der flachgängigen Schrauben.

Fig. 296.



wie bei den einmännischen Haspeln und einschwengeligen Göpeln (s. II., §. 85, Anmerkung) heraus. Ist die Höhe BD der Schraubenmutter $= h_1$, und sind die Abstände der Umdrehungsebene der Kraft von den Grundflächen der Mutter $CB = l_1$ und $CD = l_2$, so haben wir den Druck, mit welchem die Schraube bei B in der Richtung der Kraft wirkt,

$$R_1 = \frac{l_2}{h_1} P,$$

und die, mit welcher sie bei D entgegengesetzt wirkt,

$$R_2 = \frac{l_1}{h_1} P,$$

und es sind daher die entsprechenden Seitenreibungen auf den Kraftpunkt reducirt, im Ganzen,

$$F = \varphi \frac{d_2}{2a}(R_1 + R_2)$$

$$= \varphi \frac{d_2}{2ah_1}(l_1 + l_2) P$$

Wenn sich ferner die Last oder der zu überwindende Widerstand Q nicht mit der Schraube umdreht, wie z. B. in I. und II. zu Fig. 296, so findet auch noch eine Reibung an dem Schraubenende statt, die nach I., §. 171 zu beurtheilen ist. In I. bildet das Schraubenende E einen stehenden Zapfen und dreht sich in einer Pfanne F, während sie den darunter befindlichen Körper mit einer Kraft Q zusammendrückt. Ist r_1 der Halbmesser

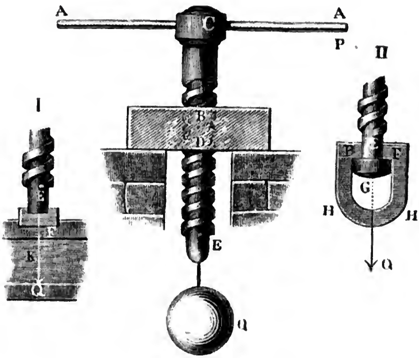
Theorie der flachgängigen Schrauben.

dieses Schraubenendes, so haben wir dem genannten Paragraphen zu Folge, die auf den Kraftpunkt reducirte Reibung zwischen E und F:

$$F_1 = \frac{2}{3} \varphi \frac{r_1}{a} Q.$$

Hängt dagegen die Last Q mittels eines Oehres FH, Fig. 297 II., an

Fig. 297.



dem zu diesem Zwecke mit einem Knopfe G ausgerüsteten Schraubenende E, und sind die Halbmesser der ringförmigen Berührungsfläche FF des Knopfes G, r_1 und r_2, so haben wir die auf den Kraftpunkt A reducirte Reibung auf dieser Fläche: $F_1 = \frac{2}{3} \left(\frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}\right) \cdot \frac{\varphi Q}{a}$.

Beispiel. Welche Kraft P ist zum Umdrehen einer Schraube nöthig, um damit eine Last Q von 1600 Pfund zu heben, wenn diese Schraube die Spindelstärke $d_1 = 0{,}025 \sqrt{1600} = 1$ Zoll und die Ganghöhe $h = \frac{1}{3} d_1 = \frac{1}{3}$ Zoll hat? Es ist hiernach für den Steigwinkel α:

$$tang.\, \alpha = \frac{h}{\pi d_1} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}3183 = 0{,}1061, \text{ also } \alpha = 6^0{,}3'.$$

Wenn man den Reibungswinkel $\varrho = 6^0{,}51'$ annimmt, so hat man daher die Umdrehungskraft $P_1 = Q\, tang. (\alpha + \varrho) = 1600\, tang.\, 12^0{,}54' = 366{,}4$ Pfund. Ist nun der Hebelarm der Kraft $CA = a = 16$ Zoll, und dagegen die äußere Schraubenstärke $d_2 = \frac{5}{4} d_1 = \frac{5}{4}$ Zoll, also die mittlere Schraubenstärke

$$d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{9}{8} \text{ Zoll.}$$

so hat man die nöthige Kraft am Schwengel

$$P = \frac{d}{2a} P_1 = \frac{9}{16 \cdot 16} \cdot 366{,}4 = 12{,}88 \text{ Pfund.}$$

Wirkt diese Kraft einseitig, so ist noch eine Seitenreibung zu überwinden, welche durch den Ausdruck $F_1 = \varphi \frac{d_2}{2 a h_1} (l_1 + l_2) P$ bestimmt wird. Ist nun die Höhe der Schraubenmutter $BD = h_1 = {}^8/_5\, d_1 = {}^8/_5$ Zoll, und der Abstand der Schraubenmutter von der Kraftebene, $CB = l_1 = 15$ Zoll, also $CD = l_2 = 16^3/_5$ Zoll, und setzen wir den Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}15$, so haben wir Theorie der flachgängigen Schrauben.

$$F = 0{,}15 \frac{5 \,.\, 31{,}6}{8 \,.\, 16 \,.\, {}^8/_5} \cdot P = 0{,}116 \,.\, P.$$

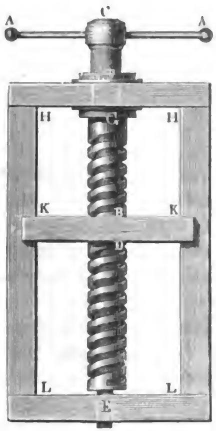
Es ist also dann $P = 0{,}116 P + 12{,}88$, und daher die Kraft am Schwengel

$$P = \frac{12{,}88}{0{,}884} = 14{,}57 \text{ Pfund}.$$

Wenn die Kraft an beiden Enden des Schwengels zugleich angreift und gleich stark wirkt, so fällt der letzte Zuwachs weg, es ist also dann an jedem Ende nur die Kraft $\frac{12{,}88}{2} = 6{,}44$ Pfund nöthig.

§. 143. Bei den Entwickelungen des vorigen Paragraphen haben wir angenommen, daß die Schraubenspindel umgedreht wird und sich auch in ihrer Axenrichtung fortbewegt; jetzt wollen wir auch noch den Fall in Betracht ziehen, wenn die Schraubenmutter BD durch die sich umdrehende Schraubenspindel CE, Fig. 298, fortgeschoben wird. Um das Fortschieben der letzteren zu verhindern, begrenzt man den cylindrischen Hals derselben durch zwei sich gegen das Lager HH stemmende Stoßscheiben F und G, und um das Umdrehen der Schraubenmutter zu beseitigen, giebt man der Mutter die Gestalt eines Armes KK und läßt die Enden desselben in Leitungen HL, HL gehen.

Fig. 298.



Die Kraft P an dem Hebelarme $CA = a$ der Schraube hat dann außer der an der Mutter KK angreifenden Last Q und ihrer Reibung in der Mutter BD noch die Reibung der einen Stoßscheibe F oder G auf ihrer Lagerplatte und die Reibung der Armenden K und K in ihrer Führung zu überwinden. Es ist die letzte Reibung

$$F = \varphi_1 \frac{d}{2 a_1} P_1,$$

wenn a_1 die Arm- oder halbe Länge BK der Mutter und φ_1 den Coefficienten der Reibung an der Führung HL bezeichnet; daher haben wir zunächst

$$P_1 = (Q + F)\, tang. (\alpha + \varrho), \text{ oder}$$

Theorie der flachgängigen Schrauben.

$$P_1\left(1 - \varphi_1 \frac{d}{2a_1} tang.(\alpha + \varrho)\right) = Q\, tang.(\alpha + \varrho),$$

d. i. $$P_1 = \frac{Q\, tang.(\alpha + \varrho)}{1 - \varphi_1 \frac{d}{2a_1} tang.(\alpha + \varrho)}.$$

Sind noch r_1 und r_2 die Halbmesser der Reibungsfläche F oder G zwischen der Schraube und dem Gestelle HH, so haben wir das Moment der Reibung an dieser Fläche:

$$\varphi (Q + F) \,.\, \tfrac{2}{3} \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2},$$

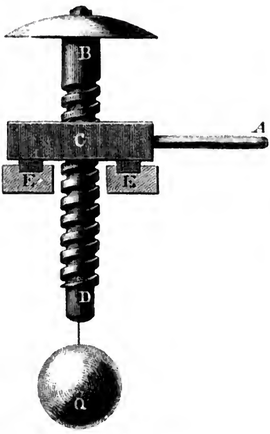
und es ist daher das Moment der am Hebelarme $CA = a$ wirkenden Umdrehungskraft P:

$$Pa = \frac{P_1 d}{2} + \varphi (Q + F) \,.\, \tfrac{2}{3} \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}$$
$$= \left(\frac{d}{2} + \tfrac{2}{3} \varphi \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2} cotg.(\alpha + \varrho)\right) P_1,$$

und die gesuchte Umdrehungskraft

$$P = \frac{\frac{d}{2} tang.(\alpha + \varrho) + \tfrac{2}{3} \varphi \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}}{1 - \varphi_1 \frac{d}{2a_1} tang.(\alpha + \varrho)} \,.\, \frac{Q}{a}.$$

Fig. 299.



Wenn die Schraubenspindel BD, Fig. 299, mit der daran hängenden Last Q durch Umdrehung der Mutter eines Hebels $CA = a$ empor gehoben wird, so ist außer der bekannten Reibung in den Gewinden noch besonders die Reibung der Ringfläche EE der Mutter auf ihrer Pfanne zu überwinden. Sind wieder r_1 und r_2 die Halbmesser dieser Ringfläche, so haben wir das Moment dieser Reibung

$$\varphi Q \,.\, \tfrac{2}{3} \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}$$

und daher zu setzen:

$$Pa = \frac{Qd}{2} \, tang.\,(\alpha + \varrho) + {}^2\!/_3\, \varphi\, Q \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}, \text{ folglich}$$ Theorie der flachgängigen Schrauben.

$$P = \left(\frac{d}{2} \, tang.(\alpha + \varrho) + {}^2\!/_3\, \varphi \, . \, \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}\right) \frac{Q}{a}.$$

Wenn die Kraft nur an einem Arme wirkt, so haben wir überdies noch eine Seitenreibung φP in den Schraubengängen, weshalb dann

$$P = \left(\frac{d}{2} \, tang.(\alpha + \varrho) + {}^2\!/_3\, \varphi \, . \, \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}\right) \frac{Q}{a - \varphi \frac{d}{2}}$$

zu nehmen ist.

Beispiel. Welche Last Q kann durch die Schraube BD in Fig. 299 gehoben werden, wenn die Kraft $P = 30$ Pfund an einem Hebelarme $CA = 20$ Zoll wirkt, wenn ferner das Ansteigen dieser Schraube $\alpha = 10$ Grad und die mittlere Schraubenstärke $d = 2$ Zoll beträgt, und wenn die Halbmesser der Reibungsfläche der Mutter, $r_1 = 5$ und $r_2 = 3\frac{1}{2}$ Zoll betragen?

Setzen wir den Reibungswinkel $\varrho = 7^0$ und den Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}125$, so erhalten wir

$$\frac{d}{2} \, tang.\,(\alpha + \varrho) = 1 \, . \, tang.17^0 = 0{,}3057,$$

$${}^2\!/_3\, \varphi \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2} = {}^2\!/_3 \, . \, 0{,}125 \, . \, \frac{125 - 42{,}875}{25 - 12{,}25} = 0{,}5368 \text{ und}$$

$$a - \varphi \frac{d}{2} = 20 - 0{,}125 \, . \, 1 = 19{,}875; \text{ daher die Last}$$

$$Q = \frac{\left(a - \varphi \frac{d}{2}\right) P}{\frac{d}{2} \, tang.\,(\alpha + \varrho) + {}^2\!/_3\, \varphi \, . \, \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}}$$

$$= \frac{19{,}875 \, . \, 30}{0{,}3057 + 0{,}5368} = \frac{596{,}25}{0{,}8425} = 707{,}7 \text{ Pfund.}$$

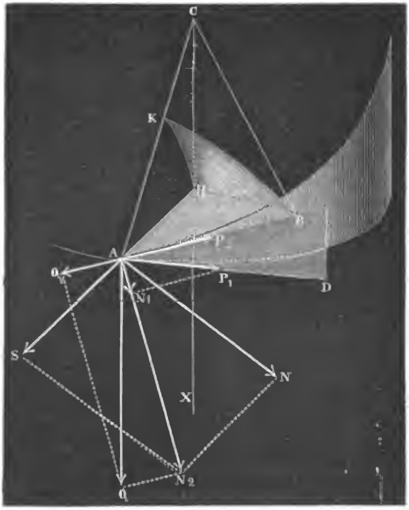
Diese Last fällt hier wegen der großen Reibung an der Grundfläche der Schraubenmutter verhältnißmäßig so sehr klein aus. Ohne diese Reibung wäre

$$Q = \frac{596{,}25}{0{,}3057} = 1950 \text{ Pfund.}$$

§. 144. Die scharfgängige Schraube, oder die Schraube mit triangulärem Gewinde giebt mehr Reibung als die flachgängige Schraube, weil hier wegen der Schrägheit der Schraubenfläche ein größerer Normaldruck zwischen den Gewinden vorkommt, als bei den Schrauben mit rectangulären Gewinden. Setzen wir auch die Kraft oder Last Q, parallel zur Axe CX, Fig. 300 (auf folgd. Seite), $AQ = Q$, ferner die Umdrehungskraft im Mittel der Schraubgewinde, $AP_1 = P_1$ und das Ansteigen der Gewinde, $BAD = \alpha$, und bezeichnen wir die Neigung der Erzeugungslinie CA der Schraubenfläche gegen die Basis der Schraube, $CAH = \beta$. Legen wir zunächst durch den Punkt A, in welchem wir uns die Kräfte wirksam denken können, eine Tangentialebene an den die Schraube begrenzenden Cylinder, und ziehen wir in dieser Ebene eine Linie AN_2 winkelrecht Theorie der scharfgängigen Schraube.

Theorie der scharfgängigen Schraube. auf die Tangente AB der Schraubenlinie. Nun zerlegen wir beide Kräfte P_1 und Q in Seitenkräfte P_2 und Q_2 parallel, und in Seitenkräfte N_1 und

Fig. 300.



N_2 rechtwinkelig zu AB. Gäbe es nun keine Reibung, so müßte $P_2 = Q_2$, d. i. $P_1 \cos.\alpha = Q \sin.\alpha$, also wie bekannt, $P_1 = Q \tang.\alpha$ sein; wegen der Reibung (F) müssen wir dagegen $P_1 \cos.\alpha = Q \sin.\alpha \pm F$ setzen.

Der Druck $N_1 + N_2 = P_1 \sin.\alpha + Q \cos.\alpha$ ist hier, da die Schraubenfläche von A aus nach der Axe zu dachförmig ansteigt, nicht normal auf diese Fläche, sondern er zerlegt sich in zwei Seitenkräfte $AS = S$ und $AN = N$, wovon die eine radial und die andere rechtwinkelig zur Schraubenfläche wirkt. Da die Last Q um die Axe CX ringsherum auf die Schraubenfläche vertheilt ist, so wirken auch sämmtliche radiale Kräfte wie AS ringsherum um CX und heben sich gegenseitig auf. Dagegen die Normalkräfte, wie N, erzeugen die in Frage stehende Reibung $F = \varphi N$.

Bezeichnen wir den Winkel NAN_2 durch δ, so haben wir, da

$$\angle\, SAN_2 = AN_2N = 90 \text{ Grad ist,}$$

$$AN = \frac{AN_2}{\cos. NAN_2}, \text{ d. i.}$$

$$N = \frac{N_2}{\cos.\delta} = \frac{P_1 \sin.\alpha + Q \cos.\alpha}{\cos.\delta}.$$

Es ist nun noch nöthig, den Winkel δ aus α und β zu bestimmen. Theorie der scharfgängigen Schraube.
Da N_2 rechtwinkelig auf der Ebene BAH, und N rechtwinkelig auf der Ebene BAC steht, so folgt, daß die beiden letzten Ebenen ebenfalls den Winkel $NAN_2 = \delta$ zwischen sich einschließen oder daß der sphärische Winkel B eines aus A beschriebenen sphärischen Dreieckes BHK auch $= \delta$ ist. In diesem sphärischen Dreiecke ist ferner die Seite $HK = \beta$, die Seite $BH = 90^0$, und der sphärische Winkel $H = 90^0 - \alpha$, daher giebt die bekannte Formel der sphärischen Trigonometrie

$$cotg. B = \frac{cos. HK \, . \, sin. BH - cos. H \, sin. HK \, cos. BH}{sin. H \, sin. HK},$$

$$cotg. \delta = \frac{cos. \beta \, sin. 90^0 - cos. (90^0 - \alpha) \, sin. \beta \, cos. 90^0}{sin. (90^0 - \alpha) \, sin. \beta}$$

$$= \frac{cos. \beta}{cos. \alpha \, sin. \beta} = \frac{cotg. \beta}{cos. \alpha}, \text{ oder}$$

$$tang. \delta = tang. \beta \, cos. \alpha.$$

Aber $cos. \delta = \frac{1}{\sqrt{1 + tang. \delta^2}}$, daher folgt

$$cos. \delta = \frac{1}{\sqrt{1 + (tang. \beta)^2 (cos. \alpha)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (tang. \beta)^2 \cdot \frac{1}{1 + (tang. \alpha)^2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{1 + (tang. \alpha)^2}}{\sqrt{1 + (tang. \alpha)^2 + (tang. \beta)^2}}.$$

Hiernach bestimmt sich nun die Reibung der Schraube

$$F = \varphi N = \frac{\varphi (P_1 sin. \alpha + Q cos. \alpha) \sqrt{1 + (tang. \alpha)^2 + (tang. \beta)^2}}{\sqrt{1 + (tang. \alpha)^2}}$$

$$= \varphi \, cos. \alpha \, (P_1 \, sin. \alpha + Q \, cos. \alpha) \sqrt{1 + (tang. \alpha)^2 + (tang. \beta)^2},$$

und es ist daher die Kraftformel für die scharfgängige Schraube

$$P_1 cos \, \alpha = Q \, sin. \alpha \pm \varphi \, cos. \alpha \, (P_1 sin. \alpha + Q \, cos. \alpha) \sqrt{1 + (tang. \alpha)^2 + (tang. \beta)^2},$$

oder

$$P_1 [1 \mp \varphi \, sin. \alpha \sqrt{1 + (tang. \alpha)^2 + (tang. \beta)^2}]$$
$$= Q [tang. \alpha \pm \varphi \, cos. \alpha \sqrt{1 + (tang. \alpha)^2 + (tang. \beta)^2}].$$

Es ist folglich

$$P_1 = \frac{Q [tang. \alpha \pm \varphi \, cos. \alpha \sqrt{1 + (tang. \alpha)^2 + (tang. \beta)^2}]}{1 \mp \varphi \, sin. \alpha \sqrt{1 + (tang. \alpha)^2 + (tang. \beta)^2}}.$$

Ist d der mittlere Schraubendurchmesser und a der Hebelarm, woran

Theorie der scharfgängigen Schraube.

die Kraft P wirkt, so hat man $Pa = P_1 \frac{d}{2}$, daher

$$P = \frac{d}{2a} P_1, \text{ d. i.}$$

$$P = \frac{d}{2a} Q \frac{[tang.\alpha \pm \varphi \cos.\alpha \sqrt{1 + (tang.\alpha)^2 + (tang.\beta)^2}]}{1 \mp \varphi \sin.\alpha \sqrt{1 + (tang.\alpha)^2 + (tang.\beta)^2}}$$

Die scharfgängigen Schrauben werden wegen ihrer größeren Reibung vorzüglich nur als Befestigungsmittel angewendet, und haben dann nur ein kleines Ansteigen α. Daher können wir für sie auch annähernd

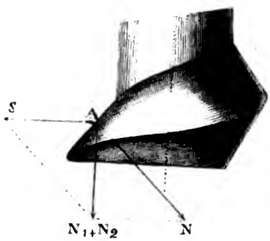
$$P = \frac{tang.\alpha \pm \varphi \cos.\alpha \sqrt{1 + (tang.\beta)^2}}{1 \mp \varphi \sin.\alpha \sqrt{1 + (tang.\beta)^2}} \cdot \frac{d}{2a} Q$$

$$= \frac{tang.\alpha \,.\, \cos.\beta \pm \varphi \cos.\alpha}{\cos.\beta \mp \varphi \sin.\alpha} \cdot \frac{d}{2a} Q$$

$$= \frac{tang.\alpha \cos.\beta \pm \varphi}{\cos.\beta \mp \varphi\, tang.\alpha} \cdot \frac{d}{2a} Q$$

$$= \frac{h \cos.\beta \pm \varphi \pi d}{\pi d \cos.\beta \mp \varphi h} \cdot \frac{d}{2a} Q \text{ setzen.}$$

Fig. 301.



Diese Formel ergiebt sich auch unmittelbar, wenn man den Normaldruck AN, Fig. 301,

$$N = \frac{(N_1 + N_2)}{\cos.\beta}$$

$$= \frac{P_1 \sin.\alpha + Q \cos.\alpha}{\cos.\beta}$$

setzt.

Beispiel. Für eine scharfgängige Schraube mit dem Ansteigen $\alpha = 6^0,3'$ und dem Neigungswinkel $\beta = 45^0$ ist

$\sqrt{1 + (tang.\alpha)^2 + (tang.\beta)^2} = \sqrt{1 + (0,106)^2 + 1} = \sqrt{2,0112} = 1,418;$ nimmt man noch den Reibungscoefficienten $\varphi = 0,12$ an, so hat man

$$\varphi \cos.\alpha \sqrt{1 + (tang.\alpha)^2 + (tang.\beta)^2} = 0,12 \,.\, 0,9944 \,.\, 1,418 = 0,1691$$

und $\varphi \sin.\alpha \sqrt{1 + (tang.\alpha)^2 + (tang.\beta)^2} = 0,12 \,.\, 0,1054 \,.\, 1,418 = 0,0179.$ Soll nun mittels dieser Schraube eine Last Q von 1600 Pfund gehoben werden, und hierbei die Kraft an einem Hebelarme $a = 16$ Zoll wirken, während die Schraube selbst nur die mittlere Stärke $d = \frac{9}{8}$ Zoll hat, so hat man die Kraft $P = \frac{0,1060 + 0,1691}{1 - 0,0179} \cdot \frac{9}{16 \,.\, 16} \cdot 1600 = \frac{0,2751}{0,9821} \cdot \frac{900}{16} = 15,76$ Pfund, während wir für eine flachgängige Schraube unter übrigens gleichen Umständen im Beispiele zu §. 142, P nur $= 12,88$ Pfund gefunden haben.

Die Näherungsformel

$$P = \frac{tang.\alpha\, cos.\beta + \varphi}{cos.\beta - \varphi\, tang.\alpha} \cdot \frac{d}{2a} Q$$

giebt uns diese Kraft

$$P = \frac{0{,}106\ .\ 0{,}7071 + 0{,}12}{0{,}7071 - 0{,}12\ .\ 0{,}106} \cdot \frac{900}{16} = 15{,}79 \text{ Pfund.}$$

§. 145. Wenn schon die flachgängigen Schrauben wegen ihrer großen Reibung sich nicht gut zur Fortpflanzung oder Ausübung einer mechanischen Arbeit eignen, so sind die Schrauben mit scharfgängigen Gewinden hierzu noch unvortheilhafter zu gebrauchen. Anders ist es aber in allen den Fällen, wenn die Schrauben als Befestigungsmittel dienen. Hier kommt es darauf an, daß die Schraube oder Schraubenmutter nicht zurückgehe, d. i. durch die Spannkraft Q nicht in Umdrehung gesetzt werde; da nun aber die Reibung jede Bewegung zu verhindern sucht, so ist sie für diese Schrauben vortheilhaft, und es nützen folglich Schrauben mit triangulären Gewinden hier mehr als solche mit rectangulären Gewinden. Schrauben als Befestigungsmittel.

Solche Schrauben, wie z.B. Preßschrauben, Schraubenbolzen u. s. w., erhalten, eben damit sie nicht zurückgehen, schwach ansteigende Gewinde oder kleine Steigwinkel, wir können daher für sie die letzte Näherungsformel mit dem unteren Zeichen

$$P = \frac{h\, cos.\beta - \varphi \pi d}{\pi d\, cos.\beta + \varphi h} \cdot \frac{d}{2a} Q \text{ gebrauchen.}$$

Setzen wir nun hierin $P = 0$, so erhalten wir die Bedingung

$$h\, cos.\beta - \varphi \pi d = 0, \text{ d. i.}$$

$$tang.\alpha = \frac{h}{\pi d} = \frac{\varphi}{cos.\beta} = \frac{tang.\varrho}{cos.\beta},$$

also für flachgängige Schrauben, wo $\beta =$ Null, also $cos.\beta =$ Eins ist,

$$tang.\alpha = tang.\varrho, \text{ d. i.}$$

$$\alpha = \varrho.$$

Flachgängige Schrauben also, bei welchen das Ansteigen der Gewinde noch nicht dem Reibungswinkel gleich ist, gehen nicht zurück, wie groß auch die Spannung Q derselben sei. Bei scharfgängigen Schrauben aus Metall macht man $\beta = 25$ bis 30 Grad und bei solchen aus Holz $\beta = 30$ bis 40 Grad. Nehmen wir die ungünstigen Fälle, setzen wir also für jene Schrauben $\beta = 25$ und für diese $\beta = 30$ Grad, so erhalten wir im

ersten Fall $tang.\alpha = \dfrac{tang.\varrho}{cos.25^0} = 1{,}1034\, tang.\varrho$,

oder auch annähernd $\alpha = 1{,}10\,\varrho$, und im zweiten

$$tang.\alpha = \frac{tang.\varrho}{cos.30^0} = 1{,}16\, tang.\varrho,$$

oder annähernd $\alpha = 1{,}16\,\varrho$.

Schrauben als Befestigungsmittel.

Nimmt man $\beta = 45^0$, so erhält man

$$tang.\,\alpha = \frac{tang.\,\varrho}{cos.\,45^0} = 1{,}41\,tang.\,\varrho,$$

oder annähernd $\alpha = 1{,}41\,\varrho$.

Scharfgängige Schrauben können also 10 bis 41 Procent mehr Steigung erhalten als flachgängige Schrauben. Nach I., §. 161 ist bei trockenem Zustande der Körper und für die Reibung der Ruhe

bei Metall auf Metall $\varphi = 0{,}18$, und hiernach $\varrho = 10^0,12'$,
„ „ „ Holz $\varphi = 0{,}60$, „ „ $\varrho = 30^0,58'$,
„ Holz „ „ $\varphi = 0{,}50$, „ „ $\varrho = 26^0,34'$.

Durch die Reibung der Schraubenköpfe und Schraubenmuttern in den Berührungsflächen mit den Körpern, deren Befestigung dieselben bewirken, wird dem Zurückgehen noch ein besonderes Hinderniß entgegengesetzt. Dagegen wird das Zurückgehen oder Sichumdrehen der Schrauben durch Stöße oder Erschütterungen sehr befördert, indem diese den die Reibung erzeugenden Druck und also auch die der Axenkraft Q entgegenwirkenden Hindernisse auf Augenblicke aufheben.

Um dieses, namentlich durch wiederholte Erschütterungen herbeigeführte Zurückgehen der Schrauben zu verhindern, wendet man entweder sogenannte Gegenmuttern an, oder gebraucht besonders Splinte oder Federn, welche in hierzu angebrachte Löcher oder Einschnitte im Kopfe oder in der Mutter der Schraube eingreifen.

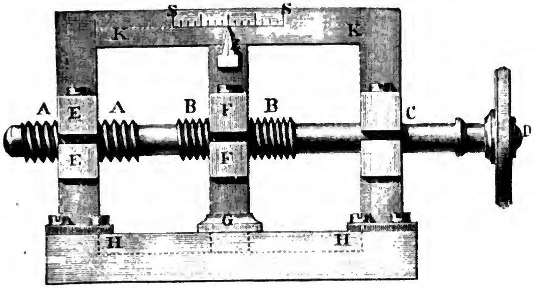
Differenzialschrauben.

§. 146. Ist v die Umfangsgeschwindigkeit der Schraube in der Entfernung des mittleren Halbmessers $r = \frac{d}{2}$ und w die Geschwindigkeit der progressiven Bewegung in der Axenrichtung der Schraube, so gilt das Verhältniß $\frac{w}{v} = tang.\,\alpha = \frac{h}{2\pi r} = \frac{h}{\pi d} = 0{,}3183\,\frac{h}{d}$.

Man kann also hiernach aus einer Umdrehungsbewegung mittels der Schraube jede beliebig langsame Bewegung in der geraden Linie ableiten. Da indessen die Höhe oder Dicke der rectangulären Gewinde der halben und die der triangulären Gewinde der ganzen Gangbreite gleich zu machen sind, so fallen also auch bei sehr kleinen Geschwindigkeitsverhältnissen $\frac{v}{w}$ oder kleinen Steigwinkeln (α) die Dicken der Gewinde sehr klein und vielleicht so klein aus, daß sie nicht die nöthige Haltbarkeit besitzen. Dieser Uebelstand läßt sich aber durch eine Doppelschraube, welche man auch die Differenzialschraube (franz. vis différentielle, vis à double pas de Prony; engl. differential screw, Hunters screw) nennt, beseitigen.

Eine solche Schraube ist in Fig. 302 abgebildet. Die Schraubenspindel *ABC* hat hier zweierlei Gewinde und bewegt sich mit dem einen Gewinde *AA* in einer festen Mutter *EE*, während sie mit dem anderen Gewinde *BB* Differenzial-schraube.

Fig. 302.



eine bewegliche Mutter *FF* fortschiebt. Ist nun h die Ganghöhe der ersten und h_1 die der zweiten Schraube, so wird bei einer Umdrehung mittels des Kopfes *D* die Spindel um h nach der einen und die Mutter *FF* um h_1 nach der entgegengesetzten Axenrichtung fortgeschoben, und man hat daher die absolute Axenbewegung der letzteren:

$$h - h_1 = \pi\,(d\,tang.\,\alpha - d_1\,tang.\,\alpha_1),$$

wenn d und d_1 die mittleren Durchmesser und α und α_1 die Steigwinkel beider Schraubengewinde bezeichnen. Ist daher w die progressive Geschwindigkeit der beweglichen Mutter *FF* und v wieder die mittlere Umdrehungsgeschwindigkeit der Schraubenspindel, so giebt die Proportion

$$\frac{w}{v} = \frac{h - h_1}{\pi d},$$

welcher zufolge die Geschwindigkeit w der Differenz der Ganghöhen proportional ist.

Die Mutter *FF* trägt einen Querarm *GZ*, dessen Enden in Falzen *HH* und *KK* laufen; und wenn diese Vorrichtung als Micrometerschraube dienen soll, so ist noch an das eine Ende dieses Querarmes ein Zeiger *Z* angebracht, welcher an einer festen Scala *SS* hinläuft, deren Theile durch den Zeiger weiter eingetheilt werden. Wenn z. B. die Ganghöhen $h = 1$ Linie und $h_1 = 0{,}9$ Linie betragen, so kommt auf jede Umdrehung der Schraube $h - h_1 = 0{,}1$ Linie Zeigerbewegung; wäre also die Scala *SS* in Linien getheilt, so gäbe der Zeiger, selbst wenn man nur nach ganzen Umdrehungen zählt, Zehntel der Scalentheile an.

Differenzialschraube. Ist Q die an der Mutter FF angreifende und parallel zur Schraubenaxe wirkende Last, und P die an einem Hebelarm a wirkende Umdrehungskraft, so können wir in dem Falle, wenn die mit den Winkeln α und α_1 ansteigenden Gewinde einerlei mittleren Durchmesser d haben, setzen

$$P = \frac{d}{2a}\,[Q\,tang.(\alpha + \varrho) - Q\,tang.(\alpha_1 - \varrho)]$$
$$= \frac{d}{2a}\,Q\,[tang.(\alpha + \varrho) - tang.(\alpha_1 - \varrho)]$$
$$= \frac{d}{2a}\,Q\,\frac{sin.(\alpha - \alpha_1 + 2\varrho)}{cos.(\alpha + \varrho)\,cos.(\alpha_1 - \varrho)},$$

während bei der einfachen Schraube

$$P = \frac{d}{2a}\,Q\,tang.(\alpha + \varrho) = \frac{d}{2a}\,Q\,\frac{sin.(\alpha + \varrho)}{cos.(\alpha + \varrho)} \text{ ist.}$$

Es ist leicht zu ermessen, daß in Folge der doppelten Reibung die Differenzialschraube einen noch kleineren Wirkungsgrad hat als die einfache Schraube.

Beispiel. Es sei der kleinere Steigwinkel einer Differenzialschraube, $\alpha_1 = 5^0$ und der größere, $\alpha = 10^0, 56'$, ferner der mittlere Durchmesser $d = \frac{9}{8}$ Zoll, der Hebelarm der Kraft $a = 16$ Zoll und die Last $Q = 1600$ Pfund, wie groß ist die Kraft?

Wir setzen hier $\alpha + \varrho = 10^0, 56' + 6^0, 53' = 17^0, 49'$,
und $\alpha_1 - \varrho = 5^0 - 6^0, 53' = -1^0, 53'$, haben hiernach
$tang.(\alpha + \varrho) = 0{,}3214$ und $tang.(\alpha_1 - \varrho) = -0{,}0329$;
es ist folglich die nöthige Kraft

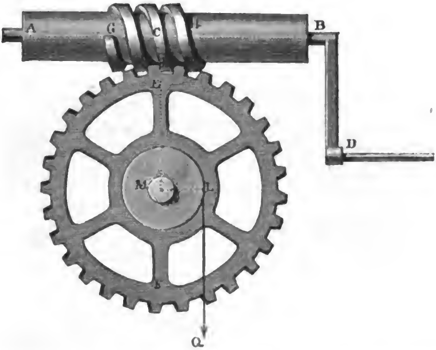
$$P = (0{,}3214 + 0{,}0829)\cdot\frac{9.1600}{16.16} = 0{,}3543\cdot\frac{900}{16} = 19{,}93 \text{ Pfund.}$$

Nach dem Beispiele zu §. 142 fordert die einfache Schraube mit rectangulären Gängen bei derselben Ganghöhe, $P = 12{,}88$, und nach dem Beispiele zu §. 144, die mit triangulären Gängen, $P = 15{,}79$ Pfund.

Schraube ohne Ende. §. 147. Es ist nicht nöthig, daß die Schraube mit einer Mutter versehen sei, man kann auch eine Schraubenspindel zwischen die Zähne einer gezahnten Stange oder eines gezahnten Rades greifen lassen, und das letztere durch Umdrehung der Schraube in Bewegung setzen. Es gehört hierher vorzüglich die Schraube ohne Ende (franz. vis sans fin; engl. endless screw). Diese Vorrichtung kommt vorzüglich dann zur Anwendung, wenn eine sanfte oder langsame Kreisbewegung erstrebt wird, oder wenn eine große Last mittels einer kleinen Umdrehungskraft gehoben werden soll. Diese Maschine besteht aus einer durch eine Kurbel BD oder ein Rad in Umdrehung gesetzten Schraubenspindel oder Schnecke AB, Figur 303, (franz. serpe; engl. worm) und aus einem gezahnten Rade EF, dessen Zähne zwischen die Gewinde der Schraube GH greifen. Während der Umdrehung der Schraube schieben die Schraubengewinde die Zähne des

Rades in der Axenrichtung der Schraube fort, und setzen dadurch das Rad in Umdrehung, an dessen Welle ML eine Last Q wirkt. Um ein vollkommenes Eingreifen zu erzielen, läßt man die Seitenflächen der Zähne nicht Schraube ohne Ende.

Fig. 303.



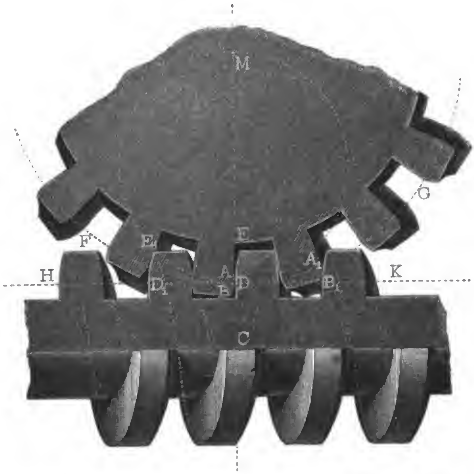
rechtwinkelig auf der Stirnfläche des Rades stehen, sondern schrägt dieselben so ab, daß sie die Schraubengewinde genau wie Gewindestücke einer Schraubenmutter längs ihrer Breite berühren. Auch erhalten zu diesem Zwecke die Zähne concave, die Schraubenspindel umschließende Kopfflächen.

Durchschneidet man die Schraube ohne Ende mittels einer Ebene durch die Axe AB der Schnecke und rechtwinkelig durch die Axe M des Zahnrades, so erhält man den einer gezahnten Stange ähnlichen Querschnitt der Schraube, und es lassen sich daher auch die Querprofile der Zähne und Schraubengänge wie die einer gezahnten Stange mit Rad (s. III., §. 82) construiren. Behält man Schraubengewinde mit rectangulärem Querschnitte bei, so erhalten, eben genanntem Paragraphen zu Folge, die Querprofile der Radzähne die Kreisevolventenform und es beginnt erst dann der Angriff, wenn der Zahn in die Centralebene rechtwinkelig zur Schneckenaxe AB tritt; man kann aber auch den Schraubengewinden ein Cycloidenprofil geben, und dann beginnt der Eingriff ebensoviel vor der Centrallinie ME als er hinter derselben sich endigt.

Die Construction einer Schraube ohne Ende mit nach der Cycloide abgerundeten Schraubengewinden und mit nach der Kreisevolvente abgerundeten Zähnen führt Fig. 304 (auf umstehender Seite) in einem Längendurchschnitt vor Augen. Es ist hier FAG der Theilkreis des Zahnrades, ferner HK die Theillinie des Schraubengewindes und AM der Erzeugungskreis der Cycloide. Durch Wälzung des Bogens AE_1 auf DH ergiebt sich der

Schraube ohne Ende. Cycloidenbogen $E_1 D_1 = ED$ für das Querprofil der Schraubengewinde, und durch das Wälzen der Geraden DB_1 auf den Theilkreisbogen DG stellt sich der Evolventenbogen $B_1 A_1 = BA$ für das Querprofil der Radzähne heraus. Leicht ist nun zu ermessen und übrigens auch schon aus dem Frü-

Fig. 304.



heren bekannt, daß bei Umdrehung der Schraube zuerst der Punkt D des Schraubengewindes an dem Bogen $B_1 A_1 = BA$ des Zahnes und nachher der Punkt A des letzteren an dem Bogen $D_1 E_1 = DE$ des ersteren hingleitet.

Was die Hauptdimensionen der Schraube ohne Ende anlangt, so bestimmt man aus der gegebenen Leistung, der Umdrehungszahl u dem Halbmesser r des Zahnrades nach III., §. 48 und 49, zunächst die Dimensionen der Radzähne, namentlich aber die Zahnstärke b, welcher man dann die Gewindstärke gleichsetzt. In der Regel hat die Schraube nur ein Gewinde, und es läßt sich daher die Theilung oder Ganghöhe derselben $h = 2{,}1\, b$ setzen. Giebt man nun noch den Steigwinkel α der Schraube, so kann man nun den mittleren Halbmesser $CD = r$ der Schraube durch die Formel

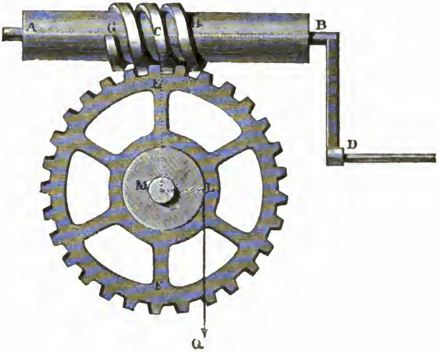
$$r = \frac{h}{2\pi\, tang.\, \alpha} = \frac{h}{2\pi} cotg.\, \alpha = 0{,}15915\, h\, cotg.\, \alpha \text{ berechnen.}$$

Giebt man statt α, das Verhältniß $n_1 = \dfrac{d}{h} = \dfrac{2r}{h}$ (s. §. 140), so hat man einfacher $r = \dfrac{d}{2} = \dfrac{n_1 h}{2}$.

Meist nimmt man $\frac{d}{h} = 6$, und daher $r = \frac{d}{2} = 3h = 6{,}3\,b$. Schraube ohne Ende.

§. 148. Die Verhältnisse zwischen Kraft und Last an der Schraube ohne Ende ist, wie folgt, zu finden. Es sei der Hebelarm BD, Fig. 305, der Kraft $P = a_1$, und der Hebelarm ML der Last $Q = b_1$, und es sei die

Fig. 305.



Anzahl der Zähne des Rades $= n$. Hat nun die Schnecke nur ein Gewinde, so dreht sich bei jeder Umdrehung derselben das Rad um einen Zahn, und es ist folglich der entsprechende Weg der Last $= \frac{2\pi b_1}{n}$. Setzen wir die Arbeit der Kraft gleich der der Last, so erhalten wir die Bedingung

$$P.2\pi a_1 = Q\cdot\frac{2\pi b_1}{n}\cdot \text{ d. i. } \frac{P}{Q} = \frac{b_1}{n a_1}.$$

Ist v die Geschwindigkeit von P und w die von Q, so haben wir natürlich umgekehrt $\frac{v}{w} = \frac{Q}{P} = \frac{n a_1}{b_1}$.

Bei einer Schraube mit m Gewinden rückt dagegen während einer Umdrehung der Schnecke das Rad um m Zähne $= \frac{m}{n}$ des Umkreises fort, daher ist hier $P.2\pi a_1 = Q.2\pi b_1\cdot\frac{m}{n}$, folglich

$$\frac{P}{Q} = \frac{w}{v} = \frac{m b_1}{n a_1}.$$

Die Kraft $P = \frac{m}{n}\cdot\frac{b_1}{a_1}\,Q$ wird durch die Reibungen und namentlich

Schraube ohne Ende. durch die Reibung zwischen den Zähnen und Gewinden namhaft vergrößert. Wenn wir bei dem letzten Widerstande die radiale Bewegung an den Zahnflächen unbeachtet lassen und nur den weit größeren Reibungsweg längs der Schraubengewinde in Betracht ziehen, so können wir die Reibung an den Schraubengewinden gleich der einer Schraube mit Mutter und daher nach §. 142

$$P = \frac{r}{a_1} \cdot \frac{h + 2\varphi\pi r}{2\pi r - \varphi h} \cdot \frac{b_1}{r_1} Q$$
$$= \frac{h + 2\varphi\pi r}{2\pi r - \varphi h} \cdot \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b_1}{a_1} Q \text{ setzen,}$$

wobei r den mittleren Schrauben- und r_1 den mittleren Zahnradhalbmesser bezeichnen.

Hat die Schnecke nur ein Gewinde, so ist $h = \frac{2\pi r_1}{n}$, und dann läßt sich einfacher $P = \frac{r_1 + \varphi n r}{n r - \varphi r_1} \cdot \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b_1}{a_1} Q$ schreiben.

Für eine Schnecke mit m Gewinden ist dagegen $h = \frac{m}{n} \cdot 2\pi r_1$,

und daher $$P = \frac{m r_1 + \varphi n r}{n r - \varphi m r_1} \cdot \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b_1}{a_1} Q.$$

Nur in seltenen Fällen setzt man die Schraube durch ein Zahnrad in Umdrehung; es hat die Schraube ein starkes Ansteigen und besteht dann meist aus mehreren Gewinden. Für diesen Fall ist natürlich

$$P = \frac{m r_1 - \varphi n r}{n r + \varphi m r_1} \cdot \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b_1}{a_1} Q, \text{ oder}$$
$$Q = \frac{n r_1 + \varphi m r}{m r - \varphi n r_1} \cdot \frac{r}{r_1} \cdot \frac{a_1}{b_1} P.$$

Beispiel. Es soll mittels einer Schraube ohne Ende eine Last Q von 2000 Pfund gehoben werden, wie groß ist die hierzu nöthige Kraft, wenn die Last am Hebelarme $b_1 = 10$ Zoll und die Kraft am Hebelarme $a_1 = 18$ Zoll wirkt und wenn das Zahnrad einen Halbmesser r_1 von 20 Zoll hat? Es ist hier die Kraft zwischen den Zähnen $K = \frac{b_1}{r_1} Q = {}^{10}/_{20} \cdot 2000 = 1000$ Pfund, und daher nach §. 48 die erforderliche Stärke der gußeisernen Zähne, so wie die der Gewinde $b = 0{,}03 \sqrt{K} = 0{,}03 \sqrt{1000} = 0{,}03 \cdot 31{,}62 = 0{,}95$ Zoll, und daher die Theilung oder Ganghöhe $h = 2{,}1 \cdot b = 2$ Zoll. Nun folgt die Anzahl der Zähne: $n = \frac{2\pi r_1}{h} = 6{,}283 \cdot {}^{20}/_{2} = 62{,}83$, wofür wir indessen 64 nehmen wollen. Geben wir der Schnecke nur ein Gewinde, und machen wir deren mittleren Halbmesser $r = \frac{d}{2} = 3h = 6$ Zoll, so erhalten wir für das mittlere Ansteigen derselben

$$tang.\, \alpha = \frac{h}{\pi d} = \frac{2}{\pi \cdot 12} = \frac{0{,}3183}{6} = 0{,}05305, \text{ d. i. } \alpha = 3^0\, 2'.$$

Ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse wäre nun — Schraube ohne Ende.

$$\frac{P}{Q} = \frac{w}{v} = \frac{b_1}{na_1} = \frac{10}{64\,.\,18} = {}^5/_{576} = 0{,}00868,$$

folglich die Kraft $P = 0{,}00868\,Q = 0{,}00868\,.\,2000 = 17{,}36$ Pfund.

Mit Rücksicht auf die Zahnreibung ist, wenn man $\varphi = 0{,}12$ nimmt,

$$P = \frac{r_1 + \varphi n r}{nr - \varphi r_1} \cdot \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b_1}{a_1} Q = \frac{20 + 0{,}12\,.\,64\,.\,6}{64\,.\,6 - 0{,}12\,.\,20} \cdot {}^6/_{20} \cdot {}^{10}/_{18} \cdot 2000$$

$$= \frac{20 + 46{,}08}{384 - 2{,}4} \cdot \frac{1000}{3} = \frac{66080}{1144{,}8} = 57{,}72 \text{ Pfund.}$$

Man ersieht hieraus, daß durch die Reibung zwischen den Zähnen und Schraubengängen die Kraft $\frac{57{,}72}{17{,}36} = 3{,}3$mal vergrößert wird, und daher der Wirkungsgrad dieser Maschine nur $\eta = \frac{1}{3{,}3} = 0{,}30$ ist.

Durch die Reibung an den Zapfen *M*, *A* und *B* steigert sich die Kraft *P* noch um Etwas, wird also η noch mehr herabgezogen.

Soll die Last *Q* auf $s_1 = 50$ Fuß Höhe gehoben werden, so ist der entsprechende Weg des Kraftpunktes *D*:

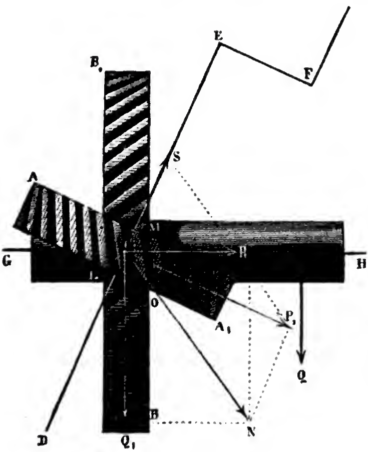
$$s = \frac{v}{w} s_1 = {}^{576}/_5\,.\,50 = 5760 \text{ Fuß},$$

und daher die erforderliche Umdrehungszahl der Schnecke

$$u_1 = \frac{s}{2\pi a_1} = \frac{5760}{36\,\pi} = 50{,}93.$$

§. 149. Mit der Schraube ohne Ende stehen die Schraubenräder oder die Räder mit schiefen Zähnen in genauem Zusammenhange. Ein Schraubenräderwerk besteht im Wesentlichen aus zwei in einandergreifenden Schraubenspindeln; und da sich das Zahnrad der Schraube ohne Ende ebenfalls als eine Schraubenspindel ansehen läßt, deren Gewinde die Zähne dieses Rades bilden, so ist auch die Schraube ohne Ende ein Schraubenräderwerk, und zwar ein solches, wo sich die Umdrehungsebenen unter dem Rechtwinkel schneiden. — Schraubenräder.

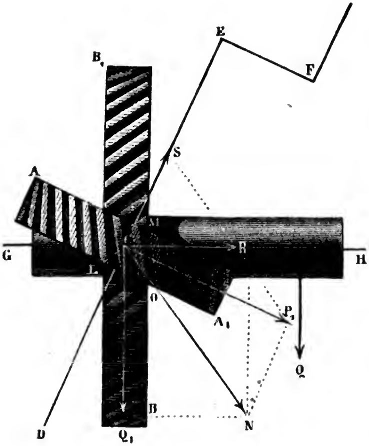
Fig. 306.



Schraubenräder.

Ein Schraubenräderwerk, dessen Umdrehungsebenen einen schiefen Winkel $P_1 C Q_1 = \alpha$ zwischen sich einschließen, ist in Figur 307 abgebildet. Es sind hier $A A_1$ und $B B_1$ die beiden Räder mit schiefen oder Schraubenzähnen, welche um die nicht in einerlei Ebene liegenden Axen DE und GH drehbar sind. Wird nun $A A_1$ durch eine Kraft P, z. B. mittels einer Kurbel EF, in Umdrehung gesetzt, so greifen die (allerdings in der Figur verdeckten) Zähne LM desselben zwischen die Zähne des Rades $B B_1$, und setzen dadurch auch das letztere in Umdrehung, so wie die an der Welle dieses Rades wirkende Last Q in Bewegung.

Fig. 307.



Nehmen wir an, daß die Berührungsfläche LM zwischen den Zähnen im Berührungspunkte um die Winkel $CMA = \alpha$ und $CMB = \alpha_1$ von den Umdrehungsebenen beider Räder abweiche, daß also die Normale CN zu jener Berührungsebene mit diesen Umdrehungsebenen die Winkel $NCP_1 = 90^0 - \alpha$ und $NCQ_1 = 90^0 - \alpha_1$ bilde; bezeichnen wir ferner die Radhalbmesser CA und CB durch r und r_1 und setzen wir den Hebelarm der Kraft P, $EF = a$ und den der Last Q, $= b$. Der Druck N zwischen den Zähnen giebt erstens die Seitenkräfte P_1 und S des Rades $A A_1$, und zweitens auch die Seitenkräfte Q_1 und R der Radwelle BB_1, und von diesen Kräften ist P_1 die Umdrehungskraft von $A A_1$, so wie Q_1 die von $B B_1$, dagegen sind S und R parallel zu den Radaxen wirkende Kräfte, welche keinen directen Einfluß auf die Umdrehung ausüben, sondern nur die Zapfenreibungen vergrößern.

Wir haben, unserer Bezeichnung entsprechend,

$$P_1 = N \cos. NCP_1 = N \sin. \alpha \text{ und}$$
$$Q_1 = N \cos. NCQ_1 = N \sin. \alpha_1;$$

folglich ist $\frac{P_1}{Q_1} = \frac{\sin. \alpha}{\sin. \alpha_1}$;

aber es ist auch $P_1 = \frac{a}{r} P$ und $Q_1 = \frac{b}{r_1} Q$, Schraubenräder.

daher haben wir, wenn von allen Nebenhindernissen abgesehen wird,

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{a r_1 P}{b r Q}, \text{ und folglich}$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{b r}{a r_1} \cdot \frac{P_1}{Q_1} = \frac{b r \sin. \alpha}{a r_1 \sin. \alpha_1}, \text{ also}$$

$$P = \frac{r \sin. \alpha}{r_1 \sin. \alpha_1} \cdot \frac{b}{a} Q.$$

Stehen die Radebenen winkelrecht auf einander, so hat man $\alpha + \alpha_1 = 90^0$, daher $\sin. \alpha_1 = \cos. \alpha$ und $\frac{\sin. \alpha}{\sin. \alpha_1} = \frac{\sin \alpha}{\cos. \alpha} = tang. \alpha$, folglich ist hier die Kraft $P = \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b}{a} Q \, tang. \alpha$, wie bei der Schraube ohne Ende.

Will man diese Kraft mit Berücksichtigung der Reibung bestimmen, so hat man die Seitenkraft nicht in der Normale, sondern um den Reibungswinkel ϱ davon abweichend anzunehmen, weshalb nun auch

$$P_1 = N \sin. (\alpha + \varrho) \text{ und}$$

$$Q_1 = N \sin. (\alpha_1 - \varrho) \text{ zu setzen ist.}$$

Deshalb erhalten wir hier

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{a r_1 P}{b r Q} = \frac{\sin. (\alpha + \varrho)}{\sin. (\alpha_1 - \varrho)}, \text{ und daher}$$

$$P = \frac{r \sin. (\alpha + \varrho)}{r_1 \sin. (\alpha_1 - \varrho)} \cdot \frac{b}{a} Q.$$

Schließen die beiden Umdrehungswinkel den Rechtwinkel zwischen sich ein, ist also $\alpha + \alpha_1 = 90^0$, so hat man

$\sin. (\alpha_1 - \varrho) = \sin. [90^0 - (\alpha + \varrho)] = \cos. (\alpha + \varrho)$ und daher

$$P = \frac{r \sin. (\alpha + \varrho)}{r_1 \cos. (\alpha + \varrho)} \frac{b}{a} Q = \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b}{a} Q \, tang. (\alpha + \varrho),$$

wie bei der Schraube ohne Ende.

Nehmen wir dagegen $\alpha_1 = 180^0 - \alpha$, so haben wir es mit bloßen Stirnrädern mit Schraubenzähnen (s. III., §. 57) zu thun, und es stellt sich hier $P = \frac{r \sin. (\alpha + \varrho)}{r_1 \sin. [180^0 - (\alpha + \varrho)]} \cdot \frac{b}{a} Q = \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b}{a} Q$ heraus, so daß also hier die Reibung ganz ausfällt.

Ein Hauptübelstand der Schraubenräder besteht in der excentrischen Wirkung der Seitenkräfte S und R, vermöge welcher die Räder nicht allein in ihrer Axenrichtung, sondern auch seitlich auf ihre Lager wirken, und zwar letzteres um so mehr, je kürzer ihre Axen sind.

Schraubenräder.

Sind l und l_1 die Axenlängen beider Räder, von Zapfen zu Zapfen gemessen, so haben wir die in entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte, mit welcher die Welle DE des Rades durch S gegen seine Lager gedrückt wird,

$$S_1 = S_2 = \frac{r}{l} S,$$

und die mit welcher die Welle GH des Rades BB_1 durch R gegen seine Lager gepreßt wird, $R_1 = R_2 = \frac{r_1}{l_1} R.$

Beispiel. Bei einem Schraubenräderwerke ist die Last $Q = 3000$ Pfund, der Hebelarm der Kraft $a = 40$ Zoll und der der Last $b = 15$ Zoll, ferner der Halbmesser des Treibrades $r = 8$ und der des Getriebrades $r_1 = 25$ Zoll, endlich der Winkel, um welchen die Umdrehungsebenen beider Räder von der Zahnaxe abweichen, $\alpha = \alpha_1 = 60^0$, und man sucht die nöthige Kraft P

Ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse ist

$$P = \frac{r \sin. \alpha}{r_1 \sin. \alpha_1} \cdot \frac{b}{a} Q = \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b}{a} Q = {}^8/_{25} \cdot {}^{15}/_{40} \cdot 3000 = 360 \text{ Pfund.}$$

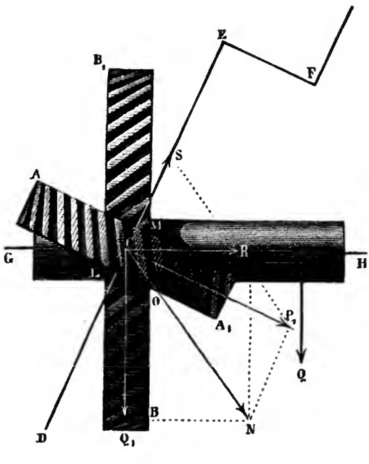
mit Rücksicht auf die Zahnreibung ist, wenn man den Reibungswinkel $\varrho = 7^0$ nimmt,

$$P = \frac{r \sin. (\alpha + \varrho)}{r_1 \sin. (\alpha_1 - \varrho)} \cdot \frac{b}{a} Q = \frac{8 \sin. 67^0}{25 \sin. 53^0} \cdot {}^{15}/_{40} \cdot 3000$$

$$= 360 \cdot \frac{\sin. 67^0}{\sin. 53^0} = 415 \text{ Pfund, es verzehrt also die Zahnreibung}$$

$$\frac{415 - 360}{415} = 0{,}132, \text{ d. i. über 13 Procent der Kraft.}$$

Fig. 308.



§. 150. Die Anordnung eines Schraubenräderwerkes ist, wie folgt, zu vollziehen. Während ein Zahn LM, Fig. 308, arbeitet, rückt das eine Rad um LO und das andere um MO fort, es ist folglich das Verhältniß der Umdrehungsgeschwindigkeiten c und c_1 beider Räder $\frac{c}{c_1} = \frac{LO}{MO} = \frac{\sin. \alpha_1}{\sin. \alpha}$, und daher das Umsetzungsverhältniß oder das Verhältniß der Umdrehungszahl u des einen Rades pro Min. zu der (u_1) des anderen

$$\psi = \frac{u_1}{u} = \frac{30\, c_1}{\pi\, r_1} : \frac{30\, c}{\pi\, r} = \frac{c_1\, r}{c\, r_1} = \frac{r\, sin.\, \alpha}{r_1\, sin.\, \alpha_1}.$$ Schraubenräder.

In der Regel ist ψ gegeben, und daher mittels der letzten Formel aus drei der Größen r, r_1, α und α_1 die vierte zu berechnen. Ist dies geschehen, so kann aus der gegebenen Last Q mittels der obigen Kraftformel die Kraft P und hieraus wieder der Normaldruck zwischen den Zähnen

$$N = \frac{P_1}{sin.\, \alpha} = \frac{a\, P}{r\, sin.\, \alpha}$$ berechnet werden.

Dieser Normaldruck giebt nun die normale Zahndicke nach III., §. 48,

$$b = 0{,}03\, \sqrt{N},$$

und hiernach ist die Theilung am Umfange des Triebrades

$$s = \frac{2{,}1\, b}{sin.\, \alpha}$$

und die am Umfange des Getriebrades

$$s_1 = \frac{2{,}1\, b}{sin.\, \alpha_1}$$ zu bestimmen.

Die Anzahl der Zähne des ersten Rades ist nun

$$n = \frac{2\, \pi r}{s} = \frac{2\, \pi\, r\, sin.\, \alpha}{2{,}1\, b},$$ und die des zweiten

$$n_1 = \frac{2\, \pi r_1}{s_1} = \frac{2\, \pi\, r_1\, sin.\, \alpha_1}{2{,}1\, b},$$

folglich das Verhältniß der Zähnezahlen:

$$\frac{n}{n_1} = \frac{r\, sin.\, \alpha}{r_1\, sin.\, \alpha_1} = \psi,$$

wie bei den gewöhnlichen Zahnräderwerken.

Daher ist auch das einfache Kraft- oder Geschwindigkeitsverhältniß dieses Räderwerkes:

$$\frac{P}{Q} = \frac{w}{v} = \frac{r\, sin.\, \alpha}{r_1\, sin.\, \alpha_1} \cdot \frac{b_1}{a_1} = \frac{n}{n_1} \cdot \frac{b_1}{a_1} = \frac{1}{\psi} \cdot \frac{b_1}{a_1}.$$

Beispiel. Bei dem im vorigen Beispiele betrachteten Räderwerke, wo $\alpha = \alpha_1 = 60^\circ$ ist, hat man das Umsetzungsverhältniß

$$\psi = \frac{u_1}{u} = \frac{r}{r_1} = \frac{8}{25};$$

sollte dasselbe aber bei denselben Halbmessern $\frac{1}{5}$ werden, so müßte

$$\frac{r\, sin.\, \alpha}{r_1\, sin.\, \alpha_1} = \frac{1}{5}, \text{ also } \frac{sin.\, \alpha}{sin.\, \alpha_1} = \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{8} = \frac{5}{8} \text{ sein.}$$

Nun ist aber $\alpha + \alpha_1 = 120^\circ$, folglich hat man

$$tang.\, \alpha = \frac{5\, sin.\, 120^\circ}{8 - 5\, cos.\, 120^\circ} = \frac{4{,}330}{5{,}5} = 0{,}7873, \text{ also } \alpha = 38^\circ, 13' \text{ und}$$

$$tang.\, \alpha_1 = \frac{8\, sin.\, 120^\circ}{5 - 8\, cos.\, 120^\circ} = \frac{6{,}928}{1} = 6{,}928, \text{ also } \alpha_1 = 81^\circ, 47'.$$

Schraubenräder.

Die Kraft ist bei derselben Last $Q = 3000$ Pfund

$$P = \frac{r\, sin. (\alpha + \varrho)}{r_1\, sin. (\alpha_1 - \varrho)} \cdot \frac{b_1}{a_1} Q = \frac{8\, sin. 45^0, 13'}{25\, sin. 74^0, 47'}\ {}^{15}/_{40} \,.\, 3000$$

$$= 360 \frac{sin. 45^0, 13'}{sin. 74^0, 47'} = 264{,}8 \text{ Pfund};$$

folglich der Normaldruck $N = \frac{a P}{r\, sin.\, a} = \frac{40 \,.\, 264{,}8}{8\, sin.\, 38^0, 13'} = 2140$ Pfund,

und daher die normale Zahndicke $b = 0{,}03 \sqrt{N} = 0{,}03 \sqrt{2140} = 1{,}39$ Zoll.

Nun folgen die Theilungen $s = \frac{2{,}1\, b}{sin.\, \alpha} = \frac{2{,}1 \,.\, 1{,}39}{sin.\, 38^0, 13'} = 4{,}718$,

und $s_1 = \frac{2{,}1\, b}{sin.\, \alpha_1} = \frac{2{,}1 \,.\, 1{,}39}{sin.\, 81^0, 47'} = 2{,}949$ Zoll,

und endlich die entsprechenden Zähnezahlen

$$n = \frac{2 \pi r}{s} = \frac{6{,}283 \,.\, 8}{4{,}718} = 10{,}6 \text{ und}$$

$$n_1 = \frac{2 \pi r_1}{s_1} = \frac{6{,}283 \,.\, 25}{2{,}949} = 53{,}2,$$

wofür $n = 11$ und $n_1 = 55$ zu nehmen sein möchte.

Schlußanmerkung. Eine sehr vollständige praktische Abhandlung über die Schrauben von Karmarsch findet sich im dreizehnten Bande von Prechtl's technologischer Encyclopädie. Ueber die Theorie der Schraube handelt auch Poncelet in seinem Cours de Mécanique appliquée aux machines (deutsch unter dem Titel »Lehrbuch der Anwendung der Mechanik auf Maschinen«), nächstdem auch Navier in seinem Resumé des Leçons sur l'application de la mécanique etc. und Coriolis in seinem Calcul de l'effet des machines. Von den Schraubenrädern spricht Olivier in seiner geometrischen Theorie der Zahnräderwerke. Es ist auch hierüber nachzulesen Willis' Principles of mechanism.

Sechstes Kapitel.

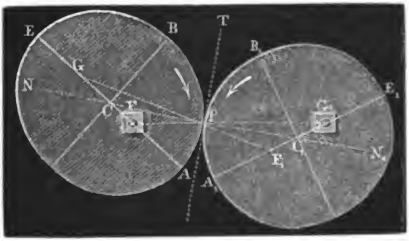
Von den ungewöhnlicheren Zwischenmaschinen oder Hülfsmitteln zur Abänderung der Bewegung.

Elliptische Räder.

§. 151. Wir haben im zweiten Kapitel (III.) nur von denjenigen Räderwerken gehandelt, welche mit einer und derselben unveränderlichen Geschwindigkeit umlaufen; es bleibt uns daher noch übrig auch von den allerdings nur selten vorkommenden Räderwerken mit veränderlicher Umdrehungsgeschwindigkeit zu sprechen. Ziehen wir insbesondere den Fall in Untersuchung, wo ein mit unveränderlicher Winkelgeschwindigkeit umlaufendes Rad ein anderes Rad mit veränderlicher Winkelgeschwindigkeit umtreibt. Es gehören hierher vorzüglich die elliptischen Räderwerke. Dieselben bestehen aus zwei elliptischen Stirnrädern ACB und $A_1 C_1 B_1$, Fig. 309,

welche sich um die entgegengesetzten Brennpunkte F und G_1 drehen. Da bei einer, und also auch bei gleichen Ellipsen, die Summe $PF + PG = PF + PG_1$ der Radienvectoren eines jeden Punktes P unveränderlich, Elliptische Räder.

Fig. 309.



und zwar der großen Axe $AE = A_1 E_1$ gleich ist, und da die Normale PN in jedem Punkte P einer Ellipse den Winkel FPG zwischen diesen Radien halbirt (s. »Ingenieur«, Seite 238), folglich die Normalen PN und PN_1 beider Ellipsen in eine gerade Linie fallen, so werden sich daher beide Ellipsen bei ihrer Drehung stets in einer gemeinschaftlichen Tangente PT berühren.

Sind die Halbaxen $CA = C_1 A_1 = a$ und
$CB = C_1 B_1 = b$, so hat man die Excentricität

$$CF = CG = C_1 F_1 = C_1 G_1 = e = \sqrt{a^2 - b^2},$$

und für die Berührung in A die Drehungshalbmesser $FA = a - e$ und $G_1 A_1 = a + e$, dagegen für die in E, $FE = a + e$ und $G_1 E_1 = a - e$. Nun folgt das Umsetzungsverhältniß oder das Verhältniß der Winkelgeschwindigkeit des Getriebrades $A_1 C_1 B_1$ zu der Winkelgeschwindigkeit des Treibrades ACB (vergl. III., §. 26) für die Berührung in A:

$$\psi_1 = \frac{FA}{G_1 A_1} = \frac{a - e}{a + e},$$

und für die Berührung in E:

$$\psi_2 = \frac{FE}{G_1 E_1} = \frac{a + e}{a - e};$$

und es ist demnach das Verhältniß, in welchem bei einer gleichförmigen Umdrehung des Treibrades die größte Winkelgeschwindigkeit des Getriebrades zur kleinsten Winkelgeschwindigkeit desselben steht,

$$\chi = \frac{\psi_2}{\psi_1} = \frac{a + e}{a - e} : \frac{a - e}{a + e} = \left(\frac{a + e}{a - e}\right)^2.$$

Giebt man die Centraldistanz $FG_1 = d = 2a$ und das Grenzgeschwindigkeitsverhältniß $\chi = \frac{\psi_1}{\psi_2}$, so kann man die erforderliche Excentricität

Elliptische Räder.

berechnen. Es ist $a + e = (a - e)\sqrt{\chi}$ und daher

$$e = \left(\frac{\sqrt{\chi} - 1}{\sqrt{\chi} + 1}\right) a,$$

woraus nun noch die kleine Halbaxe

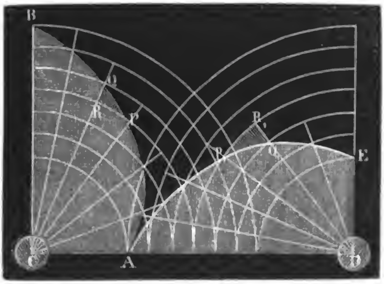
$$b = \sqrt{a^2 - e^2} = \frac{2a\sqrt[4]{\chi}}{\sqrt{\chi} + 1} \text{ folgt.}$$

Beispiel. Soll eine gleichförmig umlaufende Welle eine andere Welle so umbrehen, daß zwar das mittlere Umdrehungsverhältniß bei beiden Wellen eins und dasselbe ist, daß sich aber die Winkelgeschwindigkeit der zweiten Welle bei jeder Umdrehung ein Mal um das Vierfache steigert, und ebenso ein Mal um ebenso viel vermindert, so kann man beide Wellen durch ein elliptisches Zahnrad-vorgelege mit der Excentricität $e = \left(\frac{\sqrt{4} - 1}{\sqrt{4} + 1}\right) a = \frac{a}{3}$ verbinden.

Spiralräder.

§. 152*). Die Spiralräder gestatten noch eine allgemeinere Anwendung als die elliptischen Räder. Auf die Anwendung dieser Räder wird man durch folgende Betrachtung geführt. Es sei ACB, Fig. 310, ein Sector des einen und ADE ein Sector des zweiten Rades, welches von dem ersteren um D gedreht wird, während dieses um C umläuft. Deshalb müssen wir fordern, daß nicht allein die Summe der Entfernungen CP und DP_1 oder CQ und DQ_1 aller in der Centrallinie CD zur Berührung kommenden Punkte P und P_1 oder Q und Q_1 eine constante, d. i.

Fig. 310.



$$CP + DP_1 = CQ + DQ_1 = CA + DA = CD \text{ sei,}$$

sondern auch, daß die Tangentenwinkel RPQ und $R_1 P_1 Q_1$ an diesen Punkten (P, P_1) gleich groß und entgegengesetzt seien.

Setzen wir die anfänglichen Halbmesser CA und $DA = r$ und r_1, und die veränderlichen Halbmesser CP und $DP_1 = z$ und z_1, so haben wir also

$$1)\ z + z_1 = r + r_1;$$

und setzen wir ferner die Tangentenwinkel, oder die Winkel RPQ und $R_1 P_1 Q_1$, unter welchen die Radcurven die entsprechenden Kreisumfänge durchschneiden, α und α_1, so haben wir

$$2)\ tang.\,\alpha_1 = -\,tang.\,\alpha.$$

Bezeichnen wir die Umdrehungswinkel ACP und ADP_1 durch φ und φ_1, Spiralräder
und ihre Elemente PCR und P_1DR_1 durch $d\varphi$ und $d\varphi_1$, so wie die Elemente RQ und R_1Q_1 durch dz und dz_1, so können wir auch

$$tang.\alpha = \frac{QR}{PR} = \frac{dz}{z\,d\varphi} \text{ und } tang.\alpha_1 = \frac{R_1Q_1}{P_1R_1} = \frac{dz}{z_1\,d\varphi_1}$$

setzen, und es läßt sich daher auch die zweite Gleichung in folgende umändern:

$$\frac{dz}{z\,d\varphi} = -\frac{dz_1}{z_1 d\varphi_1}.$$

Nehmen wir $\alpha = -\alpha_1$ constant, so finden wir aus $\frac{dz}{z} = tang.\alpha\,.\,d\varphi$ das Integral $Log.nat.\left(\frac{z}{r}\right) = \varphi\, tang.\alpha$, oder

$$z = r\,e^{\varphi\, tang.\,\alpha},$$

wo e die Grundzahl 2,71828... der natürlichen Logarithmen ist (s. analyt. Hülfslehren, Art. 14).

Dagegen giebt $\frac{dz_1}{z_1} = -\, tang.\,\alpha\,.\,d\varphi_1$, das Integral

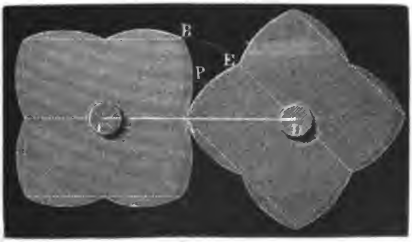
$$Log.\,nat.\left(\frac{z_1}{r_1}\right) = -\,\varphi\, tang.\,\alpha, \text{ und daher}$$

$$z_1 = r_1 e^{-\varphi_1\, tang.\alpha} = \frac{r_1}{e^{\varphi_1\, tang.\,\alpha}}.$$

Die Gleichungen $z = r e^{\varphi\, tang.\,\alpha}$ und $z_1 = r_1 e^{-\varphi_1\, tang.\,\alpha}$ gehören logarithmischen Spirallinien an, welche die Eigenthümlichkeit haben, daß sich die aus den Drehungspunkten C oder D beschriebenen concentrischen Kreise unter einem unveränderlichen Winkel α schneiden.

Die Radconstruction nach einer logarithmischen Spirale läßt sich auch bei dreieckigen, quadratischen und anderen polygonalen Rädern anwenden. Ein quadratisches Räderpaar ist in Figur 311 vor Augen geführt. Ist hier der kleinste Halbmesser $CA = DE = r$, so hat man

Fig. 311.



Spiralräder. den größten $CB = DA = r_1 = r\sqrt{2} = 1{,}4142\, r$, und zwar für $\varphi = ACB = ADE = \frac{\pi}{4}$ (45°). Wird nun in die Gleichung

$$\varphi\, tang.\, \alpha = Log.\, nat. \left(\frac{z}{r}\right),$$

$\varphi = \frac{\pi}{4}$ und $z = r\sqrt{2}$ eingesetzt, so erhält man für den constanten Tangentenwinkel α der hier anzuwendenden Spirallinie

$$tang.\, \alpha = \frac{4}{\pi}\, Log.\, nat. \sqrt{2} = \frac{2}{\pi}\, Log.\, nat.\, 2 = 0{,}44128,$$

und daher $\alpha = 23^0, 49'$; und es ist nun die Gleichung der Radcurven AB und EA: $z = r e^{0.44128\,\varphi}$, oder

$$Log. \left(\frac{z}{r}\right) = 0{,}44128\, \varphi\, Log.\, e.$$

z. B. nimmt man $\varphi = \frac{\pi}{8}$ ($22\frac{1}{2}^0$), so ist für den Radiusvector $CP = z$,

$$Log. \left(\frac{z}{r}\right) = 0{,}44128 \cdot \frac{\pi}{8} \cdot 0{,}43429 = 0{,}07526,$$

folglich $CP = z = 1{,}189\, r$.

Das Umsetzungsverhältniß ist hier, bei der Berührung in A:

$$\psi_1 = \frac{r}{r_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}7072,$$

und bei der zwischen B und E:

$$\psi_2 = \frac{r_1}{r} = \sqrt{2} = 1{,}4142,$$

also das Verhältniß der größten zur kleinsten Winkelgeschwindigkeit

$$\chi = \frac{\psi_2}{\psi_1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1/2}} = 2.$$

Anmerkung. Wenig anders geformte viereckige Räder sind bei den Buchdruckerpressen von Bacon und Donkin angewendet worden. Man sieht leicht ein, daß hier während einer Umdrehung abwechselnd vier Maximal- und vier Minimalgeschwindigkeiten vorkommen.

Conische Spiralräder. 153*). Ist φ der Umdrehungswinkel des einen Rades und φ_1 der entsprechende Winkel des zweiten Rades, so hat man das Umsetzungsverhältniß $\psi = \frac{\varphi_1}{\varphi}$.

Bei den gewöhnlichen Kreisrädern ist dieses Verhältniß eine constante Zahl; bei elliptischen, spiralförmigen und anderen Rädern ist es hingegen eine veränderliche Zahl, z. B. $\psi = \alpha + \beta\varphi$, wo α und β besonders zu

bestimmende Größen bedeuten. Dann ist aber auch ψ nicht $= \frac{\varphi_1}{\varphi}$, son- Conische Spiralräder.
dern $\frac{d\varphi_1}{d\varphi}$, wo $d\varphi_1$ und $d\varphi$ die Elemente von φ_1 und φ bezeichnen, zu setzen, und es giebt uns die Integration die Abhängigkeit zwischen den gleichzeitigen Umdrehungswinkeln φ und φ_1 die Formel

$$\varphi_1 = \int \psi d\varphi = \int (\alpha + \beta\varphi) d\varphi = \alpha\varphi + \frac{\beta}{2}\varphi^2.$$

Ist nun d der Abstand der Radaxen von einander, so erhalten wir, wie in III., §. 38, die beiden den Umdrehungswinkeln φ und φ_1 entsprechenden Radhalbmesser $z = \frac{\psi}{1+\psi}\, d$ und $z_1 = \frac{d}{1+\psi}$.

Leicht kann man nun mit Hülfe dieser Formeln die Anordnung eines, gewissen Forderungen entsprechenden ungleichförmig umlaufenden Räderwerkes vollziehen. Verlangen wir z. B., daß sich das Getriebrad drei Mal umdreht, während das Treibrad zwei Mal umläuft, und daß sich die Geschwindigkeit des letzteren hierbei verdoppeln soll, so haben wir die Bedingungen

$$3 . 2\pi = \alpha . 2 . 2\pi + \frac{\beta}{2} \cdot (2 . 2\pi)^2, \text{ d. i.}$$

$$3 = 2\alpha + 4\pi\beta, \text{ und}$$

$$\alpha + \beta . 2 . 2\pi = 2\alpha, \text{ d. i. } \alpha = 4\pi\beta;$$

weshalb nun $\alpha = 1$ und $\beta = \frac{1}{4\pi}$, also

$$\psi = 1 + \frac{\varphi}{4\pi} \text{ und } \varphi_1 = \varphi + \frac{\varphi^2}{8\pi} \text{ folgt.}$$

Die Halbmesser für den Anfang der Umdrehung sind:

$$r = \frac{d}{1+1} = \frac{d}{2} \text{ und } r_1 = \frac{d}{2},$$

dagegen die für das Ende der Drehungen $\varphi = 4\pi$ und $\varphi_1 = 6\pi$,

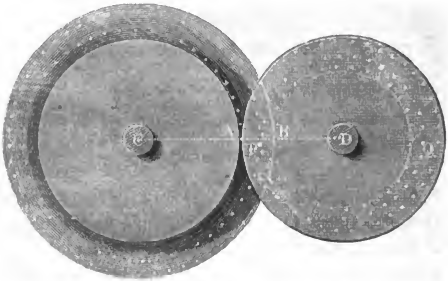
$$z = \frac{2d}{1+2} = {}^2/_3\, d \text{ und } z_1 = \frac{d}{1+2} = \frac{d}{3}.$$

Hiernach lassen sich die zuerst von Römer angegebenen conischen Räder, deren Zähne in Spiral- oder Schraubenlinien neben einander stehen, construiren. Ein solches, dem soeben behandelten Falle entsprechendes Räderpaar ist in Figur 312 (auf folgd. Seite) abgebildet. Diese Räder drehen sich um die unter sich parallelen Axen C und D und berühren einander in der in der Figur verdeckten Linie AB. Die hier nur durch Punkte angedeuteten Radzähne laufen bei dem Treibrade CA in zwei, und

Conische Spiralräder.

bei dem Getriebrade DB in drei Windungen, um die entsprechenden Drehaxen C und D. Anfangs ist der Eingriff bei A, und wenn das erste Rad zwei und das zweite drei Umdrehungen gemacht hat, findet der Eingriff in B statt. Ist dagegen das erste Rad nur ein Mal und folglich das zweite

Fig. 312.



ein und ein halbes Mal umgelaufen, so sind die Punkte P und Q in Berührung, welche in den Abständen

$$CP = z = \frac{{}^3/_2\, d}{1 + {}^3/_2} = {}^3/_5\, d \text{ und}$$

$$DQ = z_1 = \frac{d}{1 + {}^3/_2} = {}^2/_5\, d$$

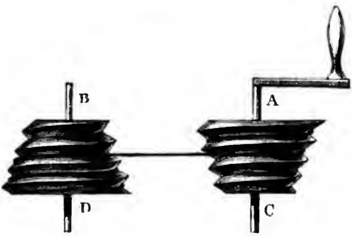
von ihren Drehungsaxen C und D abstehen, während anfangs

$$CA = DB = \frac{d}{2} \text{ und am Ende}$$

$$CB = {}^2/_3\, d \text{ und } DB = \frac{d}{3} \text{ ist.}$$

Anmerkung. Man kann auch die Spiralräder durch eine Schnur oder Kette mit einander verbinden, wie z. B. Fig. 313 vor Augen führt; während sich hier bei einer gleichförmigen Umdrehung der einen Trommel um ihre Axe AC die Kette auf diese Trommel auf- und von der anderen Trommel abwickelt, wird die letztere um ihre Axe BD ungleichförmig, und zwar hier verzögert umgedreht.

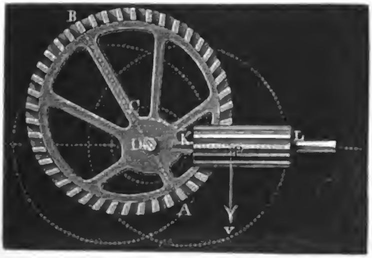
Fig. 313.



§. 154. Man kann auch zur Erzeugung einer ungleichförmigen Kreisbewegung excentrische Kreisräder anwenden, wie aus folgenden Beispielen zu ersehen ist. Excentrische Kreisräder.

Das Stirnrad AB, Fig. 314, dessen Mittelpunkt C ist, dreht sich um die excentrische Axe D, und seine nach D gerichteten Zähne greifen in ein langes Getriebe KL ein, dessen Geschwindigkeit v mit dem Radiusvector $DP = z$ wächst und abnimmt. Ist der Radhalbmesser $CA = CB = CP = r$, die Excentricität $CD = e$, und der veränderliche Umdrehungswinkel $ADP = \beta$, so haben wir, einer bekannten trigonometrischen Formel zu Folge, $\overline{CP}^2 = r^2 = e^2 + 2ez\,cos.\beta + z^2$,

Fig. 314.



daher $z = -e\,cos.\beta + \sqrt{r^2 - e^2 sin.\beta^2}$,

z. B. für den Eingriff von A, wo $\beta = 0$ ist,

$$DA = -e + r = r - e,$$

und für den Eingriff von B, wo $\beta = 180^0$ ist,

$$DB = +e + r = r + e.$$

Ist ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades, ω_1 die des Getriebes und r_1 der mittlere Halbmesser desselben, so haben wir

$$\omega_1 = \frac{v}{r_1} = \frac{\omega z}{r_1} = (-e\,cos.\beta + \sqrt{r^2 - e^2 sin.\beta^2})\,\frac{\omega}{r_1},$$

und die eminenten Werthe dieser Umdrehungsgeschwindigkeit

$$\left(\frac{r-e}{r_1}\right)\omega \text{ und } \left(\frac{r+e}{r_1}\right)\omega.$$

Das mittlere Umsetzungsverhältniß ist hier wie bei jedem einfachen Räderwerke $\psi = \frac{\omega_1}{\omega} = \frac{r}{r_1}$. Während also das Rad AB ein Mal umläuft, macht das Rad KL, $\frac{r}{r_1}$ Umdrehungen, und während jenes Rad gleichförmig umläuft, steigert sich die Winkelgeschwindigkeit des letzteren allmälig im Verhältnisse $\frac{r+e}{r-e}$.

Ein anderer Mechanismus mit einem excentrischen Rade ist in Fig. 315 abgebildet. Auch hier ist AB das um eine excentrische Axe D sich drehende

Excentrische Kreisräder.

Treibrad; dasselbe setzt jedoch das Getriebrad ME nicht unmittelbar, sondern erst mittels eines Zwischenrades BEK in Bewegung. Da sich während der Umdrehung des Rades AB um seine Axe D der Radiusvector DB unaufhörlich ändert, so fordert der ununterbrochene Eingriff in B und E, daß die Drehungsaxe K des Zwischenrades nicht fest, sondern durch drehbare Arme MK und CK mit den Mittelpunkten M und C der beiden anderen Räder verbunden sei, so daß das Zwischenrad um die Excentricität $CD = e$ auf- und niedersteigen kann. Sind auch hier die Radhalbmesser $CA = CB = r$ und $ME = r_1$, so hat man, wie oben das mittlere Umsetzungsverhältniß $\psi = \frac{r}{r_1}$ und ebenso das Verhältniß der Maximal- und Minimalwinkelgeschwindigkeiten des Getriebrades:

$$\frac{\psi_1}{\psi_2} = \frac{r + e}{r - e}.$$

Fig. 315.

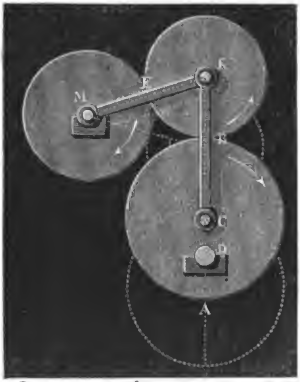
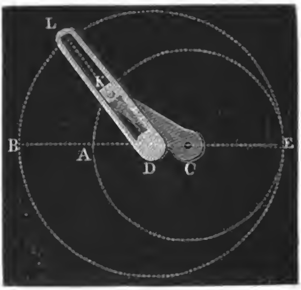


Fig. 316.



Sehr einfach läßt sich auch noch eine veränderliche Umsetzung durch zwei excentrisch gestellte Krummzapfen CK und DL, Fig. 316, bewirken, wenn man die Warze K des einen mit einem Lager und den Arm DL des anderen mit einem Schlitz versieht, in welchen sich jenes Lager verschieben läßt. Steht die Warze K in A, so hat der Arm DL die Lage DB, und es ist

$$\psi_1 = \frac{CA}{DA} = \frac{r}{r - e},$$

wenn wieder r die Armlänge $CA = CK$ des ersten Krummzapfens und e den Abstand CD beider Krummzapfenwellen von einander bezeichnen. Kommt aber K nach E und DL nach DE, so ist dieses Verhältniß

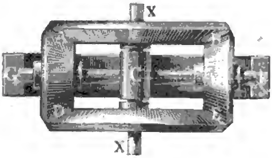
$$\psi_2 = \frac{CE}{DL} = \frac{r}{r + e},$$

und man hat folglich auch hier $\frac{\psi_1}{\psi_1} = \frac{r + e}{r - e}$,

Beide Krummzapfen vollenden übrigens gleichzeitig eine Umdrehung, es ist daher das mittlere Umsetzungsverhältniß derselben $\psi = 1$.

§. 155. Kommt es darauf an, einer Welle eine kleine Umdrehungsgeschwindigkeit zu ertheilen, so kann man sich hierzu eines Epicykel-Vorgeleges bedienen, welches im Wesentlichen aus drei Rädern besteht, von denen sich das eine zwischen den beiden anderen wälzt. Das einfachste Epicykel-Vorgelege ist in Fig. 317 abgebildet. Die beiden conischen Räder AB und DE drehen sich mit verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten v und v_1 um eine gemeinschaftliche Axe XX, und geben dem zwischen ihnen liegenden conischen Rade BE nicht allein eine Umdrehung um seine eigene Axe CF, sondern auch eine Bewegung um die gemeinschaftliche Axe XX. Setzen wir die Umdrehungsgeschwindigkeit des Getriebes BE um $CF = c$ und die Umdrehungsgeschwindigkeit seines Mittelpunktes M um $XX = w$, so haben wir in dem Falle, wenn beide Räder in einer Richtung umlaufen, für den Berührungspunkt B: Epicykel-Vorgelege.

Fig. 317.



$$v = w + c,$$

und für den Berührungspunkt E, wo die Geschwindigkeiten v und c einander entgegengesetzt sind: $v_1 = w - c$.

Aus beiden Formeln ergiebt sich durch Addition die Umdrehungsgeschwindigkeit um XX: $w = \frac{v + v_1}{2}$,

und die um CF: $c = \frac{v - v_1}{2}$.

Laufen die Räder AB und DE in entgegengesetzten Richtungen um, ist also v_1 negativ, so hat man hingegen $w = \frac{v - v_1}{2}$

und $c = \frac{v + v_1}{2}$.

Ist der dem mittleren Halbmesser der Räder AB und DE gleiche Abstand CM des Radmittels M von der Umdrehungsaxe XX, $= r$, so hat man die Umdrehungszahl des Rades AB: $u = \frac{30 v}{\pi r}$,

ferner die des Rades DE: $u_1 = \frac{30 v_1}{\pi r_1}$,

und endlich die des Radarmes CM um eben die Axe XX:

$$u_2 = \frac{30 w}{\pi r} = \frac{30 (v \pm v_1)}{2 \pi r}, \text{ d. i. } u_2 = \frac{u \pm u_1}{2}.$$

Epicykel-vorgelege.

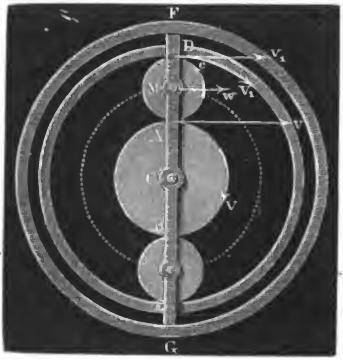
Wenn die Räder AB und DE in entgegengesetzten Richtungen umlaufen, so kann man folglich dem Arme CF jede beliebig kleine Umdrehungszahl $u_2 = \frac{u - u_1}{2}$ ertheilen.

Versieht man die Nabe C mit mehreren Armen oder Speichen wie CF, CG und umfaßt man dieselben mit einem Reifen FG, so erhält man ein Rad, welches von diesen Armen ebenfalls um XX herumgeführt wird, und also auch dieselben Umdrehungen $u_2 = \frac{u - u_1}{2}$ macht wie CF, CF u.s.w.

Auf diese Weise erhält man das sogenannte Differentialgetriebe.

Statt der conischen Räder bringt man auch Stirnräder in Anwendung, wovon aber das eine eine innere Verzahnung erhalten muß. Ein solches Epicykel-Vorgelege zeigt Figur 318. Geht das innere Rad AB mit der Geschwindigkeit v, und das äußere Rad DE mit der Geschwindigkeit v_1 um, ist ferner c die Umdrehungsgeschwindigkeit des mittleren Rades, und w die Geschwindigkeit der Radaxe M um das gemeinschaftliche Centrum C, und sind endlich die Radhalbmesser $CA = r$ und $CD = r_1$, so haben wir folgende Beziehungen.

Fig. 318.



Der Axenabstand oder die Armlänge CM ist $b = \frac{r + r_1}{2}$,

und der Halbmesser MA der mittleren Rades $a = \frac{r - r_1}{2}$;

folglich ist die Geschwindigkeit des innern Berührungspunktes A um C:

$$\frac{CA}{CM} \cdot w = \frac{r}{b}\, w = \frac{2\, r\, w}{r + r_1},$$

und die des äußeren Punktes D:

$$\frac{CD}{CM} \cdot w = \frac{r_1}{b}\, w = \frac{2\, r_1\, w}{r + r_1}.$$

Hiernach ist nun $v = \frac{r\, w}{b} + c = \frac{2\, r\, w}{r + r_1} + c,$

und $v_1 = \frac{r_1\, w}{b} - c = \frac{2\, r_1\, w}{r + r_1} - c,$

und man findet durch Addition und Subtraction der letzten Gleichungen, Epicykel-vorgelege.
wie oben, $w = \frac{v + v_1}{2}$ und $c = \frac{v - v_1}{2} + \frac{r_1 - r}{r_1 - r} \cdot \frac{v + v_1}{2}$.
Laufen die Räder in umgekehrten Richtungen um, ist z. B. v_1 negativ, so haben wir dagegen $w = \frac{v - v_1}{2}$ und $c = \frac{v + v_1}{2} + \frac{r_1 - r}{r_1 + r} \cdot \frac{v - v_1}{2}$.

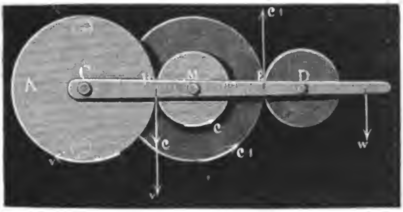
Sind auch hier u, u_1 und u_2 die Umdrehungszahlen der Räder AB, DE und des Armes CM, so haben wir wieder $u_2 = \frac{u \pm u_1}{2}$.

Man kann hier ebenfalls den Arm CM mit einem um C drehbaren Rade FG verbinden und dadurch die Umdrehungsbewegung von CM auch diesem Rade mittheilen.

Beispiel. Wenn bei dem letzteren Vorgelege das innere Rad AB pro Minute $u = 60$ und das äußere 48 Umdrehungen in umgekehrter Richtung macht, so wird der Arm des mittleren Rades, und also auch jedes damit verbundene äußere Rad in derselben Zeit, $u_2 = \frac{u - u_1}{2} = \frac{60 - 48}{2} = 6$ Umdrehungen machen. Ein solches Vorgelege würde sich dazu eignen, die große Umdrehungszahl der Turbinen, für hohe Gefälle den gewöhnlichen Bedürfnissen entsprechend, auf eine viel kleinere Zahl herabzuziehen.

§. 156. Ein zusammengesetzteres Epicykel-Vorgelege ist in Figur 319 abgebildet. Es ist hier AB ein um eine Axe C mit der Umfangsgeschwindigkeit v umlaufendes Zahnrad und CD ein mit der Winkelgeschwindigkeit ω umlaufender Arm, in welchem die Axe M eines Doppel- und die Axe D eines einfachen Rades festsitzen. Von dem um M drehbaren Doppelrade greift das eine in das Zahnrad AB und das andere in das äußerste um D drehbare Zahnrad DE ein. Wenn daher das Rad AB und der Arm CD in Umdrehung gesetzt werden, so bekommt das Doppelrad nicht allein eine Umdrehung um seine Axe M, sondern auch eine solche um die Axe C, und theilt auch diese Bewegungen dem Rade DE mit. Bezeichnen wir den Radhalbmesser CB durch a, so haben wir die Umdrehungsgeschwindigkeiten des Berührungspunktes B um C, $= \omega a$, und bezeichnen wir die Umdrehungsgeschwindigkeit desselben Punktes um M durch c, so haben wir

Fig. 319.



$$v = \omega a + c.$$

Epicykel-vorgelege. Sind endlich r und r_1 die Halbmesser MB und ME des Doppelrades BE, so haben wir noch die Umdrehungsgeschwindigkeit des Berührungspunktes E um M und um D:

$$c_1 = \frac{r_1}{r}\, c = \frac{r_1}{r}\,(v - \omega a).$$

Der Umdrehungsgeschwindigkeit v des inneren Rades entspricht die Umdrehungszahl $u = \frac{30\, v}{\pi r}$, der Umdrehungsgeschwindigkeit c_1 des äußeren, wenn a_1 dessen Halbmesser ist, die Umdrehungszahl

$$u_1 = \frac{30\, c_1}{\pi a_1} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{r_1}{r} \cdot \frac{v - \omega a}{a_1},$$

und endlich der Winkelgeschwindigkeit ω des Armes die Umdrehungszahl

$$u_2 = \frac{30\, \omega}{\pi}.$$

Es ist hiernach die relative Umdrehungszahl des äußeren Rades DE auch

$$u_1 = \frac{r_1}{a_1}\, u - \frac{r_1}{a_1} \cdot \frac{a}{r}\, u_2,$$

und folglich die absolute Umdrehungszahl, d. i. die in Hinsicht auf den umgebenden Raum, da DE mit dem Arme CD gleichzeitig um C rotirt,

$$u_3 = u_1 + u_2 = \frac{r_1}{a_1}\, u - \left(\frac{r_1}{a_1} \cdot \frac{a}{r} - 1\right) u_2.$$

Ist das innere Rad fest, also $u = 0$, so hat man

$$u_3 = -\left(\frac{r_1}{a_1} \cdot \frac{a}{r} - 1\right) u_2,$$

und hiernach wird also das äußere Rad DE bei Umdrehung des Armes CD sich absolut gar nicht drehen, wenn

$$\frac{r_1}{a_1} \cdot \frac{a}{r} = 1, \text{ d. i. } \frac{r_1}{r} = \frac{a_1}{a} \text{ ist,}$$

sich ferner mit CD in gleicher Richtung drehen, wenn u_3 positiv, also

$$\frac{r_1}{a_1} \cdot \frac{a}{r} < 1, \text{ d. i. } \frac{r_1}{r} < \frac{a_1}{a} \text{ ist,}$$

und endlich mit dem Arme CD entgegengesetzt umlaufen, wenn u_3 negativ,

$$\text{d. i. } \quad \frac{r_1}{r} > \frac{a_1}{a} \text{ ist.}$$

Anmerkung. Auf diese Theorie der Epicykelvorgelege beruht wesentlich die Einrichtung der sogenannten Planetarien, und auf die letzte Betrachtung die des mechanischen Paradoxon von Ferguson. S. Willis' Principles of Mechanism. Art. 406.

Laufgetriebe. §. 157. Zu den Epicykelvorgelegen gehört auch das sogenannte Laufgetriebe oder das Sonnen- und Planetenrad von Watt (franz. la mouche; engl. sun and planets wheel), dessen vorzüglichste Einrichtung

folgende ist. Es besteht hier das Räderwerk nur aus zwei Zahnrädern AB und DE, Fig. 320, und es erhält der das äußere Rad tragende Arm CD seine Umdrehung durch eine Stange FD, welche fest mit DE verbunden ist, also mit diesem Rade gleichsam ein Ganzes ausmacht. Die Stange FD hängt entweder an einem Krummzapfen MF, dessen Welle M mit der Wellenaxe C parallel läuft, und dessen Arm MF mit dem Arme CD gleiche Länge hat, oder sie ist an das Ende eines Balanciers angeschlossen, mit dem sie sich auf- und niederbewegt. Leicht sieht man ein, daß das äußere Rad oder eigentliche Laufgetriebe im ersten Falle gar keine absolute Umdrehungsbewegung hat während es um C läuft, oder daß vielmehr die Umdrehungsgeschwindigkeit dieses Rades um seine Axe C gleich und entgegengesetzt ist der Umdrehungsbewegung desselben um die Axe D, und eben so leicht ist zu ermessen, daß im zweiten Falle, wenn, wie gewöhnlich, die Stange viel länger ist als der Arm CD, das Bewegungsverhältniß des Getriebes nur wenig anders ausfällt, als im ersten Falle, weil sich hier die Stange während einer Umdrehung zwar nicht immer parallel bleibt, jedoch nur wenig bald nach rechts bald nach links neigt. Sehen wir daher von dieser Abweichung ganz ab, denken wir uns also, daß die Stange FD mit dem Rade DE sich während der Umdrehung um C nicht wendet, und daher das letztere mit Null absoluter Geschwindigkeit um C laufe.

Laufgetriebe.

Fig. 320.



Setzen wir wieder den Halbmesser des inneren Rades AB, $CA = CB = a$ und die Umfangsgeschwindigkeit dieses Rades $= v$, und ebenso den Halbmesser DE des äußeren Rades $= a_1$ und die Umfangsgeschwindigkeit desselben $= c$, und endlich die Winkelgeschwindigkeit des Armes $CD = \omega$, so haben wir auch wieder $v = c + a\omega$, oder, wenn u, u_1 und u_2 die v, c und $a\omega$ entsprechenden Umdrehungszahlen bezeichnen,

$$u\,a = u_1 a_1 + u_2 a, \text{ und daher umgekehrt, } u_1 = \frac{a}{a_1}(u - u_2).$$

Da die Umdrehung des Getriebes in umgekehrter Richtung zu der des Armes erfolgt, so hat man die absolute Umdrehung desselben

$$u_3 = u_1 - u_2 = \frac{a}{a_1}(u - u_2) - u_2 = \frac{a}{a_1}\,u - \frac{a + a_1}{a_1}\,u_2;$$

Laufgetriebe. setzen wir daher diese Null, so erhalten wir die Gleichung

$$a u = (a + a_1) u_2, \text{ oder } \frac{u}{u_2} = \frac{a + a_1}{a} = 1 + \frac{a_1}{a}.$$

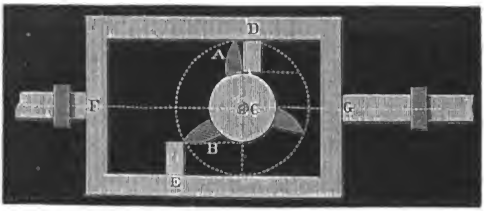
Man kann also durch eine entsprechende Auswahl der Radhalbmesser a und a_1 jedes beliebige Verhältniß $\frac{u}{u_2}$ zwischen den Umdrehungszahlen u und u_2 der Wellen C und M herstellen. Macht man z. B. beide Räder gleich, also $a = a_1$, so erhält man $\frac{u}{u_2} = {}^2/_1$, d. i. dann läuft die Welle C doppelt so schnell um als die Welle M; macht man dagegen $a_1 = {}^1/_2 a$, so ist das Umdrehungsverhältniß $\frac{u}{u_2}$ nur $= {}^3/_2$.

Geradlinig wiederkehrende Bewegung. §. 158. Wir haben schon im dritten Kapitel von den Excentriks-Krummzapfen als der einfachsten Mittel zur Umsetzung der stetigen Kreisbewegung in eine absetzende, geradlinige oder kreisförmige Bewegung gesprochen; es bleibt uns daher nur noch übrig, von einigen besonderen Vorrichtungen zur Erzielung desselben Zweckes zu handeln.

Wie sich eine gezahnte Stange durch ein gezahntes Rad in einer geradlinigen Richtung fortbewegen läßt, ist uns aus §. 82 bekannt; jetzt wollen wir aber auch von den Hülfsmitteln sprechen, wie eine solche Stange hin- und zurückbewegt werden kann. Mehrere solcher Hülfsmittel sind in den Figuren 321, 322, 323 und 324 abgebildet.

Bei der Vorrichtung in Fig. 321 befindet sich das stetig umlaufende

Fig. 321.



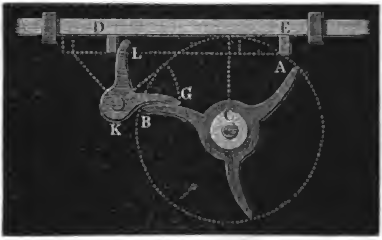
Treibrad ACB innerhalb des hin- und herzuschiebenden Rahmens $DFEG$ und schiebt denselben mittels der Daumen A, B u. s. w. hin und zurück. Zu diesem Zweck ist dieser Rahmen ebenfalls mit Daumen oder Zähnen D und E versehen, welche abwechselnd von den Daumen A, B u. s. w. des Rades ergriffen werden.

Bringt man einen Winkel- oder Kniehebel GKL zwischen das Treibrad ABC, und die gezahnte Stange DE, Fig. 322, so kann durch denselben die rückgängige Bewegung der Stange hervorgebracht werden. Zuerst er-

greift der Daumen *A* des Rades den Daumen *E* der Stange unmittelbar und schiebt diese nach der einen Richtung, und dann ergreift der Daumen *B* des Rades den Stangendaumen *D* mittels des Hebels *GKL* und schiebt dabei die Stange wieder zurück.

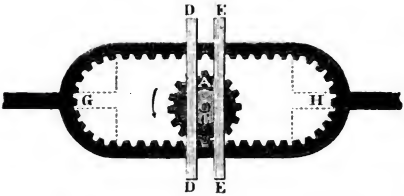
Geradlinig wiederkehrende Bewegung

Fig. 322.



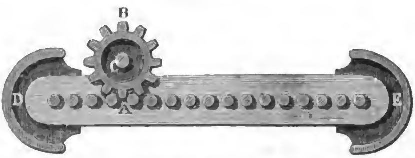
Wenn das Lager *C* des Treibrades *ACB*, Figur 323, in einer geraden Spur *DDEE* liegt, so wird dasselbe während des Eingriffs in die halbkreisförmigen Enden *G* und *H* des verzahnten Rahmens *GBH* durch den excentrisch wirkenden Druck zwischen den Zähnen so geschoben, daß das Zahnrad von der einen Seite des Rahmens auf die andere gelangt, und daher den Rahmen genau so zurückführt, als es ihn vorher hinbewegt hat.

Fig. 323.



In Fig. 324 ist eine hin und her zu bewegende Stange *DE* mit cylin-

Fig. 324.



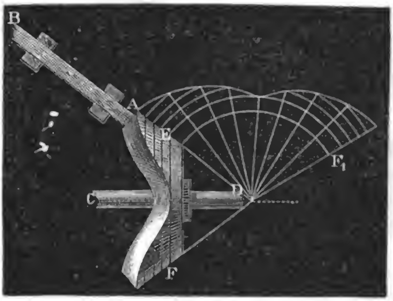
drischen Triebstöcken, und an den Enden mit halbkreisförmigen Spuren ausgerüstet, in welchen die Axe *C* des Treibrades *AB* am Ende eines jeden Ausschubes fortrückt, wodurch dieses Rad auf die andere Seite der Triebstöcke gelangt und die Umkehrung der Bewegung hervorgebracht wird.

Es möge endlich noch der conischen Excentriks gedacht werden. Wir kennen aus dem dritten Kapitel nur diejenigen Excentriks, welche eine Stange in ihrer Umdrehungsebene ausschieben, und welche ihrer Form wegen cylindrische oder prismatische Excentriks genannt werden können. Soll

Geradlinig wiederkehrende Bewegung.

hingegen eine Stange AB, Fig. 325, in einer Richtung hin- und zurückbewegt werden, welche die Umdrehungsaxe CD des Excentriks unter einem schiefen Winkel BDC schneidet, so hat man ein conisches Excentrik EF in Anwendung zu bringen. Um die Form der Erhöhungen und Vertiefungen dieser Excentriks zu finden, wickelt man den Mantel EF derselben ab, und zeichnet den verlangten Bewegungsverhältnissen entsprechend, die Formen dieser Erhöhungen und Vertiefungen auf diesen abgewickelten Mantel EF_1 auf; wickelt man dann diesen Mantel wieder über das Excentrik, so giebt er den verlangten Umriß der Erhöhungen und Vertiefungen desselben an.

Fig. 325.

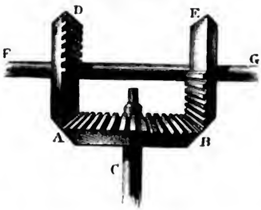


Kreisförmig wiederkehrende Bewegung.

§. 159. Die Vorrichtungen zur Ableitung einer **wiederkehrenden Kreisbewegung** aus einer stetigen Kreisbewegung können im Wesentlichen nach denselben Regeln construirt werden, als diejenigen Mechanismen, wodurch die stetige Kreisbewegung in eine absetzende geradlinige Bewegung verwandelt wird. Es gehören hierher folgende Mechanismen.

In Fig. 326 ist FG eine stetig umlaufende Welle mit zwei conischen Rädern AD und BE, wovon die entgegengesetzten Hälften verzahnt sind. Zwischen diesen Rädern befindet sich ein drittes conisches Rad AB, welches vollständig verzahnt ist und daher abwechselnd von einem oder dem anderen der beiden Räder AD und BE ergriffen wird. Mit diesem Wechsel des Eingriffes ist aber auch ein Wechsel in der Richtung der Umdrehung von AB verbunden; je nachdem AD oder BE in AB eingreift, wird das letztere in der Richtung von links nach rechts, oder von rechts nach links umgedreht, und es nimmt hierbei auch die Welle C, welche das Rad AB trägt, eine hin- und hergehende oder oscillirende Bewegung an. Denselben Zweck erreicht man natürlich auch, wenn man

Fig. 326.



AB nur zur Hälfte und in Absätzen verzahnt, und dagegen die Räder *AD* und *BE* rundherum mit Zähnen versieht. Kreisförmig wiederkehrende Bewegung.

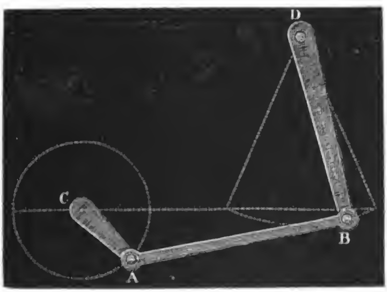
Es gehört auch hierher das sogenannte Mangelrad (engl. mangle-wheel), welches Fig. 327 vor Augen führt. Dieses Rad besteht aus einer um eine feste Axe *C* umlaufenden Metallscheibe *AB*, auf welcher ein an seinem ganzen Umfange gezahnter Ring *ADE* festsitzt, der von den Zähnen eines Getriebes *G* ergriffen wird. Je nach dem dieses stets nach einerlei Richtung umlaufende Getriebe mit der inneren oder mit der äußeren Verzahnung des Ringes in Eingriff ist, setzt es diesen Ring entweder nach der einen oder nach der anderen Richtung in Umdrehung. Damit das Getriebe bei dem Uebergange von der einen Seite des Ringes auf die andere an den halbkreisförmigen Enden immer im Eingriff bleibe, bringt man in der Scheibe eine dem verzahnten Kranze parallel laufende Spur *ABF* an, in welche das Ende der Axe des Getriebes *G* zu liegen kommt. Uebrigens ist natürlich auch bei diesem Mechanismus dafür zu sorgen, daß sich das Lager des Zapfens von *G* beim Uebergang von der einen Seite des gezahnten Kranzes auf die andere um einen gewissen Weg $G\,G_1$ verschieben könne, weshalb man es vielleicht an eine feste Axe *K* aufhängt.

Fig. 327.



Da der innere Theil des Zahnkranzes *ADE* einen anderen Theilkreishalbmesser hat als der äußere, so ändert sich natürlich auch die Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe, wenn das Getriebe von der einen Seite dieses Kranzes auf die andere gelangt. Diese Ungleichheit fällt dann noch am kleinsten aus, wenn man, wie bei dem Mechanismus in Figur 324, statt der doppelten Zahnreihe eine einfache Reihe von Triebstöcken anwendet.

Fig. 328.

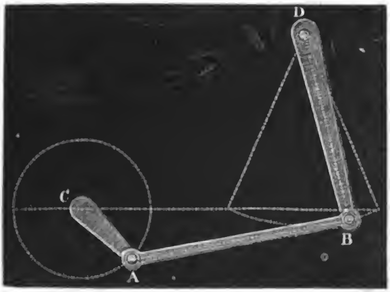


Viel einfacherer und sicherer, jedoch bei mehr Raumerforderniß, leitet man eine oscillirende Bewegung aus der stetigen Kreisbewegung

Kreisförmig wiederkehrende Bewegung.

durch Hülfe des **Kurbelmechanismus** ab. Dieser besteht aus einer gewöhnlichen Kurbel *CA*, Figur 329, und einem längeren Arme *DB*, welcher mit der Kurbel durch eine Stange *AB* verbunden ist. Es ist leicht zu ermessen, und auch schon aus §. 90 bekannt, daß hier der Arm *DB* bei jeder Umdrehung der Kurbel ein Mal hin- und zurückschwingt.

Fig. 329.



Sperrräder.

§. 160. Wenn es darauf ankommt, eine schwingende Bewegung in eine langsam fortlaufende Kreisbewegung umzuändern, wendet man zuweilen sogenannte **Sperrräder** (franz. roues à rochet; engl. ratchet-wheels) an, deren Zähne nur nach einer Seite hin abgeschrägt sind. Zu jedem Sperrrade gehören dann zwei **Sperrklinken** (franz. cliquets; engl. clicks), welche wie die Klauen zwischen die Zähne des Rades greifen, und nicht allein die allmälige Umdrehung dieses Rades nach der einen Richtung hervorbringen, sondern auch die Umdrehung desselben nach der entgegengesetzten Richtung verhindern. Mehrere solcher Sperrräder sind in den Figuren 330, 331 und 332 abgebildet.

Bei dem Mechanismus in Fig. 330 ist *ACB* das Sperrrad, und *EDF* ein um *D* drehbarer Hebel, an welchem die zwischen die Zähne des Rades eingreifenden Sperrklinken *FG* und *HA* herabhängen. Wird nun der Hebel bei dem Ende *E* niedergedrückt, so schiebt die Klinke *HA* das Rad in der Richtung des Pfeiles um einen Zahn weiter fort und es gleitet die

Fig. 330.

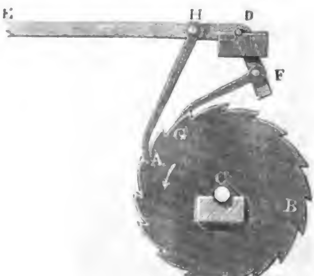
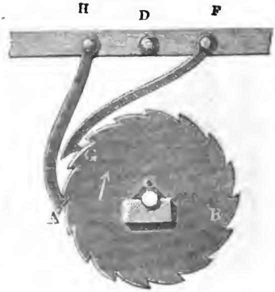


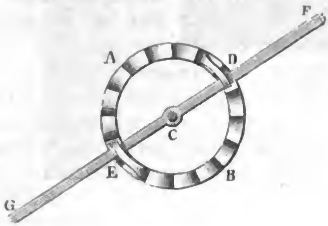
Fig. 331.



Klinke FG um ebenso viel auf den Radzähnen zurück. Wird umgekehrt der Hebel bei E gehoben, so schiebt die Klinke FG das Rad um einen Zahn weiter und es gleitet die Klinke HA auf den Radzähnen fort. Sperrräder.

Bei der Vorrichtung in Fig. 331 sind die Sperrklinken mit Haken versehen oder in Sperrhaken FG und HA umgeändert, und es wird durch dieselben das Rad nicht schiebend, sondern ziehend in Umdrehung gesetzt, es ist daher auch hier die Umdrehungsrichtung die umgekehrte. In beiden Fällen liegen die Sperrklinken auf einer Seite des Rades; will man sie auf den entgegengesetzten Seiten wirken lassen, so muß man die eine schiebend und die andere ziehend, also mittels eines Hakens wirken lassen.

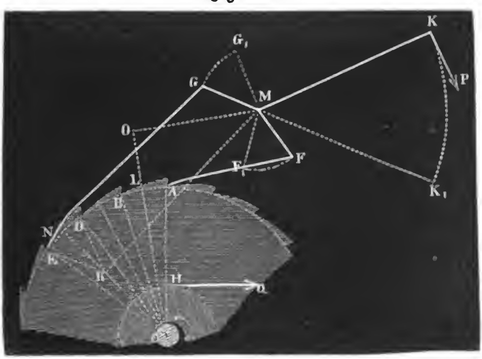
Fig. 332.



In Figur 332 ist noch ein horizontales Kronensperrrad ACB abgebildet. Der Hebel FG, an welchem die Sperrklinken D und E hängen, hat hier mit dem Rade eine und dieselbe Axenlage C. Je nachdem man diesen Hebel hin- oder zurückschwingt, schiebt die Klinke D oder die Klinke E das Rad um einen Zahn weiter.

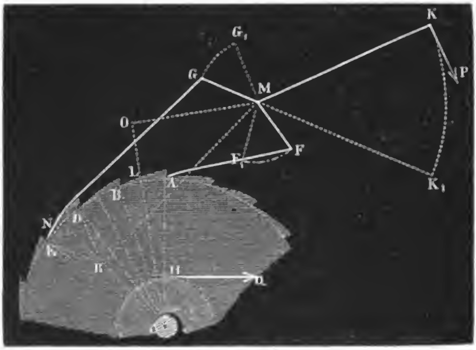
Die Anordnung und Construction eines gewöhnlichen durch einen Hebel mit zwei Sperrklinken zu bewegenden Sperrrades ACE, Fig. 333, läßt sich wie folgt vollziehen. Es sei $ACB = DCE = \alpha$ der Theilwinkel, und also auch der Winkel, um welchen das Sperrrad bei jedem Schwunge des Hebels MK durch eine der Sperrklinken AF oder EG fortgedreht werden

Fig. 333.



Sperrräder. soll. Ist n die Anzahl der Zähne des Sperrrades, so hat man $\alpha = \frac{360^0}{n}$. Man halbire diese Winkel durch die Linien CL und CN, trage auf diese Linien den Hebelarm, welchen die Sperrklinken erhalten sollen, als LO und

Fig. 334.



NR auf und errichte in O und R Perpendikel auf CO und CR; der Durchschnittspunkt M dieser Perpendikel ist die gesuchte Drehungsaxe des Hebels; und die Linien MO und MR sind die entsprechenden Klinkenlängen AF und EG. Wenn das Hebelende K um den Bogen KK_1 niedergedrückt wird, so durchlaufen die Aufhängepunkte der Sperrklinken die Bögen FF_1 und GG_1 und die Endpunkte derselben die Bögen AB und ED, wobei also auch das Rad um AB fortrückt. Bringt man umgekehrt den Hebel aus der Lage MK_1 in die Lage MK, so durchlaufen die Aufhängepunkte der Klinken die Bögen F_1F und G_1G und die Endpunkte derselben die Wege BA und DE, wobei das Rad um DE fortrückt.

Bezeichnen wir den Schwingungswinkel $KMK_1 = FMF_1 = GMG_1$ des Hebels durch β und den Radhalbmesser $CA = CD$ durch r, so haben wir für den Hebelarm $LO = NR = r_1$ der Klinken annähernd

$$r_1 = \frac{DE}{\text{Bog.}\beta} = \frac{\alpha r}{\beta}.$$

Die Klinkenlängen $MO = FA = l$ und $MR = GE = l_1$ sind durch folgende Formeln zu bestimmen:

$$l = \frac{(r + r_1)\cos.\delta - (r - r_1)}{\sin.\delta} \text{ und}$$

$$l_1 = \frac{r + r_1 - (r - r_1)\cos.\delta}{\sin.\delta},$$

in welchen δ den Winkel $ACD = BCE$ bezeichnet, um welchen die An-

griffspunkte A und D der Klinken von einander abstehen. Wirkt die Kraft P am Hebelarme $MK = a$ und die Last Q am Hebelarme $CH = b$, so ist das Verhältniß $\frac{P}{Q} = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{b}{a} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{b}{a}$ Q, also die Kraft Sperrräder.

$$P = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{b}{a} Q = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{b}{a} Q.$$

Wenn also das Verhältniß der Armlänge r_1 zum Radhalbmesser oder das des Theilwinkels α zum Schwingungswinkel β sehr klein gemacht wird, so wird die Kraft nur ein kleiner Theil der Last sein.

Beispiel. Es sei der Radius des Rades, $r = 9$ Zoll, die Anzahl der Zähne desselben, $n = 60$, also der Theilwinkel $\alpha = \frac{360^0}{60} = 6^0$, ferner sei der Schwingungswinkel $\beta = 30$ Grad, der Winkel zwischen den Angriffspunkten beider Klinken $\delta = 12^0$, der Hebelarm der Last Q, $b = 6$ Zoll, und der der Kraft $a = 60$ Zoll. Dann ist der erforderliche Hebelarm der Klinken

$$r_1 = \frac{a\, r}{\beta} = \frac{6}{30} \cdot 9 = 1{,}8 \text{ Zoll},$$

die Länge der einen Klinke

$$l = \frac{10{,}8 \; cos.\, 12^0 - 8.2}{sin.\, 12^0} = \frac{2{,}364}{0{,}2079} = 11{,}37 \text{ Zoll},$$

und die Länge der anderen

$$l_1 = \frac{10{,}8 - 8{,}2 \; cos.\, 12^0}{sin.\, 12^0} = \frac{2{,}779}{0{,}2079} = 13{,}37 \text{ Zoll},$$

endlich das Kraftverhältniß $P = \frac{6}{30} \cdot \frac{6}{60} \cdot Q = \frac{1}{50} Q$, also die Kraft 2 Procent der Last.

Schlußanmerkung. Die in dieses Kapitel einschlagende Literatur ist in Band III., §. 1 angegeben.

Siebentes Kapitel.

Von den mechanischen Vorrichtungen zum Reguliren, Moderiren, Egalisiren, In- und Außergangsetzen der Maschinen.

§. 161. An jeder Maschine müssen gewisse Vorrichtungen angebracht sein, welche die Maschine in den Stand setzen, daß sie die ihr zukommende mechanische Arbeit ungehindert in gehöriger Ordnung und mit einer gewissen Geschwindigkeit und Regelmäßigkeit verrichte. Diese Vorrichtungen sind die sogenannten Regulatoren oder regulirenden Maschinentheile (franz. régulateurs; engl. regulators). Viele von diesen Apparaten kennen Regulatoren.

Regulatoren. wir schon aus dem Früheren, namentlich in den sogenannten Steuerungssystemen bei den Wassersäulenmaschinen und Dampfmaschinen (s. II., §. 221, §. 328 u. s. w.), und in den Schützensystemen bei den vertikalen und horizontalen Wasserrädern (s. II., §. 116, §. 134, §. 178 u. s. w.); manche andere Vorrichtungen dieser Art sollen aber noch im Folgenden abgehandelt werden. Auch die sogenannten Moderatoren (franz. modérateurs; engl. moderators) sind den regularisirenden Maschinentheilen beizuzählen. Sie dienen dazu, die aus einer überwiegenden Kraft hervorgehende Beschleunigung einer Maschine aufzuheben, und einen möglichst gleichförmigen Gang derselben zu erzielen. Es gehören hierher die Hemmung bei den Uhren, der Windfang oder das Flügelrad bei dem Schlagwerk der Uhren, bei den sogenannten Bratenwendern u. s. w., und vorzüglich noch die sogenannte Bremse. An diese Vorrichtungen schließen sich diejenigen Maschinentheile an, welche den Zweck haben, den an und für sich ungleichförmigen Gang einer Maschine in einen möglichst gleichförmigen Beharrungszustand zu bringen. Man kann dieselben die Egalisatoren nennen. Die vorzüglichsten Egalisatoren sind die Gegengewichtsbalanciers und die Schwungräder. Die Reihe der regulirenden Maschinentheile wird endlich durch die sogenannten Gouvernatoren (engl. governors) geschlossen, welche den Zweck haben, die Betriebskraft der Last entsprechend und so zu reguliren, daß eine Veränderung der letzteren keine ansehnliche Veränderung in der Geschwindigkeit des Ganges der Maschine hervorbringt. Es gehört vorzüglich hierher das sogenannte conische Pendel oder der Schwungkugelregulator.

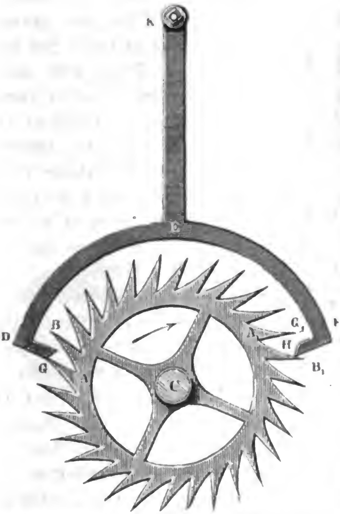
Zum Schluß haben wir noch diejenigen Vorrichtungen abzuhandeln, welche zum In- und Außergangsetzen einer Maschine dienen, wohin vorzüglich die sogenannten Ein- und Ausrückvorrichtungen gehören.

Ankerhemmung. §. 162. Durch ein niedersinkendes Gewicht allein, läßt sich eine Maschine oder ein Uhrwerk nicht in einen gleichförmigen Bewegungszustand versetzen, denn der Ueberschuß der Kraft dieses Gewichtes über die Last oder den Widerstand erzeugt eine beschleunigte Bewegung, vermöge welcher das Gewicht allmälig schneller und schneller sinkt und in kurzer Zeit den ihm dargebotenen Fallraum durchläuft. Um dieses zu verhindern, um also ein langsames und möglichst gleichförmiges Niedersinken des Gewichtes und daher auch einen gleichförmigen Gang der durch das niedersinkende Gewicht bewegten Maschine zu erhalten, ist es nöthig, das Niedersinken dieses Gewichtes in kurzen Absätzen zu unterbrechen, so daß es sich nach jedem Absatze von neuem in Bewegung setzen muß. Diese Unterbrechung der Bewegung eines sinkenden Gewichtes in kurzen Absätzen wird durch die sogenannte Hemmung (franz. échappement; engl. escapement) in Verbindung mit einem Pendel hervorgebracht.

Unter den verschiedenen Hemmungsmethoden ist es die sogenannte **Ankerhemmung** (franz. échappement à ancre; engl. anchor-escapement), welche am gewöhnlichsten angewendet wird. Ankerhemmung.

Die Einrichtung und Wirkungsweise dieser Hemmung ist folgende. *ABC* ist ein Rad mit schiefen Zähnen, ähnlich einem Sperrrade (s. III., §. 160), unter dem Namen **Steigrad** bekannt. Dieses Rad kann zwar durch ein niederziehendes Gewicht unmittelbar in Bewegung gesetzt werden, gewöhnlich ist aber ein Räderwerk zwischen dem Steigrade und der von dem mittels einer Schnur durch ein niedersinkendes Gewicht in Umdrehung gesetzten Trommel angebracht, wodurch das Verhältniß der Geschwindigkeit des sinkenden Gewichtes zu der des Steigrades bedeutend herabgezogen wird, so daß das letztere viele Umdrehungen macht, ehe das erstere um ein Ansehnliches sinkt. Ueber dem Steigrade hängt der um die Axe *K* drehbare und durch ein gewöhnliches Pendel (s. I., §. 260) in schwingende Bewegung versetzte **Anker** oder sogenannte **englische Haken** *DEF*, welcher mit seinen hakenförmigen Enden *DG* und *FH* zwischen die Zähne des Steigrades eingreift. Die Grenzflächen *DG* und *FH* dieser hakenförmigen Enden sind concentrisch zur Drehungsaxe *K* gekrümmt, und es kommt, je nachdem der Haken nach links oder nach rechts ausschwingt, entweder die Fläche *HF* des Hakens mit der Zahnfläche $A_1 G_1$ oder die Fläche *DG* mit der Zahnfläche *AG* in Berührung, wobei jedes Mal das Steigrad, nachdem es durch das niedersinkende Gewicht in der Richtung des Pfeiles um die halbe Zahntheilung umgedreht worden ist, auf einen Augenblick aufgehalten wird. Bei diesem Mechanismus rückt also das Steigrad während einer Pendelschwingung um einen halben Zahn weiter und wird am Ende desselben auf einen Augenblick in Ruhe versetzt. Durch den Widerstand der Luft und durch die Reibungen an der Aufhängung des Pendels und zwischen den Zähnen des Steigrades und den Ankerhaken wird natürlich die lebendige Kraft des Pendels bei jeder Schwingung geschwächt, und also auch die Schwingungs-

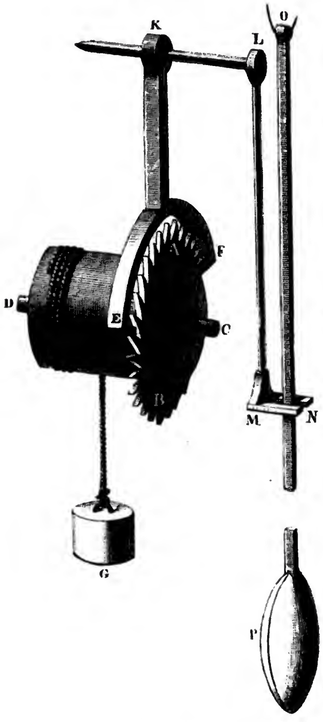
Fig. 335.



Anker-hemmung.

elongation vermindert; wenn folglich dasselbe nicht von Zeit zu Zeit einen neuen Impuls erhielte, würde es sehr bald die Ankerhaken gar nicht mehr aus den Zähnen des Steigrades herausheben und daher die Umdrehung des letzteren so wie das Spiel des ganzen Mechanismus in kurzer Zeit beendigt sein. Dieses wird aber dadurch verhindert, daß bei jedem Ausschwunge eine Zahnspitze G oder G_1 an einer der schiefen Endflächen der Ankerhaken hingleitet und dabei dem Anker einen kleinen Schub auswärts, d. i. in der jedesmaligen Schwingungsrichtung, giebt.

Fig. 336.



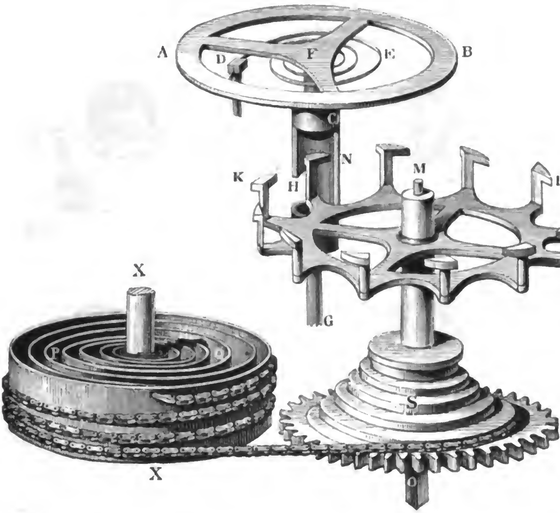
Eine monodimetrische Abbildung des ganzen Hemmungsapparates führt Figur 336 vor Augen. Es ist AB das Steigrad, welches auf der Welle CD festsitzt, die mittels einer Schnur von dem niederziehenden Gewichte G das Umdrehungsbestreben erhält. Man sieht ferner in EKF den Anker, der mittels eines gabelförmigen Hebels LMN von dem in O aufgehangenen Pendel OP um seine Axe KL in Schwingung versetzt wird.

Cylinder-hemmung.

§. 163. Das Pendel einer Hemmung läßt sich auch durch eine dünne Spiralfeder mit einem kleinen Schwungrade, die sogenannte Unruhe (franz. spirale; engl. pendulous spring) ersetzen. In Fig. 337 ist AB das um die Axe C drehbare Schwungrädchen und DEF die dazu gehörige Spiralfeder, welche mit dem Ende D auf dem Gestelle des Apparates und mit dem Ende F auf der Welle des Rädchens festsitzt. Wird das letztere in der Richtung des Pfeiles um einen mäßigen Winkel gedreht und nach diesem sich selbst überlassen, so geht die Spirale in Folge ihrer Elasticität nicht allein in ihre erste Form zurück, sondern zieht sich in Folge der Trägheit des Schwungrädchens auch noch mehr zusammen, und gelangt so in einen schwingenden Zustand

ähnlich wie ein Pendel oder ein elastischer Stab (s. I., Anhang §. 20 *)). Was bei dem Pendel die Schwerkraft ist, ist hier die Elasticität der Spiralfeder. Cylinderhemmung.

Fig. 337.

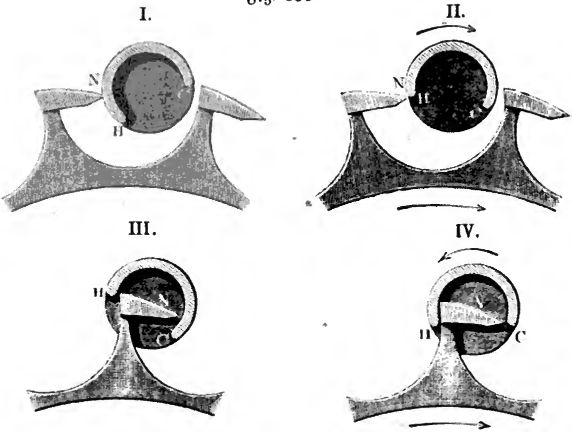


Es kommt nun darauf an, diese Unruhe mit der Hemmung so zu verbinden, daß das Ganze die Wirkung eines niederziehenden Gewichtes oder einer gespannten Feder regulirt. Die vorzüglichste Hemmung für diesen Zweck ist die sogenannte Cylinderhemmung, welche im Wesentlichen folgende Einrichtung hat. Die Spindel CG der Unruhe besteht aus einem hohlen Cylinder von polirtem Stahl und hat bei CH einen größeren und einen kleineren Ausschnitt. Das Steigrad KLM, welches durch die Kraft eines Gewichtes oder einer Feder um seine Axe MO stetig umgedreht wird, hat zwölf ganz eigenthümlich geformte hakenförmige Zähne, welche mit ihrer Spitze N abwechselnd gegen die äußere und innere Fläche des ausgeschnittenen Theiles der cylindrischen Axe der Unruhe stoßen, wodurch natürlich jedes Mal die Umdrehung des Steigrades aufgehalten wird. Wie durch das Eingreifen der Zähne des Steigrades in die cylindrische Axe der Unruhe und durch die verschiedenen Stellungen der letzteren das regelmäßige Spiel des ganzen Hemmungsapparates bewirkt wird, ist am besten aus Figur 338, I., II., III. und IV. (auf folgd. Seite) zu ersehen. In I., wo die Unruhe und folglich auch ihr cylindrisches Axenstück die größte Elongation nach der einen

Cylinder-hemmung.

Seite hat, hält sie das Steigrad mittels des Zahnes N in seiner Bewegung vollständig auf; in II., wo die Unruhe schon einen Theil ihrer Schwingung gemacht hat, erhält sie von dem nun frei werdenden Zahne N einen kleinen Impuls zur Fortsetzung ihrer Schwingung; in III. hat die Unruhe ihre

Fig. 338.

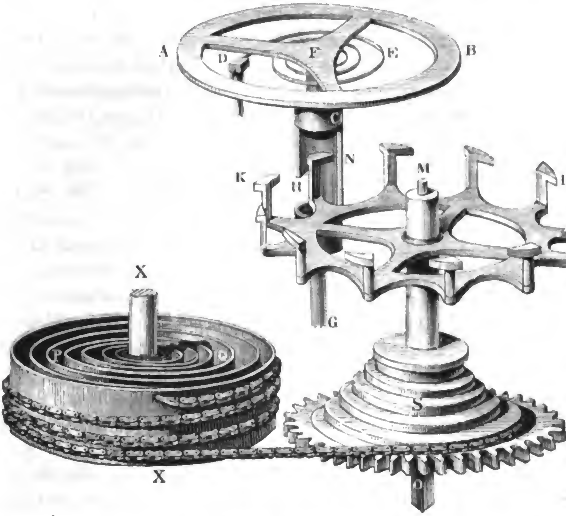


größte Elongation auf der anderen Seite ihrer Bewegung erreicht und bringt dabei das Steigrad abermals zum Stillstand, und in IV. ist die Unruhe wieder in Rückschwingung begriffen und nimmt hierbei noch einen kleinen Stoß von der durchgehenden Zahnspitze N des Steigrades auf.

In Figur 339 ist noch das Treibwerk abgebildet. Es ist hier PQ die sogenannte Trommel, welche die stählerne Triebfeder P einschließt, deren eines Ende an dem innern Umfange und deren anderes Ende an der Umdrehungsaxe XX der Trommel festsitzt. Ferner ist S die spiralförmige Schnecke, welche wir hier auf der Welle des Steigrades sitzend annehmen, jedoch bei den Uhrwerken in der Regel durch ein Räderwerk mit der Axe des Steigrades in Verbindung gesetzt ist. Die Trommel und die Schnecke sind endlich noch durch eine Kette mit einander verbunden, welche sich von der Schnecke auf die Trommel wickelt, während die letztere durch die gespannte Feder in Umdrehung gesetzt wird. Die Schnecke mit ihren Spiralwindungen ist deshalb nöthig, weil die Spannkraft der Feder allmälig abnimmt, je mehr sich dieselbe von der Trommel ab- und daher auf die Schnecke aufwickelt. Nimmt dann hierbei der Radius der Spirale auf der letzteren in demselben Maße zu als die Spann- oder Umdrehungskraft der Triebfeder sich vermindert, so bleibt das Umdrehungsmoment ein constantes.

Die Umdrehungsgeschwindigkeit des Steigrades hängt übrigens nicht, Cylinder-hemmung.
oder nur sehr wenig von der Umtriebskraft desselben ab, sondern ist bestimmt durch die Länge des Pendels oder der Feder in der Unruhe; je länger diese

Fig. 339.

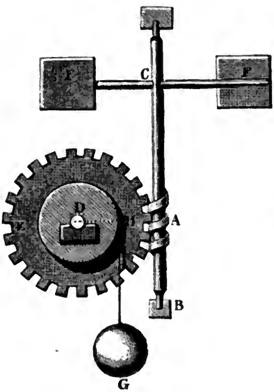


wesentlichen Theile eines Uhrwerkes gemacht werden, desto langsamer schwingen dieselben (vergl. I., §. 261 und Anhang §. 21 *)) und desto langsamer geht also auch das Steigrad mit dem ganzen Uhrwerke. Die Umtriebskraft hat nur Einwirkung auf die Schwingungsamplitude, und insofern allerdings einen secundären Einfluß auf die Schwingungsdauer (s. I., §. 262 *)); um denselben aber so viel wie möglich herabzuziehen, giebt man der Umtriebskraft den kleinsten Werth, macht sie also nur so groß als eben nöthig ist, um eine Bewegung des Uhrwerks zu erhalten.

Anmerkung. Es giebt sehr verschiedene Hemmungsarten, namentlich unterscheidet man die zurückspringende, ruhende und freie Hemmung von einander. Wir haben hier nur von den ruhenden Hemmungen gesprochen, weil dieselben jetzt am gewöhnlichsten angewendet werden. Dieselben rühren vorzüglich von Clement und Graham her. Bei der zurückspringenden Hemmung verursachen die beiden Lappen oder Keile des Ankers nicht bloß einen momentanen Stillstand, sondern auch ein kleines Zurückgehen des Steigrades. Die sogenannte freie Hemmung macht die Schwingungen des Pendels oder der Unruhe von der Umtriebskraft ganz unabhängig und wird deshalb vorzüglich bei den besten astronomischen Uhren angewendet.

Windfang. §. 164. Der Windfang oder das Flügelrad (franz. volant à ailettes; engl. fly) ist ein vorzügliches Mittel zur Erzeugung einer gleichförmigen Bewegung, er hat aber den großen Mangel, daß er einen großen Theil der Arbeitskraft der Maschine zu seiner Bewegung in Anspruch nimmt. Man wendet ihn deshalb nicht gern zu einer ununterbrochenen Arbeitsverrichtung, sondern nur dann an, wenn es darauf ankommt, auf kurze Zeit eine möglichst gleichförmige Bewegung herzustellen. Deshalb hat man ihn auch nur bei dem Schlagwerke der Uhren, wo er die Umdrehungsbewegung des sogenannten Laufwerkes derselben nur während des Schlagens des Schlägels auf die Glocke zu reguliren hat. Als Regulirungsmittel chronometrischer Apparate (s. I., Anhang §. 21*) Anmerkung 3) leistet er indessen ebenfalls sehr nützliche Dienste. Im Wesentlichen besteht der Windfang in einer Welle BC, Fig. 340, mit zwei ebenen Flügeln F, F in der Ebene der Umdrehungsaxe, also rechtwinkelig auf der Umdrehungsebene der Welle. Auf dieser Welle sitzt noch ein kleines Getriebe oder ein stark ansteigendes Schraubengewinde A, in welches ein größeres Zahnrad ADE eingreift, das durch eine Feder oder ein Gewicht entweder unmittelbar, wie in der Figur, oder mittelbar, nämlich durch zwischengestelltes Räderwerk, in Umdrehung gesetzt wird. Der Widerstand, welchen die Luft den Flügeln bei ihrer Umdrehung um BC entgegensetzt, wächst mit dem Quadrate der Umdrehungsgeschwindigkeit und gelangt daher auch bei einer gewissen Umdrehungsgeschwindigkeit des Windfanges mit dem Gewichte oder der Umtriebskraft ins Gleichgewicht, so daß von diesem Augenblicke an die anfangs beschleunigte Bewegung in eine gleichförmige übergeht. Es findet also bei diesem Regulirungsapparate ein ganz anderes Verhältniß statt als bei der Hemmung mit Steigrad, da hier die Geschwindigkeit von der Triebkraft abhängt, wogegen sie bei der Hemmung am Steigrade nur von der Pendel- oder Federlänge bestimmt wird. Deshalb ist auch die Bewegung dieses Apparates auf die Dauer nicht gleichförmig, nimmt z. B. eine andere Geschwindigkeit an, wenn sich der Reibungszustand oder der Zustand der den Apparat umgebenden atmosphärischen Luft ändert.

Fig. 340.



Ist F der Inhalt der Flügelflächen zusammengenommen, ζ der Widerstandscoefficient der Luft, ferner γ die Dichtigkeit der Luft, g die Beschleu-

nigung der Schwere und l die Entfernung der Flügelmitte von der Umdrehungsaxe, so haben wir das Moment des Widerstandes, welchen die Luft dem Windfang entgegensetzt: Windfang.

$$Ql = \zeta \cdot \frac{v^2}{2g} F\gamma \cdot l = \zeta \frac{v^2}{2g} Fl\gamma \text{ (s. I., §. 432).}$$

Ist P die dem Gewichte G entsprechende Umdrehungskraft des Zahnrades nach Abzug der Reibung und anderer Nebenhindernisse, und r der Hebelarm dieser Kraft, also Pr das Moment derselben, so haben wir die Gleichung

$$Ql = \zeta \cdot \frac{v^2}{2g} Fl\gamma = Pr,$$

und daher die Geschwindigkeit der Flügelmitte, $v = \sqrt{\frac{2gPr}{\zeta \cdot Fl\gamma}}$.

Nimmt nun P um eine kleine Größe $\triangle P$ zu oder ab, so erhält diese Geschwindigkeit eine Zu- oder Abnahme, welche durch die Formel

$$v \pm \triangle v = \sqrt{\frac{2g(P \pm \triangle P)r}{\zeta \cdot Fl\gamma}},$$

oder einfacher, durch die Proportion $\frac{\triangle v}{v} = \frac{1}{2} \frac{\triangle P}{P}$ bestimmt ist.

Wenn also während der Bewegung des Windfanges die Kraft innerhalb der engen Grenzen $P\left(1 - \frac{\triangle P}{P}\right)$ und $P\left(1 + \frac{P}{P}\right)$ schwankt, so verändert sich die Geschwindigkeit nur innerhalb der Grenzen

$$v\left(1 - \frac{\triangle v}{v}\right) = v\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\triangle P}{P}\right)$$

$$\text{und } v\left(1 + \frac{\triangle v}{v}\right) = v\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\triangle P}{P}\right).$$

Was den Coefficient ζ anlangt, so ist derselbe nicht ganz constant, sondern für eine kleine rectanguläre Fläche $\zeta = 1{,}254\left(1 + \frac{1{,}295\sqrt{F}}{l}\right)$ zu setzen.

Beispiel. Durch welches Gewicht wird der in Figur 340 abgebildete Apparat mit 30 Fuß Geschwindigkeit umgetrieben, wenn dasselbe an einem Hebelarme $DH = a = 4$ Zoll wirkt, während der mittlere Flügelhalbmesser CF, $l = 8$ Zoll, die Seitenlänge der beiden quadratischen Flügel 4 Zoll beträgt und das Zahnrad AE, $n = 30$ Zähne, die Schraube A aber $m = 2$ Gewinde hat? Nehmen wir an, daß der Apparat durch die Reibung 35 Procent der Kraft verliere, so können wir das Kraftmoment dieses Gewichtes in Hinsicht auf die Flügelwelle setzen (s. III., §. 148):

$$Pr = (1 - 0{,}35) \cdot \frac{mGa}{n} = 0{,}65 \cdot \frac{2 \cdot 4\,G}{30} = 0{,}1733\,G,$$

ferner haben wir die Flügelfläche $F = 2 \cdot 4^2 = 32$ Quadratzoll, und das Gewicht eines Cubikzolls Luft, $\gamma = \frac{66}{800 \cdot 1728} = \frac{0{,}0825}{1728}$ Pfund; führen

Windfang. wir nun noch $l = 8$, $2\,g = 2\,.\,12\,.\,31{,}25 = 24\,.\,31{,}25$ Zoll,

$$v^2 = (12\,.\,30)^2 = 144\,.\,900 \text{ und}$$
$$\zeta = 1{,}254\,(1 + 1{,}295\,.\,{}^4/_8) = 2{,}066 \text{ ein,}$$

so erhalten wir die Gleichung

$$0{,}1733\,G = \zeta\,.\,\frac{v^2}{2g}\,Fl\gamma = 2{,}066\,.\,\frac{144\,.\,900\,.\,32\,.\,8\,.\,0{,}0825}{24\,.\,31{,}25\,.\,1728} = \frac{2{,}066\,.\,66}{31{,}25},$$

und daher das gesuchte Gewicht $G = \dfrac{2{,}066\,.\,66}{0{,}1733\,.\,31{,}25} = 25{,}18$ Pfund.

Die mittlere Umdrehungszahl des Flügelrades pro Minute ist

$$u = \frac{30\,.\,v}{\pi l} = 9{,}549\,.\,\frac{v}{l} = 9{,}549\,.\,\frac{12\,.\,30}{8} = 429{,}7.$$

Sollten die Nebenhindernisse innerhalb 10 Procent des Gewichtes G schwanken, oder sollte P bald 0,40, bald 0,30 Procent des Gewichtes beanspruchen, wäre also auch das Umdrehungsmoment bald ${}^5/_{65} = {}^1/_{13}$ kleiner, bald ebensoviel größer als das mittlere Moment $Pr = 0{,}1733\,G$, so würde die Umdrehungszahl u nie mehr als um ${}^1/_{26}$ größer oder kleiner, also höchstens auf

$$429{,}7\,(1 + {}^1/_{26}) = 429{,}7 + 16{,}5 = 446{,}2 \text{ steigen,}$$

oder auf $429{,}7\,(1 - {}^1/_{26}) = 429{,}7 - 16{,}5 = 413{,}2$ sinken können.

Dieses Reguliren der Bewegung ist allerdings, da das Gewicht G mit der Geschwindigkeit $w = \dfrac{m}{n}\,.\,\dfrac{a}{l}\,v = {}^2/_{30}\,.\,{}^4/_8\,30 = 1$ Fuß sinkt, mit einem Arbeitsaufwande von $L = Gw = 25{,}18\,.\,1 = 25{,}18$ Fußpfund pro Secunde verbunden.

Bremse. §. 165. Die in der praktischen Mechanik am häufigsten angewendeten Moderatoren einer Kraft sind die **Bremse** (franz. freins; engl. breaks), worunter man alle diejenigen Mechanismen versteht, welche die Bewegung einer Maschine durch den Reibungswiderstand mäßigen oder nach Befinden ganz aufheben. Da durch die Reibung nur die Bewegung geschwächt, nie aber beschleunigt oder erzeugt wird, so ist mit der Anwendung eines Bremses stets eine Krafttödtung oder Arbeitsvernichtung verbunden und es gehört aus diesem Grunde ein Brems nicht zu den willkommenen Hilfsapparaten einer Maschine. Man soll sich daher auch der Bremse nur in allen den Fällen zur Regulirung der Bewegung einer Maschine bedienen, wenn andere Regulirungsmittel und zumal solche, welche durch bewegende Kräfte, z. B. durch Gewichte, Federn oder träge Massen wirken, nicht ausreichen oder überhaupt keine Anwendung gestatten. Da die Reibung proportional mit dem Drucke eines ruhenden Körpers gegen die bewegten Körper wächst und abnimmt, so kommt es bei den Bremsen nur darauf an, einen festen Körper gegen den in seiner Bewegung zu regulirenden Maschinentheil mit einer gewissen Kraft zu drücken. In der Regel besteht der zu regulirende Maschinentheil in einer rotirenden Welle, Trommel oder einem Rade, und hat man es mit einem Wagen zu thun, so dient hierzu gleich ein Paar Räder, worauf dieser fortrollt. Im letzteren Falle kann natürlich die fortschreitende Bewegung des Wagens durch den Brems nur indirect, d. h. nur dadurch mode-

tirt werden, daß die rollende Bewegung der Räder in eine ganz oder theilweise gleitende Bewegung verwandelt wird. Kommen die Räder ganz zum Stillstand, so verwandelt sich die unbedeutende rollende Reibung in die gleitende Reibung, deren Ueberwindung meist schon eine sehr große Kraft erfordert. Uebrigens kann das Umdrehen der Wagenräder auch durch sogenannte Hemmketten und Hemmschuhe (franz. enrayures, sabots; engl. triggers) verhindert werden.

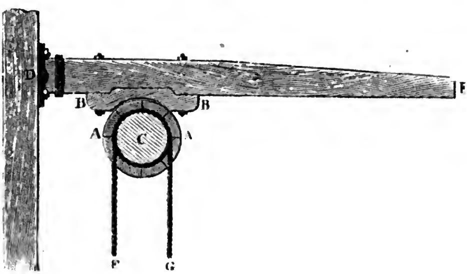
Dem Vorstehenden zu Folge besteht jeder Bremsapparat aus zwei Haupttheilen, aus dem rotirenden Bremsrade und aus dem auf dieses aufzudrückenden Körper, dem Bremse im engeren Sinne des Wortes. Nach der Gestalt und Beschaffenheit des letzteren Theiles lassen sich nun folgende Bremsapparate von einander unterscheiden:

1) die Backen- oder Laschenbremse,
2) die Glieder- oder Kettenbremse,
3) die Seil-, Draht-, Band- und Gurtbremse,
4) die Excentrikbremse,
5) die Kegelbremse.

Der Backen- oder Laschenbrems besteht aus einem oder zwei Holz- oder Eisenstücken, den sogenannten Bremsbacken, welche mit großer Kraft gegen den Umfang einer Welle oder eines auf ihr sitzenden Rades, des sogenannten Bremsrades, gedrückt werden. Der Glieder- oder Kettenbrems ist eine Kette oder ein gegliederter Gurt, welcher um das Bremsrad herumgeschlungen und durch ein Gewicht oder eine andere Kraft gespannt wird. Bei dem Seil-, Draht-, Band- oder Gurtbrems ist es ein um das zu bremsende Rad gewundener biegsamer Körper, z. B. ein Seil, Draht, Band u. s. w., welcher die Umdrehung dieses Rades moderirt oder aufhebt. Der Excentrikbrems besteht aus einem Excentrik und der Kegelbrems aus einem hohlen Kegel, welcher in oder über das ebenfalls conisch geformte Bremsrad geschoben wird.

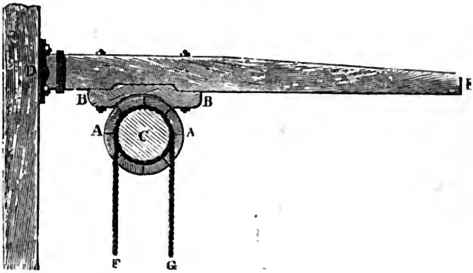
§. 166. Ein einfacher, jedoch nur einseitig wirkender Backenbrems

Fig. 341.



Bremse. für eine liegende Welle ist in Fig. 342 abgebildet. *AA* ist das aus Dauben zusammengesetzte Bremsrad, *BB* der bogenförmig ausgenommene

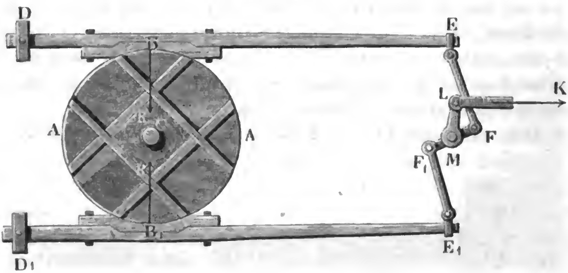
Fig. 342.



Bremsbacken und *DE* der sogenannte Bremsdrückel, welcher in *D* seinen Stützpunkt hat und in *E* niedergedrückt wird, wenn es darauf ankommt, das Niedersinken des an einem der beiden Seilenden *F* und *G* hängenden Gewichtes zu reguliren.

Um durch das Bremsen oder Aufdrücken des Bremsbackens auf das Bremsrad die Welle und ihre Zapfen nicht zu verletzen, wendet man lieber doppelte Bremsbacken an, welche an entgegengesetzten Seiten auf dieses Rad drücken. Ein solches Rad ist in Fig. 343 abgebildet. Es ist auch hier *AA*

Fig 343.

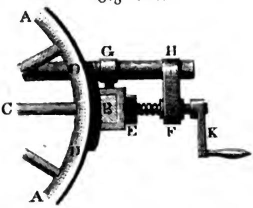


das um *C* drehbare Bremsrad, und es sind B, B_1 die auf den um D und D_1 drehbaren Bremsdrückeln DE und $D_1\,E_1$ festsitzenden Bremsbacken. Um die Kraft, mit welcher die Bremsbacken auf das Rad drücken, noch zu verstärken, kann man noch ein aus einem doppelarmigen Hebel FMF_1 bestehendes Vorgelege anwenden. Die Bremsdrückel DE und $D_1\,E_1$ sind dann

durch Zugstangen EF und $E_1 F_1$ an die Arme MF und MF_1 dieses He- Bremse.
bels angeschlossen, und dieser wird mittels eines Armes ML von der Kraft K ergriffen.

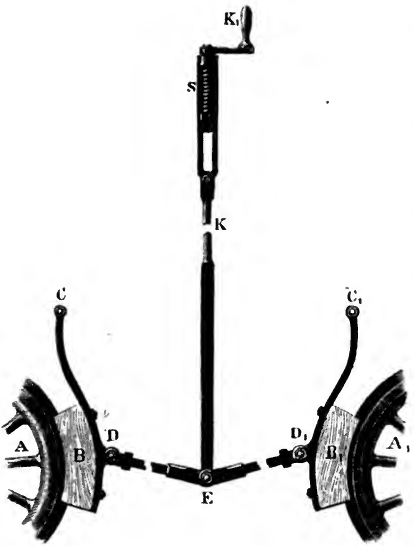
Zu den Backenbremsen gehören auch noch die sogenannten Schleifzeuge der Radfuhrwerke. Ein solches Schleifzeug ist in Figur 344 abgebildet. ACA ist ein Theil des Rades, B ein quer über beide Räder weggehender Bremsbaum mit den eisernen Bremsbacken DD, und EF eine Schraube, welche mittels einer Kurbel K nach der einen oder nach der anderen Richtung umgedreht wird, wenn es darauf ankommt, die Bremsbacken entweder auf das Rad aufzudrücken oder von demselben abzuziehen. Zu diesem Zwecke ist der Bremsbaum in G verschiebbar und dagegen die Schraube in H unverrückbar an dem Wagengestelle aufgehangen.

Fig. 344.



Ein anderes Schleifwerk für einen Eisenbahnwagen ist in Fig. 345 abgebildet. Es sind hier A und A_1 die Wagenräder, B und B_1 die Bremsbacken und CD, $C_1 D_1$ Stangen, womit diese in C und C_1 am Wagen hängen. Das Aufdrücken der Bremsbacken auf die Wagenräder erfolgt durch eine Kurbel K_1 in Verbindung mit einer Schraube S und dem Kniehebelmechanismus CDE und $C_1 D_1 E$. Durch Umdrehung der Schraube S mittels der Kurbel nach der einen oder anderen Richtung kann die Zugstange EK, und

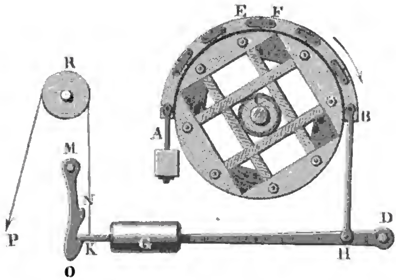
Fig. 345.



Bremse. mit ihr also auch der Aufhängepunkt E aufgezogen oder niedergelassen werden, womit natürlich entweder ein Aufdrücken oder ein Abziehen der Backen B und B_1 von den Rädern A und A_1 verbunden ist.

§. 167. Einen aus hölzernen Gliedern oder Ringstücken zusammengesetzten **Gliederbrems**, wie er vorzüglich bei Windmühlen zur Anwendung kommt, zeigt Figur 346. Es ist hier ACB das auf der Flügelwelle C (s. II., §. 248) aufsitzende Bremsrad und $AEFB$ der dieses Rad umgürtende Brems- oder Preßring. Die Verbindung der Glieder unter einander wird durch eiserne Laschen wie EF und eiserne Bolzen E und F, welche letztere durch die Gliederenden hindurchgehen, bewirkt. Das eine Ende A dieses Gurtes ist an dem Gebälke des Gebäudes befestigt, und das andere Ende B mittels einer eisernen Zugschiene BH an einem um D drehbaren Hebel KD angeschlossen. Dieser Hebel ruht für gewöhnlich mit seinem Ende K auf einem Zahn O einer um M drehbaren Klinke, und hält dabei den Bremskranz in einem Abstande von ungefähr $^1/_4$ bis $^1/_2$ Zoll frei über dem Bremsrade; soll aber gebremst, d. i. die Welle C in Ruhe oder in eine langsamere Bewegung versetzt werden, so zieht man mit einem Rucke am Ende P einer über einer Leitrolle R liegenden und am Hebelende K befestigten Schnur. Hierbei trifft das Ende K an einen zweiten Zahn N der Klinke, und theilt dadurch der letzteren einen Schwung nach außen mit; läßt man daher in diesem Momente mit dem Zuge nach, so fällt der Hebel KD ungehindert herab und drückt, zumal mit Hilfe des an ihm befestigten Gewichtes G, den Bremskranz fest auf das Bremsrad auf.

Fig. 346.



Ein einfacher **Band- oder Gurtbrems** ist in Fig. 347 abgebildet; ACA_1 ist das Bremsrad, $BAEA_1B_1$ das eiserne Blechband. Die Enden B und B_1 des letzteren sind an einem Hebel DK angeschlossen, und es ist hieraus leicht zu ersehen, wie durch Niederdrücken des Hebelendes K das Band gespannt wird.

Einen **Drahtbrems** für einen Krahn führt Fig. 348 vor Augen. Es ist auf der zu bremsenden Welle C eine metallene Scheibe oder Trommel

AA aufgebolzt, um welche ſich der etwa $^1/_4$ Zoll dicke Draht BDE mehr- Bremſe.
mals umwickelt. Das eine Ende dieſer Welle iſt mittels des Gelenkſtückes

Fig. 347.

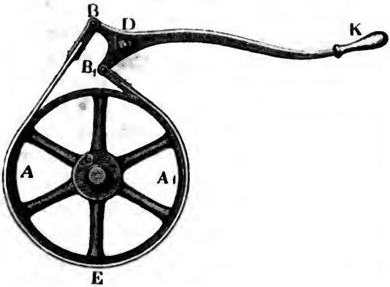
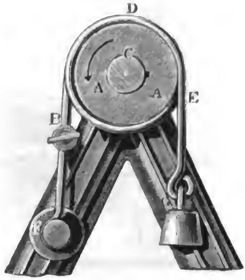


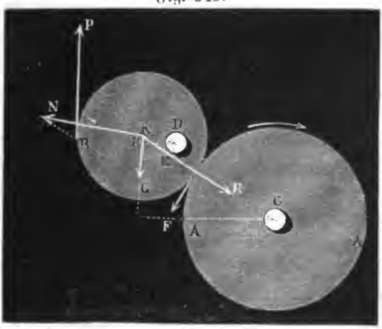
Fig. 348.



FB bei F an das Krahngeſtell angebolzt, und das andere Ende deſſelben iſt durch ein kleines Gewicht G von ein paar Pfunden geſpannt. Dreht ſich die Welle in der Richtung des Pfeiles, ſo hat ſie eine kleine, nur dem Gewichte G entſprechende Reibung am Umfange der Trommel zu überwinden; wird aber die Welle in umgekehrter Richtung umgedreht, ſo widerſteht eine viel größere, nach I., §. 176, zu beurtheilende Kraft. Wenn alſo auch die Umdrehungskraft der Welle zu wirken aufhört, ſo wird die vielleicht noch freihängende Laſt des Krahnes oder Haspels durch dieſen großen Reibungswiderſtand an dem Herabſinken verhindert werden.

Einen Excentrikbrems ſieht man in Fig. 349 abgebildet; es iſt ACA das um C laufende Bremsrad und BD das um D drehbare Excentrik, das durch ein Gewicht G nach unten gezogen wird und mittels einer Schnur BP aufgezogen werden kann. Soll das Rad ACA in ſeiner Umdrehung aufgehalten werden, ſo läßt man die Schnur BP locker und es klemmt ſich nun das Excentrik zwiſchen den feſten Axen C und D.

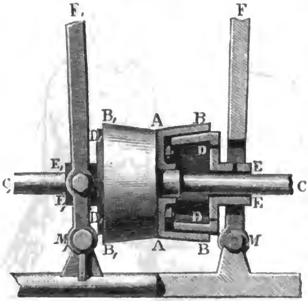
Fig. 349.



Sehr gewöhnlich wendet man ſtatt des Vollkreiſes BD einen Hebel mit Kreisſectoren an.

Bremse. In Fig. 350 ist noch ein Kegelbrems abgebildet. Auf der sich um ihre Axe umdrehenden Welle CC_1 sitzt ein doppelter Kegel $AABB$ — $AABB_1$, wovon der eine im Durchschnitt und der andere von außen zu sehen ist. Zwei andere Kegel DD und $D_1 D_1$ im Innern dieser Kegel sitzen mittels Muffe EE und $E_1 E_1$ auf der Welle CC_1 und lassen sich auf dieser mit Hilfe zweier um M und M_1 drehbarer Hebel FM und $F_1 M_1$ verschieben. Diese Hebel sind so mit einander verbunden, daß sie sich gleichzeitig entweder nach innen oder nach außen bewegen lassen.

Fig. 350.



Im ersteren Falle schieben sie die conischen Räder DD und $D_1 D_1$ in die hohlen Kegel AB und AB_1, so daß zwischen den Außenflächen des einen und den Innenflächen des anderen Kegelpaares eine Reibung entsteht, wodurch die Umdrehung der Welle CC_1 entweder gemäßigt oder ganz aufgehoben werden kann. Im zweiten Falle treten hingegen die Kegel AB, $A_1 B_1$ aus den Kegeln DD und $D_1 D_1$ heraus und es kann dann BAB_1 mit CC_1 ungehindert umlaufen.

Anwendung der Bremse. §. 168. Es ist von einem zweckmäßigen Brems zu verlangen, daß er ohne großen Kraftaufwand und ohne nachtheilige Wirkungen auf die Maschine die Bewegung der letzteren schnell und sicher hemme oder nach Befinden gar aufhebe. Da der Reibungswiderstand, durch welchen die Maschine gehemmt oder in Ruhe versetzt wird, nicht allein von dem Drucke, sondern auch von dem Reibungscoefficienten abhängt, so kommt es nicht allein darauf an, einen großen Druck auf das Bremsrad auszuüben, sondern es ist auch darauf zu sehen, daß die Reibungsflächen mehr rauh als glatt sind. Aus dem letzteren Grunde läßt man nicht gern Eisen auf Eisen, sondern lieber Holz auf Holz oder wenigstens Holz auf Eisen sich reiben, und macht deshalb gern die Bremsbacken oder den Bremsgurt aus Holz (s. I., §. 161). Der Druck ist der auszuübenden Bremskraft proportional und läßt sich durch Vertheilung der letzteren sowie durch Hinzufügung von Hebeln beliebig vergrößern (s. Fig. 346 und Fig. 343). Dieser Vergrößerung der Bremskraft ist aber wieder durch den vorgeschriebenen Weg der letzteren eine Grenze gesetzt. Je mehr die Brems- oder Zugkraft durch Hebel u. s. w. vergrößert auf den Brems übertragen wird, desto kleiner fällt natürlich auch der Weg des letzteren aus. Nun muß aber dieser Weg oder Abstand des

Bremses vom Bremsrade eine gewisse Größe haben, damit das Bremsrad, selbst wenn es nicht ganz rund ginge, beim gewöhnlichen Gange nicht am Brems schleift; es ist folglich umgekehrt, von der Zugkraft während des Bremsens ein mit diesem Abstande und mit dem Umsetzungsverhältniß dieser Kraft proportional wachsender Weg zurückzulegen. Dieser Weg darf jedoch, der Armlänge des Menschen entsprechend, nur eine gewisse Größe haben, und folglich kann auch das Umsetzungsverhältniß oder die Vergrößerung der Bremskraft eine gewisse Grenze nicht überschreiten. Anwendung der Bremse.

Damit der Druck des Bremses auf die Welle des Bremsrades nicht nachtheilig wirke, ist es nöthig, den Brems auf die entgegengesetzten Seiten des Bremsrades oder rundherum auf dieses Rad zu vertheilen. Aus diesem Grunde sind z. B. die Bremse in Figur 347, 348 und 350 denen in Figur 342, 344, 345 u. s. w. vorzuziehen.

Um überhaupt den Arbeitsaufwand, also das Product aus Kraft und Weg des Bremsens, möglichst herabzuziehen, ist es rathsam, an denjenigen Stellen zu bremsen, wo die Maschine am schnellsten geht und eben deshalb die kleinste Umdrehungskraft hat. Man bremst daher bei einer Maschine diejenige Welle, welche die meisten Umdrehungen macht, und zwar nicht unmittelbar, sondern mittels eines die Umdrehungsgeschwindigkeit vergrößernden und folglich die Umdrehungskraft vermindernden Bremsrades.

Besitzt die durch den Brems zu hemmende Maschine eine große und schnell umlaufende Masse, so ist es zweckmäßig, die Maschine an einer dieser Masse sehr nahen Stelle zu bremsen, um die Wirkungen der Reaction, welche die träge Masse bei ihrer verzögerten Bewegung ausübt, für die Maschine so unschädlich wie möglich zu machen. Deshalb bremst man denn auch Wasserräder und Schwungräder gern unmittelbar an ihrem Umfange oder wenigstens an mit diesen Rädern fest verbundenen Bremsrädern. Hat man es nicht bloß mit der Aufhebung der lebendigen Kraft, sondern auch mit der Vernichtung der Umtriebskraft einer Maschine zu thun, so ist es auf der anderen Seite auch wünschenswerth, daß das Bremsen so viel wie möglich in der Nähe des Angriffspunktes der Umdrehungskraft erfolge.

§. 169. Es ist nun im Folgenden die Theorie des Bremses als eines den Gang einer Maschine moderirenden oder sistirenden Hilfsapparates, zu entwickeln. Denken wir uns die ganze Masse der Maschine auf den Umfang des Bremsrades reducirt, bezeichnen wir dieselbe mit M, und nehmen wir ebenso an, daß die bewegende Kraft oder Ueberwucht P der Maschine, so wie der vom Brems erzeugte Widerstand F an dem Bremsradumfang wirke. Es ist dann die Acceleration des Radumfanges vor dem Bremsen: Theorie der Bremse.

$$p = \frac{P}{M},$$

Theorie der Bremse. und dagegen die Retardation des Radumfanges während des Bremsens:

$$p_1 = \frac{F - P}{M} \text{ (s. I., §. 65).}$$

Ist nun die Zeit für den ersten Bewegungszustand $= t$ und die des zweiten $= t_1$, so hat man den Zuwachs an Geschwindigkeit im ersten Falle:

$$v = pt = \frac{P}{M}t,$$

und die Verminderung der Geschwindigkeit im zweiten Falle:

$$v_1 = p_1 t_1 = \frac{F - P}{M} t_1 \text{ (s. I., §. 9).}$$

Hat der Radumfang anfangs die Geschwindigkeit c, und handelt es sich bloß darum, diese Geschwindigkeit trotz der Ueberwucht zu behalten, so muß $v_1 = 0$, also $F = P$, d. i. der durch das Bremsen hervorzubringende Widerstand der Ueberwucht P gleich sein. Soll hingegen die Bewegung des Rades in einer gegebenen Zeit t_1 aufgehoben, also die Maschine zum Stillstande gebracht werden, so hat man

$$c - v_1 = 0, \text{ d. i. } v_1 = c \text{ oder } \left(\frac{F - P}{M}\right) t_1 = c$$

zu setzen, und es folgt nun der erforderliche Bremswiderstand:

$$F = P + \frac{Mc}{t_1}.$$

Ist hingegen die Geschwindigkeit des Rades $c + v$ in der Zeit t_1 auf die Größe c zurückzuführen, so hat man

$$c + v - v_1 = c, \text{ d. i. } v_1 = v \text{ oder } \left(\frac{F - P}{M}\right) t_1 = v,$$

also den entsprechenden Bremswiderstand

$$F = P + \frac{Mv}{t_1}.$$

Wäre der durch das Bremsen wegzunehmende Geschwindigkeitsüberschuß v aus der während der Zeit wirkenden Ueberwucht P erwachsen, so würde $v = \frac{P}{M} t$ und daher

$$F = P + \frac{t}{t_1} P = \left(\frac{t + t_1}{t_1}\right) P \text{ zu setzen sein.}$$

Giebt man statt der Zeiten t und t_1 die entsprechenden Wege des Bremsradumfanges, setzt man also den der Ueberwucht P und der Zeit t entsprechenden Weg $= s$ und dagegen den der verzögernden Kraft $F - P$ und der Zeit t_1 entsprechenden Weg $= s_1$, so hat man für den Fall, daß durch das Bremsen die Geschwindigkeit $c + v$ auf c zurückgebracht werden soll, die Arbeit $\frac{M}{2} [(c + v)^2 - c^2] = (F - P) s_1$ (s. I., §. 71),

und es ist daher $F = P + \frac{M}{2\,s_1}\,[(c + v)^2 - c^2]$, oder da Theorie der Bremse.

$$\frac{M}{2}\,[(c + v)^2 - c^2] \text{ auch } = Ps \text{ gesetzt werden kann,}$$

$$(F - P)\,s_1 = Ps, \text{ d. i. } F = \left(\frac{s + s_1}{s_1}\right)P.$$

Uebrigens lassen sich auch die Wege s und s_1 durch die Formeln

$$s = \left(s + \frac{v}{2}\right)t \quad \text{und} \quad s_1 = \left(c + \frac{v}{2}\right)t_1 \text{ (s. I., §. 13)}$$

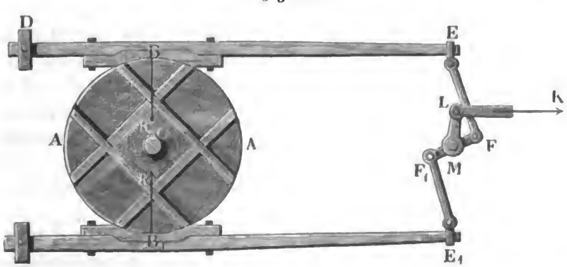
bestimmen.

Beispiel. Ein Wasserrad hat eine Umfangsgeschwindigkeit c von 10 Fuß, eine träge Masse M von $\frac{20000}{g} = 0{,}032 \, . \, 20000 = 640$ Pfund und eine Ueberwucht P von 200 Pfund, beide auf den Radumfang reducirt, welchen Widerstand F muß man an dem Radumfang anbringen, um dieses Rad im Laufe von $t = 8$ Secunden in den Stillstand zu versetzen? Es ist dieser Widerstand nach dem Obigen $F = P + \frac{Mc}{t} = 200 + \frac{640 \, . \, 10}{8} = 200 + 800 = 1000$ Pfund, und es ist der Weg des Radumfanges in der Zeit von 8 Secunden, innerhalb welcher das Rad zur Ruhe übergeht, $s = \frac{vt}{2} = \frac{10 \, . \, 8}{2} = 40$ Fuß.

§. 170. Um von den im vorigen Paragraphen gefundenen Formeln Gebrauch machen zu können, ist es noch nöthig, für die verschiedenen Bremsmethoden die Abhängigkeit des Reibungswiderstandes F von der Zug- oder Druckkraft K des Maschinenwärters zu kennen.

Haben wir es mit einem Backenbrems, wie z. B. Fig. 351, zu thun, so ist der Reibungswiderstand F einfach $= \varphi R$, wo φ den Reibungscoeffi-

Fig. 351.



cienten und R den Druck der Bremsbacken auf das Bremsrad bezeichnet, zu setzen. Ist nun a der Hebelarm DE der Kraft K und b der Hebel-

Theorie der Bremse.

arm DB des Druckes, so hat man $aK = bR$, und daher

$$F = \varphi R = \varphi \frac{a}{b} K.$$

Ist noch ein Vorgelegshebel angebracht, und wirkt bei demselben die Kraft K_1 am Hebelarme $ML = a_1$, und die Schwengelkraft K am Hebelarme $MF = b_1$, so hat man $a_1 K_1 = b_1 K = b_1 \frac{b}{a} . R$, und daher die Reibung

$$1)\ F = \varphi R = \varphi \frac{a}{b} \cdot \frac{a_1}{b_1} K_1.$$

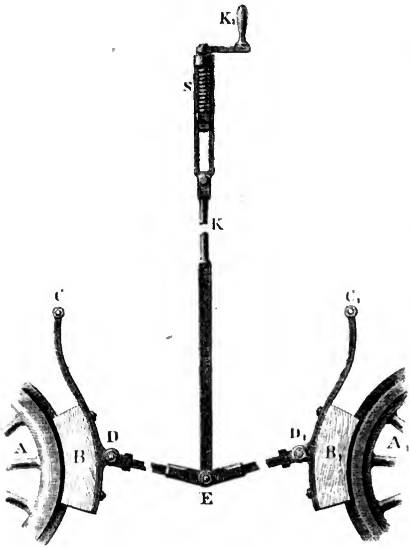


Fig. 352.

Die Verdoppelung der Bremsbacken u. Hebel ändert diese Formel nicht; es ist dann R die Summe der Drücke und also auch F die Summe der Reibungen an beiden Seiten.

Bei dem Wagenbrems, Fig. 352, mit Kniehebel und Schraube ist das Verhältniß zwischen Kraft K_1 und Druck R oder Reibung F wie folgt zu beurtheilen. Weichen die Druckstangenaxen DE und D_1E_1 um einen Winkel $DEK = D_1EK = \beta$ von der Zugstangenaxe KE ab, so ist der Druck R, mit welchem jede Stange den Bremsbacken auswärts schiebt, durch die bekannte Formel

$$R = \frac{K}{2 \cos. \beta}$$ (s. I., §. 75) bestimmt.

Geht die Richtung der Stange DE durch die Radaxe, so ist R zugleich der Normaldruck auf den Radumfang, und daher der Reibungswiderstand an beiden Rädern zusammen

$$F = 2 \varphi R = \frac{\varphi K}{\cos. \beta}.$$

Es wirkt der Kniehebel genau wie ein Keil, und es ist leicht einzusehen, daß sich durch ihn ein sehr großer Druck und also auch eine sehr große Reibung erzeugen läßt, wenn man den Neigungswinkel $cos.\beta$ sehr klein, also β nahe 90^0 macht. Theorie der Bremse.

Wirkt die Bremskraft K_1 an einem Hebelarme a, ist die mittlere Dicke der Schraube S, $= d$, das Ansteigen der Schraube $= \alpha$ und der Reibungswinkel $= \varrho$, so haben wir nach III., §. 142, die Kraft

$$K_1 = \frac{d}{2a} K \, tang.(\alpha + \varrho)$$

und daher den Reibungswiderstand

$$2) \; F = \frac{\varphi K}{cos.\beta} = \varphi \, . \, \frac{2a}{d} K_1 \frac{cotang.(\alpha + \varrho)}{cos.\beta}.$$

Verbinden wir nun die eine oder die andere der Formeln unter 1) und 2) mit einer der Formeln

$$F = P + \frac{Mv}{t}, \quad F = P + \frac{M}{2s_1}[(c+v)^2 - c^2] \text{ u. s. w.,}$$

so erhalten wir die gesuchte Regel zur Berechnung der Hauptdimensionen des gewissen Forderungen entsprechenden Bremses.

Beispiel. Ein Dampfwagenzug von der Masse

$$M = \frac{100000}{g} = 0{,}032 \, . \, 100000 = 3200 \text{ Pfund}$$

bewegt sich mit der Geschwindigkeit $c + v = 30$ Fuß vorwärts, und es soll diese Geschwindigkeit wegen Ueberschreitung einer noch 250 Fuß entfernten Brücke durch Bremsen auf 12 Fuß zurückgeführt werden; mit welcher Kraft hat man zu diesem Zwecke die Wagenbremsen zu ziehen, wenn die Hauptverhältnisse derselben folgende sind: $\varphi = 0{,}4$, $\frac{2a}{d} = 15$, $\alpha + \varrho = 12^0$, $\beta = 72\frac{1}{2}^0$?

Wir haben zu setzen:

$$\varphi \, . \, \frac{2a}{d} \, . \, K_1 \frac{cotang.(\alpha + \varrho)}{cos.\beta} = \frac{M}{2s_1}[(c+v)^2 - c^2], \text{ d. i.}$$

$$0{,}4 \, . \, 15 \, . \, \frac{cotang.12^0}{cos.72\frac{1}{2}^0} \, . \, K_1 = \frac{3200}{500}(30^2 - 12^2),$$

weshalb die gesuchte Kraft an der Bremskurbel

$$K_1 = \frac{32\,(900 - 144)\,cos.72\frac{1}{2}^0\,tang.12^0}{0{,}4 \, . \, 15 \, . \, 5} = \frac{32 \, . \, 756}{30} cos.72\frac{1}{2}^0\,tang.12^0$$

$$= 806{,}4 \, . \, 0{,}3007 \, . \, 0{,}2126 = 51{,}55 \text{ Pfund folgt.}$$

Wenn man also zwei Bremse anwendet, so ist jede Bremskurbel mit 25,78 Pfund Kraft anzudrücken. Die Zeit des Bremses ist, da hierbei der Weg $s_1 = 250$ Fuß mit der mittleren Geschwindigkeit $c_1 = \frac{30 + 12}{2} = 21$ Fuß zurückgelegt wird,

$$t_1 = \frac{s_1}{c_1} = \frac{250}{21} = 11{,}9 \text{ Secunden.}$$

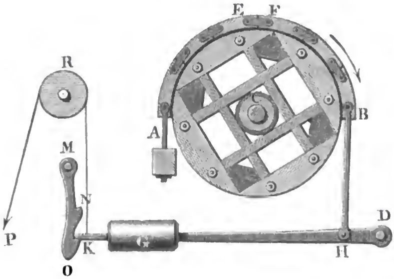
Das hierbei verrichtete Arbeitsvermögen beträgt

$$\frac{M}{2}[(c+v)^2 - c^2] = 1600 \, . \, 756 = 1209600 \text{ Fußpfund.}$$

Theorie der Bremse. Bei dieser Berechnung ist vorausgesetzt worden, daß die Ueberwucht Null sei. Wird während des Bremsens der Dampf abgesperrt, so hat man natürlich einen negativen Werth für P einzusetzen und es fällt K_1 noch kleiner aus.

§. 171. Für die übrigen Bremse, welche wir oben (§. 167) kennen gelernt haben, berechnet sich die Bremskraft wie folgt.

Fig. 353.



Bei dem Gliederbrems in Fig. 353 ist die Reibung wie die einer Kette nach I., §. 175, zu berechnen. Ist β die Länge des durch den Bremskranz bedeckten Bogens AFB, auf den Halbmesser 1 reducirt, und n die Anzahl der Glieder, also der Bogen eines Gliedes: $\alpha = \frac{\beta}{n}$; ist ferner die Kraft, mit welcher das Ende B des Bremskranzes gespannt wird, $= Q$, so hat man die gesuchte Reibung

$$F = \left[\left(1 + 2\varphi \sin.\frac{\beta}{2n}\right)^n - 1\right] Q,$$

und wirkt die Spannkraft Q an einem Hebelarme $DH = b$, während das Gewicht G am Hebelarme $DG = a$ niederzieht, so hat man bei freihängendem Hebel, $Q = \frac{a}{b} G$, und daher

$$F = \left[\left(1 + 2\varphi \sin.\frac{\beta}{2n}\right)^n - 1\right] \cdot \frac{a}{b} G.$$

Hat man es mit einem Draht- oder Bandbrems zu thun, so ist $n = \infty$ und daher nach I., §. 176 die Reibung

$F = (e^{\varphi\beta} - 1) Q$ zu setzen.

Diese Formel findet ihre unmittelbare Anwendung bei dem Drahtbrems in Fig. 354, wo allerdings β mehreren Umwindungen entspricht, also mehrmals, z. B. 5mal 2π, zu setzen ist.

Bei dem Bandbremse in Fig. 355 ist zwar ebenfalls

$F = (e^{\varphi\beta} - 1) Q,$

es sind aber hier die beiden Bandenden mit den Kräften Q und $e^{\varphi\beta} Q$ zu spannen, und es ist daher die erforderliche Kraft am Hebelende, wenn der Hebelarm DK derselben durch a und die Hebelarme $DB = DB_1$ der

Spannkräfte durch b bezeichnet werden:

$$K = \frac{b}{a}(Q + e^{\varphi \beta} Q) = (e^{\varphi \beta} + 1)\frac{b}{a} Q$$

Fig. 354.

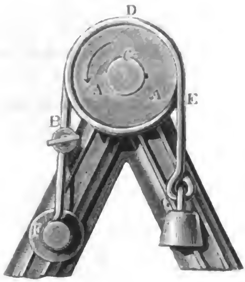
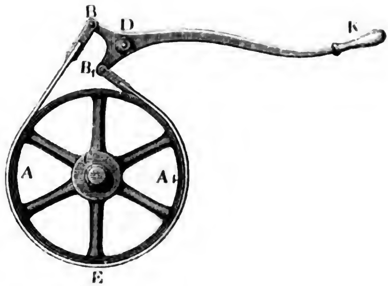


Fig. 355.

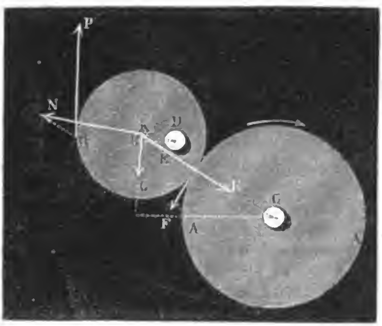


und umgekehrt die Reibung

$$F = \left(\frac{e^{\varphi \beta} - 1}{e^{\varphi \beta} + 1}\right) \cdot \frac{a}{b} K.$$

Bei dem **Excentrikbrems**, Fig. 356, ist die Reibung ähnlich wie die am Backenbrems zu berechnen.

Fig. 356.



Ist in Beziehung auf die Umdrehungsaxe D des Excentriks der Hebelarm des Gewichtes G: $DH = a$ und der Hebelarm des Druckes R, d. i. der Abstand der Axe D von der Centrallinie CK, $DE = b$, so haben wir

$$R = \frac{a}{b} G$$

und daher die Reibung

$$F = \varphi R = \varphi \frac{a}{b} G.$$

Was endlich noch den **Kegelbrems**, Fig. 357 (auf folgd. Seite), anlangt, so hat man hier den die Reibung F erzeugenden Normaldruck R wie beim conischen Zapfen (I., §. 172) oder wie beim Keil (I., §. 163) aus dem halben Convergenzwinkel α der kegelförmigen Reibungsflächen und aus der Kraft Q, mit welcher die inneren Kegel DD und D_1D_1 in ihrer Axen-

Theorie der Bremse. richtung CC_1 gegen die äußeren gedrückt werden, nach der Formel

$$R = \frac{Q}{sin.\alpha}, \text{ oder genauer } R = \frac{Q}{sin.\alpha + \varphi\, cos.\alpha} = \frac{Q\, cos.\varrho}{sin.(\alpha + \varrho)}$$

zu berechnen.

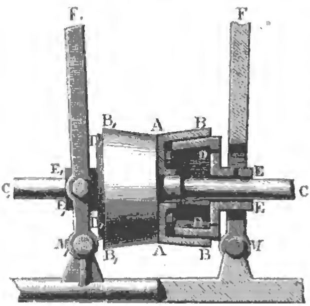


Fig. 357.

Ist nun noch a der Hebelarm der an den Schwengeln FM, F_1M_1 wirkenden Bremskraft K, und b der Hebelarm der Axenkraft Q, d. i. der Abstand der Drehungspunkte M und M_1 von der Wellenaxe CC, so haben wir

$$Q = \frac{a}{b} K,$$

und daher die Reibung

$$F = \varphi R = \varphi \frac{Q\, cos.\varrho}{sin.(\alpha + \varrho)}$$
$$= \frac{a K sin.\varrho}{b\, sin.(\alpha + \varrho)},$$

da $\varphi = tang.\varrho = \frac{sin.\varrho}{cos.\varrho}$ ist (s. I., §. 159).

Werden die Schwengel MF und M_1F_1 nicht unmittelbar von K, sondern mittels eines Vorgelegshebels von einer Kraft K_1 angezogen, so ist, wenn a_1 und b_1 die Arme dieses Hebels bezeichnen, wie beim Backenbrems in Fig. 351:

$$K = \frac{a_1}{b_1} K_1 \text{ und daher}$$
$$F = \frac{a a_1 K_1 sin.\varrho}{b b_1 sin.(\alpha + \varrho)}.$$

Um die Wirksamkeit der Bremse vollständig zu beurtheilen, sind natürlich auch diese Formeln für F mit denen des §. 169 zu verbinden.

Beispiel. Wenn bei einem Windrade die Flügelflächen zusammen den Inhalt $nF = 1000$ Quadratfuß haben, und wenn die Geschwindigkeit des Windes $c = 20$ Fuß beträgt, so ist nach II., §. 260, die Leistung dieses Rades $L = 0{,}000549 \,.\, nFc^3 = 0{,}000549 \,.\, 1000 \,.\, 20^3 = 4392$ Fußpfund. Nehmen wir hierbei an, daß die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $v = 2{,}5 \,.\, 20 = 50$ Fuß ist, so erhalten wir die Umdrehungskraft desselben, auf den Umfang reducirt, $= \frac{L}{v} = \frac{4392}{50} = 87{,}84$ Pfund, und ist der Halbmesser des Bremsrades in der Flügellänge 6 mal enthalten, so folgt die auf den Umfang dieses Rades reducirte Windkraft $P = 6 \,.\, 87{,}84 = 527{,}04$ Pfund. Ist nun dieses Rad durch einen Gliederbrems, wie Fig. 353, zu bremsen, der den halben Bremsumfang mit 6 Gliedern bedeckt, so entsteht die Frage, mit welchem Gewichte soll man diesen

Brems ausrüsten, damit man durch denselben im Nothfalle der ganzen Windkraft das Gleichgewicht halten könne, wenn z. B. durch einen Bruch die Arbeitsmaschine zufällig außer Gang gekommen wäre? Wir haben hier die Kraft P der Reibung Theorie der Bremse.

$F = \left[\left(1 + 2\varphi\, sin. \frac{\beta}{2n}\right)^n - 1\right] \frac{a}{b}\ G$ gleich zu setzen. Nehmen wir nun hierin $\varphi = 0{,}4$, $n = 6$, $\beta = 180^0$, also $\frac{\beta}{2n} = 15^0$, und das Hebelarmverhältniß $\frac{a}{b} = 6$ an, so haben wir

$$F = [(1 + 0{,}8\, sin.\, 15^0)^6 - 1]\ .\ 6\, G = 12{,}55\, G,$$

und daher das gesuchte Gewicht

$$G = \frac{527{,}04}{12{,}55} = 42 \text{ Pfund.}$$

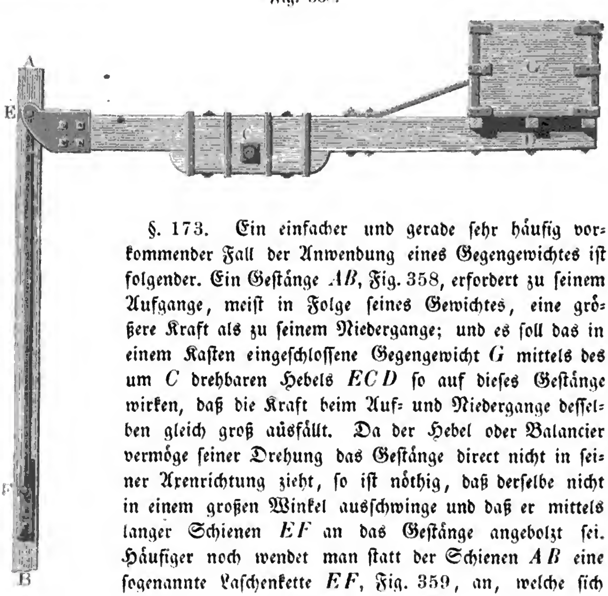
§. 172. Ein vorzügliches Hülfsmittel zur Regulirung einer Kraft oder Bewegung besteht in der Anwendung von Gegengewichten (franz. contre-poids; engl. countre poises). In der Regel sind die Gegengewichte wirkliche Gewichte, welche durch Steigen und Sinken die absetzende oder veränderliche Wirkung einer Kraft reguliren; man kann aber auch diese Gewichte durch den Druck des Wassers oder der Luft ersetzen; und hat es dann mit sogenannten hydraulischen und pneumatischen Gegengewichten oder Balanciers zu thun. Am häufigsten kommen die aus wirklichen Gewichten bestehenden Gegengewichte vor. Ist die zu regulirende Bewegung stetig kreisförmig, so wird das Gegengewicht fest mit der umlaufenden Welle verbunden; erfolgt hingegen die Befestigung absetzend geradlinig oder kreisförmig, so wirken die Gegengewichte meist mittels Hebel oder Rollen auf den in seiner Bewegung zu regulirenden Maschinentheil. Gegengewichte.

Bei der stetigen Kreisbewegung, und vorzüglich bei der Krummzapfenbewegung, ist nach jeder Umdrehung eine Periode beendigt; es kommt daher auch hier nur darauf an, daß innerhalb derselben das Gegengewicht ein Mal sinke und ein Mal steige, und zwar ersteres während des Mangels und letzteres während des Ueberschusses an Kraft. Bei der absetzenden Bewegung in der geraden Linie oder im Kreise findet allerdings etwas Aehnliches statt, da hier nach einem Auf- und einem Niedergange eine Periode beendigt ist, innerhalb welcher das Gegengewicht ein Mal steigen und sinken muß; da aber bei weitem am häufigsten Gegengewichte nur zur Ausgleichung des Gewichtes der Maschine oder gewisser Theile derselben dienen, so muß jedes Gegengewicht eine der Maschine entgegengesetzte Bewegung machen, d. i. es muß niedersinken, wenn jene steigt, und dagegen emporsteigen, wenn jene niedergeht. Es kann deshalb das Gegengewicht nicht unmittelbar an den auf- und niedergehenden Maschinentheil, z. B. an das Gestänge (s. III., §. 10), angeschlossen werden, sondern es ist ein

Gegengewichte. zweiarmiger Hebel oder nach Befinden, eine Rolle oder eine Radwelle nöthig, welche die Bewegungsrichtung des Gegengewichtes in die der Maschine oder des Gestänges umändert. Solche doppelarmige Hebel mit Gegengewichten sind unter dem Namen **Gegengewichtsbalanciers** bekannt. Ist die auszugleichende Kraft sehr variabel, so reicht vielleicht der fast nur constant wirkende Gleichgewichtsbalancier nicht aus, und man nimmt deshalb zu **Gegengewichtsketten** oder zu **Spiraltrommeln** mit Gegengewichten, oder zu sogenannten **Ausgleichungswagen** seine Zuflucht. Diese Vorrichtungen kommen vorzüglich auch bei der Regulirung der stetigen Bewegung in der geraden Linie, z. B. bei der Schachtförderung zur Ausgleichung des veränderlichen Seilgewichtes, zur Anwendung.

Bei doppelten und doppelt wirkenden Kolben-Maschinen ist das Ausgleichen der Gewichte oder Kräfte auch oft durch bloßes Kuppeln, d. i. durch Anwendung eines doppelarmigen Hebels oder Balanciers ohne Gegengewicht zu bewirken. Zwei durch einen Balancier mit einander verbundene Gestänge gleichen sich gegenseitig aus, da sich das eine nicht ohne das andere bewegen kann.

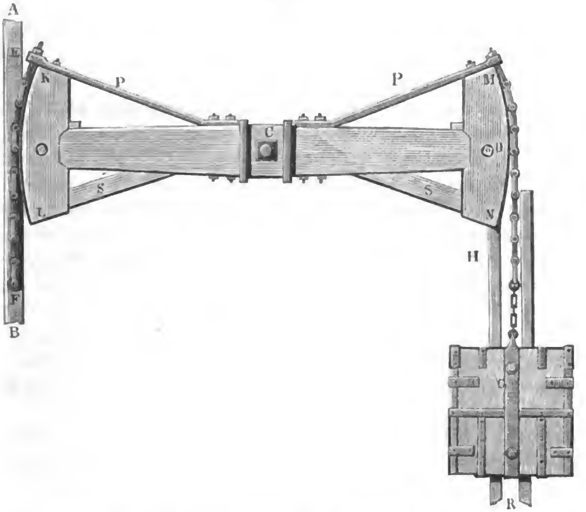
Fig. 358.



Gegengewichtsbalancier. §. 173. Ein einfacher und gerade sehr häufig vorkommender Fall der Anwendung eines Gegengewichtes ist folgender. Ein Gestänge AB, Fig. 358, erfordert zu seinem Aufgange, meist in Folge seines Gewichtes, eine größere Kraft als zu seinem Niedergange; und es soll das in einem Kasten eingeschlossene Gegengewicht G mittels des um C drehbaren Hebels ECD so auf dieses Gestänge wirken, daß die Kraft beim Auf- und Niedergange desselben gleich groß ausfällt. Da der Hebel oder Balancier vermöge seiner Drehung das Gestänge direct nicht in seiner Axenrichtung zieht, so ist nöthig, daß derselbe nicht in einem großen Winkel ausschwinge und daß er mittels langer Schienen EF an das Gestänge angebolzt sei. Häufiger noch wendet man statt der Schienen AB eine sogenannte Laschenkette EF, Fig. 359, an, welche sich

während der Schwingung des Balanciers $KLCD$ auf das Cirkelstück KL Gegengewichts-balancier.
am Ende des Hebels auf- und abwickelt. Damit das Gegengewicht G während der Drehung des Balanciers seinen Hebelarm CD nicht ändere, ist dasselbe ebenfalls mittels Laschenketten an das andere Ende des Balan-

Fig. 359.



ciers angeschlossen. Um die Seitenschwankungen des Gewichtskastens G zu verhindern, erhält derselbe Seitenwalzen, womit er sich in einer Spur HR auf- und niederbewegen kann, und um der Verbindung der Cirkelstücke KL und MN mit dem Waagbaume Haltbarkeit zu verschaffen, sind noch Streben SS und Spannschienen PP aufgesetzt.

Aus dem Stangenschub oder Hub s und Schwingungswinkel β des Balanciers, welcher letztere nie über 60 Grad genommen werden soll, ist die Armlänge $CK = CL = a$ leicht zu berechnen. Da sich bei jedem Spiele ein Kettenstück von der Länge s auf das Cirkelstück auf- und abwickelt, so ist

$$s = \frac{\beta^0}{180^0} \cdot \pi a, \text{ und daher umgekehrt}$$

$$a = \frac{180^0 \cdot s}{\beta^0 \cdot \pi} = 57{,}296 \frac{s}{\beta^0}.$$

Hat man es dagegen mit der Aufhängung in Fig. 358 zu thun, und

Gegengewichtsbalancier.

trifft man hierbei die Einrichtung, daß sich die Hängemaschine beim höchsten und tiefsten Stande gleich, und zwar eben so viel nach links als beim mittleren Stande des Balanciers nach rechts neigt, so hat man wie bei jedem Kreuze und jedem Balancier (S. III., §. 14 und §. 126):

$$s = 2 a \sin. \frac{\beta}{2}, \text{ also umgekehrt}$$

$$a = \frac{s}{2 \sin. \frac{\beta}{2}}.$$

Den Hebelarm $CD = b$ des Gewichtes nimmt man in der Regel dem Hebelarme a gleich. Wie auch das Gestänge gegen den Horizont geneigt sei, immer ist doch zu fordern, daß der Schwingungswinkel β durch das Perpendikel vom Drehungspunkte C gegen die Gestängaxe halbirt werde. Ist die Gestängaxe vertikal, so hat natürlich jenes Perpendikel eine horizontale Lage; und ist das Gestänge unter einem Winkel α gegen den Horizont geneigt, so hat es eine entgegengesetzte Neigung von $90^0 - \alpha$ gegen den Horizont. Eine ähnliche Forderung hat man an die Aufhängeweise des Gegengewichtes G zu machen; da dasselbe nur vertikal niederzieht, so soll der Schwingungsbogen auf dieser Seite von der Horizontalen durch den Drehungspunkt C halbirt werden und daher der Balancier die Form eines Winkelhebels annehmen, dessen Arme um den Winkel $90^0 - \alpha$ von einander abweichen.

§. 174. Die Anordnung und Berechnung eines Balanciers mit hängendem Gegengewichte, sei es ein gerader oder ein Winkelhebel, ist wie folgt zu vollziehen. Es sei die Kraft zum Aufziehen des Gestänges AB, $= Q_1$ und die zum Niederziehen $= Q_2$, also die mittlere Kraft zum Auf- und Niedergange:

$$Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2}.$$

Dann ist die Kraft, mit welcher dem Aufgehen des Gestänges zu Hülfe zu kommen ist, und welche auch das Gestänge bei seinem Niedergange zu überwinden hat:

$$P = Q_1 - Q = Q - Q_2, \text{ d. i.}$$

$$P = \frac{Q_1 - Q_2}{2}.$$

Es sei ferner der Hebelarm $CK = CL$, Fig. 359, auf der Seite des Gestänges $= a$, und der Hebelarm CD auf der Seite des Gegengewichtes $= b$; und setzen wir noch die Größe dieses Gegengewichtes $= G_1$, so haben wir, ohne Berücksichtigung aller Nebenhindernisse:

$$Pa = G_1 b,$$

also das zur Ausgleichung der halben Kraftdifferenz $P = \frac{Q_1 - Q_2}{2}$ nöthige Gegengewicht: Gegengewichtsbalancier.

$$G_1 = \frac{a}{b} P = \frac{a}{b} \cdot \frac{Q_1 - Q_2}{2}.$$

In der Regel besteht die Kraft zum Aufgange aus einer Last R_1 und dem Gewichte G des armirten Gestänges, und die Kraft zum Niedergange aus einer anderen Last R_2 minus dem Gewichte G des Gestänges, ist also

$$Q_1 = R_1 + G \text{ und}$$
$$Q_2 = R_2 - G$$

zu setzen, weshalb denn die erforderliche Größe des Gegengewichtes

$$G_1 = \frac{a}{b}\left(G + \frac{R_1 - R_2}{2}\right) \text{ folgt, und}$$

$$G_1 = \frac{a}{b} G$$

ausfällt, wenn die Kräfte R_1 und R_2 einander gleich sind.

Ist der Balancier unsymmetrisch, hat also die eine Hälfte ein anderes Moment als die andere, so hat man natürlich zu dem Gegengewichte noch das Tarirgewicht, d. i. das vom Schwerpunkte des Balanciers auf den Umfang des Cirkelstückes reducirte Gewicht des leeren Balanciers zu addiren.

Die Reibung am Zapfen oder Walzeisen C verändert die Kräfte Q_1 und Q_2 zum Auf- und Niederziehen des Gestänges nur wenig. Ist G_2 das ganze Gewicht des armirten, jedoch unbelasteten Gegengewichtsbalanciers, φ der Reibungscoefficient und r der Halbmesser des Zapfens, so hat man die auf den Umfang des Cirkelstückes KL oder auf die Gestängaxe reducirte Zapfenreibung: $F = \varphi \frac{r}{a}(P + G_1 + G_2)$.

Da dieselbe sowohl bei dem Aufgang als auch bei dem Niedergang des Gestänges zu überwinden ist, so erfordert sie natürlich keine Ausgleichung, und ist also auch ohne Einfluß auf die Größe des Gegengewichtes. Wohl aber giebt die Zapfenreibung Veranlassung zu einem Arbeitsverluste, der bei jedem Auf- oder Niedergange $Fs = \varphi \frac{r}{a}(P + G_1 + G_2)s$, und daher, bei n Spielen pro Minute in der Secunde,

$$L = \frac{n}{60} \cdot 2Fs = \frac{n}{30} \cdot \varphi \frac{r}{a}(P + G_1 + G_2)s \text{ beträgt.}$$

Dasselbe Verhältniß findet statt bei der nach I., §. 177 zu berechnenden Kettengliederreibung.

Die Trägheit des Gestänges wird durch die des Balanciers noch vergrößert. Ist T das Trägheitsmoment des unbelasteten Balanciers, so hat

Gegengewichtsbalancier.

man das Trägheitsmoment des belasteten $= T + G_1 b^2$, und daher die träge Masse des Balanciers, auf die Gestängaxe reducirt:

$$M_1 = \frac{T + G_1 b^2}{G a^2}.$$

Diese träge Masse übt nur ihren Einfluß auf den Gang oder die Geschwindigkeit der Maschine, keineswegs aber auf die mechanische Arbeit derselben aus, da die Kraft, welche am Anfange des Auf- oder Niederganges zur Ueberwindung der Trägheit des Balanciers erfordert wird, gegen Ende desselben, während dieser allmälig zur Ruhe übergeht, wieder gewonnen wird.

Beispiel. Ein sogenanntes Kunstgestänge hat das Gewicht $G = 20000$ Pfund, und seine Pumpenlast beträgt beim Aufgange 40000 Pfund, beim Niedergange aber nur 8000 Pfund, welches Gegengewicht erfordert dasselbe zu seiner Ausgleichung? Wenden wir einen ganz symmetrischen Balancier mit hängendem Gegengewichte an, und lassen wir denselben nur 50° schwingen, so haben wir bei dem Hube $s = 5$ Fuß die erforderliche Armlänge $a = b = 57{,}296 \,.\, {}^5/_{50} = 5{,}730$ Fuß, und das nöthige Gegengewicht:

$$G_1 = G + \frac{R_1 - R_2}{2} = 20000 + \frac{40000 - 8000}{2} = 36000 \text{ Pfd.}$$

Wiegt der unbelastete Balancier 4000 Pfund (G_2), so hat das Walzeisen nach III., §. 15, die Stärke:

$$d = 2r = 0{,}030 \sqrt{\frac{2\,G_1 + G_2}{2}} = 0{,}030 \sqrt{38000} = 5{,}85 \text{ Zoll},$$

wofür wir jedoch 6 Zoll nehmen wollen. Die Reibung an dieser Axe ist nun, wenn wir $\varphi = 0{,}075$ setzen:

$$F = \varphi \frac{r}{a} (2\,G_1 + G_2) = 0{,}075 \,.\, \frac{1 \,.\, 76000}{4 \,.\, 5{,}73} = 248{,}7 \text{ Pfund},$$

und der entsprechende Arbeitsverlust pro Spiel:

$$2\,F s = 10 \,.\, 248{,}7 = 2487 \text{ Fußpfund},$$

oder pro Secunde, wenn das Gestänge in der Minute 5 Spiele macht:

$$L = \frac{n}{60} \,.\, 2\,F s = \frac{2487}{12} = 207{,}25 \text{ Fußpfund}.$$

§. 175. Wenn das Gegengewicht fest mit dem Balancier verbunden ist, so findet keine vollständige Ausgleichung statt, da sich dann der Hebelarm, und also auch das Moment des Gegengewichts, mit der Drehung des Balanciers ändert. Nehmen wir an, daß der Schwerpunkt S des belasteten Balanciers DCE, Fig. 360, beim halben Hube mit der Drehungsaxe C in gleichem Niveau sich befinde, daß er also bei jeder Schwingung: um $SCS_1 = \frac{\beta}{2}$ steige und um $SCS_2 = \frac{\beta}{2}$ sinke.

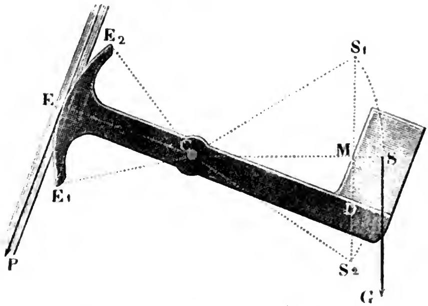
Ist dann wieder der Hebelarm $CS = CS_1 = CS_2$ des Gegengewichtes $G_1, = b$, so haben wir den in der Vertikale zu messenden Weg von G_1:

$$S_1 S_2 = 2\,S_1 M = 2\,C S_1 \,.\, sin.\, S_1 C M = 2\,b\, sin.\, \frac{\beta}{2},$$

und daher die Arbeit des Gewichtes G bei einer Schwingung $G_1 \cdot \overline{S_1 S_2}$ $= 2\, G_1\, b\, sin.\, \frac{\beta}{2}$. Der gleichzeitige Weg des Gestänges ist aber $s = a\beta$, wenn a den Hebelarm $CE = CE_1 = CE_2$ des Gestänges

Gegengewichtsbalancier.

Fig. 360.



bezeichnet, folglich ist der mittlere Werth der Kraft, mit welcher das Gegengewicht dem aufgehenden Gestänge zu Hülfe kommt:

$$P = \frac{2\, G_1\, b\, sin.\, \frac{\beta}{2}}{s} = \frac{2\, G_1\, b\, sin.\, \frac{\beta}{2}}{a\beta},$$

annähernd, da $sin.\, \frac{\beta}{2} = \frac{\beta}{2} - \frac{1}{6}\left(\frac{\beta}{2}\right)^3$ (s. Ingenieur, S. 225) gesetzt werden kann:

$$P = (1 - \tfrac{1}{24}\beta^2)\, \frac{b}{a}\, G_1.$$

Da in der Hubmitte der Hebelarm von G_1, $CS = b$, und an den Hubenden derselbe $CS_1 = CS_2 = b\, sin.\, \frac{\beta}{2}$ ist, so fällt der Werth dieser Kraft im ersten Falle:

$P_1 = \frac{b}{a} G_1$, und in den beiden letzten Fällen:

$P_2 = \frac{b}{a} G_1\, sin.\, \beta$ aus.

Um die den Stangenkräften Q_1 und Q_2 entsprechende Größe des Gegengewichtes zu finden, müssen wir in der Formel

$G_1 = \frac{a}{b}\left(\frac{Q_1 - Q_2}{2}\right)$ des vorigen §. 174, statt

Gegengewichtsbalancier.

$\frac{b}{a}$, $(1 - \frac{1}{24}\beta^2)\frac{b}{a}$, aber statt $\frac{a}{b}$, $(1 + \frac{1}{12}\beta^2)\frac{a}{b}$

setzen, so daß wir nun für den Balancier mit festem Gegengewichte den größeren Werth

$$G_1 = (1 + \frac{1}{24}\beta^2) \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{Q_1 - Q_2}{2} = \left[1 + \frac{1}{24}\left(\frac{s}{a}\right)^2\right] \frac{a}{b} \cdot \frac{Q_1 - Q_2}{2}$$

erhalten.

Für $\beta^0 = 60^0$ oder $\beta = 1{,}0472$ ist z. B. die Größe des Gegengewichtes

$$G_1 = 1{,}0457 \frac{a}{b} \left(\frac{Q_1 - Q_2}{2}\right),$$

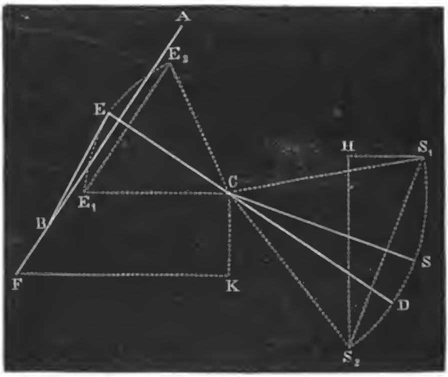
d. i. über $4\frac{1}{2}$ Procent größer, als wenn das Gegengewicht aufgehangen wäre.

Ist das Gestänge nicht durch Ketten, sondern durch Hängeschienen, wie in Fig. 358, mit dem Balancier verbunden, so hat man den Hub s nicht dem Bogen $E_1 E E_2$, sondern der Sehne $E_1 E_2$ gleich, d. i. $s = 2\, a\, sin. \frac{\beta}{2}$ zu setzen, und dann bleibt allerdings:

$$G_1 = \frac{a}{b}\left(\frac{Q_1 - Q_2}{2}\right).$$

Anmerkung. Die mittlere Kraft P, mit welcher das Gegengewicht G_1 den Aufgang des Gestänges befördert, hängt natürlich von der Lage des Schwerpunktes des Balanciers ab. Wir haben oben angenommen, daß er beim halben Hube mit der Drehungsaxe in einerlei Höhe liege; setzen wir aber im Folgenden, der Allgemeinheit wegen, eine andere Lage dieses Punktes voraus. Nehmen wir wieder an, daß das Gestänge AB, Fig. 361, unter dem Winkel $AFK = \alpha$

Fig. 361.



gegen den Horizont geneigt sei, also die Längenaxe DE des Balanciers beim halben Hube von der Vertikalen CK ebenfalls um $KCS = \alpha$ abweiche. Setzen wir ferner den Abstand CS des Schwerpunktes S des Balanciers von der Drehungsaxe C, $= b$ und den Winkel SCD, um welchen CS von der Längenaxe CD abweicht, $= \delta$. Ist nun wieder $ECE_1 = ECE_2 = SCS_1 = SCS_2 = \frac{\beta}{2}$, so haben wir die Sehne $S_1S_1 = 2\,b\,sin.\frac{\beta}{2}$, und ihre Abweichung HS_1S_2 vom Horizont, $= KCS = KCD + DCS = \alpha + \delta$. Es ist daher der Weg des Schwerpunktes oder des Gegengewichtes G_1 bei jedem Auf- oder Niedergange, $S_2H = S_1S_2\,sin.\,HS_1S_2 = 2\,b\,sin.\frac{\beta}{2}\,sin.(\alpha + \delta)$, und die mittlere Kraft, mit welcher G_1 das Gestänge aufzieht, Gegengewichtsbalancier.

$$P = \frac{2\,G_1\,b\,sin.\frac{\beta}{2}\,sin.(\alpha + \delta)}{s} = (1 - {}^1/_{24}\,\beta^2)\,\frac{b}{a}\,G_1\,sin.(\alpha + \delta).$$

Macht man $\alpha + \delta = 90^\circ$, also $\delta = 90^\circ - \alpha$, d. i. legt man CS horizontal, so fällt natürlich P am größten, und zwar, wie oben im Haupttext,

$$P = (1 - {}^1/_{24}\,\beta^2)\,\frac{b}{a}\,G_1 \text{ aus.}$$

Die den Stangenkräften Q_1 und Q_2 entsprechende Größe des Gegengewichtes ist für unseren allgemeinen Fall:

$$G_1 = \left[1 + {}^1/_{24}\left(\frac{s}{a}\right)^2\right]\frac{a}{b}\cdot\frac{Q_1 - Q_2}{2\,sin.(\alpha + \delta)},$$

oder wenn das Gestänge durch Stangen an den Balancier angeschlossen ist,

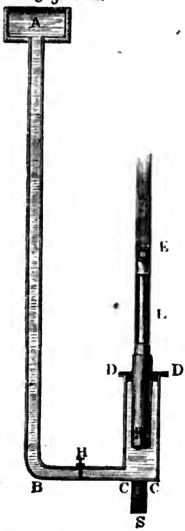
$$G_1 = \frac{a}{b}\cdot\frac{Q_1 - Q_2}{2\,sin.(\alpha + \delta)}.$$

§. 176. Wir wissen schon aus dem zweiten Theile (s. II., §. 232), daß man die Kraft eines Gegengewichtes durch den hydrostatischen Druck einer Wassersäule, also überhaupt den Gewichtsbalancier durch einen **hydraulischen Balancier** ersetzen kann. Bei Anwendung dieses Apparates an Wassersäulenmaschinen bedurfte es nur einer Verlängerung des Ausgußrohres nach oben, um eine den Aufgang des Treibekolbens und des damit verbundenen Gestänges unterstützende und den zu schnellen Niedergang desselben hemmende Kraft zu erhalten; in anderen Fällen ist es hingegen nothwendig, einen besonderen Kolben zur Aufnahme des Wasserdruckes herzustellen. Eine Skizze von einem solchen hydraulischen Balancier führt Fig. 362 (a. f. S.) vor Augen. Die drückende Wassersäule ist von der Röhre ABC eingeschlossen und der den Wasserdruck aufnehmende und mit dem Gestänge ES fest verbundene Mönchskolben KL bewegt sich in dem Stiefel oder Cylinder $CCDD$. Damit die Kraft P, mit welcher der Kolben vom Wasser aufwärts getrieben wird, nicht excentrisch auf das Gestänge ES wirke und dasselbe zur Seite ziehe, ist es zweckmäßig, dasselbe so zu gabeln, daß es den Stiefel CD sammt Kolben KL und Kolbenstange LE umfaßt. Ist F der Querschnitt des Kolbens Hydraulischer Balancier.

Hydraulischer Balancier.

und h die senkrechte Höhe der Kolbenfläche beim mittleren Stande des Kolbens unter dem Wasserspiegel im Speisereservoir A, so hat man die Kraft, mit welcher der hydraulische Balancier in der Axenrichtung auf das Gestänge wirkt, $P = Fh\gamma$, oder wenn F in Quadratfuß und h in Fuß gegeben ist,

Fig. 362.



$$P = 66\, Fh \text{ Pfund.}$$

Noch nimmt aber die Kolbenreibung einen ansehnlichen Theil hiervon in Anspruch, und es ist mit Berücksichtigung derselben nach II., §. 235, bei der Breite b der Liderung und dem Durchmesser d des Kolbens,

$$P = \left(1 - 4\,\varphi\,\frac{b}{d}\right) Fh\gamma \text{ zu setzen.}$$

Die übrigen hydraulischen Hindernisse lassen sich wie die einer Wassersäulenmaschine beurtheilen, und sind auch bei einer Weite $d_1 = \frac{1}{2}\,d$ der Röhren und einer kleinen Kolbengeschwindigkeit von 1 bis 2 Fuß klein genug, um sie außer Acht lassen zu können.

Der hydraulische Balancier hat den Vortheil der Einfachheit und Raumersparniß vor dem Gewichtsbalancier, dagegen ist er aber auch mechanisch unvollkommener, da die Kolbenreibung viel mehr Kraft verzehrt als die Zapfen- und Kettenreibung des Gewichtsbalancier. Ueberdies hat der Gewichtsbalancier den großen Vorzug, daß man durch Zulegen oder Wegnehmen von Gewichten die Kraft P desselben nach Bedürfniß leicht verändern kann, wogegen bei dem hydraulischen Balancier durch Stellung der Regulirungsklappe H nur Kraft vernichtet aber nicht geschaffen werden kann, vielmehr hierzu, wenn der Druck des Wassers bei völlig geöffneter Klappe nicht mehr ausreicht, eine Verlängerung der Wassersäule nach oben nöthig ist. Ist ζ der der Stellung des Hahnes oder der Klappe H entsprechende Widerstandscoefficient, d der Durchmesser des Kolbens, d_1 die Weite der Röhre und v die Geschwindigkeit des Kolbens, so hat man (nach I., §. 377 und II., §. 237) den Theil der Druckhöhe h, welcher durch den Durchgang des Wassers durch diesen Regulirungsapparat verloren geht,

$$h_1 = \zeta \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und den entsprechenden Arbeitsverlust pro Secunde:

$$L_1 = Q h_1 \gamma = \zeta \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{\pi d^2}{4}\, v\gamma = \frac{\pi}{4}\,\zeta\gamma \cdot \frac{d^6}{d_1^4} \cdot \frac{v^3}{2g}.$$

Anmerkung. Man kann sich endlich auch statt der drückenden Wassersäule *AB* der comprimirten Luft bedienen, welche man in einem **Windkessel** einschließt, der mit dem Cylinder *CD* communicirt. Da das Entweichen der Luft nicht ganz vermieden werden kann, so ist es nöthig, eine kleine Luftpumpe anzuwenden, welche neue Luft zupumpt und dabei die Spannung im Windkessel auf einer gewissen Höhe erhält. Die Kraft *P*, mit welcher ein solcher **pneumatischer Balancier** dem aufgehenden Gestänge zu Hülfe kommt, ist allerdings variabel, um indessen die Veränderlichkeit dieser Kraft möglichst herabzuziehen, ist es nöthig, den Windkessel viel größer zu machen als den Cylinderraum. Pneumatischer Balancier.

Ist *V* das Volumen des Windreservoirs sammt Communicationsrohr und *p* die Pressung der Luft in demselben beim tiefsten Kolbenstande, ferner *F* die Kolbenfläche und *s* der Kolbenhub, so haben wir die Pressung der Luft beim höchsten Kolbenstande, dem Mariotte'schen Gesetze zu Folge, $p_1 = \frac{Vp}{V + Fs}$, und die verrichtete Arbeit der comprimirten Luft während der Kolbenbewegung (s. I, §. 330)

$$L = Vp\, Log.\, nat. \left(\frac{p}{p_1}\right) = Vp\, Log.\, nat. \left(\frac{V + Fs}{V}\right).$$

Ist der atmosphärische Druck gegen die Außenfläche des Kolbens pro Quadratzoll p_0, also im Ganzen Fp_0, so müssen wir noch die Arbeit $Fp_0 s$ in Abzug bringen, so daß wir nun

$$L = Vp\, Log.\, nat. \left(\frac{V + Fs}{V}\right) - Fp_0 s,$$

und die mittlere Kraft dieses pneumatischen Balanciers

$$P = \frac{L}{s} = \frac{Vp}{s}\, Log.\, nat. \left(\frac{V + Fs}{V}\right) - Fp_0,$$

oder mit Berücksichtigung der Kolbenreibung,

$$P = \frac{Vp}{s}\, Log.\, nat. \left(\frac{V + Fs}{V}\right) - Fp_0 - 4\varphi \frac{b}{d} F(p - p_0)$$

(s. II., §. 373) erhalten.

Ist $\frac{Fs}{V}$ klein, so kann man

$$Log.\, nat. \left(\frac{V + Fs}{V}\right) = \frac{Fs}{V} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{Fs}{V}\right)^2$$

(s. »Ingenieur«, Seite 136) setzen, und es ist sonach einfacher

$$P = \left(1 - 4\varphi \frac{b}{d}\right) F(p - p_0) - \tfrac{1}{2} \frac{Fs}{V} \cdot Fp.$$

Beim Niedergang des Gestänges ist natürlich die Reibung ebenfalls hinderlich, und daher

$$P = \left(1 + 4\varphi \frac{b}{d}\right) F(p - p_0) - \tfrac{1}{2} \frac{Fs}{V} \cdot Fp.$$

Beispiel. Wenn verlangt wird, den im Beispiele zu §. 174 behandelten Gewichtsbalancier durch einen hydraulischen oder gar durch einen pneumatischen Balancier zu ersetzen, so haben wir folgende Rechnungen anzustellen. Die erforderliche Kraft *P* zum Ausgleichen ist 36000 Pfund, steht uns daher eine Wassersäule von 100 Fuß Höhe zu Gebote, so bedürfen wir für den Treibekolben einen Querschnitt $F = \frac{P}{66\,h} = \frac{36000}{6600} = 5{,}454$ Quadratfuß, oder einen Durchmesser $d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 2{,}635$ Fuß $= 31{,}62$ Zoll.

Pneumatischer Balancier. Nehmen wir $4\varphi\frac{b}{d} = 0{,}1$ an (s. II., §. 235), so erhalten wir die durch die Kolbenreibung verloren gehende Arbeit pro Spiel

$$4\varphi\frac{b}{d}Fh\gamma\,.\,2s = 0{,}1\,.\,5{,}454\,.\,100\,.\,66\,.\,8 = 28797 \text{ Fußpfund},$$

d. i. pro Secunde: $L = \frac{5}{60}\cdot 28797 = 2398$ Fußpfund $= 4{,}7$ Pferdekräfte.

Wenden wir hingegen einen pneumatischen Balancier an, in welchem die Luft auf 10 Atmosphären gespannt wird, und fordern wir, daß sich die Spannung beim Aufgange des Kolbens höchstens um $^1/_8$ ihres anfänglichen Werthes vermindere, so haben wir für die Kolbenfläche, beim Hube $s = 4$ Fuß,

$$F = \left(\frac{p}{p_1} - 1\right)\frac{V}{s} = (^8/_7 - 1)\frac{V}{4} = \frac{V}{28},$$

und daher für die Größe V des Windkessels, da $p = 10\,p_0$ und

$$P = \frac{Vp}{s}\,Log.\,nat.\left(\frac{p}{p_1}\right) - Fp_0 = (10\,Log.\,nat.\,^8/_7 - {}^1/_7)\frac{Vp_0}{4}$$

$$= (1{,}3553 - 0{,}1429)\frac{Vp_0}{4} = 0{,}3031\,Vp_0 \text{ ist},$$

$$V = \frac{P}{0{,}3031\,p_0} = \frac{36000}{0{,}3031\,.\,144\,.\,15{,}1} = \frac{36000}{659{,}06} = 54{,}62 \text{ Cubikfuß}.$$

Hiernach bestimmt sich die wirkliche Größe der Kolbenfläche

$$F = \frac{V}{28} = 1{,}950 \text{ Quadratfuß},$$

und daher der Durchmesser derselben

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 1{,}575 \text{ Fuß} = 18{,}9 \text{ Zoll}.$$

Die Leistung, welche durch die Kolbenreibung bei diesem Ausgleichungsmittel verloren geht, ist pro Spiel

$$4\varphi\frac{b}{d}F(p - p_0)\,.\,2s = 0{,}1\,.\,1{,}95\,.\,9\,.\,144\,.\,15{,}1\,.\,8 = 30526 \text{ Fußpfund},$$

also pro Secunde:

$$L = \frac{30526}{12} = 2544 \text{ Fußpfund, d. i. nahe 5 Pferdekräfte}.$$

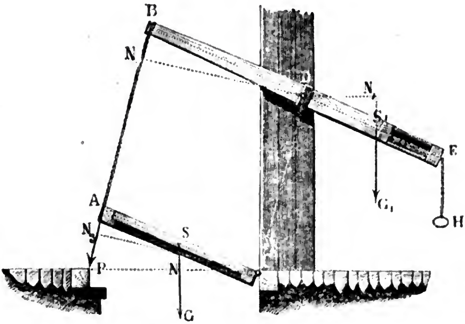
Der Gewichtsbalancier verliert nach der Rechnung des Beispieles im §. 174 nur 207,25 Fußpfund, d. i. über 12mal weniger durch die Reibung.

Zugbrücken. §. 177. Sehr mannigfaltige Gegengewichtsapparate kommen bei den sogenannten **Zugbrücken** (franz. ponts lévis; engl. draw-bridges) in Anwendung. Von den vorzüglichsten Constructionen dieser Art sei daher zunächst noch die Rede.

Die einfachste Zugbrücke ist die mit **Schlagbäumen**. Die Brücke CA, Fig. 363, ist hier um die Angeln C drehbar, und mit Ketten AB an den Schwengel oder Schlagbaum BDE aufgehangen. Wird nun das Ende des letzteren mittels einer Handhabe oder Kette H niedergezogen, so steigt das Ende B derselben empor und es schlägt sich die Brückenbahn auf. Das Hauptaugenmerk bei der Construction einer solchen Brücke ist darauf zu richten, daß sich dieselbe in allen Richtungen von selbst das Gleichgewicht

halte und daher beim Auf- und Niederlassen nur eine Kraft zur Ueberwindung der Reibungen erfordere. Wenn die Drehaxen C und D und die Auf- Zugbrücken.

Fig. 363.



hängepunkte A und B die vier Eckpunkte eines Parallelogrammes bilden, wenn also bei jeder Stellung der Brücke AB parallel CD und AC parallel BD bleibt, also auch der Neigungswinkel α von CA gegen den Horizont stets derselbe ist wie der von DB oder DE, so wird das einmal hergestellte Gleichgewicht durch die Drehung der Brücke nicht gestört werden, denn ist G das im Schwerpunkte S niederziehende Gewicht der Brücke und G_1 das im Schwerpunkte S_1 niederziehende Gewicht des Schlagbaumes, so haben wir für den Gleichgewichtszustand

$$G_1 \overline{DN_1} = P.\overline{DN_2} = P.\overline{CN_3} = G.\overline{CN}, \text{ oder}$$
$$G_1.\overline{DS_1} \cos.\alpha = G.\overline{CS} \cos.\alpha, \text{ d. i.}$$
$$G_1.\overline{DS_1} = G.\overline{CS};$$

es ist folglich die Größe des Gegengewichtes $G_1 = \frac{\overline{CS}}{\overline{DS_1}} \cdot G$ gar nicht vom Neigungswinkel abhängig, und es wird also auch bei allen Neigungen der Brücke dieses Gegengewicht dem Gewichte der Brücke das Gleichgewicht halten.

Da während des Aufklappens der Brückenbahn der Hebelarm CN des Brückenbahngewichtes G allmälig immer kleiner und kleiner wird, so erfordert also auch dieses Aufklappen ein allmälig abnehmendes Kraftmoment; will man daher statt des Schwengels oder Schlagbaumes BE ein wirkliches Gegengewicht in Anwendung bringen, so muß man entweder dieses Gewicht selbst, oder den Hebelarm desselben veränderlich machen.

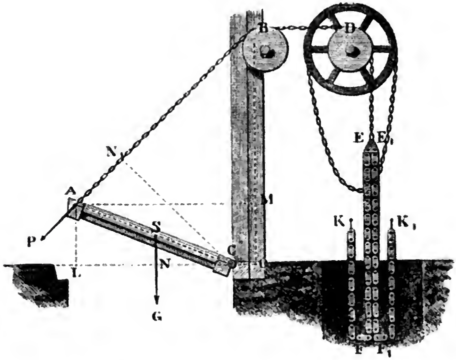
Nach dem ersten Principe ist die Zugbrücke von Poncelet, und nach dem zweiten Principe die von Derché construirt. Bei den Poncelet'schen

Zugbrücken. Zugbrücken besteht das Gegengewicht in einer Kette, welche mit dem unteren Ende an einem festen Punkte aufgehangen und an dem oberen Ende mit der Kette zum Aufziehen der Brücke verbunden ist. Wenn sich nun beim Aufgange der Brücke das obere Kettenende immer mehr und mehr herabsenkt, so kommen gleichzeitig immer mehr und mehr Kettenglieder unter das feste Ende der Kette zu hängen, die nun vom festen Aufhängepunkt getragen werden und folglich nichts mehr zum Aufziehen der Brücke beitragen. Auf diese Weise vermindert sich also auch die Zugkraft immer mehr und mehr, je höher die Brücke steigt. Bei der Zugbrücke von Derché hingegen ist das Gegengewicht an einem Excentrik oder einem Spiralgange aufgehangen, um dessen Welle sich die Kette zum Aufziehen der Brücke wickelt, während das Gewicht niedersinkt.

Anmerkung. Man kann auch das Gegengewicht auf einer krummlinigen Bahn, deren Neigung von oben nach unten allmälig abnimmt, herabsinken lassen. Da das Bestreben zum Herabgleiten mit dem Neigungswinkel einer schiefen Ebene wächst und abnimmt, so ist es möglich, daß das Gegengewicht bei jedem Stande der Brückenklappe das Gleichgewicht hält. Es gehören hierher die Zugbrücken mit der Sinusoidenbahn von Belidor und Delile. Hierüber ist nachzulesen: Hülsse's allgemeine Maschinenencyklopädie, Band II., Artikel »bewegliche Brücken«, dann Poncelet's Cours de mécanique appl aux machines, deutsch von Schnuse, und Sganzins' Cours de constructions.

§. 178. Eine Poncelet'sche Zugbrücke mit Ausgleichungskette ist in Fig. 364 abgebildet. Es ist hier CA die um C drehbare Brückenbahn,

Fig. 364.



$ABDE$ die über eine Leitrolle B hin- und an der Trommel D herablaufende Zugkette, und EFK, $E_1F_1K_1$ stellen die daran hängenden Gleichgewichtsketten vor, welche mit den unteren Enden an den festen Punkten K

und K_1 aufgehangen sind. Leicht ist zu ermessen, wie sich das Gewicht dieser Kette mit dem Gewichte G der Brücke ins Gleichgewicht setzen kann. Zugbrücken.

Setzen wir den Abstand des Schwerpunktes S der Brücke von der Drehungsaxe C, $= a$, und den Abstand des Angriffspunktes A der Ketten von eben dieser Axe $= b$, ferner den allmälig von 0 bis 90° wachsenden Umdrehungswinkel $ACL = \alpha$ und den Winkel BAC, welchen die Kettenaxe mit der Längenaxe der Brücke einschließt, $= \psi$, so haben wir die Hebelarme der Kräfte G und P:

$$CN = CS \cos. \alpha = a \cos. \alpha \text{ und}$$

$$CN_1 = CA \sin. \psi = b \sin. \psi,$$

und es ist daher die Zugkraft der Kette $ABDE$:

$$P = \frac{G a \cos. \alpha}{b \sin. \psi}.$$

Um den Winkel ψ durch den Umdrehungswinkel α auszudrücken, führen wir den Hülfswinkel $BAM = \beta$ ein, setzen also $\psi = \alpha + \beta$, und bestimmen nun β auf folgende Weise. Es ist

$$BM = BO - MO = BO - AL \text{ und}$$

$$AM = CO + LC, \text{ folglich}$$

$$tang. \beta = tang. BAM = \frac{BM}{AM} = \frac{BO - AL}{CO + LC}$$

$$= \frac{h - b \sin. \alpha}{c + b \cos. \alpha},$$

wofern wir die Höhe BO des Berührungspunktes B der Kette mit der Leitrolle über der Drehungsaxe C durch h, und den Horizontalabstand CO dieser Punkte von einander durch c bezeichnen.

Für die niedergelassene Brücke ist $\alpha = 0$, daher hat man hier

$$tang. \beta = \frac{h}{b + c} \text{ und } P = \frac{G a}{b \sin. \beta} = \frac{G a \sqrt{(b + c)^2 + h^2}}{b h};$$

für die aufgezogene Brücke hingegen ist $\alpha = 90°$, daher $tang. \beta = \frac{h - b}{c}$ und $P = 0$ zu setzen. Soll nun die Ausgleichungskette für diese zwei Stellungen der Brückenbahn das Gleichgewicht herstellen, so muß man ihr eine Länge

$$EF + FK = E_1 F_1 + F_1 K_1 = \sqrt{(b + c)^2 + h^2}$$

und ein Gewicht

$$G_1 = P = \frac{G a \sqrt{(b + c)^2 + h^2}}{b h}$$

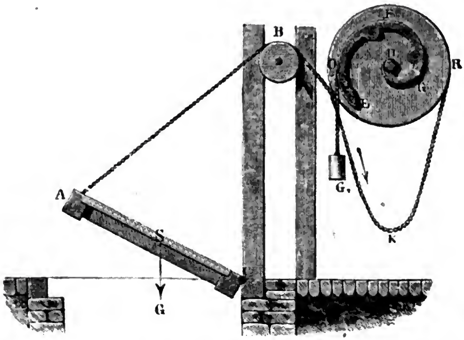
geben, also jede Längeneinheit derselben $\frac{G a}{b h}$ wiegen lassen.

Will man auch bei den Zwischenstellungen ausgleichen, so muß man die

Zugbrücken. Kettenglieder ungleich schwer machen, und zwar von oben nach unten allmälig schwerer werden lassen. Die obigen Formeln reichen übrigens vollkommen aus, um die Anordnung der Kette dieser Forderung entsprechend zu bewerkstelligen. Wir nehmen für α eine steigende Reihe von Werthen, z. B. $\alpha = 0^0, 10^0, 20^0, 30^0$ u. s w. an, berechnen mit Hülfe der obigen Formel die entsprechenden Werthe von β und $\psi = \alpha + \beta$, und hieraus wieder die entsprechenden Kraftwerthe P, und endlich auch noch jedesmalige Länge des Kettenstückes AB, nämlich $l = \sqrt{(c + b\cos.\alpha)^2 + (h - b\sin.\alpha)^2}$. Ist nun P, P_1, P_2, P_3, P_4 u. s. w. die Reihe der Kraftwerthe und l, l_1, l_2, l_3, l_4 u. s. w. die Reihe der Kettenlängen AB, so hat man die den Stücken $l_1 - l, l_2 - l_1, l_3 - l_2, l_4 - l_3$ u. s. w. der Ausgleichungskette (von den festen Punkten K oder K_1 ausgegangen) zu gebenden Gewichte: $P_1 - P, P_2 - P_1, P_3 - P_2, P_4 - P_3$ u. s w.

Die wesentliche Einrichtung einer Zugbrücke mit Excentrik ist aus Fig. 365 zu ersehen. Hier wickelt sich die Kette ABE, womit die Brücke

Fig. 365.



AC aufgezogen wird, auf eine Trommel EFR, welche mittels einer Kette K ohne Ende um ihre Axe D umgedreht werden kann. Mit dieser Trommel ist der Spiralgang EFG verbunden, um welchen sich eine Kette OG_1 windet, an der das Gegengewicht H_1 niederzieht. Während die Brücke durch Umdrehung der Trommel allmälig aufgezogen wird, wickelt sich die Kette OG_1 immer mehr und mehr von der Spirale EFG ab und es erhält das Gegengewicht G_1 immer kleinere und kleinere Hebelarme DO, so daß das Moment desselben bei jeder Stellung dem ebenfalls allmälig abnehmenden Momente der Brücke gleich bleiben kann.

Die Berechnung von β, P und l ist hier dieselbe wie bei der vorigen

Zugbrücke. Ist r der constante Halbmesser der Trommel oder Scheibe und z der veränderliche Halbmesser DO der Spirale, so hat man Zugbrücken.

$G_1 z = Pr$, und daher

$$z = \frac{Pr}{G_1} = \frac{G r a \cos.\alpha}{G_1 b \sin.(\alpha + \beta)}.$$

Am Anfang ist $\alpha = 0$ und daher

$$z = \frac{G r a}{G_1 b \sin.\beta} = \frac{G r a \sqrt{(b + c)^2 + h^2}}{G_1 b h}$$

am Ende hingegen $\alpha = 90^0$ und daher $z = 0$; wegen der Reibung kann man jedoch diesen Halbmesser dem Halbmesser des Zapfens D gleichnehmen.

Soll die Spirale nur eine Windung machen, so muß der Umfang der Scheibe OR der aufzuwindenden Kettenlänge

$$\sqrt{(b + c)^2 + h^2} - \sqrt{c^2 + (h - b)^2}$$

gleich sein, und hiernach ist der nöthige Scheibenhalbmesser

$$r = \frac{\sqrt{(b + c)^2 + h^2} - \sqrt{c^2 + (h - b)^2}}{2\pi}.$$

Wenn man für den Neigungswinkel der Brückenbahn eine Reihe $0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots$ von Werthen annimmt und hiernach auch für den Hülfswinkel β eine Reihe $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \ldots$ berechnet, so läßt sich nun auch für den Radiusvector z der Spirale eine Reihe $z_0, z_1, z_2, z_3 \ldots$ und ebenso für die Kettenlänge l eine Reihe l_0, l_1, l_2, l_3 u. s. w. von Werthen ermitteln, und werden endlich noch die letzteren Werthe um die Länge $\sqrt{c^2 + (h - b)^2}$ des zurückbleibenden Kettenstückes vermindert und die Reste mit $\frac{360^0}{2\pi r} = \frac{180^0}{\pi r} = \frac{57^0{,}296}{r}$ multiplicirt, so erhält man auch eine Reihe $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ u. s. w. von den den Radien z_0, z_1, z_2, z_3 u. s. w. entsprechenden Centriwinkeln und es läßt sich nun hiernach die Spirale leicht verzeichnen.

Beispiel. Es ist die Anordnung einer Zugbrücke mit einem Spiralrade zu vollziehen, welche das Gewicht $G = 6000$ Pfund und die Länge $b = 12$ Fuß hat, und für welche $h = 15$ Fuß, $c = 4$ Fuß und $a = 6$ Fuß ist.

Nehmen wir nur folgende Werthe

$$\alpha = 0^0,\ 18^0,\ 36^0,\ 54^0,\ 72^0,\ 90^0 \text{ an},$$

und berechnen wir zunächst mittels der Formel

$$\tang.\beta = \frac{h - b \sin.\alpha}{c + b \cos.\alpha} = \frac{15 - 12 \sin.\alpha}{4 + 12 \cos.\alpha}$$

die entsprechenden Werthe für β:

$$43^0{,}9';\ 36^0{,}14';\ 30^0{,}6';\ 25^0{,}34';\ 24^0{,}57';\ 36^0{,}52',$$

und daraus wieder für $\alpha + \beta$:

$$43^0{,}9';\ 54^0{,}14';\ 66^0{,}6';\ 79^0{,}34',\ 96^0{,}57';\ 126^0{,}52'.$$

Zugbrücken.

Nun ist

$$\sqrt{(b + c)^2 + h^2} = \sqrt{16^2 + 15^2} = 21{,}932 \text{ und}$$
$$\sqrt{c^2 + (h - b)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

daher folgt die Länge des auf die Scheibe zu wickelnden Kettenstückes

$$= 21{,}932 - 5 = 16{,}932 \text{ Fuß, der Halbmesser der Trommel}$$
$$r = \frac{16{,}932}{2\pi} = 2{,}695 \text{ Fuß,}$$

und die Größe des Gegengewichtes, wenn man dem größten Radiusvector der Spirale dieselbe Größe giebt,

$$G_1 = \frac{Ga}{b \sin. \beta} = \frac{6000}{2 \sin. 43^0, 9'} = 920{,}9 \text{ Pfund.}$$

Für den veränderlichen Radiusvector

$$z = \frac{G r a \cos. \alpha}{G_1 b \sin. (\alpha + \beta)} = \frac{r \cos. \alpha \sin. 43^0{,}9'}{\sin. (\alpha + \beta)} = \frac{1{,}8131 \cos \alpha}{\sin. (\alpha + \beta)}$$

ergiebt sich nun folgende Reihe

$$z = 2{,}695;\ 2{,}160;\ 1{,}631;\ 1{,}102;\ 0{,}574;\ 0{,}000,$$

und für die Länge des Kettenstückes oberhalb der Brückenbahn

$$l = \sqrt{(c + b \cos. \alpha)^2 + (h - b \sin. \alpha)^2} = \frac{c + b \cos. \alpha}{\cos. \beta}$$

folgende Reihe: $l = 21{,}93;\ 18{,}99;\ 14{,}99;\ 11{,}24;\ 7{,}77;\ 5{,}00.$

Zieht man den letzten Werth von allen vorhergehenden ab, so erhält man die entsprechenden Kettenbögen

$$s = 16{,}93;\ 13{,}99;\ 9{,}99;\ 6{,}24;\ 2{,}77;\ 0{,}00$$

und endlich für die den obigen Radiusvectoren entsprechenden Centriwinkel

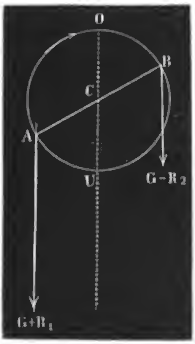
$$\varphi = \frac{57^0{,}296}{r} s = \frac{57{,}296}{2{,}695} s = 21{,}26\, s, \text{ die Reihe}$$
$$\varphi = 360^0;\ 297^0{,}4;\ 212^0{,}4;\ 132^0{,}6;\ 58^0{,}9;\ 0^0{,}0.$$

Anmerkung. Von der Theorie des Spiralkorbes und des Ausgleichungswagens soll später in dem Kapitel »die Schachtförderung« gehandelt werden.

Gegengewicht bei Krummzapfen.

§. 179. Sehr wichtig ist oft auch die Anwendung eines Gegengewichtes bei der Krummzapfenbewegung. Wenn bei einem doppelten Krummzapfen ACB, Fig. 366, mit zwei diametral gegenüberstehenden Warzen A und B, und mit gleichen und gleichbelasteten Gestängen die Stangenkraft oder Last $Q_1 = G + R_1$ beim Aufgange eine andere ist als die Stangenkraft oder Last $Q_2 = -(G - R_2)$ beim Niedergange, so balanciren natürlich die beiden Stangengewichte G und G mit einander, und haben auf den Gang des Krummzapfens weiter keinen Einfluß, als daß sie den Zapfendruck um $2\,G$, und dem entsprechend die Zapfenreibung vergrößern. Uebrigens sind die statischen und mechanischen Verhältnisse eines solchen Krummzapfens wie die eines einfachen Krummzapfens mit der con-

Fig. 366.



stanten Auf- und Niedergangskraft oder Last $Q = Q_1 + Q_2$, und es finden daher die Lehren in §. 95, §. 99, §. 100 u. s. w. für diesen Zapfen auch ihre Anwendung bei den doppelten Krummzapfen mit gegenüberliegenden Warzen. Gegengewicht bei Krummzapfen.

Ganz anders sind hingegen die Bewegungsverhältnisse eines einfachen Krummzapfens, wo die Kraft oder Last $Q_1 = R_1 + G$ zum Aufgange eine andere ist als die Kraft $Q_2 = R_2 - G$ zum Niedergange. Hier fällt in der Regel die Ungleichförmigkeit der Bewegung so groß aus, daß eine Ausgleichung durch Gegengewichte unumgänglich nothwendig ist. Nehmen wir an, daß die Bewegung vom Krummzapfen ausgehe, und durch denselben die Gestänglasten Q_1 und Q_2 zu überwinden sind. Ist nun c_1 die Warzengeschwindigkeit im untersten todten Punkte U und c_2 die Warzengeschwindigkeit im obersten todten Punkte O, so haben wir die bekannten Arbeitsgleichungen

$$M\left(\frac{c_2^2 - c_1^2}{2}\right) = \pi P r - 2\, Q_1 r \text{ und}$$

$$M\left(\frac{c_1^2 - c_2^2}{2}\right) = \pi P r - 2\, Q_2 r, \text{ woraus nun durch Addition}$$

$$2\pi P r = 2(Q_1 + Q_2)\, r, \text{ d. i.}$$

$$P = \frac{Q_1 + Q_2}{\pi} \text{ sich ergiebt, und dann noch}$$

$$c_2 = \sqrt{c_1^2 - \frac{2\, r\, (Q_1 - Q_2)}{M}}, \text{ annähernd}$$

$$c_2 = c_1 - \frac{(Q_1 - Q_2)\, r}{M c_1} \text{ folgt.}$$

Wenn wir voraussetzen, daß $Q_1 > Q_2$ ist, so haben wir hiernach auch $c_1 > c_2$. Die Geschwindigkeit c_1 ist jedoch noch keineswegs der größte und ebenso c_2 der kleinste Geschwindigkeitswerth; um die eminenten Geschwindigkeitswerthe v_1 und v_2 zu finden, müssen wir vielmehr in der Formel

$$v = c_1 + \left(\frac{P\beta - Q_1(1 - \cos.\beta)}{M c_1}\right) r$$

für β die durch $\sin.\beta = \frac{P}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{\pi Q_1}$ bestimmten Werthe, und für M die um die halbe Gestängmasse vergrößerte und auf den Warzenkreis reducirte Rotationsmasse einführen.

Setzt man annähernd für die Maximalgeschwindigkeit v_1

$$\beta = \frac{P}{Q_1} \text{ und } 1 - \cos.\beta = 2\left(\sin.\frac{\beta}{2}\right)^2 = \frac{P^2}{2\, Q_1^2},$$

so erhält man die in Frage stehende Maximalgeschwindigkeit

Gegengewicht der Krummzapfen.

$$v_1 = c_1 + \left(\frac{P^2}{Q_1} - \frac{P^2}{2\,Q_1}\right)\frac{r}{Mc_1} = c_1 + \frac{(Q_1 + Q_2)^2\,r}{2\,\pi^2 Q_1 M c_1}.$$

nimmt man aber

statt $\beta, = \pi - \frac{P}{Q_1}$ und

statt $1 - cos.\beta,\ 1 + cos.\beta = 2\left(cos.\frac{\beta}{2}\right)^2 = 2 - 2\left(sin.\frac{\beta}{2}\right)^2$,

so erhält man die fragliche Minimalgeschwindigkeit

$$v_2 = c_1 + \left[P\left(\pi - \frac{P}{Q_1}\right) - 2Q_1 + \frac{P^2}{2Q_1}\right]\frac{r}{Mc_1} = c_1 + \left(Q_1 - Q_2 - \frac{P^2}{2Q_1}\right)\frac{r}{Mc_1}$$
$$= c_2 - \frac{(Q_1 + Q_2)^2\,r}{2\,\pi^2 Q_1 M c_1}.$$

Diesem zufolge ist nun der Ungleichförmigkeitsgrad δ dieses einfachen Krummzapfens

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c_1} = \frac{c_1 - c_2}{c_1} + \frac{(Q_1 + Q_2)^2\,r}{\pi^2 Q_1 M c_1^2}$$
$$= \left(Q_1 - Q_2 + \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{\pi^2 Q_1}\right)\frac{r}{Mc_1^2}.$$

Wäre die Kraft zum Auf- und Niedergang dieselbe, nämlich $= Q$, so hätten wir

$$\delta = \frac{4}{\pi^2}\cdot\frac{Qr}{Mc^2} = 0{,}4046\,\frac{Qr}{Mc_1^2}$$ oder genauer, nach §. 112,

$$\delta = 0{,}4210\,\frac{Qr}{Mc^2};$$

wäre aber Q_1 viel größer als Q_2, so erhalten wir einen viel größeren Grad der Ungleichförmigkeit. Z. B. $Q_2 = 0$ gäbe

$$\delta = 1{,}1013\,\frac{Q_1 r}{Mc_1^2}.$$

Es kann endlich $Q_2 = R_1 - G$ sogar negativ und deshalb δ noch viel größer ausfallen. Sicherlich darf aber doch v_2 nie Null oder gar negativ werden, und es fordert daher der Beharrungszustand dieser Maschine, daß

$$c_2 > \frac{(Q_1 + Q_2)^2\,r}{2\,\pi^2 Q_1 M c_1}, \text{ oder}$$

$$c_1 - \frac{(Q_1 - Q_2)\,r}{Mc_1} > \frac{(Q_1 + Q_2)^2\,r}{2\,\pi^2 Q_1 M c_1}, \text{ d. i.}$$

$$Mc_1^2 > \left(Q_1 - Q_2 + \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2\,\pi^2 Q_1}\right) r \text{ sei.}$$

Bei großen Differenzen zwischen Q_1 und Q_2, wie z. B. bei den sogenannten Wasserkünsten vorkommen, kann hiernach die erforderliche Masse

M unthunlich groß ausfallen, und deshalb eine Ausgleichung durch Gegengewichte unbedingt nöthig sein. Gegengewicht bei Krummzapfen.

Beispiel. Welchen Ungleichförmigkeitsgrad besitzt ein Krummzapfen mit einfachem Gestänge, welches 30000 Pfund wiegt, zu seinem Aufzuge 35000 und zu seinem Niedergange 5000 Pfund Kraft erfordert, während die rotirende Masse des Krummzapfens, auf den Warzenkreis reducirt, $\frac{700000}{g}$ Pfund beträgt, der Halbmesser des Warzenkreises $r = 2$ Fuß und die Geschwindigkeit im unteren todten Punkte ebenfalls 2 Fuß mißt? Es ist hier

$Q_1 = R_1 + G = 35000 + 30000 = 65000$ und

$Q_2 = R_2 - G = \;\; 5000 - 30000 = - 25000$ Pfund, folglich

$Q_1 - Q_2 = 90000$ und $\frac{(Q_1 + Q_2)^2}{\pi^2 Q_1} = 2493$ Pfund; ferner ist noch

$M = \frac{700000 + 15000}{31,25} = 22880$ Pfund, und folglich

$Mc_1^2 = 22880 \,.\, 4 = 91520$ kleiner als

$$\left(Q_1 - Q_2 + \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{2\pi^2 Q_1}\right) r = (90000 + 1247) \,.\, 2 = 182493.$$

Bei diesen Verhältnissen kann also die Maschine gar nicht mit Beharrung umlaufen.

Hätte man durch ein Gegengewicht von 30000 Pfund das Stangengewicht ausgeglichen, so würde unter der Voraussetzung, daß durch das Gegengewicht die Gestängmasse verdoppelt wird, der Ungleichförmigkeitsgrad dieser Maschine, da hier

$Q_1 = 35000$, $Q_2 = 5000$ und $M = \frac{700000 + 30000}{31,25} = 23360$ Pfund ist,

$$\delta = \left(Q_1 - Q_2 + \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{\pi^2 Q_1}\right) \frac{r}{Mc_1^2} = (30000 + 4632) \,.\, \frac{2}{23360 \,.\, 2^2}$$

$$= \frac{17316}{23360} = 0,741,$$ also noch zu groß ausfallen.

Hätte man durch ein Gegengewicht von $\frac{Q_1 - Q_2}{2} = 45000$ Pfund die ganze Gestängkraft ausgeglichen, so würde, da dann die mittlere Last $Q = \frac{35000 + 5000}{2}$ $= 20000$ Pfund betrüge, der Ungleichförmigkeitsgrad, und zwar nur bei sehr langer Kurbelstange:

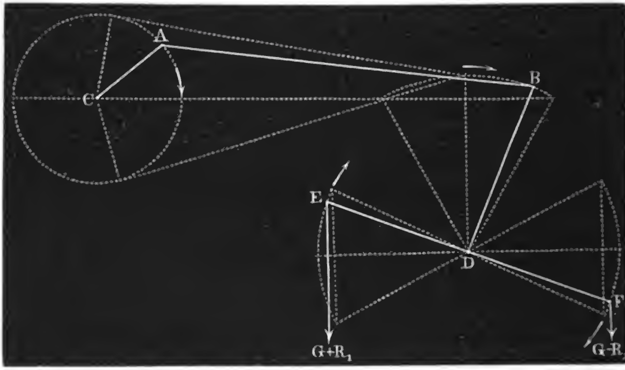
$$\delta = 0,421 \,.\, \frac{Q\,r}{Mc_2} = 0,421 \,.\, \frac{20000 \,.\, 2 \,.\, 31,25}{(700000 + 37500)\, 4} = 0,1784$$ sein.

§. 180. Wir haben schon im vorigen Paragraphen gezeigt, daß bei einem doppelten Krummzapfen mit zwei einander gegenüberliegenden Warzen und zwei gleichen und gleichbelasteten Gestängen eine vollständige Ausgleichung der Lasten statt hat; jetzt wollen wir aber noch hinzufügen, daß dies auch bei einem einfachen Krummzapfen möglich sei, wenn derselbe mittels Kreuze zwei gleiche Gestänge zugleich, und zwar ein auf- und ein niedergehendes, in Bewegung setzt. Diese Anordnung läßt sich bei mäßig langen Stangen immer mit Vortheil anwenden, da mit derselben

Gegengewicht bei Krummzapfen.

eine wesentliche Raumersparniß verbunden ist. Die Einrichtung eines solchen Doppelgestänges ist aus Fig. 367 zu ersehen; CA ist der Krumm-

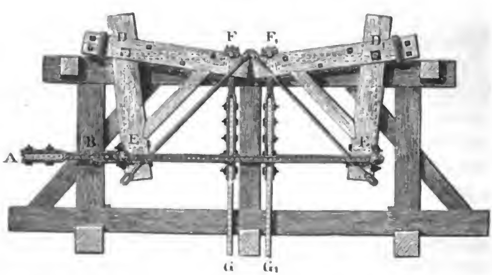
Fig. 367.



zapfen, AB die Lenkstange, $BDEF$ das Doppelkreuz, welches in D seinen Stützpunkt, in E und F aber die Aufhängepunkte der Gestänge hat. Wenn der Krummzapfen in der Richtung des Pfeiles umläuft, geht bei der in der Figur angedeuteten Stellung der Warze A der Aufhängepunkt E des Kreuzes mit der Gestänglast $Q_1 = G + R_1$ empor, und der Aufhängepunkt mit der Last $Q_1 = -(G - R_2)$ nieder.

Will man die Gestänge zur Ersparung des Raumes ganz nahe zusammenbringen, so muß man statt des Doppelkreuzes zwei einfache Kreuze, wie Fig. 368, in Anwendung bringen. Die beiden Kreuze EDF und $E_1D_1F_1$ sind durch eine Stange EE_1 in der Richtung der Kurbelstange

Fig. 368.

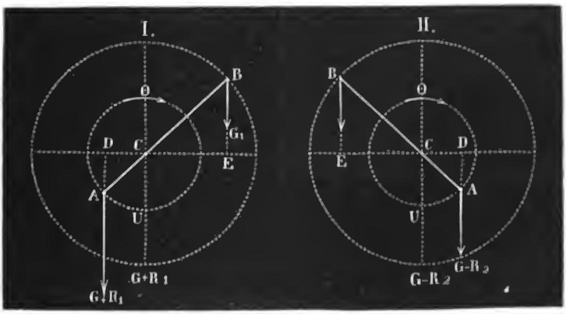


AB mit einander verbunden und tragen in F und F_1 die Gestänge FG und $F_1 G_1$. Leicht ist einzusehen, daß bei dieser Einrichtung zu gleicher Zeit ein Gestänge auf- und ein anderes niedergeht. Gegengewicht bei Krummzapfen.

Es können jedoch auch Fälle vorkommen, wo es nur möglich ist, ein Gestänge anzuwenden, und dann ist es allerdings nothwendig, die Ungleichheit zwischen der Kraft zum Auf- und der zum Niedergang desselben durch ein Gegengewicht auszugleichen. Bringt man dieses Gegengewicht unmittelbar mit dem Gestänge in Verbindung, so gewährt es den secundären Vortheil, daß dadurch nicht allein das Gestänge mehr geschont, sondern auch der Krummzapfen mehr entlastet und folglich die Reibung an diesem herabgezogen wird, zumal, da die Stärke des Gegengewichtszapfens viel kleiner ist als die Stärke des Zapfens der Kurbel. Ist es nicht gestattet, ein Gegengewicht unmittelbar an das Gestänge anzuschließen, so kann man auch die Ausgleichung der Kraft Q_1 und Q_2 durch ein mit der Krummzapfenwelle verbundenes und also auch mit dieser zugleich rotirendes Gegengewicht bewirken, und damit durch dasselbe der Zapfendruck nicht unnöthig vergrößert werde, ist es rathsam, diesem Gewichte einen möglichst großen Hebelarm zu geben, und es deshalb mit dem Kreuze oder den Armen des auf dieser Welle etwa sitzenden Wasserrades oder Schwungrades zu verbinden.

Ein solches Gegengewicht G_1 ist in einem Punkte B, Fig. 369 I und II,

Fig. 369.



zu fixiren, welcher der Krummzapfenwarze A genau gegenüber liegt. Ist dann die Lenkstange hinreichend lang, daß wir annehmen dürfen, die Richtung der Gestängkraft oder Last bleibt während einer Umdrehung eine und dieselbe, so verändert sich der Hebelarm CE des Gegengewichtes G_1 nahe wie der der Gestänglast $G + R_1$ und $G - R_2$. Bezeichnen wir den Halbmesser CA des Warzenkreises durch r und die Entfernung CB des Schwerpunktes des Gegengewichtes von der Umdrehungsaxe C durch

Gegengewicht bei Krummzapfen.

b, den veränderlichen Umdrehungswinkel UCA aber durch β, so haben wir das erforderliche Umdrehungsmomenet

1) für den Aufgang:

$$Qr\,sin.\beta = (G + R_1)\,r\,sin.\beta - G_1\,a\,sin.\beta, \text{ und}$$

2) für den Niedergang:

$$Qr\,sin.\beta = G_1\,a\,sin.\beta - (G - R_2)\,r\,sin.\beta.$$

Hiernach erhalten wir die Bestimmungsgleichungen

$Qr = (G + R_1)\,r - G_1\,a$ und

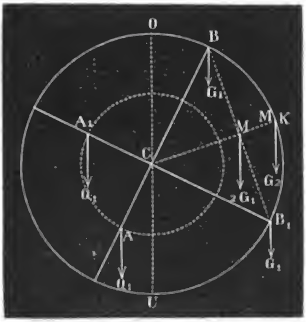
$Qr = G_1\,b - (G - R_2)\,r$, woraus die mittlere Krummzapfenlast

$Q = \frac{R_1 + R_1}{2}$ und die Größe des Gegengewichtes

$G_1 = \frac{r}{b}\left(G + \frac{R_1 - R_2}{2}\right)$ sich ergiebt.

Für einen doppelten Krummzapfen ACA_1, Fig. 370, mit zwei im Rechtwinkel gegen einander gestellten Warzen A und A_1 kann man zunächst nach dem Vorstehenden zwei Gegengewichte G_1 und G_1 bestimmen, und nachher diese durch ein einziges Gegengewicht G_2 ersetzen. Es ist ein Gegengewicht $2\,G_1$, welches, in der Mitte M der Sehne $B\,B_1$ niederziehend, die einzelnen Gegengewichte G_1 und G_1 in den Gegenpunkten B und B_1 von A und A_1 ersetzt. Der Abstand des Angriffspunktes M dieser Mittelkraft von der Umdrehungsaxe C ist

Fig. 370.



$CM = CB\sqrt{1/_2}$, und folglich das Moment dieser Kraft

$$CM.2\,G_1 = 2\,G_1.CB\sqrt{1/_2} = G_1.CB\sqrt{2} = G_1 a\sqrt{2}.$$

Setzt man dieses Moment $= G_2.CK = G_2 a$, so erhält man nun auch das Gegengewicht G_2, welches im Abstande $CK = a$ von der Umdrehungsaxe anzubringen ist, um die Gestänglasten auszugleichen. Wir erhalten so

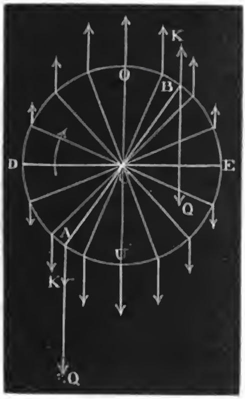
$$G_2 = G_1\sqrt{2}$$
$$= \frac{r\sqrt{2}}{a}\left(G + \frac{R_1 - R_2}{2}\right),$$

wenn G das Gewicht einer jeden Stange, R_1 die Aufgangs- und R_2 die Niedergangskraft derselben bezeichnen.

§. 181 *) In dem Vorstehenden haben wir nur von den statischen Wirkungen der Gegengewichte gesprochen; es bleibt uns daher noch übrig, auch die Wirkungen dieser Gewichte als träge Massen zu untersuchen. Setzen wir auch hier wieder eine sehr lange Kurbelstange voraus, so daß wir die Stangenkraft Q als stets in derselben Richtung wirkend annehmen können. Gelangt die Warze des Krummzapfens vom todten Punkte U, Fig. 371, nach einem Punkte A, indem sie mit der beinahe constanten Geschwindigkeit v den Bogen $UA = \beta r$ zurücklegt, so haben wir, wie auch schon aus dem Früheren (§. 100) bekannt ist, die Geschwindigkeit der Stange in der Richtung ihrer eigenen Axe: $w = v \sin. \beta$. Nun ist aber nach I., §. 19 *) die dieser Geschwindigkeit entsprechende Acceleration

Gegengewicht bei Krummzapfen.

Fig. 371.



$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{v \cos. \beta \, d\beta}{dt}, \text{ folglich,}$$

da $r\beta = vt$, also $r\,d\beta = v\,dt$, d. i. $\frac{d\beta}{dt} = \frac{v}{r}$ gesetzt werden kann,

$$p = \frac{v^2 \cos. \beta}{r}.$$

Ist nun M_1 die Gestängmasse, so folgt hiernach die Kraft, mit welcher das Gestänge durch seine Trägheit der mit der Beschleunigung p vor sich gehenden Bewegung widersteht,

$$K = Mp = \frac{Mv^2 \cos. \beta}{r}.$$

Da nun der Cosinus im ersten und vierten Quadranten positiv, im zweiten und dritten Quadranten aber negativ ist, so folgt, daß diese Trägheitskraft in dem ersten und letzten Quadranten der Umdrehung von oben nach unten, d. i. in der Richtung CU, und dagegen in den beiden mittleren Quadranten derselben von unten nach oben, d. i. in der Richtung CO wirkt. Es wird also bei einem einfachen Krummzapfen der Zapfendruck während der unteren Hälfte EUD der Umdrehung durch die von 0 bis $\frac{Mv^2}{r}$ allmälig wachsende und von $\frac{Mv^2}{r}$ bis 0 allmälig abnehmende Kraft vergrößert und dagegen während der oberen Hälfte DOE der Umdrehung um

Gegengewicht bei Krummzapfen

eben diese Kraft vermindert. Ist nun Q die Stangenkraft, so hat man folglich den Warzendruck $Q + \frac{Mv^2}{r} cos. \beta$ zwischen $Q - \frac{Mv^2}{r}$ und $Q + \frac{Mv^2}{r}$ stets wachsend und abnehmend, und also auch die Warzenreibung entsprechend veränderlich. So lange $Q - \frac{Mv^2}{r}$ nicht negativ ausfällt, also $\frac{Mv^2}{r} < Q$ ist, hat diese Veränderlichkeit auf die Arbeit der Warzenreibung keinen directen Einfluß, denn der Zuwachs der Reibung durch die Trägheit in einem Quadranten wird durch die Verminderung derselben im folgenden Quadranten wieder aufgehoben; da aber die Warzenstärke der größten Kraft $Q + \frac{Mv^2}{r}$ entsprechen, also nach §. 90, $d_2 = 0{,}048 \sqrt{Q + \frac{Mv^2}{r}}$ genommen werden muß, und die Arbeit der Reibung mit der Stärke d_2 wächst, so hat die Trägheitskraft allerdings auch einen secundären Einfluß auf dieses Bewegungshinderniß.

Ist hingegen $\frac{Mv^2}{r} > Q$, so wird bei einem stumpfen Umdrehungswinkel β_1, welcher durch die Formel $cos. \beta_1 = - \frac{Qr}{Mv^2}$ bestimmt ist, ein negativer Warzendruck eintreten, und da negativer Druck ebenso gut Reibung giebt als positiver, so ist auch im zweiten Quadranten die Verminderung der Reibung durch die Trägheit nicht genau gleich der Vergrößerung derselben im ersten Quadranten.

Allgemein ist die Warzenreibung

$$\varphi\,(Q + K) = \varphi \left(Q + \frac{Mv^2}{r} cos. \beta\right),$$

und daher die Arbeit derselben bei Umdrehung um einen Winkel β_1, wenn, wie in §. 99, r_2 den Warzenhalbmesser bezeichnet,

$$\varphi Q \beta_1 r_2 + \varphi \frac{r_2 Mv^2}{r} \int_0^{\beta_1} cos. \beta\, \partial \beta$$
$$= \varphi Q \beta_1 r_2 + \varphi \frac{r_2 Mv^2}{r} sin. \beta_1.$$

Für den zweiten Theil $\pi - \beta_1$ der Umdrehung ist der Druck $Q + K$ negativ, die Reibung aber, als widerstehende Kraft, bleibt positiv, daher hat man hier die Arbeit der Warzenreibung

$$-\left(\varphi\,(\pi - \beta_1)\, r_2 + \varphi \frac{r_2 Mv^2}{r} (sin. 2\pi - sin. \beta_1)\right),$$

und es folgt die gesammte Arbeit der Reibung während einer halben Umdrehung, $L = \varphi Q r_2 (2\beta_1 - \pi) + 2 \varphi \frac{M r_2 v^2}{r} sin. \beta_1$.

Dividiren wir diesen Ausdruck durch πr, so erhalten wir die auf den Warzenkreis reducirte Warzenreibung (Gegengewicht bei Krummzapfen.)

$$F = \varphi \left(\frac{2\beta_1}{\pi} - 1\right) \frac{r_2}{r} Q + 2 \varphi \pi \frac{M r_2 v^2}{r^2} sin. \beta_1,$$

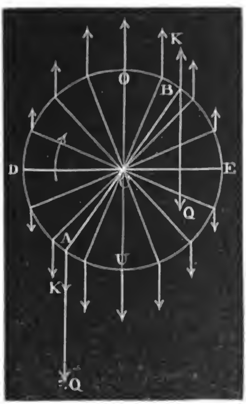
und ist $\beta_1 = \pi$, so folgt sehr richtig, wie gewöhnlich

$$F = \varphi \cdot \frac{r_1}{r} Q.$$

In vielen Fällen wird sich allerdings nie $\frac{Mv^2}{r} > Q$ herausstellen, und daher diese besondere Vergrößerung der Warzenreibung durch die Trägheit gar nicht vorkommen. Es gehört hierzu entweder eine sehr große Masse M, wie z. B. bei langen Tagegestängen, oder eine sehr große Geschwindigkeit, wie sie z. B. bei Locomotiven vorkommt.

§. 182. Die veränderliche Trägheitskraft $\frac{Mv^2}{r} cos. \beta$ verändert nicht allein den Druck an der Warze, sondern auch den Zapfendruck, nur ist dieser bei stehenden Maschinen in der Regel so groß, daß er von der ersteren Kraft nicht übertroffen werden kann. Ist R der statische Zapfendruck, so haben wir, dem Obigen zu Folge, den effectiven Zapfendruck $R + \frac{Mv^2}{r} cos. \beta$ zu setzen; und wäre $\frac{Mv^2}{r} > R$, so würde der Zapfen, wenn die Warze in dem obersten Theile ihrer Bahn sich bewegt, nicht nach unten, sondern nach oben drücken, und daher das Zapfenlager einen Deckel nöthig haben. Ist der Krummzapfen doppelt, und trägt derselbe an den gegenüberliegenden Warzen A und B (Fig. 372) zwei gleiche und gleichbelastete Gestänge, so wirken die Trägheitskräfte K und $-K$ der Gestänge in entgegengesetzten Richtungen und geben daher ein Kräftepaar (K, $-K$). Da ein solches Kräftepaar gar keinen Druck auf die Axe C ausübt, so bietet die Anwendung eines solchen Doppelgestänges einen neuen Vortheil dar. Wie sich auch während der Umdrehung des doppelten Krummzapfens AB die Größe der Trägheitskräfte verändere, so geben dieselben doch immer ein bald die

Fig 372.



Gegengewicht bei Krummzapfen.

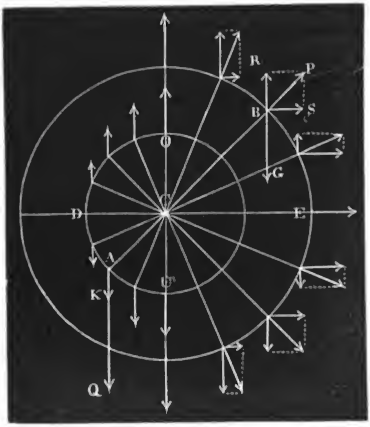
Umdrehung beförderndes bald ein dieselbe erschwerendes und auf die Zapfenreibung keinen Einfluß ausübendes Kräftepaar.

Bringt man aber statt des zweiten Gestänges B ein Gegengewicht G_1 im Abstande $CB = b$, Fig. 373, von der Umdrehungsaxe C an, welches eine Ausgleichung der Stangenkräfte Q_1 und Q_2 hervorbringen soll und, wie wir aus §. 180 wissen, die Größe

$$G_1 = \frac{r}{b}\left(\frac{Q_1 - Q_2}{2}\right) = \frac{r}{b}\left(G + \frac{R_1 - R_2}{2}\right)$$

haben muß, so findet nur eine theilweise Ausgleichung der Trägheitskräfte statt. Es ist hier erstens schon wegen der größeren Armlänge die Masse M_1 des Gegengewichtes G_1 eine andere als die Masse M des Gestänges, und es besteht hier, da sich das Gegengewicht im Kreise herumdreht, die Wirkung der Trägheit in einer constanten und radial auswärts wirkenden Centrifugalkraft $P = \frac{M_1 v^2}{a}$ (s. I., §. 246), die mit der Trägheitskraft K des Gestänges kein bleibendes Kräftepaar bilden kann. Allerdings läßt sich

Fig. 373.



diese Kraft P in zwei Seitenkräfte R und S zerlegen, von denen die eine, nämlich $R = P cos. \beta$, der Kraft K entgegengesetzt wirkt; allein es bleibt dann immer noch eine Seitenkraft $S = P sin. \beta$ übrig, welche von der Umdrehungsaxe C aufzunehmen ist. Wäre $CB = CA$ und $M_1 = M$, so würde zwar R mit K ein die Axe C nicht afficirendes Kräftepaar geben, aber es bliebe doch noch $S = \frac{M_1 v^2}{a} sin. \beta$ zurück. Die mittlere Vergrößerung des Zapfendruckes durch die Centrifugalkraft P des Gegengewichtes ist genau so zu beurtheilen wie die Wirkung der Umdrehungskraft eines einfachen Haspels oder Göpels auf den Zapfen, und es ist dieselbe wie in II., §. 85 Anmerkung 3, $= \frac{1}{4} \frac{P^2}{Q}$, wenn Q den statischen Zapfendruck ohne Rücksicht auf das Gegengewicht bezeichnet, zu setzen.

Da bei einem Krummzapfen außer dem Kurbelarme noch ein Drittel der

Kurbelstange (s. III., §. 101) an der Kreisbewegung Theil nimmt, so hat man schon an der Warze desselben eine gewisse Centrifugalkraft, da anzunehmen ist, daß nur die Gestängmasse plus zwei Drittel der Masse der Lenkstange eine Trägheitskraft K_1, daß dagegen die Masse des Kurbelarmes plus das dritte Drittel der Masse der Lenkstange eine Centrifugalkraft P_1 ausübt, die von der entgegengesetzt wirkenden Centrifugalkraft P des Gegengewichtes aufgehoben wird. Wollte man also eine vollständige Ausgleichung der Massen eines einfachen Krummzapfens herstellen, so müßte das Gegengewicht aus drei Theilen bestehen, einem Kurbelarme, welcher dem arbeitenden Kurbelarme vollkommen gleich zu machen und ihm gegenüberzustellen ist, ferner aus einer Kurbelstange von gleichem Gewicht mit der arbeitenden Kurbelstange, und drittens aus einem an das Ende dieser Stange anzuhängenden und nur in einer geraden Linie auf- und niedergehenden Gewichte. Gegengewicht bei Krummzapfen.

Anmerkung. Von der Ausgleichung der Massen bei doppelten Krummzapfen mit ins Viertel gestellten Warzen, wird bei den Locomotiven die Rede sein.

§. 183. Es ist uns schon aus dem Früheren (s. II., §. 66) bekannt, daß sich die arbeitenden Maschinen entweder in einem gleichförmigen oder in einem ungleichförmigen Beharrungszustande befinden. Der gleichförmige Beharrungszustand einer Maschine kann nur bei einer stetigen, und ins Besondere bei der stetig kreisförmigen Bewegung vorkommen, und zwar nur dann, wenn sowohl das Moment der Kraft als auch das der Last während der Bewegung unveränderlich ist. Es kommt daher auch dieser Bewegungszustand vorzüglich bei den Radmaschinen und zwar bei den Wasserrädern vor. Ein ungleichförmiger Beharrungszustand tritt dagegen bei allen Maschinen mit absetzender Bewegung ein, weil diese innerhalb kurzer Zeitabschnitte aus der Ruhe in Bewegung und aus der Bewegung in Ruhe übergehen, und daher bald verzögert, bald beschleunigt werden müssen. In diesem Bewegungszustande befinden sich alle Kolbenmaschinen, seien es Wassersäulenmaschinen oder Dampfmaschinen, da diese Maschinen durch den Treibkolben in eine geradlinig absetzende Bewegung versetzt werden. Ist die Kolbenkraft überdies noch variabel, wie z. B. bei den Expansionsdampfmaschinen, so fällt natürlich der Bewegungszustand um so ungleichförmiger aus. Es hängt aber der Bewegungszustand nicht allein von der Kraft- oder Umtriebsmaschine, sondern ebenso gut auch von der Last- oder Arbeitsmaschine ab. Ist die Arbeitsverrichtung einer Maschine mit einer absetzenden, z. B. auf- und niedergehenden Bewegung verbunden, so hat natürlich auch die ganze Maschine einen ungleichförmigen Beharrungszustand. Ein Pumpenwerk oder eine gewöhnliche Sägemühle u. s. w. befinden sich z. B., selbst wenn sie durch ein Wasserrad in Bewegung gesetzt werden, aus diesem Grunde stets in einem ungleichförmigen Bewegungszustande. Auch dann, wenn die Arbeitsmaschine eine stetige Bewegung be- Schwungräder.

Schwungräder. sitzt, ist der Beharrungszustand derselben nur ein ungleichförmiger, sowie das Lastmoment derselben veränderlich ist oder wohl gar intermittirend wirkt. In diesem Falle kann natürlich kein statisches Gleichgewicht zwischen der Kraft und Last stattfinden, sondern es muß bald die Kraft, bald die Last überwiegen, und daher auch die Maschine bald beschleunigt, bald verzögert umlaufen. Es kann deshalb z. B. bei den Poch-, Hammer- und Walzwerken nur von einem ungleichförmigen Bewegungszustande die Rede sein. Ein Walzwerk nimmt z. B. während des Walzens eine verzögerte Bewegung an, und geht dagegen wieder beschleunigt, sowie das Metall durch die Walzen gelaufen ist und diese leer umgehen.

Dem Vorstehenden zu Folge lassen sich folgende Fälle, bei welchen eine Maschine einen gleichförmigen Bewegungszustand annimmt, aufzählen.

1) Die Kraftmaschine wirkt stetig kreisförmig und die Lastmaschine oder der Arbeitsmechanismus hat eine absetzende Bewegung, und zwar meist in der geraden Linie (Radkunst).
2) Die Kraftmaschine wirkt absetzend in der geraden Linie und die Arbeitsmaschine hat eine stetige Bewegung, und zwar meist im Kreise (Dampfgöpel).
3) Beide Maschinen bewegen sich stetig kreisförmig, es ist aber das Moment der Kraft oder Last, und zwar in der Regel das der letzteren, veränderlich (Radwalzwerk).
4) Die Kraftmaschine hat eine absetzende Bewegung, und der Arbeitsmechanismus bewegt sich stetig kreisförmig mit veränderlichem Momente (Dampfwalzwerk).
5) Sowohl die Kraft- als auch die Arbeitsmaschine bewegen sich absetzend, und zwar in der Regel geradlinig absetzend (Dampfkunst).

§. 184. Auf welche Weise auch eine Maschine in Bewegung gesetzt werde und ihre Arbeit verrichten möge, immer ist doch zu verlangen, daß

1) diejenigen Mechanismen, welche eine stetige (Kreis-) Bewegung haben, möglichst gleichförmig umlaufen, und daß
2) diejenigen Mechanismen, welche sich absetzend (geradlinig) bewegen, bei jedem Spiele allmälig und ohne Stöße aus der Ruhe in Bewegung und ebenso mit stetig abnehmender Geschwindigkeit aus der Bewegung in Ruhe übergehen.

Da eine rotirende Umtriebsmaschine nur bei einer gewissen Umdrehungsgeschwindigkeit vortheilhaft arbeitet, so würde sie folglich weniger leisten, wenn sie bald langsamer, bald schneller umliefe. Hätten wir es z. B. mit einem oberschlägigen Wasserrade zu thun, so würden sich hierbei manche Zellen nur wenig und andere übermäßig mit Wasser anfüllen, und sich daher auch zu zeitig ausgießen, und dadurch dem Rade Arbeit entzogen werden.

Ebenso ist es aber auch bei den rotirenden Arbeitsmaschinen; auch diese arbeiten nur bei einer gewissen Geschwindigkeit mit Vortheil, und verlieren daher an Leistung oder liefern wohl gar ein schlechtes Arbeitsproduct, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit in einem hohen Grade veränderlich ist. Nicht minder nöthig ist es aber auch, daß eine auf- und nieder-, oder hin- und hergehende Maschine, und zwar sowohl Kraft- als Arbeitsmaschine bei jedem Spiele mit allmälig wachsender Geschwindigkeit aus der Ruhe in Bewegung und mit allmälig abnehmender Geschwindigkeit aus der Bewegung in Ruhe übergehe, außerdem aber keinen größeren Geschwindigkeitsveränderungen unterworfen sei. Die mit plötzlichen Geschwindigkeitsveränderungen verbundenen Stöße verursachen nicht allein Verluste in der Leistung der Maschinen, sondern führen auch ein starkes Abnutzen und baldiges Zerstören der Maschine herbei, und wenn die Geschwindigkeit der Maschine innerhalb eines Spieles großen Veränderungen unterworfen ist, so fallen auch die Nebenhindernisse, und ins Besondere die hydraulischen Widerstände und andere Verluste größer aus, als wenn sich die Geschwindigkeit von ihrem mittleren Werthe nicht sehr entfernt. Schwungräder.

Das vorzüglichste Mittel zur Erzielung eines möglichst gleichförmigen Ganges besteht in der Vermehrung der Massen und zwar ins Besondere der rotirenden Masse. Da die Beschleunigung $p = \frac{P}{M}$ einer Bewegung direct wie die Kraft P und umgekehrt wie die Masse M wächst, so muß natürlich ein gewisser Ueberschuß an Kraft oder Last in einer gewissen Zeit einen um so größeren Geschwindigkeitszuwachs oder eine um so größere Geschwindigkeitsabnahme hervorbringen, je kleiner die Masse M der Maschine ist. Wäre die Masse einer Maschine sehr klein, so würde sie vielleicht gar keinen Beharrungszustand annehmen können; eine vielleicht nur mäßige Ueberwucht würde ihr schon in einer kurzen Zeit eine übermäßige Geschwindigkeit beibringen und ein mäßiger Ueberschuß des Lastmomentes über das Kraftmoment würde der Maschine vielleicht in wenigen Augenblicken ihre lebendige Kraft ganz entziehen und sie ganz in Ruhe versetzen. Es ist also nöthig, daß eine Maschine eine gewisse Masse besitze, und daß dieselbe um so größer sei, je regelmäßiger und gleichförmiger sich dieselbe bewegen soll.

Uebrigens ist uns auch aus der Theorie der Krummzapfenbewegung bekannt, daß sich die Umdrehungsbewegung eines Krummzapfens der Gleichförmigkeit um so mehr nähert, je größer die Massen und zumal die rotirenden Massen desselben sind.

In manchen Fällen besitzt eine Maschine schon an und für sich eine so große Masse oder ein so großes Trägheitsmoment, daß die Umdrehungsgeschwindigkeit derselben nur innerhalb enger Grenzen variirt, also der Grad der Ungleichförmigkeit (s. §. 112), wie erwünscht, nur sehr klein ist,

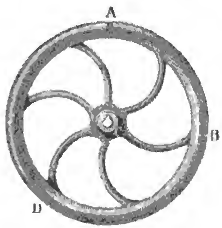
Schwungräder. in anderen Fällen ist es hingegen nöthig, die Umdrehungsmasse einer Maschine zu vergrößern, um die Ungleichförmigkeit derselben bis auf einen gewissen Grad herabzuziehen. Solche bloß zum Herabziehen der Ungleichförmigkeit des Bewegungszustandes einer Maschine dienenden rotirenden Massen erhalten die Form eines Rades, damit sie die statischen Verhältnisse der Maschine nicht verändern und die nöthige Haltbarkeit besitzen, und heißen deshalb **Schwungräder** (franz. volants; engl. fly-wheels). Schwungräder sind also sehr wichtige Theile einer Maschine mit ungleichförmigem Beharrungszustande, ohne welche diese Maschine die ihr zukommenden Arbeiten vielleicht gar nicht oder wenigstens sehr unvollkommen verrichten würde. Hohe und schnell umlaufende Wasserräder, sowie große Trommeln und Zahnräder, schnell umlaufende Mühl- und Schleifsteine u. s. w. wirken natürlich ganz wie Schwungräder und vertreten daher auch sehr oft die Stelle eines Schwungrades. So würden z. B. Sägemühlen, Pumpenwerke u. s. w. zu ihrer regelmäßigen Arbeitsverrichtung ein Schwungrad nöthig haben, wenn sie nicht durch Wasserräder in Bewegung gesetzt würden, die durch ihre Trägheit ebenso wie die Schwungräder, trotz der hier vorkommenden großen Veränderlichkeit des Lastmomentes, die Geschwindigkeitsveränderungen in engen Grenzen erhalten.

§. 185. Die Schwungräder sind in der Regel aus Gußeisen und bestehen

1) aus dem **Schwungringe** (franz. l'anneau; engl. the ring) oder der eigentlichen Schwungmasse,
2) aus den **Radarmen** (franz. les bras; engl. the arms), und
3) aus der **Hülse** oder dem **Wellkranze** (franz. le noyau, moyeu; engl. the nave), womit das Schwungrad auf der Welle festsitzt.

Ein kleines aus dem Ganzen gegossenes Schwungrad ist in Fig. 374 abgebildet. ABD ist der Schwungring, C die Radhülse oder Nabe und BC, DC u. s. w. sind die Radarme. Man giebt diesen Rädern gern gekrümmte Arme, damit sich dieselben beim Erkalten nach dem Gusse nicht von dem Ringe lostrennen oder eine nachtheilige Spannung erhalten. Um den Luftwiderstand möglichst herabzuziehen, rundet man nicht allein die Arme, sondern auch den Kranz ab, oder giebt beiden Stücken elliptische Querschnitte.

Fig. 374.



Größere Schwungräder gießt man, um die Nachtheile des ungleichen Erkaltens nach dem Gusse zu umgehen, in zwei Stücken, nämlich die Rosette getrennt von dem Schwungring mit seinen Armen. In Fig. 375 ist ein Theil

eines solchen Schwungrades, und zwar in der vordern Ansicht (I.) und im Querschnitte (II.) abgebildet. *A* ist ein Stück des Schwungringes, *AB* ein Radarm und *BDEFG* die Rosette mit ihrem Auge *C*. Es ist der Armkranz oder die Rosette zur Aufnahme von fünf Armenden eingerichtet, und die Befestigung dieser Theile mit der Rosette durch je zwei Schraubenbolzen *m*, *n* bewerkstelligt. Man kann aber auch den Wellkranz mit den Armen aus dem Ganzen machen und den Schwungkranz besonders gießen. Schwungräder.

Fig. 375.

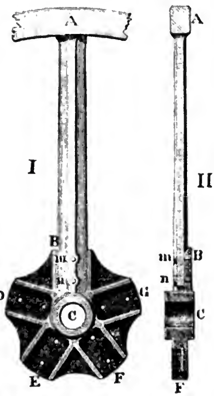


Fig. 376.

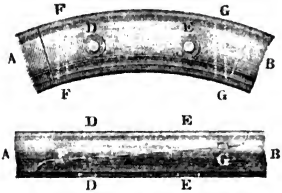


Fig. 377.



Große Schwungringe von 15 Fuß Höhe und darüber müssen aus zwei bis sechs Stücken zusammengesetzt werden. Uebrigens kann man aber hierbei jede Felge oder jedes Ringstück gleich mit einem Arme aus dem Ganzen gießen, oder man kann wieder die Arme mit dem Wellkranz ein Ganzes bilden lassen, oder man kann endlich, und dies ist besonders bei sehr hohen Rädern nöthig, auch die Radarme einzeln gießen lassen und dieselben durch Bolzen, Splinte u. s. w. sowohl mit dem Rad- als auch mit dem Wellkranze verbinden. Die Verbindung der Felgen eines Schwungringes unter einander läßt sich durch Ueberplattung und mittels Schraubenbolzen bewerkstelligen; man kann aber auch die Felgenenden stumpf an einander anstoßen und auf dieselben schwalbenschwanzförmige Platten aus Schmiedeeisen aufbolzen, oder die zu diesem Zwecke hohlgegossenen Enden der Felgen mit Stücken aus Schmiedeeisen ausfüllen, und dieselben durch Splinte mit den Felgen fest verbinden. Eine Felgenverbindung der ersten Art zeigt Fig. 376. *A* und *B* sind übereinandergeplattete Felgenenden, *DD* und *EE* die durchgezogenen Schraubenbolzen und *FF* und *GG* die eingelegten Federn. Die zweite Verbindungsweise ist aus Fig. 377 zu ersehen; *A* und *B* sind die

Schwungräder.

beiden stumpf zusammengestoßenen Felgenenden, *DD* und *EE* aber die eingelegten Platten mit den Bolzen *DE*, *DE* und einer zwischenliegenden Feder *F*. In Figur 378 ist noch die Verbindung der Kranzfelgen durch eingesetzte Schienen vor Augen geführt; *A* und *B* sind die Felgenenden, *CD* ist die eingesetzte, und von außen gar nicht sichtbare Schiene, *E* und *F* sind eingeschobene Keile, wodurch die Endflächen der Felgen fest an einander getrieben werden können.

Fig. 378.

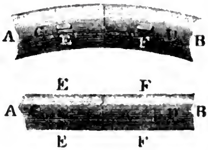


Fig. 380.

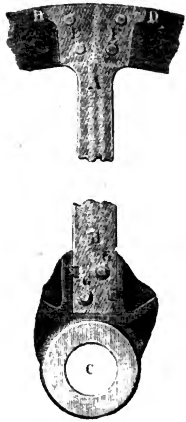


Fig. 379.

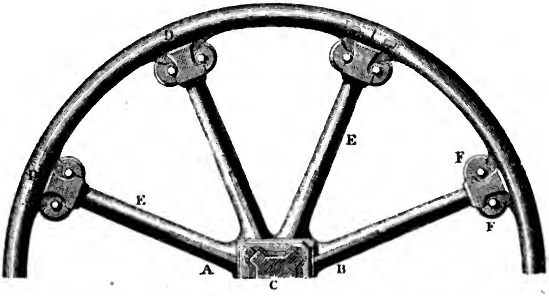


Die Verbindung des Radkranzes erfolgt am einfachsten durch Schwalbenschwänze, in welche man die Armenden auslaufen läßt, und welche man in entsprechenden Ausschnitten am inneren Radumfang verkeilt. Setzt man überdies noch einen radiallaufenden Splint *DE*, Fig. 379, ein, so wird die Verbindung des Schwalbenschwanzes *AB* mit dem Radkranze *R* noch besonders verstärkt. Statt der Schwalbenschwänze wendet man auch wohl bloße Nasen oder Vorsprünge an, wie z. B. aus der Fig. 380 zu ersehen ist, welche überdies noch die Verbindung der Arme mit dem Wellenkranz zeigt. Es ist *AB* der abgebrochen gezeichnete Arm, und es sind *DD* die Nasen im Rad- und *EE* im Wellkranze, *F*, *F* . . . und *G*, *G* . . . Bolzen, wodurch die Armenden gegen ihre Lagerungsflächen gedrückt werden.

Die Verbindungsstellen der Radfelgen liegen entweder zwischen den Verbindungsstellen mit den Radarmen, oder sie fallen mit diesen zusammen. Die letztere Anordnung zeigt Fig. 381. Die Arme des hier abgebildeten Rades bilden mit dem auf der Welle *C* aufgekeilten Wellkranze *AB* ein

Ganzes, und sind dagegen mit dem Radkranze durch Schwalbenschwänze *D* und Schraubenbolzen *F*, *F* verbunden. Schwungräder.

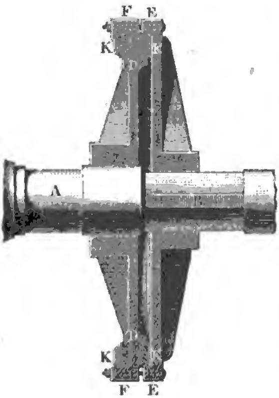
Fig. 381.



Wenn die Welle, worauf das Schwungrad sitzt, zur Ausgleichung der Gewichte ein Gegengewicht erfordert, so wird dieses mit dem Schwungrade verbunden, indem man an der dem Schwerpunkte des auszugleichenden Gewichtes gegenüberliegenden Stelle ein Stück Blei anbringt, wozu man gleich beim Gusse des Ringes eine Höhlung am inneren Umfange desselben aussparen kann.

Ist das Schwungrad plötzlichen Geschwindigkeitsveränderungen ausgesetzt, wie z. B. bei Walzwerken, so kann leicht ein Abbrechen der Arme desselben herbeigeführt werden, weshalb man wohl dieselben aus Holz macht, oder noch besser eine **Frictions-Kuppelung** anwendet. Eine solche Kuppelung wird in Figur 382 vor Augen geführt. Es ist hier auf jede der zu kuppelnden Wellen *A* und *B* eine Scheibe *DD* und *EE* aufgesetzt, und es umfaßt die letztere Scheibe die erstere mittels eines Kranzes *FF*, der durch Schraubenbolzen scharf gegen die auf die erste Scheibe aufgelegten Holzkränze *KK* angezogen wird. Für die gewöhnliche Arbeitsverrichtung der Maschine ist die aus diesem Drucke entspringende Reibung hinreichend, um die Bewegung der einen Scheibe auf die andere überzutragen;

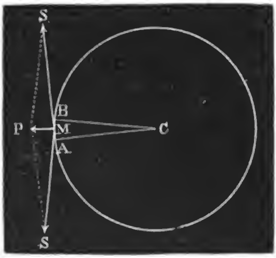
Fig. 382.



Schwungräder. fällt aber die Hindernißlast auf ein Mal sehr groß aus, so ist diese Reibung nicht groß genug, und es dreht sich die eine Scheibe in der anderen noch eine kurze Zeit, bis die Maschine zur Ruhe gelangt.

§. 186. Da die lebendige Kraft, durch welche ein Schwungrad den Gang einer Maschine regulirt, mit dem Gewichte G und mit dem Quadrate v^2 der Umfangsgeschwindigkeit des Rades gleichmäßig wächst, so kann man von diesen Factoren G und v stets den einen willkürlich auswählen. Bedenkt man aber, daß die Arbeit der Zapfenreibung des Schwungrades nicht mit Gv, sondern mit $G^{3/2}v$ wächst, so ist leicht einzusehen, daß man das Ausgleichungsvermögen eines Schwungrades mit mehr Vortheil durch Vergrößerung der Geschwindigkeit als durch Vergrößerung des Gewichtes hervorbringt. Auf der anderen Seite hat aber auch das Wachsen der Radgeschwindigkeit seine Nachtheile und Grenzen, da mit der Geschwindigkeit des Rades zugleich die Centrifugalkraft, und also auch die Gefahr des Zerreißens des Rades wächst. Aus diesem Grunde geht man mit der Umfangsgeschwindigkeit eines Schwungrades nicht über 100 Fuß hinaus. Uebrigens läßt sich aber auch die Geschwindigkeit eines Schwungringes, bei welcher das Zerreißen desselben zu befürchten ist, leicht, und zwar wie folgt, ausmitteln.

Fig. 383.



Wenn wir eine in II., §. 268, entwickelte Formel hier anwenden, so wissen wir, daß die Centrifugalkraft P eines Bogenelementes $AB = r\alpha$, die Spannung des Bogens in der Tangentialrichtung $S = \frac{P}{\alpha}$ ist, wofern nur α den Bogen des Centriwinkels ACB für den Radius = 1 bezeichnet. Nun ist aber nach I., §. 246, die Centrifugalkraft $P = \frac{Mv^2}{r}$, wo M die Masse von AB, v die Geschwindigkeit und r den Halbmesser $CA = CB$ bezeichnen; daher folgt hier $S = \frac{Mv^2}{\alpha r}$.

Ist nun noch F der Querschnitt des Schwungringes, und γ die Dichtigkeit seiner Masse, so haben wir, da die Bogenlänge $AB = \alpha r$ gesetzt werden kann, $M = \frac{F\alpha r\gamma}{g}$ und daher die Spannung

$$S = \frac{Fv^2\gamma}{g}.$$

Setzen wir endlich $S = FK$, wo K den Modul der absoluten Festigkeit bezeichnet, so erhalten wir $FK = \frac{Fv^2\gamma}{g}$, und es ist daher die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $v = \sqrt{\frac{gK}{\gamma}}$ gar nicht von den Raddimensionen abhängig. Schwungräder.

Da nun für Gußeisen bei sechsfacher Sicherheit, nach I., §. 189, $K = 144 \,.\, 3000$, das Gewicht eines Cubikfußes Gußeisen $= 7{,}2 \,.\, 66 = 475{,}2$ Pfund beträgt und die Beschleunigung der Schwere $g = 31{,}25$ Fuß ist, so ist die Maximalgeschwindigkeit eines Schwungrades

$$v = 12 \sqrt{\frac{31{,}25 \,.\, 3000}{475{,}2}} = 168 \text{ Fuß}.$$

Diese Formel gilt vorzüglich für einen aus dem Ganzen gegossenen Schwungring; ist derselbe hingegen aus Felgen zusammengesetzt, so kann er auch durch Zerreißen der Verbindungsstücke zu Bruche gehen, wenn diese keinen hinreichend großen Querschnitt haben. Da die Spannung $S = \frac{Fv^2\gamma}{g}$ nicht allein vom massiven Theile des Ringes, sondern auch von den Verbindungsstücken, wie z. B. von den Einsatzplatten mit Schwalbenschwänzen auszuhalten ist, so können wir, wofern durch F_1 der Querschnitt und durch K_1 der Festigkeitsmodul dieser Stücke bezeichnet wird, setzen:

$$F_1 K_1 = \frac{Fv^2\gamma}{g},$$

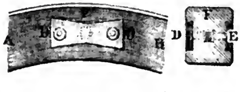
$$\text{und daher} \quad F_1 = \frac{v^2\gamma}{gK_1} F.$$

Um F_1 nicht so groß machen zu müssen als F, verwendet man zu den Verbindungsstücken lieber Schmiedeeisen, dessen Festigkeitsmodul mit Hinsicht auf sechsfache Sicherheit, $K_1 = 10000$ Pfund, also über drei Mal so groß ist als der des Gußeisens. Wir erhalten hiernach

$$F_1 = \frac{475{,}2\; Fv^2}{31{,}25 \,.\, 144 \,.\, 10000} = 0{,}00001056\; Fv^2.$$

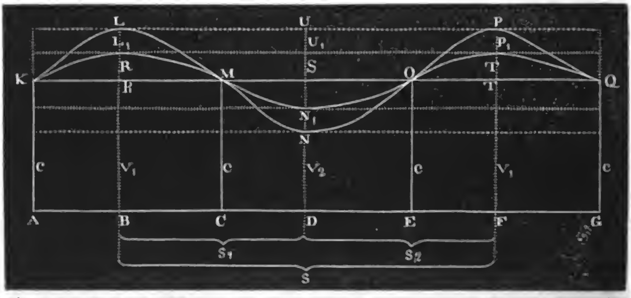
Nimmt man die Maximalgeschwindigkeit $v = 100$ Fuß, so ergiebt sich $F_1 = 0{,}1056\, F$, es ist also dann der ganze Querschnitt der Verbindungsstücke DD, Fig. 384, reichlich ein Zehntel von dem des ganzen Ringes zu nehmen. Dasselbe gilt natürlich auch von den Splinten und Bolzen der Verbindungsstücke in Fig. 376 und Fig. 378.

Fig. 384.



Schwungräder. §. 187. Der ungleichförmige Gang einer Maschine, so wie die Einwirkung eines Schwungrades oder einer anderen trägen Rotationsmasse auf denselben, läßt sich durch graphische Darstellungen wie in den Figuren 385 und 386 anschaulich machen. Auf der geraden Linie AG sind die Wege

Fig. 385.



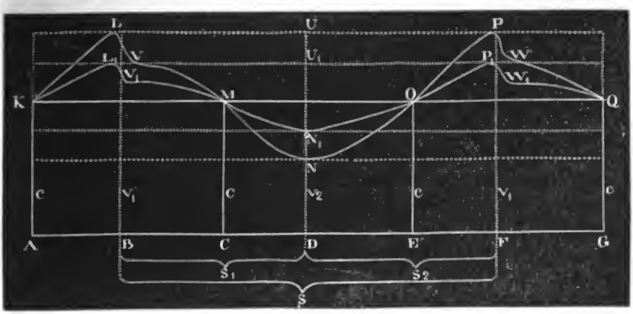
eines Punktes der Maschine, abgeschnitten und rechtwinkelig darauf die successiven Geschwindigkeiten desselben oder auch eines anderen Punktes der Maschine aufgetragen; BL, FP repräsentiren z. B. die Maximalgeschwindigkeit v_1 und DN stellt eine Minimalgeschwindigkeit v_2 vor, endlich AK, CM, EO und GQ deuten die mittlere Geschwindigkeit c an. Während also ein Punkt der Maschine den Weg AB zurücklegt, geht die mittlere Geschwindigkeit $AK = c$ in die Maximalgeschwindigkeit $BL = v_1$ über, während ferner der Weg $BCD = s_1$ durchlaufen wird, ändert sich diese Maximalgeschwindigkeit allmälig wieder in die mittlere Geschwindigkeit $CM = c$ und in die Minimalgeschwindigkeit $DN = v_2$ um; ferner während der Zurücklegung des Weges $DEF = s_2$ steigt die letztere Geschwindigkeit wieder bis zur Maximalgeschwindigkeit $FP = v_1$ u. s. w. Es ist also $BF = s = s_1 + s_2$ der Weg in einer Periode, innerhalb welcher die Geschwindigkeit von ihrem Maximum $BL = v_1$ bis zum Minimum $DN = v_2$ herabsinkt, und auch wieder bis auf das erste Maximum $FP = v_1$ zurücksteigt. Die mittlere Geschwindigkeit $c = AK = BR = CM$ u. s. w. wird durch eine gerade Linie KQ angegeben, welche parallel zu AG läuft, und die Schlangenlinie $KLMN$ so schneidet, daß die Flächenräume $AEOK$ und $AEONMLK$ einander gleich sind, also die Segmente KLM und OPQ über KQ eben so groß sind als das Segment MNO, oder daß das letztere = der Summe der Segmenttheile RLM und OPT ausfällt. Die größte Geschwindigkeitsdifferenz $v_1 - v_2$ ist $= RL + SN$, und folglich der Ungleichförmigkeitsgrad dieser Maschine

$$\delta = \frac{v_1 - v_2}{c} = \frac{RL + SN}{AK} = \frac{NU}{DS} = \frac{\text{Höhe der Schlangenlinie}}{\text{mittlerer Abstand der S. von } AG}.$$

Je ungleichförmiger eine Maschine geht, je größer also δ ist, desto größer ist auch die Höhe NU in Hinsicht auf den mittleren Abstand DS; und umgekehrt, je mehr der Gang einer Maschine der Gleichförmigkeit sich nähert, desto niedriger fällt die Wellenlinie $KLMNP$ aus. Es ist nun auch leicht einzusehen, daß die einem gewissen Gange einer Maschine entsprechende Wellenlinie $KLMNO$ in eine andere und niedrigere Wellenlinie KL_1MN_1O übergeht, wenn man die rotirende Masse einer Maschine vergrößert, z. B. die Maschine mit einem Schwungrade versieht. Schwungräder.

Etwas anders gestaltet sich diese Curve, wenn die Maschine plötzlichen Geschwindigkeitsveränderungen unterworfen ist, wie z. B. bei Hammerwerken, Stampfwerken u. s. w. So wie nach Erlangung der Maximalgeschwindigkeit $BL = FP = v_1$ eine neue Periode beginnt und hierbei eine

Fig. 386.



ruhende Masse plötzlich in Bewegung gesetzt, z. B. der Hammer eines Hammerwerkes von den Wellbaumen ergriffen wird, tritt auch eine fast momentane Geschwindigkeitsveränderung $LV = PW$ u. s. w. ein, und es setzt die Maschine ihre Bewegung mit der Anfangsgeschwindigkeit BV fort, die allerdings allmälig wieder in $CM = c$, in $DN = v_2$ und $FP = v_1$ übergeht. Da während der plötzlichen Geschwindigkeitsveränderung $LV = PW$ kein Weg zurückgelegt wird, so fällt natürlich hier die Abweichung der Maximalgeschwindigkeit $BL = FP = v_1$ von der Minimalgeschwindigkeit $DN = v_2$ noch größer aus als bei einer Maschine, wo solche Stöße nicht vorkommen. Uebrigens läßt sich aber auch hier durch Vergrößerung der Umdrehungsmassen die Ungleichförmigkeit oder die Höhe $NU = v_1 - v_2$ der Schlangenlinie $KLVMNOP$ vermindern, z. B. letztere in $KL_1V_1MN_1OP_1$, also NU in N_1U_1 umändern. Leicht ist einzusehen, daß dabei auch der die plötzliche Geschwindigkeitsveränderung messende Sprung $LV = PW$ ein kleinerer, nämlich $L_1V_1 = P_1W_1$ wird.

Schwungräder.

§. 188. Wenn eine Maschine ohne Stöße oder plötzliche Geschwindigkeitsveränderungen arbeitet, so ist die Arbeit $P_1 s_1$, welche die trägen Massen derselben während des einen Theiles einer Periode ihrer Bewegung, und zwar während des Ueberganges der Maximalgeschwindigkeit v_1 in die Minimalgeschwindigkeit v_2 verrichten, eben so groß als die Arbeit $P_2 s_2$, welche diese Massen in dem zweiten Theile der Periode, d. i. während die Minimalgeschwindigkeit v_2 in die Maximalgeschwindigkeit v_1 übergeht, wieder in Anspruch nehmen. Ist daher M die constante rotirende Masse, auf irgend einen Punkt der Maschine reducirt, dessen Geschwindigkeit abwechselnd von v_1 zu v_2 sinkt und von v_2 zu v_1 steigt, ist ferner M_1 die eben dahin reducirte Masse, welche sich, wie z. B. ein Kolben sammt seiner Stange hin- und herbewegt, und die Geschwindigkeiten $\varkappa_1 v_1$ und $\varkappa_2 v_2$ besitzt, während die rotirende Masse die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 hat, so gilt (vergl. I., §. 81) die Formel $\frac{1}{2} M (v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{2} M_1 (\varkappa_1 v_1^2 - \varkappa_2 v_2^2) = P_1 s_1 = P_2 s_2$. Nun ist aber statt $\frac{v_1 + v_2}{2}$ die mittlere Geschwindigkeit c, und statt $v_1 - v_2 = \delta c$ zu setzen, wo δ den Ungleichförmigkeitsgrad bezeichnet, daher haben wir $v_1 = \frac{c\,(2 + \delta)}{2}$ und $v_2 = \frac{c\,(2 - \delta)}{2}$; es nimmt folglich unsere Grundgleichung folgende Form an:

$$\delta M c^2 + \tfrac{1}{8} M_1 c^2 [\varkappa_1 (2 + \delta)^2 - \varkappa_2 (2 - \delta)^2] = P_1 s_1 = P_2 s_2,$$

und es folgt nun für die einem geforderten Ungleichförmigkeitsgrad nöthige Rotations- oder Schwungradmasse

$$M = \frac{P_1 s_1}{\delta c^2} - \frac{M_1}{8 \delta} [\varkappa_1 (2 + \delta)^2 - \varkappa_2 (2 - \delta)^2].$$

oder einfacher, da wir stets verlangen müssen, daß δ ein kleiner ächter Bruch, also $(2 \pm \delta)^2$ sehr nahe $= 4 \pm 4 \delta$ sei,

$$M = \frac{P_1 s_1}{\delta c^2} - \frac{M_1}{2} \left(\varkappa_1 + \varkappa_2 + \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\delta} \right).$$

Endlich läßt sich die Ueberwucht oder die Arbeit $P_1 s_1 = P_2 s_2$ der trägen Massen, $= \mu \,.\, \frac{60'' L}{u}$ setzen, wenn man unter L die Arbeit der Maschine pro Secunde, also unter $\frac{60'' L}{u}$ die Arbeit pro Umdrehung versteht, und also annimmt, daß $P_1 s_1 = P_2 s_2$ der μte Theil dieser Arbeit sei; folglich haben wir für die praktische Anwendung noch geeigneter

$$M = \frac{60'' \mu}{\delta} \cdot \frac{L}{u c^2} - \frac{M_1}{2} \left(\varkappa_1 + \varkappa_2 + \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\delta} \right) \text{ zu setzen.}$$

Uebrigens ist in sehr vielen Fällen die in absetzender Bewegung befindliche und mit M auf einen und denselben Punkt zu reducirende Masse M_1 gegen

die rotirende Masse M klein genug, um sie ganz außer Acht zu lassen, also Schwungräder.

$$M = \frac{60\,\mu}{\delta} \cdot \frac{L}{u\,c^2} \text{ oder}$$

$$M c^2 = \frac{60\,\mu}{\delta} \cdot \frac{L}{u} \text{ setzen zu können.}$$

Diese Formel gestattet eine unmittelbare Anwendung auf alle Krummzapfenbewegungen. Wir haben im dritten Kapitel für diese gefunden

$$\delta = \psi \cdot \frac{Q\,r}{M c^2} = \chi \frac{P r}{M c^2},$$

wo P die Umdrehungs- und Q die Stangenkraft, r den Warzenkreishalbmesser, c die mittlere Warzengeschwindigkeit und M die auf den Warzenkreis reducirte Umdrehungsmasse, ψ und χ für verschiedene Krummzapfenmechanismen besonders berechnete Coefficienten sind.

Wir haben folglich hier ohne weitere Untersuchung

$$M c^2 = \chi \cdot \frac{P r}{\delta} = \frac{\chi}{\delta} \cdot \frac{30\,P c}{\pi u} \text{ oder}$$

$$M c^2 = 15300 \cdot \frac{\chi}{\pi\,\delta} \cdot \frac{L}{u} \text{ zu setzen,}$$

wenn wir unter L die Arbeit $\frac{Pc}{510}$ der Maschine in Pferdekräften verstehen; es ist also hier

$$60\,\mu = 15300 \cdot \frac{\chi}{\pi} = \frac{15300}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2}\,\psi = 7650\,\psi \text{ zu setzen.}$$

Es ist übrigens ganz gleich, ob wir für M die auf den Warzenkreis reducirte Umdrehungsmasse und für c die Umdrehungsgeschwindigkeit der Warze, oder ob wir für M die auf den Umfang des Schwungrades reducirte Masse und für c die Umfangsgeschwindigkeit dieses Rades einsetzen, da zwei Massen M und M_1 einander vollständig ersetzen, wenn ihre lebendigen Kräfte $M c^2$ und $M_1 c_1^{\,2}$ einander gleich sind.

Beispiel. Für einen einfachen Krummzapfen von doppelter Wirkung und sehr langer Lenkstange ist Seite 209 der Ungleichförmigkeitsgrad gefunden worden

$$\delta = 0{,}4210\,\frac{Q\,r}{M c^2};$$

folglich haben wir umgekehrt:

$$M c^2 = 0{,}4210\,\frac{Q\,r}{\delta} = 3220{,}65\,\frac{L}{\delta\,u}.$$

Nehmen wir, nach Watt, $\delta = 1/_{32}$, so erhalten wir

$$M c^2 = 32 \cdot 3220{,}65\,\frac{L}{u} = 103061\,\frac{L}{u},$$

und wenn man die Masse M durch das Gewicht $G = g M = 31{,}25\,M$ ersetzt

$$G c^2 = 31{,}25 \cdot 103061 \cdot \frac{L}{u} = 3220656\,\frac{L}{u}.$$

Schwungräder. Ist nun die Umdrehungszahl des Schwungrades pro Minute $u = 20$, und der Halbmesser desselben $r = 10$ Fuß, die Leistung der Maschine aber $L = 40$ Pferdekräfte, so erhalten wir die Umdrehungsgeschwindigkeit

$$c = \frac{\pi u r}{30} = 0{,}10472 \cdot 20 \cdot 10 = 20{,}944 \text{ Fuß},$$

und daher das erforderliche Gewicht des Schwungringes

$$G = \frac{8220656 \cdot 40}{20{,}944^2 \cdot 20} = 14684 \text{ Pfund}.$$

§. 189. Wenn wir in der Formel

$$G c^2 = 31{,}25 \cdot 7650 \cdot \frac{\psi L}{\delta u} = 31{,}25 \cdot \frac{15300}{\pi} \cdot \frac{\chi L}{\delta u}$$

$$= 239060 \frac{\psi L}{\delta u} = 152190 \frac{\chi L}{\delta u}$$

die verschiedenen Krummzapfenmechanismen entsprechenden Werthe von ψ und χ aus den Tabellen des dritten Kapitels (Band III.) auf Seite 211, 229 und 233 einsetzen, so erhalten wir eine Menge Specialformeln zur Bestimmung der Schwungradgewichte, und es sind dieselben in der folgenden Tabelle neben einander gestellt worden.

Tabelle zur Bestimmung der Schwungradgewichte,

enthaltend die Coefficienten

$$\alpha = 152190 \chi \text{ und}$$

$$\alpha_1 = 152190 \frac{\chi}{\delta} = 152190 \cdot 32 \chi = 4870080 \chi$$

der Formeln $G = \alpha \frac{L}{\delta u c^2}$ und $G = \alpha_1 \frac{L}{u c^2}$.

I. Krummzapfen mit constanter Stangenkraft Q, wie z. B. für Pumpen, Sägemühlen und Dampfmaschinen ohne Expansion.	α	α_1
1) Einfache Krummzapfen:		
bei der Lenkstangenlänge . . $l = \infty$	100640	3221000
» » » . . $l = 6r$	119000	3808000
» » » . . $l = 5r$	123210	3943000
» » » . . $l = 4r$	129950	4159000
2) Doppelte Krummzapfen mit auf Viertel gestellten Warzen, wie z. B. bei Locomotiven:		
bei der Lenkstangenlänge . . $l = \infty$	10090	322800
» » » . . $l = 6r$	27950	894200
» » » . . $l = 5r$	32330	1035000
» » » . . $l = 4r$	38060	1218000

Schwungräder.

	α	α_1
3) Dreifacher Krummzapfen mit auf das Drittel gestellten Warzen:		
bei der Lenkstangenlänge . . $= \infty$	2880	92300
» » » . . $l = 5r$	9240	295800
II. Krummzapfen mit veränderlicher Stangenkraft und insbesondere für Expansionsdampfmaschinen.		
1) Einfache Krummzapfen:		
mit der Lenkstangenlänge . . $l = 5r$		
bei dem Expansionsverhältniß $\varepsilon = 2$	194800	6234000
» » » $\varepsilon = 3$	209100	6691000
» » » $\varepsilon = 4$	216300	6922000
» » » $\varepsilon = 5$	221100	7076000
» » » $\varepsilon = 6$	224800	7193000
2) Doppelte Krummzapfen mit auf das Viertel gestellten Warzen und unendlich langer Lenkstange, ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse:		
bei dem Expansionsverhältniß $\varepsilon = 2$	4490	143700
» » » $\varepsilon = 3$	14670	469500
» » » $\varepsilon = 4$	20680	661800
» » » $\varepsilon = 5$	25000	800100
» » » $\varepsilon = 6$	27760	888300

In Betreff dieser Tabelle ist noch zu bemerken, daß sie in G nicht das bloße Gewicht des Schwungringes, sondern die in Gewicht verwandelte vollständige Umdrehungsmasse der Maschine mit Einschluß der Hälfte derjenigen Massen, welche sich absetzend bewegen, bestimmt. Da in der Formel G und c^2 zugleich vorkommen, so ist es gleichgültig, auf welchen Punkt die Masse $\frac{G}{g}$ reducirt wird, wenn nur für c die Geschwindigkeit dieses Punktes gesetzt wird. Der letzte Theil (II. 2) dieser Tabelle giebt, da er nur für unendlich lange Lenkstangen und ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse berechnet worden ist, zu kleine Werthe an, die nach Umständen wohl verdoppelt werden müssen.

§. 190. Das Gewicht des Schwungrades für Maschinen, welche, wie Hammer-, Poch- und Walzwerke, plötzlichen Geschwindigkeitsveränderungen unterworfen sind, läßt sich auf folgende Weise ausmitteln. Denken wir uns wieder sämmtliche Kräfte und Massen auf denselben Punkt, z. B. bei einem Walzwerke auf den Umfang der Walzen, oder bei einem Ham-

Schwungräder.

merwerke auf den Punkt reducirt, in welchem der Hammer von den Wellbaumen ergriffen wird. Bezeichnen wir die constant wirkende Umdrehungskraft durch P, die in Absätzen zu bewegende Last, z. B. das Gewicht des Hammers, durch Q, ferner die stetig rotirende Masse durch M und die abwechselnd aus der Ruhe in Bewegung zu setzende Masse durch M_1, und setzen wir wieder die Maximalgeschwindigkeit $= v_1$ und die Minimalgeschwindigkeit $= v_2$.

Ein Spiel oder eine Periode der Bewegung der Maschine besteht hier aus drei Theilen. Zuerst wird die Last Q von der Maschine stoßweise ergriffen und es geht fast plötzlich die Maximalgeschwindigkeit v_1 des Angriffspunktes der Kraft in eine kleinere Geschwindigkeit v über, welche, wenn wir einen unelastischen Stoß voraussetzen, nach I., §. 272 durch die Formel $v = \frac{M v_1}{M + M_1}$ bestimmt wird.

In dem folgenden Theile der Periode, während welcher die Maschine die Last Q bewegt, also wirkliche Arbeit verrichtet, besitzt die Maschine eine verzögerte Bewegung und es geht hierbei die Geschwindigkeit allmälig in ihr Minimum v_1 über. Hieran schließt sich endlich der letzte Theil des ganzen Spieles, in welchem die Maschine ganz leer geht, also ihr Arbeitsvermögen nur auf die Beschleunigung ihrer Masse M verwendet, und die Geschwindigkeit wieder zu ihrem Maximalwerthe gelangt. Während des Stoßes, oder während des ersten Theiles der Periode ist der Weg der Maschine oder des Punktes, auf welchen wir die Kraft und Last, sowie alle Massen reducirt annehmen, fast Null, in dem zweiten Theile der Periode hingegen durchläuft Kraft und Last einen gewissen Weg s, und im letzten Theile des Spieles legt die Kraft allein einen gewissen Weg s_1 zurück. Deshalb gelten denn auch für die beiden letzten Bewegungszustände die bekannten Formeln

$$Ps = Qs - \tfrac{1}{2}(M + M_1)(v^2 - v_2^2) \text{ und}$$
$$Ps_1 = \tfrac{1}{2} M (v_1^2 - v_2^2).$$

Setzen wir in der letzten Formel, wie in §. 188, $\frac{v_1 + v_2}{2} = c$ und $v_1 - v_2 = \delta c$, bezeichnen wir also auch hier die mittlere Geschwindigkeit der Maschine durch c und den Grad der Ungleichförmigkeit derselben durch δ, so erhalten wir folgende Grundformel:

$$Ps_1 = \delta M c^2, \text{ oder}$$
$$M = \frac{Ps_1}{\delta c^2},$$

aus der sich die einem gewissen Ungleichförmigkeitsgrade δ entsprechende Umdrehungsmasse M berechnen läßt.

Ist μ das Verhältniß $\frac{s_1}{s+s_1} = \frac{P s_1}{P(s+s_1)}$ des Weges s_1, während die Maschine leer geht, zum ganzen Weg $s + s_1$ eines Spieles, oder das Verhältniß der Ueberwucht oder Arbeit während des beschleunigten Ganges zur Arbeit während eines ganzen Spieles, so kann man auch schreiben: Schwungräder.

$$M = \frac{\mu P (s + s_1)}{\delta c^2}$$
$$= \frac{60'' \mu}{\delta} \cdot \frac{L}{u c^2},$$

wenn u die Anzahl der Spiele pro Min. und L die Leistung $\frac{u}{60} P(s+s_1)$ der Maschine pro Secunde bezeichnet.

Da die Arbeit $P (s + s_1)$ nicht allein auf die Ueberwindung der Last Q, sondern auch auf die Veränderung des Bewegungszustandes der Masse M_1 verwendet wird, und da durch den Stoß selbst, nach I., §. 275, die Arbeit $\frac{1}{2} (v_1 - v)^2 \frac{M M_1}{M + M_1}$ verloren geht, so haben wir zu setzen

$$P (s + s_1) = Q s + \tfrac{1}{2} M_1 v_2^2 + \tfrac{1}{2} \cdot \frac{M M_1}{M + M_1} \cdot (v_1 - v)^2, \text{ oder}$$

$$\frac{u}{60} P(s+s_1) = \frac{u}{60} Q s + \frac{u}{60} \left(\tfrac{1}{2} M_1 v_2^2 + \tfrac{1}{2} \cdot \frac{M M_1}{M + M_1} (v_1 - v)^2\right)$$

d. i.

$$L = L_1 + \frac{u}{60} \left(\tfrac{1}{2} M_1 v_2^2 + \tfrac{1}{2} \frac{M M_1}{M + M_1} (v_1 - v)^2\right),$$

wofern $L_1 = \frac{u}{60} Q s$ die Arbeit der Last Q pro Secunde bezeichnet.

Nun ist aber noch

$$v = \frac{M v_1}{M + M_1}, \text{ ferner}$$

$$v_1 = \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) c, \text{ sowie } v_2 = \left(1 - \frac{\delta}{2}\right) c;$$

daher folgt dann

$$L = L_1 + \frac{u}{60} \cdot \frac{c^2}{2} \left[\left(1 - \frac{\delta}{2}\right)^2 M_1 + \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)^2 \frac{M M_1^3}{(M + M_1)^3}\right],$$

und die gesuchte Umdrehungsmasse

$$M = \frac{60'' \mu}{\delta} \cdot \frac{L_1}{u c^2} + \frac{\mu}{2 \delta} \left[\left(1 - \frac{\delta}{2}\right)^2 M_1 + \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)^2 \frac{M M_1^3}{(M + M_1)^3}\right],$$

oder einfacher, da δ sehr klein gegen 1 gefordert werden muß:

$$M = \frac{60'' \mu}{\delta} \cdot \frac{L_1}{u c^2} + \frac{\mu}{2 \delta} \left(M_1 + \frac{M M_1^3}{(M + M_1)^3}\right).$$

Schwungräder. Drücken wir noch die Massen M und M_1 durch Gewichte $G = gM$ und $G_1 = gM_1$, sowie die Leistung L_1 in Pferdekräften aus, so erhalten wir für das Gewicht des Schwungringes die Formel

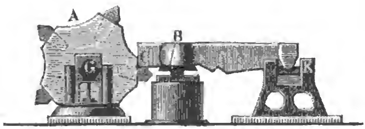
$$G = 31,25 \cdot \frac{60'' \mu}{\delta} \cdot \frac{510\, L_1}{u c^2} + \frac{\mu}{2\delta}\left(G_1 + \frac{G G_1^3}{(G+G_1)^3}\right)$$
$$= 956250 \cdot \frac{\mu L_1}{\delta u c^2} + \frac{\mu}{2\delta}\left(G_1 + \frac{G G_1^3}{(G+G_1)^3}\right).$$

In der Regel ist G_1 gegen G so klein, daß sich diese Gleichung in Beziehung auf G sehr bequem auf dem Wege des Näherns auflösen läßt.

Anmerkung. In den Artikeln »Hammerwerke, Pochwerke, Walzwerke u. s. w.« wird dieser Gegenstand weiter verfolgt.

Beispiel. Ein Stirnhammer CK von 10000 Pfund Gewicht, Fig. 387, wird mittels Hebedaumen durch eine mit 2 Fuß Geschwindigkeit umlaufende Welle AG pro Minute 90mal und zwar so hoch aufgehoben, daß der Schwerpunkt desselben 1 Fuß senkrecht steigt; wie groß ist das erforderliche Gewicht der Umdrehungsmasse, wenn die Welle während des Anhebens denselben Weg zurücklegt, als während des Leergehens, wenn also $\mu = \frac{1}{2}$ ist, und wenn der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{20}$ gefordert wird? Die effective Leistung dieser Maschine ist $L_1 = \frac{90}{60} \cdot 10000 \cdot 1 = 15000$ Fußpfund $= 29,412$ Pferdekräfte, da sie in jeder Secunde den Hammer $\frac{90}{60} = \frac{3}{2}$ mal hebt und hierbei jedes Mal $10000 \cdot 1 = 10000$ Fußpfund leistet; das erforderliche Umdrehungsgewicht auf den Angriffspunkt der Daumen reducirt, ist nach der letzten Formel

Fig. 387.



$$G = 956250 \; \frac{\mu L_1}{\delta u c^2} + \frac{\mu}{2\delta}\left(G_1 + \frac{G G_1^3}{(G+G_1)^3}\right)$$
$$= 956250 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \frac{29,412}{\frac{1}{20} \cdot 90 \cdot 4} + \frac{\frac{1}{2}}{2 \cdot \frac{1}{20}}\left(G_1 + \frac{G G_1^3}{(G+G_1)^3}\right)$$
$$= 781250 + 5\left(G_1 + \frac{G G_1^3}{(G+G_1)^3}\right).$$

Wäre nun noch die träge Masse des Hammers, auf den Angriffspunkt C reducirt, $G_1 = 6000$ Pfund, so hätte man

$$G = 781250 + 5\left[6000 + \left(\frac{6000}{G + 6000}\right)^3 G\right],$$

und es ist nun schon sehr genau

$$G = 781250 + 30000 = 811250 \text{ Pfund},$$

da das Glied $5 \cdot \left(\frac{6000}{G+6000}\right)^3 G$, wenn man darin $G = 811250$ setzt, nur $5 \cdot \left(\frac{6000}{811250}\right)^3 \cdot 811250 = 1,6$ Pfund giebt.

Ist der mittlere Halbmesser des Schwungrades 5mal so groß als der Hebelarm GC des Daumens C, läuft also auch der Schwungring 5mal so schnell um, als der Daumen, so hat man das eigentliche Gewicht des Schwungringes Schwungräder.

$$\frac{G}{5^2} = \frac{811250}{25} = 32450 \text{ Pfund.}$$

§. 191. Die vorstehende Theorie des Schwungrades giebt uns die träge Masse $M = \frac{G}{g} = 0{,}032\ G$ dieses Maschinentheiles auf einen gewissen, mit einer gewissen Geschwindigkeit c umlaufenden Punkt reducirt; nun besteht aber diese Masse in der Regel aus einem Ringe, aus einer gewissen Anzahl von Armen und aus einer Hülse; es ist daher noch zu erörtern, wie sich die ganze Masse M auf diese einzelnen Theile vertheilt. Den größten Theil dieser Masse liefert der Schwungring, da dieser nicht allein das größte Gewicht, sondern auch die größte Geschwindigkeit, und folglich das größte Trägheitsmoment besitzt. Die Radarme vergrößern die Masse des Schwungrades nur wenig, da sie nicht allein viel leichter sind als der Schwungring, sondern auch eine viel kleinere mittlere Geschwindigkeit haben als der Ring. Die Hülse des Schwungrades hat endlich bei ihrem mäßigen Gewichte und ihrer kleinen Umdrehungsgeschwindigkeit in Hinsicht auf den Schwungring ein so kleines Trägheitsmoment, daß deren träge Masse ganz unbeachtet bleiben kann.

Ist R das Gewicht des Schwungringes und A das Gewicht der Arme, welche diesen Ring mit der Hülse verbinden, ist ferner r_1 der äußere und r_2 der innere Halbmesser des Ringes, so hat man, in sofern man die Querschnitte desselben als ein Rechteck und die Arme als dünne Prismen behandelt, nach I., §. 235 und §. 232, das Trägheitsmoment des Ringes $= \frac{1}{2} R (r_1^2 + r_2^2)$ und das der Arme $= \frac{1}{3} A r_2^2$, also das des ganzen Schwungrades,

$$T = \tfrac{1}{2} R (r_1^2 + r_2^2) + \tfrac{1}{3} A r_2^2.$$

Führen wir aber den mittleren Halbmesser $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$ und die Ringbreite $b = r_1 - r_2$ ein, so erhalten wir

$$T = R\left(r^2 + \frac{b^2}{4}\right) + \tfrac{1}{3} A \left(r - \frac{b}{2}\right)^2,$$

wofür der Einfachheit wegen, da b nicht leicht über $0{,}1\,r$, also $\frac{b^2}{4}$ nicht leicht über $\frac{1}{400} r^2$, und A ansehnlich kleiner als R ist,

$$T = (R + \tfrac{1}{3} A) r^2$$

gesetzt werden kann, so daß nun sehr einfach die auf den mittleren Radhalbmesser reducirte Masse des Schwungrades

$$M = \frac{(R + \frac{1}{3} A) r^2}{g r^2}, \text{ oder } G = R + \tfrac{1}{3} A \text{ folgt.}$$

Schwungräder Wenn wir daher nach einer Regel des vorigen Paragraphen die träge Masse $M = \frac{G}{g}$ des Schwungrades bestimmt haben, so kommt es nun noch darauf an, dieselbe auf den Ring R und auf die Arme zu vertheilen. Ist F der Querschnitt des Schwungringes, $F_2 = \nu F$ der der Arme, n die Anzahl derselben und γ die Dichtigkeit des Gußeisens, aus welchem das ganze Rad besteht, so haben wir

$$R = 2\pi r F\gamma \text{ und } A = nF_2 r\gamma = \nu n F r\gamma, \text{ daher}$$
$$G = 2\pi F r\gamma + \tfrac{1}{3} n F_2 r\gamma = (2\pi + \tfrac{1}{3}\nu n)\, F r\gamma,$$

und es bestimmt sich daher der Querschnitt des Schwungringes aus der Masse $M = \frac{G}{g}$ des ganzen Rades, mittels der Formel

$$F = \frac{G}{(2\pi + \frac{1}{3}\nu n) r\gamma} = \frac{0{,}00033493}{1 + 0{,}053\,\nu n} \cdot \frac{G}{r} \text{ Quadratfuß}$$
$$= 0{,}04823\,(1 - 0{,}053\,\nu n)\,\frac{G}{r} \text{ Quadratzoll,}$$

wobei jedoch r in Fußen zu geben ist.

Die Anzahl n der Radarme ist 4 bis 8, das Querschnittsverhältniß $\nu = \frac{F_2}{F} = \frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$, und die radiale Breite des Ringes ein bis zwei Mal so groß als dessen Dicke.

Beispiel. Wenn wir dem Schwungrade in §. 190, dessen Gewicht wir 32450 Pfund gefunden haben, $n = 6$ Arme, jeden vom Querschnitte $F_2 = \nu F = \frac{1}{3} F$ und von der Länge $r = 10$ Fuß geben wollen, so muß der Querschnitt seines Ringes

$$F = 0{,}04823\,(1 - 0{,}053\,.\,6\,.\,\tfrac{1}{3}) \cdot \frac{32450}{10}$$
$$= 0{,}04823\,.\,0{,}894 \cdot 3245 = 139{,}6 \text{ Quadratzoll}$$

erhalten, und wäre nun noch das Verhältniß der Breite d zur Dicke e dieses Querschnittes $= \frac{3}{2}$ gefordert, so würde

$$\tfrac{3}{2}\, e^2 = 139{,}6, \text{ folglich}$$
$$e = 9{,}647 \text{ und } d = 14{,}470 \text{ Zoll}$$

gemacht werden müssen.

§. 192. Da die lebendige Kraft, mit welcher das Schwungrad den Gang einer Maschine regulirt, vermittels der Radarme vom Schwungringe auf die Welle und die übrige Maschine übertragen wird, so sind diese einer Spannung ausgesetzt, und zwar einer Spannung, die sich innerhalb einer Periode oder eines Spieles der Maschine stetig ändert, so daß diese Arme während des beschleunigten Ganges der Maschine nach der einen, und während des verzögerten Ganges derselben nach der anderen Seite gebogen werden. Um dieser sich unaufhörlich ändernden Biegung

auf die Dauer hinreichenden Widerstand entgegenzusetzen, müssen daher auch die Arme eine angemessene Stärke erhalten, die sich wie folgt berechnen läßt. Schwungräder.

Nehmen wir an, daß sich das Schwungrad um den Bogen α dreht, während seine Maximalgeschwindigkeit v_1 in die Minimalgeschwindigkeit v_2 übergeht, und setzen wir wieder den mittleren Halbmesser des Schwungrades $= r$, sowie die träge Masse desselben, auf r reducirt, $= M$. Dann erhalten wir die Kraft, mit welcher die Radarme abwechselnd vor- und rückwärts gebogen werden:

$$P = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Weg}} = \frac{\frac{1}{2} M (v_1^2 - v_2^2)}{\alpha r},$$

oder, da $\frac{1}{2}(v_1^2 - v_2^2) = (v_1 - v_2)\,\frac{(v_1 + v_2)}{2} = \delta c^2$ ist,

$$P = \frac{\delta M c^2}{\alpha r}.$$

Ist nun n die Anzahl der Radarme, h die Dicke, und $b = mh$ die Breite eines Radarmes, jene in tangentieller, und diese in axieller Richtung gemessen, so haben wir die Kraft zum Abbrechen dieser Arme (vergl. II., §. 111):

$$P = n \,.\, \frac{b h^2}{r} \cdot \frac{K}{6} = \frac{m n h^3}{r} \,.\, \frac{K}{6},$$

und es gilt daher die Gleichung

$$P r = \frac{\delta M c^2}{\alpha} = m n h^3 \,.\, \frac{K}{6}, \text{ wornach sich}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{\delta M c^2}{\alpha m n \,.\, \frac{K}{6}}} \text{ ergiebt.}$$

Führen wir statt der lebendigen Kraft $M c^2$ der Schwungradmasse die Leistung L der Maschine ein, und setzen wir zu diesem Zwecke

$$\delta M c^2 = 60'' \mu \,.\, \frac{L}{u},$$

so erhalten wir folgenden Ausdruck für die Armdicke:

$$h = \sqrt[3]{\frac{60'' \mu L}{\alpha m n u \,.\, \frac{K}{6}}}.$$

Damit die Welle des Schwungrades von der lebendigen Kraft desselben nicht abgewürgt werde, muß der Hals der Welle, an welchem das Schwungrad aufsitzt, ebenfalls eine gewisse Stärke d erhalten. Setzen wir das Moment zum Abwürgen $P r = d^3 \,.\, K_1$, so erhalten wir hiernach

$$d = \sqrt[3]{\frac{\delta M c^2}{\alpha K_1}} = \sqrt[3]{\frac{60 \mu L}{\alpha u K_1}},$$

Schwungräder.

und es folgt das Verhältniß

$$\frac{h}{d} = \sqrt{\frac{6\,K_1}{m n K}}.$$

Nehmen wir nun aus I., §. 203, $\frac{K}{6} = 1700$ und $K_1 = \frac{1}{8} \cdot 12600 = 1575$, so erhalten wir $\frac{h}{d} = 0{,}975 \sqrt[3]{\frac{1}{mn}}$ oder nahe $= \frac{1}{\sqrt[3]{mn}}$.

Für runde Wellen, welche die Leistung L unmittelbar übertragen, ist

$$d = \sqrt[3]{\frac{Pr}{K_1}} = \sqrt[3]{\frac{Lr}{v K_1}} = \sqrt[3]{\frac{30\,L}{\pi\, u\, K_1}}.$$

Nun haben wir aber bei Wasser- und anderen Rädern (s. II., §. 111) $d = 6{,}12 \sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ Zoll gesetzt, wenn L in Pferdekräften gegeben ist; folglich können wir nehmen

$$\sqrt[3]{\frac{30}{\pi K_1}} = 6{,}12, \text{ und } \sqrt[3]{\frac{60}{K_1}} = 6{,}12 \sqrt[3]{2\pi} = 11{,}29;$$

so daß sich nun die Wellenstärke für Schwungräder

$$d = 11{,}29 \sqrt[3]{\frac{\mu L}{\alpha u}} \text{ Zoll}$$

ergiebt, und endlich hiernach die Armdicke $h = \frac{1}{\sqrt[3]{mn}}$ und Armbreite $b = m h$ leicht berechnet werden kann.

Beispiel. Wenn für das Schwungrad eines Stirnhammers im Beispiele zu §. 190 die Leistung $L = 29{,}412$ Pferdekräfte gefunden, wenn ferner für dieses Rad $\mu = \frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{\pi}{6}$ und $u = 10$ angenommen worden ist, so können wir nun auch die erforderlichen Hals- und Armstärken dieses Rades finden. Es ist nämlich die Halsstärke

$$d = 11{,}29 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{2} \cdot 29{,}412}{\frac{\pi}{6} \cdot 10}} = 11{,}29 \sqrt[3]{\frac{8{,}8236}{\pi}} = 15{,}93 \text{ Zoll};$$

und wenn man die Anzahl der Arme $n = 6$ und das Dimensionsverhältniß $m = \frac{2}{3}$ nimmt, die Armdicke

$$h = \frac{d}{\sqrt[3]{mn}} = \frac{d}{\sqrt[3]{4}} = 0{,}630 \cdot 15{,}93 = 10{,}04 \text{ Zoll},$$

und die Armbreite $b = \frac{2}{3} \cdot 10{,}04 = 6{,}69$ Zoll.

Anmerkung. So nützlich auch ein Schwungrad als Bewegungsregulator und Kraftconservator ist, so bietet es auch den Vortheil dar, daß es durch seine Zapfenreibung einen nicht unbeträchtlichen Theil des Leistungsvermögens der Maschine verzehrt. Dieser Arbeitsverlust ist nach II., §. 127,

$$L_1 = 0{,}00015\, \varphi\, u \sqrt{G^3}$$

zu setzen, wenn G das Gewicht des Rades, u die Umdrehungszahl desselben pro

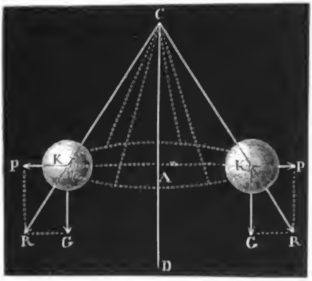
Minute und φ den Reibungscoefficienten bezeichnet. Für das Schwungrad im letzten Beispiele ist hiernach

$L_1 = 0{,}00015 \,.\, 0{,}075 \,.\, 10 \sqrt[5]{32450^3} = 0{,}0001125 \,.\, 4750000 = 534$ Fuß,

d. i. mehr als eine Pferdekraft.

§. 193. Wenn die Kraft oder Last einer Maschine unaufhörlich zufälligen Veränderungen ausgesetzt ist, so regulirt man den Gang derselben, indem man den Zutritt des arbeitenden Körpers oder Motors, z. B. des Wassers, Dampfes u. s. w., von der Geschwindigkeit abhängig macht, so daß mit einer Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit eine Verminderung oder Vergrößerung der arbeitenden Masse verbunden ist und daher jene Zu- oder Abnahme eine gewisse Grenze nicht überschreiten kann. Die Vorrichtungen, wodurch eine solche Regulirung des Motors bewirkt wird, kann man im Allgemeinen **Gouvernatoren** (franz. gouvernateurs, engl. governors) nennen. Einer der vorzüglichsten Gouvernatoren ist das **conische Pendel** oder der **Centrifugal-** oder **Schwungkugel-Regulator** (franz. pendule conique, régulateur à force centrifuge, engl. conical pendulum, governor of Watt). Derselbe besteht in der Hauptsache aus einer umlaufenden stehenden Welle oder Spindel CD, Fig. 388, und aus zwei Kugeln, den sogenannten **Schwungkugeln** K, K, welche durch Arme CK, CK und Charniere C, C mit der erstern verbunden sind und sich in Folge der Umdrehung der Welle von dieser entfernen, so daß sie sich selbst in einem Kreise, und ihre Arme in einem Kegelmantel um die Axe CD herumdrehen. Conisches Pendel.

Fig. 388.



Die Stellung der Kugeln gegen die Umdrehungsaxe ist durch das Gleichgewicht zwischen dem Gewichte G und der Centrifugalkraft P derselben bedingt, welches eintritt, sowie die Mittelkraft aus G und P in der Richtung des Armes CK zieht, und daher R von dem Aufhängepunkt C aufgenommen wird. Die Aehnlichkeit der Dreiecke CAK und KGR giebt uns die Proportion

$$\frac{CA}{KA} = \frac{KG}{RG};$$

bezeichnen wir folglich noch den Abstand AK der Kugelmittelpunkte von der Umdrehungsaxe, oder den Halbmesser des conischen Pendels, durch r, und den senkrechten Abstand CA der Kugeln von ihrem Aufhängepunkte C,

Conisches Pendel. oder die sogenannte Höhe des conischen Pendels, durch h, so haben wir

$$\frac{h}{r} = \frac{G}{P}.$$

Nun ist aber nach I., §. 246, die Centrifugalkraft $P = \omega^2 Mr$ $= \frac{\omega^2 Gr}{g}$, wofern ω die Winkelgeschwindigkeit des umlaufenden Pendels bezeichnet; daher haben wir hier

$$\frac{h}{r} = \frac{Gg}{\omega^2 Gr} = \frac{g}{\omega^2 r}, \text{ d. i.}$$

$$h = \frac{g}{\omega^2}.$$

Führen wir noch statt ω die Zeit t einer Umdrehung ein, setzen wir also $\omega = \frac{2\pi}{t}$, so erhalten wir die Höhe des conischen Pendels,

$$h = \frac{g t^2}{4\pi^2} = 0{,}7916\, t^2 \text{ Fuß},$$

und umgekehrt die Umdrehungszeit

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}} = 1{,}124 \sqrt{h} \text{ Secunden.}$$

Es wächst also die Umdrehungszeit oder die Zeit eines Pendelspieles wie die Quadratwurzel aus der Höhe des conischen Pendels, und es hängt diese Zeit nur von dieser Höhe ab. Bei dem gemeinen Kreispendel, welches in einer Vertikalebene schwingt, ist nach I., §. 261, die Zeit einer Schwingung bei kleiner Elongation:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

wo l die Länge des Pendels bezeichnet.

Es ist also die Zeit eines Spieles, oder die Zeit, innerhalb welcher ein Pendel zu demselben Orte zurückkehrt, für beide Pendel durch gleichgeformte Ausdrücke

$$t = \pi \sqrt{\frac{h}{g}} \text{ und } t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

bestimmt, und folglich die Schwingungszeit beider Pendel eine und dieselbe, wenn die Höhe h des einen gleich ist der Länge l des anderen.

§. 194. Die einfache Formel $h = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g t^2}{4\pi^2}$ zeigt, daß die Höhe h des conischen Pendels abnimmt, also die Kugeln desselben steigen, wenn die Winkelgeschwindigkeit ω desselben eine größere wird, und daß dagegen die Höhe h desselben zunimmt, oder die Kugeln fallen, wenn diese Geschwindigkeit schwächer wird. Setzt man folglich die stehende Welle dieses

Regulators so mit einer arbeitenden Maschine in Verbindung, daß sie an der rotirenden Bewegung derselben in allen ihren Phasen mit Theil nimmt, so werden also auch die Kugeln zu steigen anfangen, wenn die Maschine aus einer gewissen mittleren Geschwindigkeit in eine größere übergeht, und sie werden umgekehrt herabsinken, sowie die Geschwindigkeit der Maschine eine kleinere wird. Es ist folglich ein solcher Apparat ein Zeiger, welcher durch die Stellung seiner Kugeln die Geschwindigkeit der arbeitenden Maschine angiebt, und wornach also auch der Zutritt des Motors regulirt werden kann. Um dieses Reguliren nicht mit der Hand machen zu müssen, bedarf es nur noch einer Verbindung der Schwungkugeln mit demjenigen Theile der arbeitenden Maschine, durch welchen der Zufluß des Motors unmittelbar regulirt wird, der z. B. bei den Dampfmaschinen in der sogenannten Admissionsklappe (einem Drosselventile), und bei den Wasserrädern in einem Schutzbrette besteht. Conisches Pendel.

Nimmt dann, entweder in Folge einer Vergrößerung der Kraft oder in Folge der Verminderung der Last, die Maschine und also auch der Regulator eine größere Umdrehungsgeschwindigkeit an, so heben sich die Schwungkugeln des letzteren um Etwas und stellen die Zutrittsklappe oder Schütze mittels Stangen, Hebel u. s. w. so, daß die Zutrittsöffnung, und also auch die Menge des zufließenden Motors eine kleinere und folglich der weiteren Zunahme der Umdrehungsgeschwindigkeit eine Grenze gesetzt wird; geht umgekehrt, entweder bei Abnahme der Kraft oder bei Zunahme der Last, die Geschwindigkeit der Maschine in eine kleinere über, so sinken die Schwungkugeln und stellen die Admissionsklappe oder Schütze so, daß der Querschnitt der Zuflußöffnung und also auch das Quantum des zufließenden Motors größer und folglich auch das Arbeitsvermögen der Maschine vergrößert wird, und daher die Geschwindigkeit entweder wieder steigt oder mindestens nicht noch weiter sinkt.

Ist die Kraft zum Stellen des Admissionsapparates, wie z. B. die zum Ziehen eines Schutzbrettes, ziemlich groß, so erfordert diese sehr große Schwungkugeln, und deshalb zieht man es dann vor, die Schwungkugeln nur zum Umsteuern eines Apparates zu benutzen, durch welchen der Admissionsapparat mit der arbeitenden Maschine so in Verbindung gesetzt wird, daß diese Maschine die Zuflußklappe oder Schütze selbst stellt.

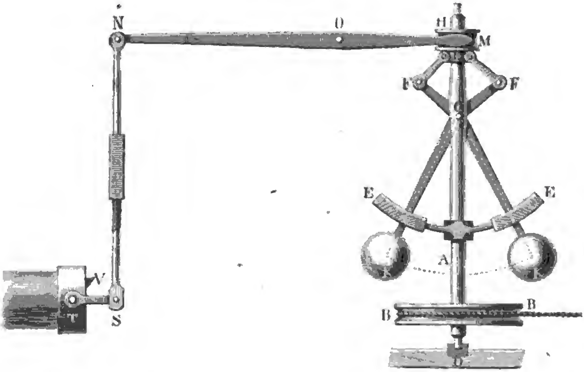
§. 195. **Wie das conische Pendel mit einer Dampfmaschine in Verbindung gesetzt wird, ist zwar schon aus den Figuren 487 und 516 zu den Paragraphen 335 und 348 des zweiten Theiles zu ersehen, es ist aber nöthig, daß wir hier noch specieller in die Beschreibung dieses Apparates und seiner Verbindung mit der arbeitenden Maschine eingehen.**

Die Einrichtung eines Centrifugalregulators zum Stellen der Admis-

Conisches Pendel.

sionsklappe einer Dampfmaschine ist aus Figur 389 zu ersehen. Die stehende Welle *CD* ist mit einer Schnurscheibe *BB* ausgerüstet, um die sich

Fig. 389.

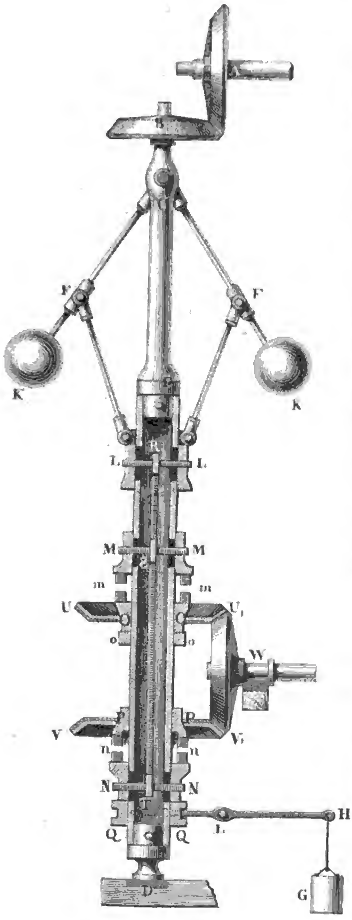


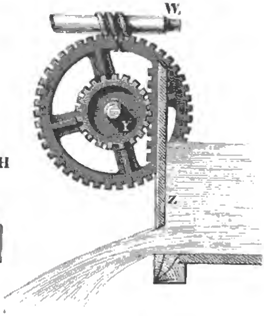
eine Schnur ohne Ende wickelt, die zugleich auf der Schwungradwelle der Maschine liegt und den Regulator in Umdrehung versetzt. Die um den Bolzen *C* drehbaren Arme *CK*, *CK* sind von den Seitenbacken eines Bügels *EE* eingeschlossen, welcher nicht allein dem Ausschwingen der Kugeln *K* und *K* eine Grenze setzt, sondern auch die Bewegung derselben in der Vertikalebene durch *CD* sichert. Bei der Einrichtung des abgebildeten Regulators ist über das genau abgedrehte obere Ende der stehenden Welle eine Hülse *H* gesteckt, welche durch Stäbe *FL*, *FL* auf- und niedergeschoben werden kann, die mittels Charniere an diese Hülse und an die rückwärts verlängerten Armenden *CF*, *CF* angeschlossen sind. Den Hals der Hülse *H* umfaßt das gabelförmige Ende eines um *O* drehbaren Hebels *MON*, der mit dem Arme oder Schlüssel *ST*, wodurch die Klappe *V* um ihre Axe gedreht werden kann, durch eine Stange *NS* verbunden ist. Leicht ist einzusehen, wie mit dem Sinken und Steigen der Kugeln *K* und *K* ein Sinken und Steigen der Hülse *H* und hiermit wieder eine die Durchgangsöffnung des Dampfes verkleinernde oder vergrößernde Stellung der Klappe *V* verbunden ist.

Ein Centrifugalregulator zum Stellen der Schütze eines Wasserrades ist in Figur 390 (auf nebenstehender Seite) abgebildet. Die stehende Welle *BD* desselben wird hier durch ein Räderwerk *AB* in Umdrehung gesetzt und besteht zum großen Theil aus einer Röhre *DT*, welche außen genau abgedreht ist, so daß sich auf deren Umfang nicht allein die

Muffe *LL*, *MM* und *NN* ungehindert verschieben, sondern auch andere Muffe *OO*, *PP* und *QQ* frei umdrehen lassen. Der oberste Muff *LL* — Conisches Pendel.

Fig. 390.



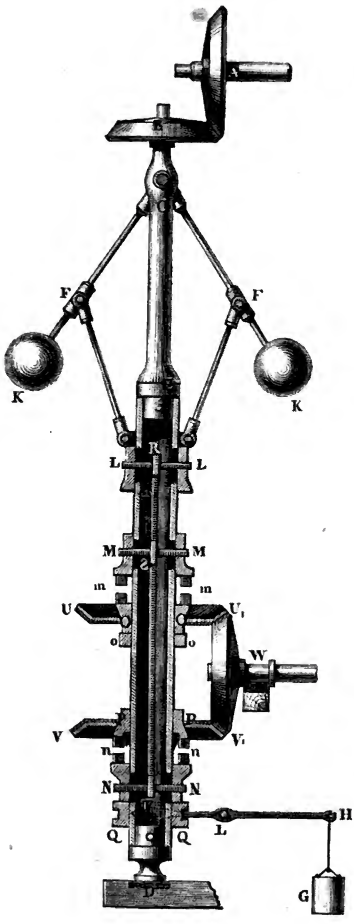


ist mittels der Stäbe *FL*, *FL* an die um den Bolzen *C* drehbaren Schwungkugelarme *CK*, *CK* angehangen, und muß deshalb mit den Schwungkugeln *K*, *K* steigen und fallen. Die beiden Muffe *MM* und *NN* sind mit dem ersteren durch drei Querstäbe, *R*, *S*, *T* und einer Stange *RST* im Innern des röhrenförmigen Theiles der stehenden Welle verbunden, und die letztere ist an den Stellen, wo diese Muffe aufsitzen, geschlitzt, damit sie den durchgesteckten Querbolzen und also auch dem ganzen Muffensysteme beim Auf- und Niederschieben kein Hinderniß in den Weg legt. Um dieses Verschieben durch die Schwungkugeln möglichst zu erleichtern, läßt man die ganze Muffverbindung durch ein Gegengewicht *G* tragen,

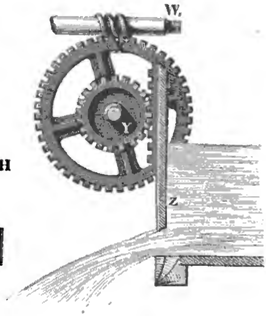
Conisches Pendel.

welches mittels eines Hebels QH und einer Hülse QQ von unten auf den Muff NN drückt. Die Muffe OO und PP stehen für gewöhnlich mit dem ersteren Muffsysteme nicht in Verbindung; sie ruhen auf zwei Kränzen oo und pp, welche auf dem Wellenumfange fest aufsitzen, und bilden die Hülsen zweier conischen Zahnräder UU_1 und VV_1, zwischen welchen ein drittes conisches Rad $U_1\ V_1$ liegt, das auf der horizontalen Kraftwelle WW_1 einer Schraube ohne Ende X aufsitzt. Auf der Lastwelle der letzteren sitzt außer dem größeren Kraftrade noch ein kleineres Lastrad Y, dessen Zähne eine gezahnte Stange ergreifen, welche auf dem Schutzbrette festsitzt, wodurch der Zufluß des Aufschlagwassers regulirt wird.

Fig. 391.



Bei der Stellung, welche die Figur darstellt, läuft die stehende Welle um, ohne mittels eines der Räder UU_1



und VV_1 u. s. w. auf den Schutzapparat zu wirken. Nimmt aber die stehende Welle eine größere Umdrehungsgeschwindigkeit an und wird hierbei die Muffverbindung LMN von den Schwungkugeln gehoben, so greift die nach Art der Sperrräder (s. §. 160) gezahnte Stirn nn des Muffes NN in die ebenso gezahnte Grundfläche der Hülse PP und es wird nun diese Hülse gezwungen, mit dem Muffe NN und mit der stehenden Welle umzulaufen. Da die Hülse PP mit dem Rade VV_1 ein Ganzes bildet, so gelangt nun auch dieses und folglich auch der ganze Mechanismus $WXYZ$ in Bewegung, wobei das Schutzbrett herabsinkt, und folglich das Aufschlagquantum vermindert, also auch dem weiteren Wachsen der Geschwindigkeit der Maschine eine Grenze gesetzt wird. Läuft umgekehrt die stehende Welle zu langsam um, so wird das Muffsystem LMN von dem Schwungkugelapparat herabgeschoben, und es kommt nun die gezahnte Grundfläche mm des Muffes MM mit dem gezahnten Scheitel der Hülse OO zum Eingriff, so daß nun das Zahnrad UU_1 umzulaufen genöthigt wird, und die Welle WW_1 in die umgekehrte Umdrehungsbewegung geräth. Hierbei muß natürlich die Schütze steigen und die Ausflußmenge, und folglich auch die Umtriebskraft wachsen, und ebenso auch die Umdrehungsgeschwindigkeit wieder zunehmen, oder mindestens nicht noch weiter herabsinken. Conisches Pendel.

Es ist übrigens nicht nöthig, die Welle WW_1 durch den Regulator in Umdrehung zu setzen; man kann auch die Räder UU_1 und VV_1 mit einer besonderen Welle versehen, welche durch die arbeitende Maschine unmittelbar in Umdrehung gesetzt wird.

Um die Empfindlichkeit des Centrifugalregulators so viel wie möglich zu erhöhen, ist es übrigens nöthig, die Regulirungsklappe oder Schütze durch ein Gegengewicht zu äquilibriren, so daß die Kraft zur Bewegung derselben rück- und vorwärts nur in dem passiven Widerstande der Reibung besteht.

§. 196. Wegen des unvermeidlichen Widerstandes, welcher bei der Bewegung des Muffes durch die Schwungkugeln zu überwinden ist, können sich diese Kugeln nicht bei jeder beliebig kleinen Geschwindigkeitsveränderung heben oder senken, sondern es muß dieselbe erst bis zu einer gewissen Größe anwachsen, bei welcher die Zu- oder Abnahme der Centrifugalkraft hinreichend ist, den passiven Widerstand des Muffes zu überwinden. Deshalb ist es denn auch nöthig, daß die Schwungkugeln des Regulators ein diesem Widerstande des Muffes angemessenes Gewicht erhalten.

Die Centrifugalkraft einer Kugel ist

$$P = \omega^2 Mr, \text{ und geht in}$$
$$P_1 = \omega_1{}^2 Mr$$

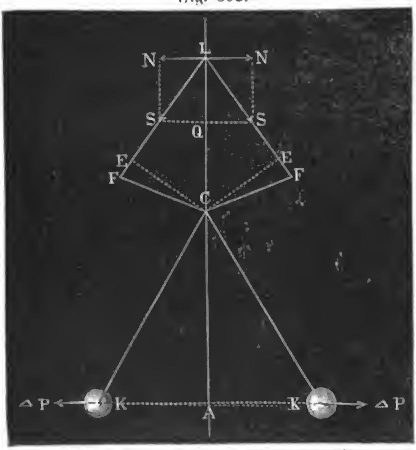
Konisches Pendel. über, wenn sich die Winkelgeschwindigkeit ω in ω_1 umändert. Die der Geschwindigkeitsveränderung $\omega_1 - \omega$ entsprechende Kraftveränderung ist folglich

$$\triangle P = P_1 - P = (\omega_1^2 - \omega^2)\, Mr = (\omega_1 - \omega)\, (\omega_1 + \omega)\, Mr$$
$$= \delta \left(\frac{\omega_1 + \omega}{2}\right)^2 Mr, \text{ oder annähernd}$$
$$\triangle P = \delta\, \omega^2 Mr,$$

wenn δ wie seither, den zulässigen Grad der Ungleichförmigkeit im Gange der Maschine bezeichnet.

Der Widerstand Q des Muffes erfordert zu seiner Ueberwindung eine Stangenkraft $\overline{LS} = S$, Fig. 392, welche an einem Hebelarme $CE = \overline{CL}.\,sin.\,CLE$ wirkt, während die bewegende Kraft $\triangle P$ den Hebelarm $CA = h$ hat. Setzen wir den Winkel CLF, welchen bei der mittleren Stellung der Schwungkugeln die Mufftträger FL mit der Axe AL der stehenden Welle einschließen, $= \beta$, und den Abstand des Muffes L von dem Aufhängepunkte C der Kugeln, bei der mittleren Stellung der Kugeln und mittleren Geschwindigkeit der Maschine, $= l$, so haben wir das Moment des Muffwiderstandes

Fig. 392.



$$S\,.\,\overline{CL}\,.\,sin.\,CLE = \frac{Q\,l\,sin.\,\beta}{cos.\,\beta} = Q\,l\,tang.\,\beta,$$

und setzen wir dasselbe dem Momente

$$\triangle P.h = \delta\omega^2 Mrh = \delta\, Gr$$

gleich, so erhalten wir folgende einfache Formel für das Gewicht beider Schwungkugeln zusammen

$$G = \frac{Q\,l\,tang.\,\beta}{\delta\, r},$$

also für das Gewicht einer Kugel

$$\tfrac{1}{2}\, G = \frac{Q\,l\,tang.\,\beta}{2\,\delta\, r}.$$

Diese Formel gilt auch dann noch, wenn, wie in Figur 391, die Muffträger unmittelbar an den Kugelarmen CK hängen. Conisches Pendel.

Es wächst also das Gewicht der Schwungkugeln nicht allein mit dem Widerstande des Muffes, sondern auch mit dem mittleren Abstande $CL = l$ des Muffes von dem Aufhängepunkte der Kugeln und mit dem Winkel, um welchen die Axen der Muffträger von der Axe der Spindel abweichen, und kann dagegen um so kleiner gemacht werden, je größer der mittlere Abstand der Schwungkugeln von der Umdrehungsaxe und je größer der geforderte Grad der Ungleichförmigkeit ist. Da aber dem Principe der virtuellen Geschwindigkeiten zu Folge, der Weg s des Muffes mit dem Gewichte der Kugeln wächst, und die Stellung der Dampfklappe u. s. w. erfordert, daß dieser Weg eine gewisse Größe habe, so muß man den Regulator so anordnen, daß die Schwungkugeln nicht zu leicht ausfallen.

Das gewöhnliche Gewicht einer Schwungkugel für Dampfmaschinenregulatoren ist 20 bis 40 Pfund.

Beispiel. Wenn bei einem Schwungkugelregulator die Kraft zum Verschieben des Muffes $Q = 10$ Pfund, das Längenverhältniß $\frac{l}{r} = \frac{1}{2}$, der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{20}$ und der Winkel $\beta = 30$ Grad beträgt, so ist das entsprechende Gewicht einer Schwungkugel

$$\frac{1}{2} G = \frac{Q\, l\, tang.\beta}{2\,\delta\, r} = \frac{10\,.\,1\,.\,tang.\,30^0}{2\,.\,\frac{1}{20}\,.\,2} = 50\,.\,0,5774 = 28,87 \text{ Pfund.}$$

§. 197. Um die Hebel- oder Räderwerke des Regulirungsapparates anordnen zu können, ist es nothwendig, den ganzen Weg des Muffes auf der Spindel, während die Schwungkugeln aus ihrer tiefsten Lage in ihre höchste Lage gelangen, zu kennen. Sind β_1 und β_2 die Neigungswinkel der Muffträger, sowie ε_1 und ε_2 die der Arme derselben gegen die Spindelaxe AL (Figur 392) beim tiefsten und beim höchsten Stande der Schwungkugeln, und bezeichnen wir die Länge LF eines Muffträgers mit b, die eines Armes CF aber mit e, so haben wir für die ganze Verschiebung des Muffes:

$$s = b\,(cos.\beta_1 - cos.\beta_2) + e\,(cos.\,\varepsilon_1 - cos.\,\varepsilon_2) \text{ oder}$$

$$s = \frac{b}{2}\, sin.\left(\frac{\beta_2+\beta_1}{2}\right) sin.\left(\frac{\beta_2-\beta_1}{2}\right) + \frac{e}{2}\, sin.\left(\frac{\varepsilon_2+\varepsilon_1}{2}\right) sin.\left(\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{2}\right).$$

Die Winkel β_1, β_2, ε_1 und ε_2 hängen auch noch von den entsprechenden Werthen des Winkels KCA ab, welchen die Kugelarme CK mit der Spindelaxe CA bilden. Setzen wir diese Winkelwerthe α_1 und α_2 und bezeichnen wir die Armlänge CK selbst durch a. Damit beim tiefsten Kugelstande der kleinste Zuwachs an Umdrehungsgeschwindigkeit ein Heben und also auch eine Verminderung der Zutrittsöffnung bewirke, muß das Moment der Centrifugalkraft gleich sein dem des Kugelgewichtes plus dem

Conisches Pendel.

Momente des passiven Muffwiderstandes; und damit beim höchsten Kugelstande die kleinste Verminderung der Umdrehungsgeschwindigkeit eine Senkung der Kugeln und also auch eine Vergrößerung der Klappenmündung zur Folge habe, muß das Moment der Centrifugalkraft um das Moment des Muffwiderstandes kleiner sein, als das des Kugelgewichtes. Diesem zu Folge können wir also setzen:

$$\omega^2 \frac{G}{g} a^2 sin.\alpha_1 \, cos.\alpha_1 = G a \, sin.\alpha_1 + Q e \, sin.(\beta_1 + \varepsilon_1) \text{ und}$$

$$\omega^2 \frac{G}{g} a^2 sin.\alpha_2 \, cos.\alpha_2 = G a \, sin.\alpha_2 - Q e \, sin.(\beta_2 + \varepsilon_2).$$

Damit umgekehrt bei der tiefsten Kugelstellung die Abnahme der Geschwindigkeit ω um $\frac{1}{2}\delta\omega$ eine Senkung der Kugeln hervorbringe, muß die entsprechende Verminderung des Centrifugalmomentes gleich sein dem doppelten Momente des Muffwiderstandes, d. i.

$$\delta\omega^2 \frac{G}{g} a^2 sin.\alpha_1 \, cos.\alpha_1 = 2 Q e \, sin.(\beta_1 + \varepsilon_1),$$

und damit bei der höchsten Kugelstellung eine Zunahme der Geschwindigkeit ω um $\frac{1}{2}\delta\omega$ ein Steigen der Kugeln bewirke, muß die entsprechende Vergrößerung des Centrifugalmomentes gleich sein dem doppelten Momente des Muffwiderstandes, d. i.

$$\delta\omega^2 \frac{G}{g} a^2 sin.\alpha_2 \, cos.\alpha_2 = 2 Q e \, sin.(\beta_2 + \varepsilon_2).$$

Verbinden wir nun vorstehende Gleichungen mit einander, so erhalten wir die Gleichungen:

$$(1 - \tfrac{1}{2}\delta)\,\omega^2 a \, cos.\alpha_1 = g \text{ und } (1 + \tfrac{1}{2}\delta)\,\omega^2 a \, cos.\alpha_2 = g,$$

woraus nun die gesuchten Winkel der Kugelstellung folgen.

1) $$cos.\alpha_1 = \frac{g}{\left(1 - \frac{\delta}{2}\right)\omega^2 a} = \frac{h}{\left(1 - \frac{\delta}{2}\right) a} = \frac{cos.\alpha}{1 - \frac{1}{2}\delta} \text{ und}$$

2) $$cos.\alpha_2 = \frac{g}{\left(1 + \frac{\delta}{2}\right)\omega^2 a} = \frac{h}{\left(1 + \frac{\delta}{2}\right) a} = \frac{cos.\alpha}{1 + \frac{1}{2}\delta},$$

wofern h die Höhe und α den Elongationswinkel für die mittlere Kugelstellung bezeichnen.

Ist Θ der Winkel KCF, welcher von den Armen CF und CK des Kugelhebels gebildet wird, so haben wir für die Winkel, um welche CF von der Spindelaxe abweicht, in einem Falle:

3) $\varepsilon_1 = 180^0 - \Theta + \alpha_1$, und im anderen

4) $\varepsilon_2 = 180^0 - \Theta + \alpha_2$.

Aus diesen Winkeln folgen nun auch die Werthe des Winkels FLC, welchen die Muffträger mit der Spindelaxe bilden, durch Conischer Pendel.

5) $$\sin.\beta_1 = \frac{e}{b}\sin.\varepsilon_1 \text{ und}$$

6) $$\sin.\beta_2 = \frac{e}{b}\sin.\varepsilon_2.$$

Nun berechnet sich auch die ganze Verschiebung des Muffes:

7) $$s = b\,(\cos.\beta_1 - \cos.\beta_2) + e\,(\cos.\varepsilon_1 - \cos.\varepsilon_2).$$

Endlich das erforderliche Gewicht der Schwungkugeln ist durch die Doppelgleichung

8) $$G = \frac{g\,e\,Q\sin.(\beta_1+\varepsilon_1)}{\delta\,\omega^2 a^2\sin.\alpha_1\cos.\alpha_1} = \frac{g\,e\,Q\sin.(\beta_2+\varepsilon_2)}{\delta\,\omega^2 a^2\sin.\alpha_2\cos.\alpha_2}$$

gegeben, weshalb überdies noch der Gleichung

$$\frac{\sin.(\beta_1+\varepsilon_1)}{\sin.\alpha_1\cos.\alpha_1} = \frac{\sin.(\beta_2+\varepsilon_2)}{\sin.\alpha_2\cos.\alpha_2}, \text{ oder}$$

$$\frac{\sin.(\beta_1+\varepsilon_1)}{\sin.(\beta_2+\varepsilon_2)} = \frac{\sin.2\alpha_1}{\sin.2\alpha_2}$$

durch Auswahl des Winkels Θ Genüge zu leisten ist.

Nimmt man $\Theta = 180^0$, macht man also die Hebel gerade und überdies $b = e$, so hat man

$$\beta_1 = \varepsilon_1 = \alpha_1 \quad \text{und}$$
$$\beta_2 = \varepsilon_2 = \alpha_2, \text{ folglich auch}$$

$$\sin.(\beta_1+\varepsilon_1) = \sin.2\alpha_1, \text{ sowie } \sin.(\beta_2+\varepsilon_2) = \sin.2\alpha_2,$$

und es ist also bei dieser Anordnung der letzten Bedingungsgleichung Genüge gethan.

Uebrigens ist in diesem Falle das Kugelgewicht

$$G \text{ auch} = \frac{g\,e\,Q\sin.(\beta+\varepsilon)}{\delta\,\omega^2 a^2\sin.\alpha\cos.\alpha} = \frac{2\;e\;Q\;\cos.\alpha}{\delta\;a}$$

zu setzen, wenn β und ε der mittleren Kugelstellung entsprechen.

Wegen der Kleinheit des Werthes δ werden, den Gleichungen (1) und (2) zu Folge, die Winkel α_1 und α_2 nicht sehr von einander abweichen, können also auch die Kugeln nur in einem kleinen Bogen auf- und niedersteigen und die Hülse nur wenig verschieben.

Beispiel. Für einen Centrifugalregulator mit dem mittleren Elongationswinkel $\alpha = 25^0$ und dem Ungleichförmigkeitsgrade $\delta = 1/_{20}$ ist

$$\cos.\alpha_1 = \frac{\cos.\alpha}{1-\frac{1}{2}\delta} = {}^{40}/_{39}\cos.25^0 \text{ und } \cos.\alpha_2 = \frac{\cos.\alpha}{1+\frac{1}{2}\delta} = {}^{40}/_{41}\cos.25^0;$$

hiernach $\alpha_1 = 21^0,38'$ und $\alpha_2 = 27^0,51'$.

Nimmt man nun noch $\Theta = 180^0$ und $b = e$, also $\beta_1 = \varepsilon_1 = \alpha_1$ und $\beta_2 = \varepsilon_2 = \alpha_2$, sowie $\beta = \varepsilon = \alpha$, so hat man die ganze Verschiebung des Muffes

$$s = 2\,b\,(\cos.\alpha_1 - \cos.\alpha_2) = 0{,}09078\,b.$$

Ist die mittlere Umdrehungszahl des Regulators pro Minute $u = 40$, so hat man die Winkelgeschwindigkeit desselben

$$\omega = \frac{\pi u}{30} = 3{,}1416 \;.\; {}^{40}/_{30} = 4{,}1888 \text{ Fuß},$$

daher die mittlere Höhe des conischen Pendels

$$h = \frac{g}{\omega^2} = \frac{31{,}25}{(4{,}1888)^2} = 1{,}7810 \text{ Fuß},$$

und die Armlänge desselben

$$a = \frac{h}{cos.\,\alpha} = \frac{1{,}7810}{cos.\,25^0} = 1{,}9651 \text{ Fuß}.$$

Nimmt man nun noch $b = e = 1{,}5$ Fuß, so erhält man

$$s = 0{,}09078 \;.\; 1{,}5 = 0{,}13617 \text{ Fuß} = 1{,}634 \text{ Zoll},$$

und das Gewicht einer Kugel

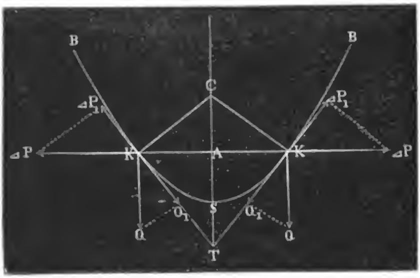
$$G = \frac{e\,Q\,cos.\,\alpha}{\delta\,a} = \frac{1{,}5\,cos.\,25^0}{{}^1/_{20}\,.\,1{,}9651}\,.\,Q = 13{,}836\,Q,$$

oder für $Q = 10$ Pfund:

$$G = 138{,}36 \text{ Pfund}.$$

Parabolischer Centrifugalregulator. §. 198. Es ist ein großer Uebelstand des im Vorstehenden kennen gelernten Centrifugalregulators von Watt, daß er nur innerhalb einer sehr kleinen Muffverschiebung vollständig, oder vielmehr bis auf einen kleinen Grad der Ungleichförmigkeit zu reguliren vermag. Die Ursache desselben ist darin begründet, daß die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$ für die verschiedenen Kugelstellungen nicht einerlei ist, sondern immer mehr abnimmt, je größer die Höhe h des conischen Pendels ist. Um daher ein bei allen Kugelstellungen gleichmäßig regulirendes Centrifugal-Pendel zu erhalten, müßte man dasselbe nicht in einem Punkte C aufhängen, sondern seine Kugeln in einer Curve zu steigen oder zu fallen nöthigen, bei welcher h eine constante Größe ist. Die Höhe h ist bei einer Curve KSK, Fig. 393, nichts weiter als die Subnormale CA, folglich hat man

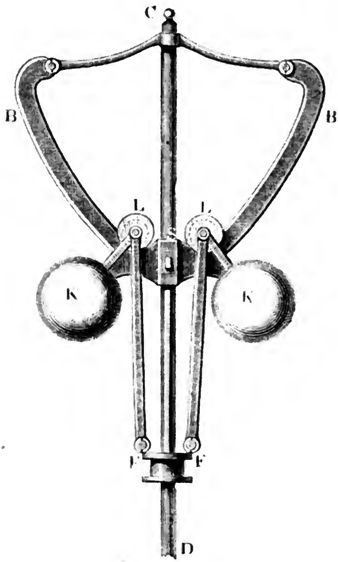
Fig. 393.



es hier mit derjenigen Curve zu thun, deren Subnormale constant ist. Diese Curve ist aber die gemeine Parabel (s. den Ingenieur, S. 242), und folglich hat man also auch die Schwungkugeln nicht in einem Kreisbogen, sondern in einem Parabelbogen BSB steigen und fallen zu lassen. Einen solchen Apparat hat zuerst Herr G. Ad. Franke construirt, und derselbe den Namen »parabolischer Centrifugalregulator« erhalten. Parabolischer Centrifugalregulator.

Die einfachste Einrichtung eines solchen Regulators zeigt Fig. 394. Die Schwungkugeln K, K sind mittels Gabeln KL an die Axen von Rollen L, L aufgehangen, welche mit ihren Spuren im Innern der Bögen SB, SB fortrollen können. An die Axen dieser Rollen sind zugleich auch die Muffträger LF, LF aufgehangen, und es ist nun leicht zu ermessen, wie bei der Umdrehung der Spindel CD der Muff mittels der Rollen LL von der Centrifugalkraft der Kugeln auf einer gewissen Höhe erhalten und bei Veränderung der Umdrehungsgeschwindigkeit von CD aufgehoben oder niedergeschoben werden kann. Da es natürlich darauf ankommt, daß der Schwerpunkt einer jeden Schwungkugel in der Parabel auf- und niedersteige, so muß die Leitcurve oder innere Seite der Bögen SB, SB nach einer Aequidistanten zur Parabel geformt werden, welche an allen Stellen um eine und dieselbe Größe von dieser absteht (s. III., §. 67).

Fig. 394.

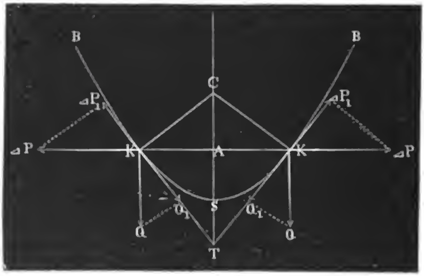


Da die Subnormale einer Parabel gleich ist dem halben Parameter derselben, so hat man natürlich den letzteren $p = 2h = \frac{2g}{\omega^2}$, z. B.

für $u = 40$, $p = 2h = 42{,}76$, für $u = 50$, $p = 2h = 27{,}36$, und für $u = 60$, $p = 2h = 19{,}00$ Zoll.

Parabolischer Centrifugalregulator. Damit die Kraft der Schwungkugeln zur Ueberwindung des Widerstandes Q des Muffes sich bei den verschiedenen Kugelstellungen nahe gleich bleibe, müssen die Stangenträger möglichst lang gemacht werden. Unter dieser Voraussetzung ist die Seitenkraft $\overline{KQ_1}$, Fig. 395, des Widerstandes

Fig. 395.



Q, welche tangential zur Parabel wirkt, und von der in eben dieser Richtung wirkenden Seitenkraft $\triangle P_1$ des Wachsthums oder der Abnahme $\triangle P$ der Centrifugalkraft überwunden werden muß, wenn ein Steigen oder ein Sinken der Kugeln eintritt, $Q_1 = Q\, sin.\, \alpha$, dagegen aber $\triangle P_1 = \triangle P cos.\, \alpha$, wenn α den Winkel KCA bezeichnet, unter welchem die Normale CK die Axe CD schneidet.

Da nun $\triangle P_1 = Q_1$, also $\triangle P cos.\, \alpha = Q\, sin.\, \alpha$ zu setzen ist, so folgt

$$\triangle P = Q\, tang.\, \alpha, \text{ oder, nach §. 196:}$$

$$\triangle P = \delta \omega^2 \frac{G r}{g} = \delta \omega^2 \frac{G h}{g}\, tang.\, \alpha, \text{ und da } h = \frac{g}{\omega^2} \text{ ist,}$$

$$\delta \omega^2 \frac{G}{g} h = \delta G = Q;$$

es ist daher das erforderliche Gewicht einer Kugel

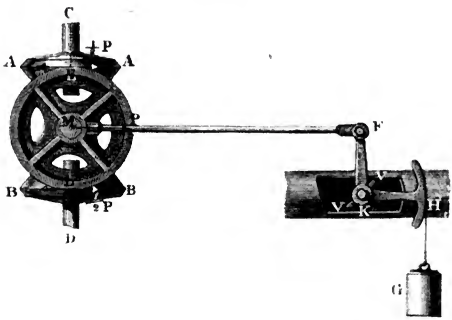
$$\tfrac{1}{2} G = \frac{Q}{2\delta}.$$

Bei der Construction des parabolischen Centrifugalregulators, in Figur 394, bringt die excentrische Wirkung der Centrifugalkraft $\triangle P$ ein Umdrehungsbestreben der Kugeln hervor, wodurch die ohnedies nicht unansehnliche Kraft zur Ueberwindung der Bolzenwirkung noch vergrößert wird. Dieses Hinderniß wächst mit der Excentricität oder mit dem Abstande des Kugelmittelpunktes von der Rollenaxe, und verschwände ganz, wenn man diese Axe durch den Mittelpunkt der Kugel selbst gehen lassen könnte.

§. 199. Wenn man die Umdrehungsbewegung des einfachen Watt'schen Centrifugalregulators nicht von der Bewegung der arbeitenden Maschine abhängig macht, so erhält man in ihm ebenfalls einen weit vollkommneren Regulirungsapparat. Differenzialregulator.

Auf diesem Principe beruht der Differenzial-Regulator von Siemens, dessen wesentliche Einrichtung aus Fig. 396 zu ersehen sein möchte. Das conische Rad AA wird durch ein auf seiner vertikalen Welle

Fig. 396.

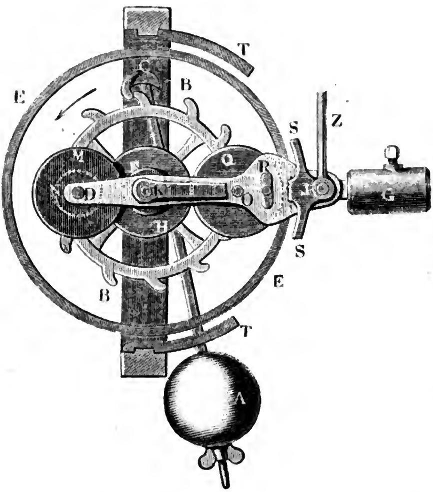


C sitzendes conisches Pendel mit sehr großen Schwungkugeln in Umdrehung gesetzt, das conische Rad BB hingegen wird mittels seiner stehenden Welle von der arbeitenden Maschine in umgekehrter Richtung umgedreht. Zwischen beiden Rädern AA und BB ist ein drittes conisches Rad EE, dessen horizontale Axe M nicht fest liegt, sondern um die vertikale Axe CD drehbar ist. An die Axe M ist noch eine Zugstange MF angeschlossen, welche mittels eines Armes KF die Admissionsklappe VV ergreift und mittels eines Hebels FKH von einem Gegengewichte G gespannt wird. Die Kraft P, mit welcher die Stange MF von G angezogen wird, zerlegt sich in zwei gleiche Seitenkräfte $^1/_2 P$, $^1/_2 P$, wovon die eine die passiven Widerstände des conischen Pendels überwindet, und die andere von der Umdrehungskraft des Rades BB_1 überwunden wird. Laufen die Räder AA und BB mit gleichen Geschwindigkeiten in entgegengesetzten Richtungen um, so wirken dieselben wie ein Kräftepaar auf das Rad EE, und setzen daher dasselbe, ohne einen Axendruck hervorzubringen, ebenfalls in Umdrehung. Nimmt hingegen die Umdrehungsgeschwindigkeit von BB zu oder ab, so wird, da die Geschwindigkeit von AA wegen der Trägheit der schweren Schwungkugeln nur langsam zu- oder abnehmen kann, das

Rad EE im Ganzen mit seiner Axe M vor- oder zurückgehen, und dabei mittels der Zugstange MF das Ventil VV so in Bewegung setzen, daß entweder die Eröffnung desselben verkleinert oder vergrößert und folglich dem weiteren Wachsen oder Abnehmen der Geschwindigkeit der Maschine eine Grenze gesetzt wird.

Pendel-regulator. Durch den **Pendel-Regulator** wird ebenfalls ein vollkommneres Reguliren des Ganges einer Maschine erzielt, als durch den einfachen **Watt'schen** Schwungkugelregulator. Die wesentliche Einrichtung eines solchen Regulators von **Cohen**, **David** und **Siama** in **Paris**, ist aus Fig. 397 zu ersehen. Ein gewöhnliches Pendel CA ist durch eine Cy-

Fig. 397.



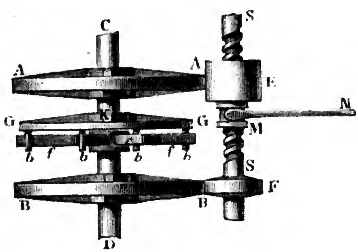
linderhemmung C (s. III., §. 163) mit einem Steigrade BB in Verbindung gesetzt. Das letztere ist mittels einer Spiralfeder so an ein innen verzahntes Rad EE (die Verzahnung ist hier, wie bei den übrigen Rädern der Einfachheit wegen weggelassen) angeschlossen, daß beide gemeinschaftlich in der Richtung des Pfeiles um die Axe K sich umdrehen, während das Pendel hin- und herschwingt. Um die Axe K sind noch zwei Zahnrädchen F und H, sowie zwei Hebel KL und DO drehbar, von welchen der erstere mit der Zugstange Z für die Admissionsklappe verbunden ist. Der letztere trägt noch drei andere Zahnräder M, N, Q, welche

mit den ersteren ein Epicykel-Vorgelege (s. III., §. 155 und §. 156) in der Art bilden, daß *F* mit *M*, *N* mit *H*, *H* mit *Q* und *Q* mit *EE* zum Eingriff kommt. Wird das Rad *F* durch die arbeitende Maschine in Umdrehung gesetzt, so nehmen natürlich auch die Räder *M*, *N*, *H* und *Q* eine Umdrehung um ihre entsprechenden Axen *D*, *K* und *O* an. Hat nun das mit dem Steigrade *BB* verbundene Zahnrad *EE* dieselbe innere Umfangsgeschwindigkeit wie das in dasselbe eingreifende Zahnrad *Q*, so bleibt der Hebel *DO* mit seinen Radaxen in unveränderter Stellung; nimmt aber die Geschwindigkeit der arbeitenden Maschine, und also auch die der Räder *F*, *M*, *N*, *H* und *Q* zu oder ab, so dreht sich der Hebel *DO* mit seinen Rädern um *K* mit einer der Differenz der Umfangsgeschwindigkeiten von *EE* und *Q* gleichen Geschwindigkeit. Diese Drehung wird mittels eines Bolzens *R*, welcher auf dem Hebel *KL* festsitzt und in einen Schlitz im Hebel *DO* eingreift, auch diesem Hebel mitgetheilt, der mittels der Stange *Z* die Admissionsklappe so stellt, daß der Motor in kleinerer oder größerer Menge zufließt, und dadurch das Wachsen oder Abnehmen der Geschwindigkeit der arbeitenden Maschine verhindert wird. Pendelregulator.

Ein Gegengewicht *G* am Ende des Hebels *DO* dient zur Ueberwindung der passiven Widerstände des Regulators, und die Nasen *S*, *S* an demselben, sowie die Hörner *T*, *T* an dem Gestelle des Apparates, dienen dazu, das Spiel des Hebels *DO*, einem gewissen Grad des Regulirens entsprechend, in gewissen Grenzen einzuschließen.

§. 200. Dem Federregulator von Poncelet liegt eine sehr sinnreiche Idee zum Grunde. Zwei gleiche Räder *AA* und *BB*, Figur 398, setzen hier zwei gleiche Getriebe *E* und *F* in Umdrehung, wovon Federregulator.

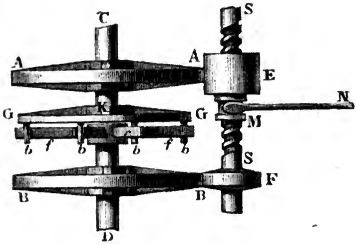
Fig. 398.



das eine als Schraubenmutter ausgehöhlt ist und das andere auf der Schraubenspindel *SS* festsitzt, welche durch jene Mutter hindurchgeht. Laufen nun beide Räder, und folglich auch beide Getriebe gleich schnell um, so ändert das die Schraubenmutter bildende Getriebe seine Stellung auf der Spindel nicht; dreht sich aber das eine schneller um als das andere, so verschiebt sich dieses Getriebe auf der Spindel. Verbindet man daher mit diesem Getriebe noch einen Muff *M*,

Becer-regulator. so kann derselbe wieder mittels eines Hebels *MN* die Admissionsklappe einstellen. Die Welle *C* des Rades *AA* wird von der arbeitenden Maschine umgedreht, und sie selbst trägt ihre Umdrehung auf die Welle *D* des Rades *BB* mittels Bolzen *b*, *b* . . . und Stahlfedern *f*, *f*... über, von denen die ersteren den Umfang einer Scheibe *GG* auf der Welle *C* einnehmen, und die letzteren aus einem Muff *K* auf der Welle *D* radial hervorstehen. Bleibt sich die Umdrehungskraft der Welle *C* gleich, so läuft *BB* mit derselben Geschwindigkeit um wie *AA*, und es behält also auch der Muff *M* seine Stellung auf der

Fig. 399.



Schraubenspindel *SS*; nimmt aber diese Kraft, und folglich auch die Biegung der Federn *f*, *f*, . . . ab oder zu, so bleibt das Rad *AA* in seiner Bewegung etwas gegen *BB* zurück oder eilt demselben etwas voraus; es ist auch die Geschwindigkeit der Mutter *E* nicht mehr die der Spindel *SS*, und es rückt folglich die Mutter mit dem Muff *M* auf der Spindel um einen gewissen, der Verminderung oder Vergrößerung der Umdrehungskraft proportionalen Weg fort. Auf diese Weise ist also mit jeder Veränderung der Kraft oder Last der Maschine eine Verschiebung des Muffes *M* und folglich auch eine Verstellung der mittels der Stange *MN* an *M* angeschlossenen Admissionsklappe verbunden. Auf dem Principe, die Admissionsklappe oder das Schutzbrett mittels eines auf einer Schraubenspindel umlaufenden Muffes in Bewegung zu setzen, beruhen noch andere, in neueren Zeiten construirte Regulatoren.

Bei dem Regulator der Gebrüder Laukner besteht die Schraubenspindel in einer Verlängerung der Welle des arbeitenden Wasserrades, und die Schraubenmutter bildet die Axe eines kleinen Wasserrades mit constanter Beaufschlagung, und also auch constanter Umdrehungsgeschwindigkeit. So lange beide Räder mit gleicher Winkelgeschwindigkeit umlaufen, bleibt das letztere Rad sammt des an seiner hohlen Axe sitzenden Muffes auf derselben Stelle der Schraubenspindel; nimmt aber das arbeitende Wasserrad eine größere oder kleinere Geschwindigkeit an, so rückt die Schraubenmutter mit dem sie umgebenden kleinen Wasserrade etwas in der Axenrichtung der Schraubenspindel fort, und es giebt der an ihr sitzende Muff dem Schutzbrette des arbeitenden Wasserrades eine andere Stellung, wobei

das Aufschlagsquantum des arbeitenden Rades verändert und die erste Unterhaltungsgeschwindigkeit wieder hergestellt wird.

Der Hick'sche Flügelregulator und der Wiede'sche Pendelregulator beruhen auf demselben Principe; bei jenem ist es ein Flügelrad und bei diesem ein Pendel, wodurch die Bewegung der Schraubenmutter regulirt wird.

Hydraulische und pneumatische Regulatoren.

§. 201. Man hat auch mit Vortheil hydraulische und pneumatische Regulatoren in Anwendung gebracht. Der hydraulische oder Wasserregulator besteht aus einer kleinen Pumpe, welche durch die arbeitende Maschine bewegt wird, und welche ihr Hubwasser in ein Reservoir ausgießt, worin ein Schwimmer befindlich ist, der mittels Stangen und Hebel den Zufluß des Motors der Maschine regulirt. Nimmt die letztere eine größere oder kleinere Geschwindigkeit an, so gießt die Pumpe mehr oder weniger Wasser in das Reservoir, als unten zurückfließt, und es steigt oder fällt daher das Wasser in demselben mit dem Schwimmer, wodurch nun die Zutrittsmündung des Motors, folglich auch das Quantum desselben vermindert oder vergrößert, und die erste Geschwindigkeit der arbeitenden Maschine ganz oder beinahe wieder hergestellt wird.

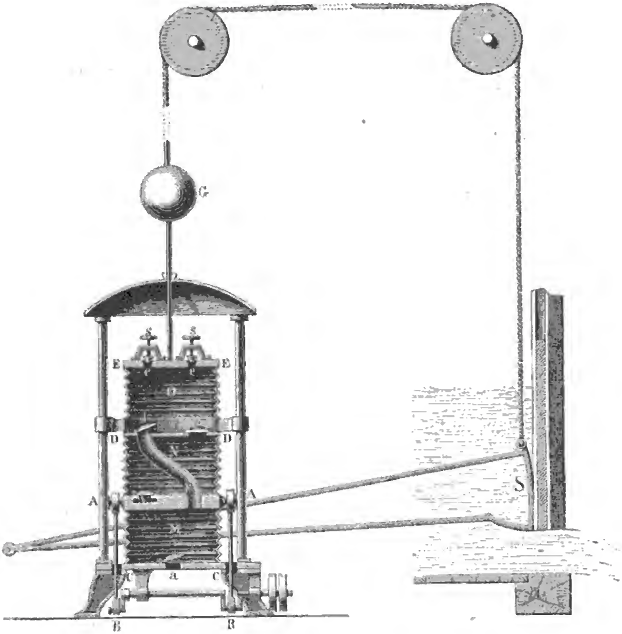
Häufiger wird in der neuesten Zeit der pneumatische oder Luftregulator (franz. régulateur à l'air, ou à soufflet) von Molinié zum Reguliren des Ganges der Dampfmaschinen und vorzüglich der Wasserräder angewendet. Dieser Regulator besteht in der Hauptsache aus einem doppeltwirkenden Blasebalg und ist wie folgt eingerichtet (Fig. 400 auf folgender Seite).

AA ist ein Kolben, welcher mittels der Krummzapfen B, B und der Kurbelstangen AB, AB von der arbeitenden Maschine auf- und niederbewegt wird; er bildet die Trennung der beiden Gebläseräume M und N, welche übrigens von dem festliegenden Boden CC und Deckel DD und von in regelmäßigen Falten gelegten Ledermänteln begrenzt werden. Ueber dem festliegenden Deckel DD steht noch ein drittes Luftreservoir mit einem beweglichen Deckel EE, in welchem eine Stange festsitzt, an welche der den Zufluß des Motors regulirende Apparat sich anschließt. Die beiden unteren Räume M und N sind durch die Saugventile a und b mit der äußeren Luft, und durch die Blaseventile c und d mit dem oberen Luftraume O in Verbindung gesetzt. Beim Aufgange des Kolbens AA tritt die äußere Luft durch a in den sich allmälig vergrößernden Raum M, und die innere Luft durch das Ventil c aus dem sich allmälig zusammenziehenden Raum N in das dritte Reservoir O; beim Niedergange dieses Kolbens strömt die äußere Luft durch das Ventil b in den sich allmälig ausdehnenden Raum N, und die innere Luft durch das Ventil d aus dem immer niedriger und niedriger werdenden Raume M in das obere Reservoir, wäh-

Hydraulische und pneumatische Regulatoren.

rend die Ventile a und c in Folge des Luftdruckes von innen verschlossen bleiben. Damit die äußere Luft durch das Ventil b ohne Hinderniß von unten in den Raum N strömen könne, ist die Einmündung des Kanales, welcher die Luft von außen nach innen führt und von b im Innern bedeckt wird, in dem Umfange des Kolbens AA angebracht, und damit die Luft aus M ungestört durch N hindurch nach O strömen könne, sind die

Fig. 400.



Räume durch einen Schlauch F mit einander in Verbindung gesetzt, dessen Ausmündung das Ventil d bedeckt. Die Luft, welche aus den Gebläseräumen M und N mittels des Kolbens AA in das Reservoir O gedrückt wird, strömt aus diesem wieder durch die Mündungen e, e im beweglichen Deckel EE in die freie Luft. Durch conische Ventile, welche sich mittels der Schrauben s, s beliebig stellen lassen, ist dieser Ausfluß nach Erforderniß zu reguliren.

Im Beharrungszustande der arbeitenden Maschine schicken die Gebläse-

räume M und N so viel Luft in das Reservoir O, als durch dessen Ausmündungen e und e fortströmt, und es bleibt folglich hierbei der Deckel EE mit seiner durch ein Gegengewicht G belasteten Stange und der daran angehangenen Stütze S (oder des daran angeschlossenen Dampfventiles) in einer unveränderlichen Stellung; ändert sich aber die Geschwindigkeit der arbeitenden Maschine und folglich auch die des an ihr angeschlossenen Gebläsekolbens AA, so wird auch das Windquantum ein anderes, welches er dem Reservoir zuführt, und es ändert sich in Folge dessen auch der Stand des Deckels EE mit dem Gegengewichte G und dem Schutzbrette S. Auf diese Weise wird also mit einer Verminderung der Geschwindigkeit der Maschine ein Aufheben und folglich eine Vergrößerung der Schutzöffnung, und dagegen mit einer Vergrößerung dieser Geschwindigkeit ein Sinken und demnach auch eine Verminderung der Schutzöffnung verbunden sein, und hiernach der Aufschlag so regulirt werden können, daß sich die Geschwindigkeit nur innerhalb gewisser und ziemlich enger Grenzen verändern kann.

Hydraulische und pneumatische Regulatoren.

Anmerkung. Sehr ausführlich über die Theorie der Gouvernatoren oder Regulatoren im engeren Sinne handelt Poncelet in seinem Cours de mécanique appliquée etc. (deutsch von Schnuse). Den parabolischen Centrifugalregulator behandelt Herr Franke im ersten Jahrgang (1849) der Zeitschrift des österreichischen Ingenieur-Vereins. Der Pendelregulator von Cohen ꝛc. wird im polytechnischen Centralblatt (1851) beschrieben, und der pneumatische Regulator von Moliné in Armengaud's Traité des moteurs hydrauliques et à vapeurs.

§. 202. Nicht unwichtige und oft sehr wesentliche Theile einer Maschine sind die sogenannten Ein- und Ausrückvorrichtungen (franz. modificateurs, embrayages, engl. engaging and disengaging machinery). Diese Vorrichtungen haben den Zweck, ohne Störung der ganzen Maschine, entweder einen Maschinentheil schnell und willkürlich in und außer Gang zu setzen, oder den letzteren nach Bedürfniß zu verändern, z. B. in einen entgegengesetzten zu verwandeln. Am gewöhnlichsten sind diejenigen Maschinen, wodurch ein Maschinentheil oder die ganze Arbeitsmaschine in und außer Gang gesetzt wird. Dieselben bestehen entweder in einem Ein- oder Ausrücken der Kuppelung oder in einem Ein- und Ausrücken der Riemen oder Zahnräder. Kuppelungen, welche zum Ein- und Ausrücken eingerichtet sind, heißen lösbare Kuppelungen (s. III., §. 6). Einige solcher lösbaren Kuppelungen sind in folgenden Figuren abgebildet.

Ein- und Ausrückvorrichtungen.

Fig. 401 (auf folgender Seite) zeigt die sogenannte Klinkenkuppelung. A ist die eine, und B die andere der mit einander zu kuppelnden Wellen; an die letztere ist mittels eines Bolzens C die Klinke CD angeschlossen, und auf der ersteren sitzt die Scheibe EE fest, welche an ihrer Stirnfläche mit Sperrzähnen versehen ist. Soll die Welle A durch die

Ein- und Ausrückvorrichtungen.

Welle *B* in Umdrehung gesetzt werden, so wird die während des Stillstandes von *A* frei herabhängende Klinke zwischen die Zähne von *EE* geschoben; und umgekehrt, soll die Welle *A* zum Stillstand kommen, so wird die Klinke wieder aus den Zähnen von *EE* herausgerückt.

Fig 401.

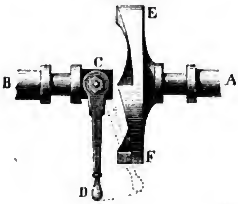
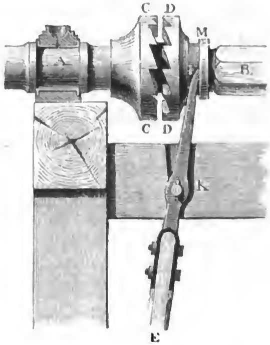
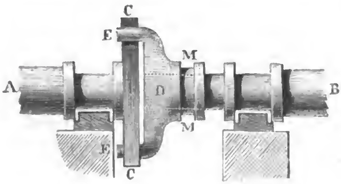


Fig. 402.



Weit solider ist die Zahnscheibenkuppelung in Fig. 402. Beide Wellenenden *A* und *B* sind hier mit auf ihrer Stirnfläche gezahnten Scheiben *CC* und *DD* versehen, welche so dicht mit einander zum Eingriff gebracht werden können, daß sie scheinbar nur eine einzige Scheibe bilden. Die eine Scheibe *CC* ist auf der Treibwelle *A* festgekeilt, die andere Scheibe *DD* hingegen ist auf dem abgedrehten und mit zwei Längenrippen oder Splinten versehenen Ende der Getriebwelle *B* verschiebbar, jedoch wegen der Splinte nicht drehbar. Um das Verschieben der zweiten Scheibe bewirken zu können, ist diese Scheibe mit einem Muff *M* versehen, welcher von den Zinken *KF* einer Gabel *EKF*, des sogenannten Rückhebels oder der Rückgabel, umfaßt wird. Leicht ist einzusehen, wie durch Drehen dieses Hebels um seine Axe *K* die Scheibe *DD* auf dem Ende der Welle *B* hin- und zurückgeschoben, und folglich auch das In- und Außergangsetzen der Welle hervorgebracht werden kann.

Fig. 403.



In Fig. 403 ist die sogenannte Klauenkuppelung abgebildet, welche ebenfalls hierher gehört. Hier endigt sich die Triebwelle *A* in einem Querarme *CC*, der sogenannten Krücke, während auf dem rund abgedrehten

und mit einem Splint versehenen Ende der Getriebwelle *B*, eine **Klaue** *EDE* verschiebbar sitzt, welche über die Enden der Krücke *CC* weggreift. Dieses Verschieben oder Ein- und Ausrücken der Klaue erfolgt mittels einer Rückgabel, welche in den Hals *MM* des Muffes *D* eingreift. Ein- und Ausrückvorrichtungen.

Um die Stöße beim Einrücken so viel wie möglich unschädlich zu machen, wendet man eine **Frictionskuppelung** an (vergl. III., §. 185). Eine solche lösbare Frictionskuppelung führt Fig. 404 vor Augen. Auf der Triebwelle *A* sitzt hier eine Scheibe *OO* fest, in deren vertieftem Umfange ein zweitheiliger Frictionsring *CC* eingelegt ist, der durch Schrauben wie *S* beliebig stark angezogen werden kann. Auf dem Ende der Getriebwelle *B* ist die Krücke *DD* verschiebbar, welche zwei Bolzen *DE*, *DE* trägt, die durch Hülsen *H*, *H* am Ende einer zweiten, auf dem Ende von *B* festsitzenden Krücke *HH* hindurchgehen und sich an die Nasen *C*, *C* anlegen, mit welchen der Frictionsring versehen ist. Die Krücke oder Klaue *DD* ist mit einem Muff *MM* versehen, welcher durch eine Rückgabel verschoben werden kann. Je nachdem *MM* vor- oder zurückgeschoben wird, legen sich die Bolzen *DE*, *DE* an *C*, *C*, oder ziehen sich von *C*, *C* zurück, und es wird folglich in einem Falle die Welle *B* von *A* mit umgedreht, und in dem anderen Falle von *A* losgemacht. Ist die Kraft, welche die Welle *B* zu ihrer Umdrehung erfordert, sehr groß, so übertrifft sie vielleicht die Reibung des Bremskranzes *CC* auf der Scheibe, und es geht dann die Welle *A* um, ohne daß sie *B* mitnimmt; wenn nun aber diese Kraft während der Ueberwindung der Trägheit der Welle *B* allmälig abnimmt, so wird sie endlich von der Reibung des Bremskranzes wieder übertroffen, und es geräth so die Welle *B* erst allmälig in Umdrehung.

Fig. 404.

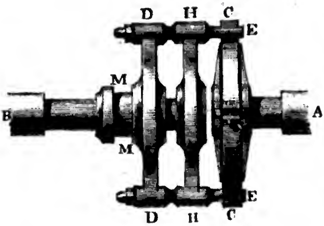
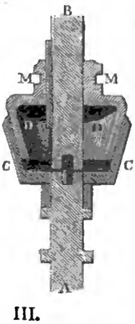


Fig. 405.



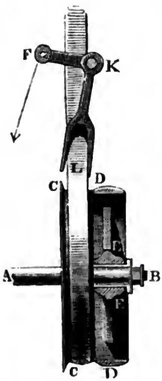
In Fig. 405 ist endlich noch eine **Frictionskegelkuppelung** für eine stehende Welle abgebildet. Auf der Triebwelle *A* sitzt der hohle Kegel *CC* fest, und auf der Getriebwelle *B* ist der Kegel *DD* verschiebbar, der mit seinem äußeren Umfang gegen den inneren Umfang des ersteren Kegels gedrückt wird. Ist die Kraft, mit welcher *DD* gegen *CC* drückt, hinreichend groß, so wird *B* in

Ein- und Ausrückvorrichtungen.

Folge der hieraus erwachsenden Reibung von A in seiner Umdrehung mitgenommen.

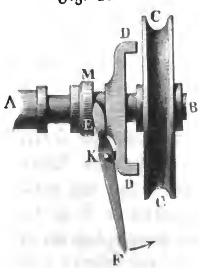
§. 203. Das Aus- und Einrücken der Riemenräder erfolgt in der Regel mittels der festen und losen Rolle oder Scheibe (franz. poulie fixe et folle, engl. fast and loose pulley). Es sitzen hier auf derselben Welle AB, Fig. 406, zwei gewöhnliche Riemenscheiben (s. III., §. 34) CC und DD, und zwar die eine (CC) fest und die andere (DD) lose. Die feste Scheibe CC läuft natürlich mit AB zugleich um, die lose Scheibe DD hingegen kann durch eine kleine Kraft, welche die Reibung zwischen ihrer Nabe EE und dem Wellenumfange übertrifft, an dem Umdrehen verhindert werden. Wenn der um die Trommel einer zweiten Welle geschlungene Treibriemen zugleich auf der festen Rolle CC liegt, so setzt die eine von beiden Wellen die andere in Umdrehung; kommt er aber auf die lose Rolle DD zu liegen, so hört die Transmission der Umdrehungsbewegung mittels des Riemens auf. Das Abrücken des letzteren von einer Rolle auf die andere erfolgt entweder durch eine sogenannte Rück- oder Leitgabel, oder durch eine einfache Rück- oder Leitstange. In der Figur ist FKL die in einem Winkelhebel bestehende und um die Axe K drehbare Leitgabel abgebildet.

Fig. 406.



Schnur-, Riemen- und Zahnräder lassen sich auch mittels einer gleitenden Gabel oder Klaue aus- und einrücken, wie z. B. aus Fig. 407 zu ersehen ist. Hier ist CC eine lose Rolle auf der umlaufenden Welle AB, DD eine mit ihrem Muff M auf dieser Welle verschieb-, jedoch nicht drehbare Klaue, und EKF eine um die feste Axe K drehbare Rückgabel. Soll die Schnurscheibe mit der Welle AB zugleich umlaufen, so rückt man das Ende F der Gabel in der Richtung des Pfeiles auswärts und schiebt dadurch die Zinken D, D der Krücke in entsprechende Vertiefungen der Rolle CC.

Fig. 407.



Man kann aber auch die Klaue auf der Welle AB ganz befestigen und den Muff M sammt der Rückgabel EKF mit der losen Rolle verbinden. Dann läßt sich die Rolle in die Krücke

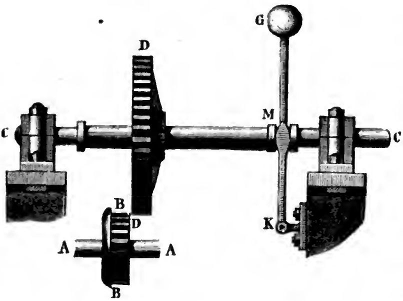
ein- und ausrücken, und man hat es mit der sogenannten gleitenden Rolle zu thun. Ein- und Ausrückvorrichtungen.

Man kann endlich auch die Klaue, so wie die Rolle lose auf der Welle laufen lassen, wenn man deren Zinken, wie bei der Frictionskuppelung in Fig. 404, durch Führungen in einer festen Krücke gehen läßt. In diesem Falle hat man es mit der sogenannten Bajonet- oder Gabelkuppelung zu thun.

Bei Zahnrädern läßt sich das Ein- und Ausrücken dadurch bewerkstelligen, daß man das eine Zahnrad aus dem Eingriffe mit dem anderen bringt. Dies kann dadurch geschehen, entweder daß man jenes Rad mittels einer Rückgabel auf seiner Welle, oder daß man diese Welle selbst in ihrer Axenrichtung verschiebt, oder daß man endlich die Lagerung der letzteren verrückt.

Es ist leicht einzusehen, wie ein Zahnrad oder die Welle desselben mittels Muff und Rückgabel in der Axenrichtung verschoben werden kann. Ein Mechanismus der letzten Art ist in Fig. 408 abgebildet. *AA* ist die Triebwelle mit dem Triebrad *BB*, und *CC* die Getriebwelle mit dem auf ihr festsitzenden Getriebrad *DD*. Auf der Welle *CC* sitzt ein Muff *M* fest, welcher von einem Rückhebel *KMG* ergriffen wird, der einerseits um eine feste Axe *K* drehbar ist, und andererseits ein Gewicht *G* trägt, durch welches nicht allein das Einrücken des Rades *DD* in *BB* erleichtert, sondern auch das Verharren im Eingriff dieser Räder mit einander bewirkt wird.

Fig. 408.



Die Art und Weise, wie das Ein- und Ausrücken mittels Bewegung des Zapfenlagers hervorgebracht werden kann, ist schon aus III., §. 45, Figur 125, bekannt. Das Aus- und Einrücken eines Rades oder einer Trommel auf ihrer Welle wird auch zuweilen durch ein Sperrrad *AB*, Fig. 409 (auf folgender Seite), bewirkt. Dieses Sperrrad sitzt auf der Welle *C* fest, während die Trommel *DE* lose auf derselben ist. Auf der Stirnfläche der letzteren ist die Axe *D* einer Sperrklinke *FDG* befestigt, welche mit dem einen Ende *G* in die Zähne des Sperrrades eingreift,

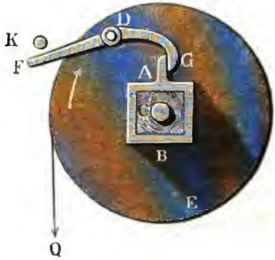
Ein- und Ausrückvorrichtungen.

und an dem anderen Ende F von einer Feder angedrückt wird. Geht die Welle mit dem Sperrrade in der Richtung des Pfeiles um, so wirkt die Sperrklinke so auf die Trommel, daß auch diese mit umzulaufen gezwungen wird; geht aber die Welle umgekehrt um, so hakt sich die Sperrklinke aus, und es bleibt die Trommel stehen.

Fig. 409.



Fig. 410.

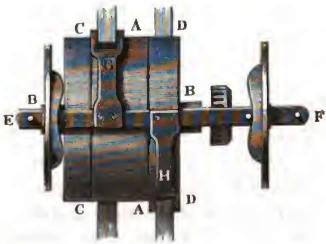


Anstatt eines Sperrrades kann man auch einen bloßen Zahn A anwenden, welcher aus der Welle ACB, Fig. 410, radial hervorsteht. Läßt man das Ende F des Sperrhakens FDG gegen ein festes Hinderniß K stoßen, so wird die Trommel DE ausgerückt, und diese bleibt dann während der weiteren Umdrehung der Welle stehen oder nimmt in Folge der Wirkung eines Gewichtes Q eine umgekehrte Umdrehung an.

§. 204. Im Folgenden sind endlich noch einige Mechanismen beschrieben, wodurch nicht ein bloßes In- und Außer-Gangsetzen eines Maschinentheiles, sondern ein Umsetzen der Bewegung desselben in die entgegengesetzte Richtung oder in eine andere Geschwindigkeit bewirkt wird.

Um einem Stirnräderwerke die entgegengesetzte Umdrehungsbewegung zu geben, bedarf es nur der Anwendung zweier Riemen, eines offenen und eines gekreuzten. Je nachdem der eine oder der andere Riemen auf der Trommel AA, Fig. 411, aufliegt, wird die Welle BB, worauf diese Trommel festsitzt, nach der einen oder nach der anderen Richtung umgedreht (vergl. III., §. 25). Sitzen nun noch auf dieser

Fig. 411.

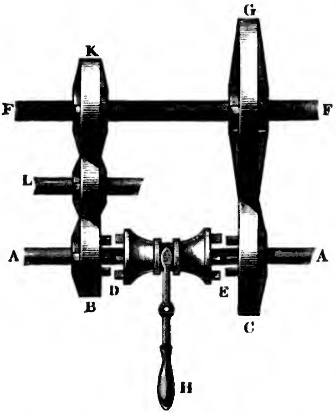


Ein- und Ausrückvorrichtungen.

Welle zwei lose Rollen *CC* und *DD*, so kann man immer einen von beiden Riemen durch Auflegen auf eine dieser Rollen unthätig machen, während der andere Riemen auf der festen Rolle aufliegt und arbeitet. Zum Auf- und Abschieben der Riemen auf und von diesen drei Trommeln dient ein Riegel *EF*, welcher längs dieser Trommeln hinläuft, und zwei Arme *G* und *H* trägt, die in Ohren auslaufen, durch welche die Riemen hindurchgehen.

Um ein Zahnräderwerk nach Belieben bald links, bald rechts umlaufen zu lassen, kann man folgende Uebertragung in Anwendung bringen. Auf der stets nach einer Richtung umlaufenden Triebwelle *AA*, Figur 412, sitzen zwei lose Zahnräder *B* und *C* und ein zwar verschiebbarer, jedoch nicht um diese Welle drehbarer Muff *DE*. Die Stirnflächen dieses Muffes und ebenso die Stirnflächen der Hülsen der Zahnräder *B* und *C* sind mit Zähnen oder Daumen *D* und *E* ausgerüstet, und es läßt sich der Muff mittels des Hebels *H* so in das eine oder das andere dieser Räder einrücken, daß dasselbe durch den Eingriff dieser Daumen oder Zähne gezwungen wird, mit der Triebwelle *AA* umzulaufen.

Fig. 412.



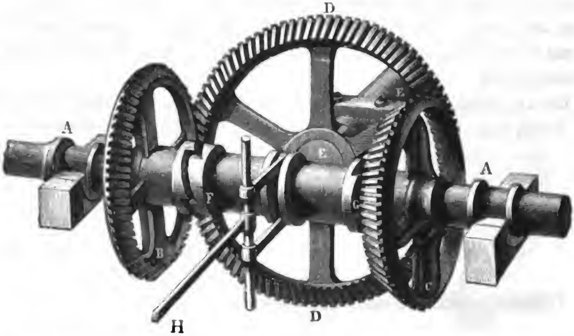
Auf der Getriebwelle *FF*, welche bald nach der einen, bald nach der anderen Richtung umgedreht werden soll, sitzen zwei Zahnräder *G* und *K* fest, von welchen das erstere unmittelbar in das Zahnrad *C* eingreift, das andere aber mit dem Zahnrade *B* durch ein Zwischenrad *L* in Verbindung gesetzt ist. Ist der Muff in das Zahnrad *C* eingerückt, so läuft *C* mit *AA* in gleicher, und dagegen *G* sowie *FF* in entgegengesetzter Richtung um; ist dagegen der Muff in das Zahnrad *B* eingerückt, so geht *B* in gleicher, *L* in entgegengesetzter, und folglich *K*, sowie *FF*, wieder in gleicher Richtung mit *AA* um.

Eine ähnliche Umrückvorrichtung ist in Fig. 413 (auf folgender Seite) abgebildet. Auf der Triebwelle *AA* sitzen zwei conische Räder *B* und *C* lose auf, welche gleichzeitig in ein drittes Zahnrad *D* eingreifen, das auf einer Welle *EE* festsitzt, die bald nach links, bald nach rechts umgedreht wer-

Ein- und Ausrückvorrichtungen.

den soll. Zu diesem Zwecke ist die Welle *AA* mit einem auf ihr umdrehbaren Muff *FG* versehen, der mittels eines Hebels *H* nach Belieben nach

Fig. 413.



rechts oder links geschoben, und dabei mit einer seiner gezahnten Stirnflächen in die Verzahnung der Hülse des einen oder anderen Rades *B* oder *C* zum Eingriff gebracht werden kann.

Die in den Figuren 414 und 415 abgebildeten Mechanismen können auch noch in Anwendung kommen, wenn es nicht bloß darauf ankommt, die Umdrehungsrichtung zu verändern, sondern auch dann, wenn eine Veränderung der Umdrehungsgeschwindigkeit verlangt wird. Läßt

Fig. 414.

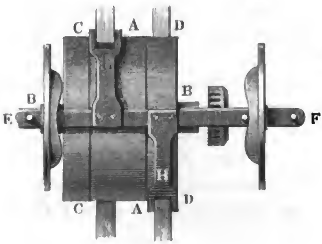
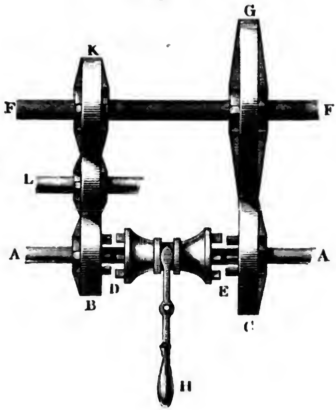


Fig. 415.



man z. B. die beiden Riemen bei der Vorrichtung in Figur 414 über Trommeln von verschiedenen Durchmessern laufen, so ist auch die Umdrehungsgeschwindigkeit der Welle, worauf diese Trommeln festsitzen, verschieden, je nachdem der eine oder der andere Riemen zugleich auf der festen Trommel *AA* der Triebwelle *BB* liegt. Giebt man dem Räderpaare *CG* in Fig. 415 ein anderes Umsetzungsverhältniß als dem Räderpaare *BK*, so wird durch das Umrücken des Muffes *DE* auf der nach einerlei Richtung umlaufenden Welle *AA* nicht allein die Umdrehungsrichtung, sondern auch die Umdrehungsgeschwindigkeit der Welle *FF* verändert. Läßt man das Zwischenrad *L* ausfallen, also *B* unmittelbar in *K* eingreifen, so wird durch das Umkuppeln wenigstens die Umdrehungsgeschwindigkeit von *FF* verändert. Ein- und Ausrückvorrichtungen.

Mittels des Mechanismus in Fig. 416 läßt sich ebenfalls eine Welle *FF* mit zwei verschiedenen Geschwindigkeiten umdrehen, und zwar dadurch, daß man entweder das Triebrad *B* in das Getriebe *D*, oder das Triebrad *C* in das Getriebe *E* einrückt. Setzt man auf *FF* noch zwei andere Getriebräder und bringt man auf *AA* noch einen zweiten Muff mit zwei anderen Triebrädern, so kann man der Welle vier verschiedene Umdrehungsgeschwindigkeiten ertheilen.

Fig. 416.

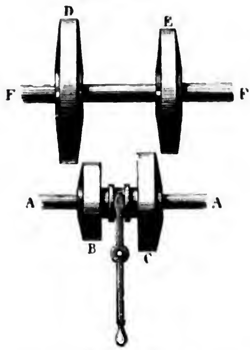
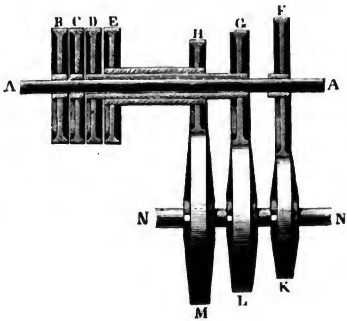


Fig. 417.

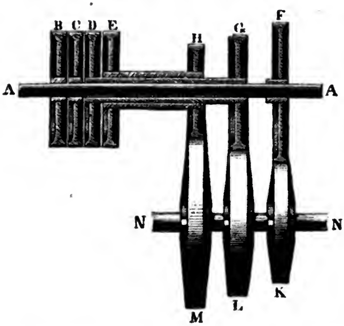


In Figur 417 ist endlich noch eine Vorrichtung abgebildet, wodurch eine Getriebwelle *NN* durch eine Triebwelle *AA* nach Belieben mit drei verschiedenen Geschwindigkeiten umgedreht werden kann. Es ist hier *B* eine lose, *C* eine feste Riemenscheibe, und *F* ein festes Zahnrad, welches in das auf *NN* sitzende Zahnrad *K* eingreift. Es läßt sich also durch die Riemenscheibe *C* die Welle *AA* mit dem Rade *F* und dadurch wieder das

Ein- und Ausrückvorrichtungen.

Rad *K* mit der Welle *NN* in Umdrehung setzen. Das Riemenrad *D* und das Zahnrad *G* sitzen auf einer hohlen Welle, welche über *AA* weggestreckt ist, und daher ungehindert um *AA* laufen kann. Ebenso sitzt das Riemenrad *E* mit dem Zahnrade *H* auf einer hohlen Welle, welche wiederum die erste hohle Welle umschließt, und ohne diese umlaufen kann. Die Zahnräder *G* und *H* greifen in die Zahnräder *L* und *M* auf der Welle *NN*. Je nachdem der Treibriemen auf *B*, *C*, *D* oder *E* liegt, bleibt hiernach die Welle *AA* und also auch *NN* in Ruhe, oder *AA* geht mit *F*, *K* und *NN* um, oder *NN* gelangt mittels *G* und *L* oder mittels *H* und *M* in Umdrehung.

Fig. 418.



Zweite Abtheilung.

Die Mechanik der Arbeitsmaschinen.

Einleitung.

§. 205. Die Arbeitsmaschinen, von welchen im Folgenden die Rede sein wird, sind diejenigen mechanischen Hülfsmittel, wodurch der Zweck der Maschinen überhaupt zunächst erlangt, nämlich mechanische Arbeit verrichtet wird. Sie bilden in Vereinigung mit Kraft- und Zwischenmaschinen in der Regel erst vollständige Maschinen. Vergl. II., §. 63, und III., §. 1. Nach der Art der Arbeitsverrichtung können wir die sämmtlichen Arbeitsmaschinen in zwei Hauptsysteme abtheilen, nämlich: Arbeitsmaschinen.

I. in Maschinen zum Fortschaffen oder die fortschaffenden oder translocirenden Maschinen, und

II. in die Maschinen zum Formverändern der Körper oder formverändernde Maschinen.

Was zunächst die fortschaffenden Arbeitsmaschinen anlangt, so haben wir hier nach dem Aggregatzustande des fortzuschaffenden Körpers folgende drei Maschinensysteme zu unterscheiden:

1) die Förderungsmaschinen oder Maschinen zum Fortschaffen fester Körper,
2) die Wasserhebungsmaschinen oder Maschinen zum Heben und Fortschaffen des Wassers, und
3) die Gebläse- und Wettermaschinen, oder Maschinen zum Fortschaffen der Luft.

Eine größere Mannigfaltigkeit findet unter denjenigen Maschinen statt, welche den Zweck haben, Körper in ihrer Form zu verändern. Es gehören z. B. hierher:

1) die Zerkleinerungsmaschinen, als Pochwerke, Quetschwerke, Mahlmühlen u. s. w.,

Arbeitsmaschinen.

2) die Metallbearbeitungsmaschinen, als Hammerwerke, Walzwerke, Bohrwerke u. s. w.,
3) die Holzbearbeitungsmaschinen, als Sägemühlen, Dreh-, Hobelbänke u. s. w.,
4) die Manufacturmaschinen, zur Bearbeitung der Wolle, Baumwolle und des Papiers,
5) die Maschinen zum Land- und Wasserbau,
6) die Schiffsbaumaschinen,
7) die Kriegsmaschinen,
8) die Agricultur- oder landwirthschaftlichen Maschinen u. s. w.

Anmerkung. Es ist weder unserem Zwecke entsprechend noch ausführbar, die sämmtlichen hier aufgezählten Maschinen abzuhandeln; ein großer Theil dieser Maschinen findet in den Werken über mechanische Technologie, Landwirthschaft u. s. w. einen viel angemesseneren Platz, da die von ihm zu verrichtenden Arbeiten ganz eigenthümlicher Art sind.

Erster Abschnitt.

Von den Förderungsmaschinen.

Erstes Kapitel.

Von den Maschinen zum Heben der Lasten auf kleine Höhen.

Förderungsmaschinen.

§. 206. Wir unterscheiden im Folgenden dreierlei Systeme der Maschinen zum Heben und Fortschaffen fester Körper, nämlich:

1) die Maschinen zum Heben der Lasten auf kleine Höhen,
2) die Maschinen zum Fortschaffen der Lasten auf mehr oder weniger stark ansteigenden längeren Wegen, und
3) die Maschinen zum Fortschaffen der Lasten auf ganz oder nahe horizontalen Wegen.

In diesem Kapitel ist nur von dem ersten Maschinensysteme die Rede. Es gehört hierher vorzüglich auch eine größere Anzahl von Baumaschinen oder mechanischen Hülfsmitteln, welche bei Aufführung oder Aufstellung der Bauwerke und Maschinen zur Anwendung kommen.

Die in diesem ersten Kapitel abzuhandelnden Maschinen sind folgende: Förderungsmaschinen.

1) die Hebel und Hebeladen,
2) die Rollen und ihre Verbindungen als Rollen- und Flaschenzüge.
3) die Radwellen und Winden,
4) die sogenannten Aufzüge,
5) die verschiedenen Arten von Krahnen,
6) die Rammmaschinen, und
7) die Erdbohrmaschinen.

Die meisten dieser Maschinen werden durch die menschliche Hand in Bewegung gesetzt, selten kommen bei denselben thierische Kräfte in Anwendung; und in der neuesten Zeit erst hat man auch die Wasserkraft und die Dampfkraft zum Umtrieb dieser Maschinen verwendet. Hierher gehören z. B. der Wassersäulenkrahn, die Dampframmmaschine u. s. w.

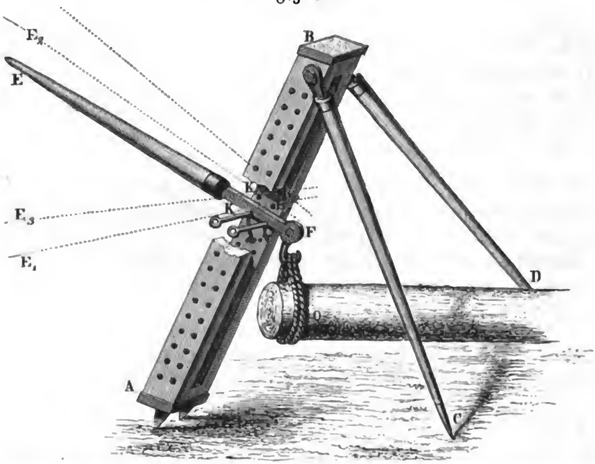
§. 207. Der Hebel (franz. levier, engl. lever) wird sehr oft angewendet, um mittels einer kleineren Kraft eine ansehnlich größere Last empor zu heben. Der Weg oder die Höhe, auf welche eine Last mittels eines Hebels auf ein Mal gehoben werden kann, ist bei der gewöhnlichen Arm- und Hebellänge sehr klein, und beträgt oft kaum einige Zoll. Um daher durch einen Hebel auf eine größere Höhe, z. B. auf mehrere Fuß zu heben, ist es nöthig, den Stützpunkt des Hebels allmälig zu heben und nach jedem Höherrücken des Stützpunktes den Hebel von Neuem in Bewegung zu setzen. Hierbei ist es jedoch nöthig, daß die Last während der Verrückung des Stützpunktes auf andere Weise unterstützt werde. Bei den sogenannten Hebeladen besteht die Unterstützung in zwei Bolzen, und es wird der Hebel abwechselnd um den einen oder den anderen dieser Bolzen gedreht. Die Art und Weise, wie bei einer gewöhnlichen deutschen Hebelade das Aufrücken der Bolzen ermöglicht wird, ist aus Fig. 419 (auf folgender Seite) zu ersehen. Hebeladen.

Es ist $ABCD$ ein Dreifuß, an welchem ein Bein AB aus zwei Brettern besteht, die einen länglichen Raum zwischen sich lassen, durch welchen der Hebel oder die eigentliche Hebelade EF hindurchgeht. Dieses Bein des Dreifußes AB enthält zwei Reihen Löcher, durch welche die als Stützpunkte des Hebels dienenden eisernen Pflöcke K und L gesteckt werden. Um nun die an den kurzen Arm des Hebels angehängte Last, z. B. das Ende Q eines Baumstammes auf einen Wagen zu heben, drückt man das Ende E des langen Hebelarmes nieder nach E_1 und steckt den Pflock L nach L_1, hebt dann wieder E von E_1 nach E_2

Hebeladen.

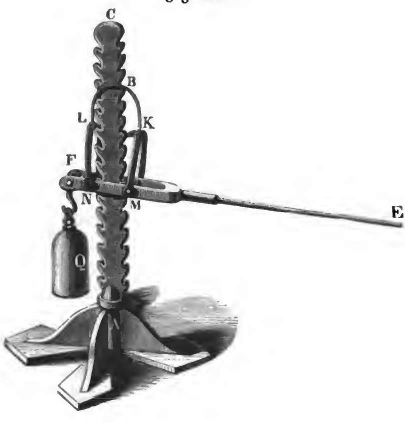
und steckt den Pflock K nach K_1, drückt dann wieder E von E_2 nach E_3 herab und steckt L_1 nach L_2 u. s. w. Durch dieses wiederholte Auf- und

Fig. 419.



Niederdrücken des Hebels EF und das abwechselnde allmälige Weiterstecken der als Stützpunkte dieses Hebels dienenden Pflöcke K und L bringt man endlich den Hebel sammt der Last auf die verlangte Höhe.

Fig. 420.

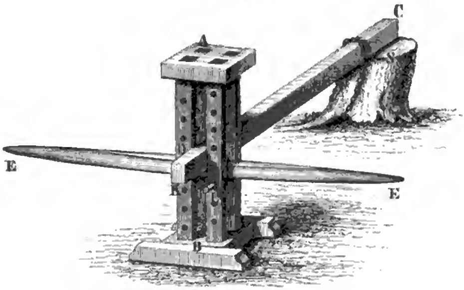


Bei der sogenannten französischen Hebelade, welche in Fig. 420 abgebildet ist, wird das Einstecken der Pflöcke oder Stützbolzen durch das Auf- und Niederdrücken des Hebels selbst bewirkt. Zu diesem Zwecke ist der Hebel EF an die durch den Bügel

B unter sich verbundenen Bolzen *K* und *L* mittels der Hängeeisen *KM* und *LN* aufgehangen. Bei dem Auf- und Niederdrücken des Hebels *EF* rückt bald der eine, bald der andere Bolzen (*K*, *L*) um einen Zahn an der doppelt gezahnten Stütze *AC* empor. Hebeladen.

Beide Hebeladen haben den Nachtheil, daß sie die Last *Q* nicht bloß anheben, sondern bei jedem Aufgange des Kraftpunktes wieder etwas niederlassen. Dieser Mangel ist aber bei der in Fig. 421 abgebildeten sogenannten schwedischen Hebelade nicht vorhanden. Dieselbe hat vier

Fig. 421.



Stützsäulen *AB*, wovon eine jede mit einer Reihe von Löchern versehen ist, durch welche die Stützbolzen gesteckt werden; und die Last ist zwischen diesen Säulen angebracht. Die Hebelade in Figur 421 dient zum Ausroden eines Stockes *S* und wirkt zunächst auf einen Hebebaum *CD*, der mittels einer Kette an eine Wurzel des auszurodenden Stockes angeschlossen ist.

§. 208. Die Rollen (s. I., §. 150) und ihre Verbindungen unter einander sind sehr gewöhnliche Hülfsmittel zum Heben größerer Lasten auf kleinere Höhen. Die feste oder Leitrolle *ACB*, Fig. 422, dient hierbei nur als Mittel zur Abänderung der Bewegungsrichtung (s. III., §. 23 und §. 24), da bei ihr die Last *Q* an einem Seilende zum Aufziehen eine gleich große Kraft *P* am anderen Seilende erfordert. Anders ist es aber bei der losen oder Kraftrolle *ACB*, Fig. 423; Rollen.

Fig. 422.

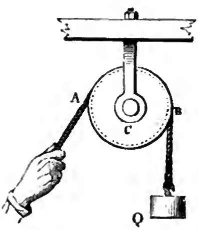
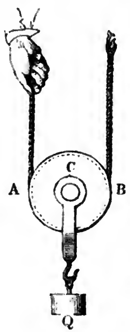


Fig. 423.



Rollen. wenn hier beide Seilenden nahe vertikal gerichtet sind, so ist zum Aufziehen der an der Axe C der Rolle hängenden Last eine halb so große Kraft P an einem oder dem anderen Seilende nöthig, also

$$P = \tfrac{1}{2}\,Q, \text{ und umgekehrt}$$
$$Q = 2\,P.$$

Diese Beziehungen zwischen Kraft und Last werden allerdings durch die Zapfenreibung und durch die Steifigkeit des Seiles noch um ein Namhaftes abgeändert.

Ist a der Rollen- und r der Zapfenhalbmesser, φ der Reibungscoefficient und G das Gewicht einer Leitrolle, so haben wir das Kraftverhältniß dieser Rolle mit Rücksicht der Zapfenreibung:

$$Pa = Qa + \varphi r\,(P + Q + G);$$

nehmen wir noch den Seilsteifigkeitswiderstand

$$S = d^\mu\,(K + \nu Q) \text{ (s. I., §. 179)}$$

hinzu, so erhalten wir folgende Gleichung:

$$Pa = Qa + \varphi r\,(P + Q + G) + d^\mu\,(K + \nu Q),$$

und hieraus entwickelt sich folgende Formel für die Kraft:

$$P = \left(\frac{a + \varphi r + \nu d^\mu}{a - \varphi r}\right) Q + \frac{\varphi r\,G + d^\mu\,K}{a - \varphi r}.$$

Bezeichnen wir nun noch der Einfachheit wegen:

$$\frac{a + \varphi r + \nu d^\mu}{a - \varphi r} \text{ durch } \alpha$$

und

$$\frac{\varphi r\,G + d^\mu\,K}{a - \varphi r} \text{ durch } R,$$

so nimmt unsere Kraftformel für die Leitrolle folgende einfache Gestalt an:

$$P = \alpha Q + R.$$

Bei der Kraftrolle wirkt die Kraft P am Hebelarme $BA = 2\,a$, und die um das Rollengewicht G vergrößerte Last $Q + G$ am Hebelarme $BC = a$; man hat daher hier, wenn S die Spannung des sich aufwickelnden Seiles bezeichnet:

$$2\,Pa = (Q + G)\,a + \varphi Qr + d^\mu\,K + \nu d^\mu\,S; \text{ oder da}$$
$$S + P = Q + G \text{ zu setzen ist,}$$
$$2\,Pa = (Q + G)\,a + \varphi Qr + d^\mu\,K + \nu d^\mu\,(Q + G - P),$$

woraus sich nun folgende Kraftformel ergiebt:

$$P = \frac{a + \varphi r + \nu d^\mu}{2\,a + \nu\,d^\mu}\,Q + \frac{(a + \nu d^\mu)\,G + d^\mu\,K}{2\,a + \nu\,d^\mu},$$

wofür wir $P = \alpha_1 Q + R_1$ setzen wollen, indem wir Rollen.

$$\frac{a + \varphi r + \nu d^\mu}{2a + \nu d^\mu} \text{ durch } \alpha_1 \text{ und}$$

$$\frac{(a + \nu d^\mu) G + d^\mu K}{2a + \nu d^\mu} \text{ durch } R_1$$

bezeichnen.

Beispiel. Welche Kraft P erfordert eine Last $Q = 400$ Pfund zum Aufziehen entweder mittels einer Leit- oder mittels einer Kraftrolle, wenn der Halbmesser dieser Rolle $a = 4$ Zoll, die Stärke des anzuwendenden Hanfseiles $d = \frac{1}{2}$ Zoll, der Zapfenhalbmesser $r = \frac{3}{8}$ Zoll, und das Gewicht der Rolle $G = 25$ Pfund beträgt? Setzen wir nun noch den Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}1$ und nach I., §. 179, $\mu = 1{,}4$, $\nu = 0{,}141$ und $K = 6{,}83$ ein, so erhalten wir:

1) für eine feste oder Leitrolle

$$P = \frac{4 + 0{,}1 \cdot \frac{3}{8} + 0{,}141\,(\frac{1}{2})^{1{,}4}}{4 - 0{,}1 \cdot \frac{3}{8}} \cdot 400 + \frac{0{,}1 \quad \frac{3}{8} \quad 25 + (\frac{1}{2})^{1{,}4} \cdot 6{,}83}{4 - 0{,}1 \cdot \frac{3}{8}}$$

$$= \frac{4{,}0375 + 0{,}0534}{3{,}9625} \cdot 400 + \frac{0{,}9375 + 2{,}5881}{3{,}9625}$$

$$= \frac{1636{,}36}{3{,}9625} + \frac{3{,}5256}{3{,}9625} = 412{,}96 + 0{,}89 = 413{,}85 \text{ Pfund.}$$

und dagegen

2) für eine lose oder Kraftrolle

$$P = \frac{1636{,}36}{8 + 0{,}0534} + \frac{(4 + 0{,}0534) \cdot 25 + 2{,}5881}{8 + 0{,}0534}$$

$$= \frac{1636{,}36}{8{,}0534} + \frac{103{,}923}{8{,}0534} = 203{,}19 + 12{,}90 = 216{,}09 \text{ Pfund.}$$

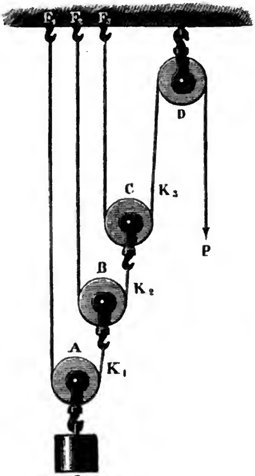
§. 209. Mit Hülfe der vorstehenden Formeln lassen sich nun auch die Theorien der Rollen- und Flaschen- oder Klobenzüge (franz. moufles, engl. tackles of pulleys) leicht entwickeln. Bei einem Rollenzuge hängen mehrere Rollen einzeln unter einander, bei einem Flaschenzuge hingegen befinden sich mehrere Rollen in einem Gehäuse, der sogenannten Flasche oder dem Kloben, neben, über oder hinter einander. Rollen- und Flaschenzüge.

Ein einfacher Rollenzug ist in Figur 424 (auf folgender Seite) abgebildet. Die Last Q hängt hier zunächst an der losen Rolle A, das eine Seilende von dieser wieder an der Axe einer zweiten losen Rolle B, das eine Seilende von dieser Rolle wieder an der Axe einer dritten losen Rolle C u. s. w., und um endlich die Zugkraft P von oben nach unten wirken lassen zu können, ist das eine Seilende der obersten losen Rolle noch über eine feste Rolle D weggeführt.

Bei Vernachlässigung der Nebenhindernisse ist das Kraftverhältniß $\frac{P}{Q}$ eines solchen Rollenzuges leicht wie folgt zu finden. Die Kraft der ersten

Rollen- und Flaschenzüge. Rolle A ist $K_1 = \frac{Q}{2}$, die der zweiten, da K_1 an ihr als Last wirkt,

Fig. 424.



$K_2 = \frac{K_1}{2} = \frac{Q}{4}$, die der dritten, da an ihr wieder K_2 als Last zieht, $K_3 = \frac{K_2}{2} = \frac{Q}{8}$. Wenn also der Rollenzug aus drei losen Rollen besteht, so ist die erforderliche Zugkraft

$$P = \frac{Q}{2.2.2} = \frac{Q}{8};$$

wenn dagegen die Zahl der losen Rollen $n = 4$ ist,

$$P = \frac{Q}{2.2.2.2} = \frac{Q}{2^4} = \frac{Q}{16},$$

und allgemein für einen Rollenzug mit n losen Rollen ist:

$$P = \frac{Q}{2^n}.$$

Während die Rolle A mit der Last Q auf die Höhe h steigt, muß die Rolle B um $2h$, und die Rolle C um $2 \cdot 2h = 4h$ Höhe steigen, der Angriffspunkt der Kraft $P = K_3$ aber den Weg $s = 2 \cdot 4h = 8h$ zurücklegen. Natürlich ist $Ps = Qh$, also der Kraftweg s um so größer, je kleiner die Kraft ausfällt. Damit die Last Q ohne Unterbrechung auf diese Höhe h gehoben werden könne, muß dafür gesorgt sein, daß der Abstand der obersten losen Rolle C von der festen Rolle mindestens $4h$ betrage. Allgemein bei n losen Rollen ist natürlich

$$s = 2^n \cdot h$$

und der erforderliche Abstand der $n$ten oder obersten Kraftrolle von der Leitrolle

$$s_1 = 2^{n-1} \cdot h.$$

Mit Rücksicht auf die Nebenhindernisse ist zu setzen:

$$K_1 = \alpha_1 Q + R_1,$$
$$K_2 = \alpha_1 K_1 + R_1 = \alpha_1^2 Q + (\alpha_1 + 1) R_1,$$
$$K_3 = \alpha_1 K_2 + R_1 = \alpha_1^3 Q + (\alpha_1^2 + \alpha_1 + 1) R_1,$$

und allgemein, bei n losen Rollen:

$$K_n = \alpha_1^n Q + (1 + \alpha_1 + \alpha_1^2 + \ldots + \alpha_1^{n-1}) R_1,$$

oder, da die Summe der geometrischen Progression $1 + \alpha_1 + \alpha_1^2 + \cdots + \alpha_1^{n-1}$ Rollen- und Flaschenzüge.
(s. Ingenieur Seite 138) $\frac{\alpha_1^n - 1}{\alpha_1 - 1} = \frac{1 - \alpha_1^n}{1 - \alpha_1}$ ist,

$$K_n = \alpha_1^n Q + \left(\frac{1-\alpha_1^n}{1-\alpha_1}\right) R_1,$$

und daher die erforderliche Kraft am Zugseile

$$P = \alpha K_n + R$$
$$= \alpha \left[\alpha_1^n Q + \left(\frac{1-\alpha_1^n}{1-\alpha_1}\right) R_1\right] + R,$$

wo α, α_1, R und R_1 die im vorigen Paragraphen angegebenen Bedeutungen haben.

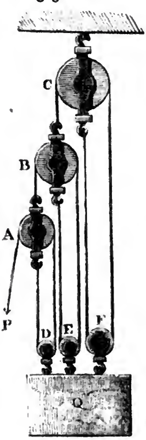
Beispiel. Welche Kraft erfordert ein aus 4 losen und einer festen Rolle bestehender Rollenzug, um durch denselben eine Last v n 1500 Pfund zu heben, vorausgesetzt, daß derselbe aus Rollen zusammengesetzt ist, wie sie im Beispiele des vorigen Paragraphen angenommen wurden?

Es ist hier $\alpha = 1{,}0324$ und $R = 0{,}89$, ferner
$\alpha_1 = 0{,}5080$ und $R_1 = 12{,}90$ Pfund,
$Q = 1500$ und $n = 4$,
folglich die gesuchte Kraft

$$P = 1{,}0324 \left(0{,}508^4 \,.\, 1500 + \frac{1 - 0{,}508^4}{1 - 0{,}508} \,.\, 12{,}90\right) + 0{,}89$$
$$= 1{,}0324\,(99{,}89 + 24{,}47) + 0{,}89$$
$$= 129{,}28 \text{ Pfund}.$$

Anmerkung. Man kann auch einen Rollenzug umwenden, und zu diesem Zwecke denselben mit der Rolle A aufhängen, die Last Q aber an die Seile AF_1, BF_2 und CF_3, Fig. 424, zugleich aufhängen. Dann wirken die Rollen A, B und C wie bloße Leitrollen und die Leitrolle D ist ganz entbehrlich. Ohne Rücksicht auf die Nebenhindernisse ist hier

Fig. 425.



$$Q = F_1 + F_2 + F_3 = 4P + 2P + P = 7P,$$

und daher umgekehrt

$$P = \frac{Q}{7}.$$

Eine andere Abänderung eines Rollenzuges ist in Fig. 425 abgebildet. Es hängen hier von den drei unter einander hängenden Rollen A, B und C Seile herab, welche um die Rollen D, E und F geschlungen sind, an welchen die Last Q hängt, und deren Enden an die Kloben der Rollen A, B und C angeknüpft sind. Das um die Rolle D liegende Seil zieht die Last Q mit der Kraft $2P$, das um die Rolle E liegende Seil hingegen, da es zugleich die durch die Kraft $3P$ abwärts gezogene Rolle A trägt, zieht Q mit der Kraft $2 \,.\, 3P = 6P$, und endlich das um die Rolle F liegende Seil, da es die durch die Kraft $3 \,.\, 3P = 9P$ niedergezogene Rolle B trägt, zieht Q mit der Kraft $2 \,.\, 9P = 18P$, und es

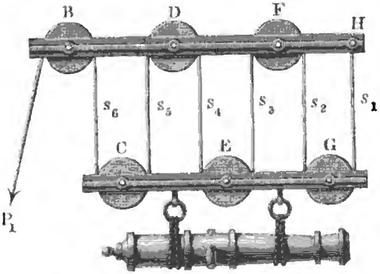
ist folglich die ganze Kraft, mit welcher Q unmittelbar gehoben wird:

$$2\,P + 6\,P + 18\,P = 26\,P, \text{ also } 26\,P = Q, \text{ also umgekehrt:}$$

$$Q = \frac{P}{26}.$$

Flaschenzüge. §. 210. Bei dem in Fig. 426 abgebildeten Flaschenzuge befinden sich die Rollen eines Klobens neben einander; B, D und F sind die Rollen in der festen und C, E und G die Rollen in der losen Flasche; während die Last Q an der letzteren niederzieht, wirkt die Kraft P an einem Ende des Seiles, welches um die Rollen beider Flaschen geschlungen ist. Die Last Q wird hier von den zwischen beiden Flaschen gespannten Seilen zugleich getragen; ist also n die Anzahl dieser Seile, so hat man die

Fig. 426.



Spannung eines solchen Seiles, sowie auch die Kraft am Seilende, wenn man die Nebenhindernisse nicht beachtet:

$$P = \frac{Q}{n}.$$

Um die Last Q auf die Höhe h zu heben, muß auch jedes der zwischen beiden Kloben gespannten Seile um h verkürzt, und folglich das Seilende von der Kraft P um den Weg

$$s = n\,h$$

niedergezogen werden.

Sehr richtig ist $Ps = Qh$.

Will man das Kraftverhältniß mit Rücksicht auf die Zapfenreibung und Steifigkeit des Seiles bestimmen, so muß man von der Formel des §. 208 für eine feste Rolle

$$P = \alpha Q + R$$

Gebrauch machen. Es ist auch hier

$$\alpha = \frac{a + \varphi r + \nu\, d^{\mu}}{a - \varphi r},$$

dagegen aber

$$R \text{ nur} = \frac{d^{\mu}\, K}{a - \varphi r},$$

da das Gewicht G der Rolle die Zapfenreibung an den unteren Rollen

ebensoviel vermindert, als es dieselben an den oberen Rollen vergrößert, und folglich hier ganz außer Acht bleiben kann. Flaschenzüge.

Setzen wir folglich die Spannung des ersten Seiles $GH = S_1$, so haben wir die des zweiten Seiles FG, da S_1 bei der Rolle G als Last wirkt:

$$S_2 = \alpha S_1 + R;$$

ferner die des dritten Seiles EF:

$$S_3 = \alpha S_2 + R = \alpha^2 S_1 + (\alpha + 1) R;$$

ferner die des vierten Seiles DE:

$$S_4 = \alpha S_3 + R = \alpha^3 S_1 + (\alpha^2 + \alpha + 1) R,$$

und allgemein, die des $n$ten Seiles:

$$S_n = \alpha^{n-1} S_1 + (\alpha^{n-2} + \alpha^{n-3} + \ldots + \alpha + 1) R$$
$$= \alpha^{n-1} S_1 + \left(\frac{\alpha^{n-1} - 1}{\alpha - 1}\right) R.$$

Nun ist aber für die Last Q sammt dem Gewichte G des armirten Klobens CG:

$$Q + G = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n,$$

daher haben wir, wenn wir die obigen Werthe für S_1, S_2, S_3 u. s. w. einsetzen,

$$Q + G = (1 + \alpha + \alpha^2 + \ldots + \alpha^{n-1}) S_1$$
$$+ (\alpha^{n-1} - 1 + \alpha^{n-2} - 1 + \alpha^{n-3} - 1 + \ldots + \alpha - 1 + 1 - 1) \frac{R}{\alpha - 1}$$
$$= \left(\frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1}\right) S_1 + (1 + \alpha + \alpha^2 + \ldots + \alpha^{n-1} - n) \frac{R}{\alpha - 1}$$
$$= \left(\frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1}\right) S_1 + \left(\frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1} - n\right) \frac{R}{\alpha - 1},$$

oder wenn wir noch $\alpha^{n-1} S_1 = S_n - \left(\frac{\alpha^{n-1} - 1}{\alpha - 1}\right) R$ einführen,

$$Q + G = \frac{\alpha^n - 1}{\alpha^{n-1} (\alpha - 1)} \left[S_n - \left(\frac{\alpha^{n-1} - 1}{\alpha - 1}\right) R\right] + \left(\frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1} - n\right) \frac{R}{\alpha - 1},$$

und folglich die Spannung des $n$ten Seiles:

$$S_n = \frac{(\alpha - 1)\, \alpha^{n-1}}{\alpha^n - 1} (Q + G) + \left(\frac{n\, \alpha^{n-1}}{\alpha^n - 1} - \frac{1}{\alpha - 1}\right) R.$$

Die Kraft am Seilende ist endlich:

$$P = \alpha S_n + R$$
$$= \frac{(\alpha - 1)\, \alpha^n}{\alpha^n - 1} (Q + G) + \left(\frac{n \alpha^n}{\alpha^n - 1} - \frac{1}{\alpha - 1}\right) R.$$

Flaschenzüge. Sieht man von dem Widerstande R ab, so hat man:

$$P = \frac{(\alpha - 1)\,\alpha^n}{\alpha^n - 1}\,(Q + G).$$

Sind Kraft und Last gegeben, so kann man nach der erforderlichen Rollen- oder Seilzahl fragen. Es ist

$$\frac{\alpha^n - 1}{\alpha^n} = \frac{(\alpha - 1)\,(Q + G)}{P}, \text{ oder}$$

$$\frac{1}{\alpha^n} = \frac{P - (\alpha - 1)\,(Q + G)}{P}, \text{ und daher}$$

$$n = \frac{Log.\,P - Log.\,[P - (\alpha - 1)\,(Q + G)]}{Log.\,\alpha}.$$

Damit die Aufgabe möglich, also die gegebene Last Q mittels des Flaschenzuges durch die gegebene Kraft zu heben sei, muß

$$P > (\alpha - 1)\,(Q + G), \text{ d. i.}$$

$$\frac{P}{Q + G} > \alpha - 1, \text{ also } \frac{P}{Q + G} > \frac{2\varphi r + \nu d\mu}{\alpha - \varphi r} \text{ sein.}$$

Diese Formeln lassen sich auch noch auf den Klobenzug in Fig. 427 (auf folgender Seite) anwenden, wo die Rollen eines Klobens A oder B mit ihren Augen über eine und dieselbe feste Axe geschoben sind und sich daher einzeln um diese drehen.

Will man die Rollen auf die Axe eines Klobens befestigen und diese in Pfannen laufen lassen, so muß man die Rollen des ganzen Klobenzuges von ungleichen Durchmessern machen, damit das Seil nicht auf denselben zu gleiten genöthigt ist. Ein solcher Klobenzug ist in Fig. 428 (a. f. S.) abgebildet. Das eine Seilende ist an dem oberen Kloben A befestigt und läuft zunächst um die kleinste Rolle des unteren Klobens B. Ist d der Durchmesser dieser Rolle, so sind $3\,d$ und $5\,d$ die Durchmesser der beiden anderen Rollen des unteren, $2\,d$, $4\,d$ und $6\,d$ aber die Durchmesser der Rollen des oberen Klobens. Es bilden also die Durchmesser und Umfänge der Rollen, auf welche sich die Seile 1, 2, 3, 4, 5, 6 wickeln, eine arithmetische Reihe, sowie auch die gleichzeitigen Verkürzungen dieser Seile während des Aufziehens der Last, und es ziehen sich hierbei diese Seile ohne Gleiten über die mit gleicher Geschwindigkeit umlaufenden Rollen. Diese zuerst von White construirten Klobenzüge geben in Folge der Kleinheit einiger Rollen eine ansehnliche Nebenlast, zumal da sich bei ihnen das Gleiten des Seiles, in Folge der Stärke desselben, nicht ganz aufheben läßt.

Sehr häufig wendet man auch Kloben mit unter einander hängenden Rollen von ungleichen Durchmessern, wie A und B, Figur 429, an.

Theoretisch ist natürlich auch hier $P = \frac{Q}{n}$. Die vollständige Berechnung Flaschenzüge.

Fig. 427.

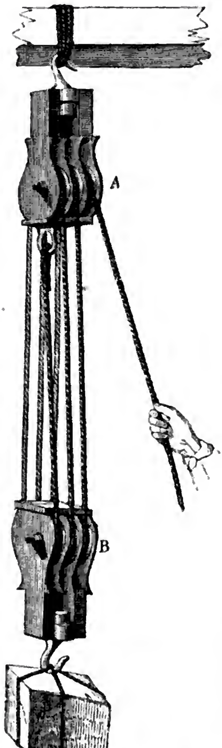


Fig. 428.

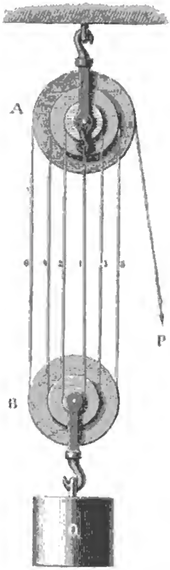
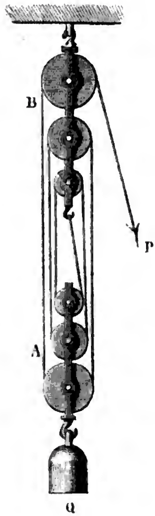


Fig. 429.



der Kraft ist wegen der Ungleichheit der Rollen weitläufig; in der Regel möchte es aber genügen, wenn man einen mittleren Rollendurchmesser ermittelt, und diesen in die obigen Formeln einsetzt.

Beispiel. Welche Kraft erfordert das Aufheben einer Last Q von 800 Pfund mittels eines Flaschenzuges, wie in Fig. 429, mit 6 gespannten Seilen von je $^3/_4$ Zoll Stärke und 6 Rollen vom mittleren Halbmesser $a = 4$ Zoll, mit Zapfen von 1 Zoll Stärke?

Es ist $\alpha = \frac{a + \varphi r + \nu d^{\mu}}{a - \varphi r} = \frac{4 + 0{,}1 \,.\, ^1/_2 + 0{,}141 \,.\, (^3/_4)^{1{,}4}}{4 - 0{,}1 \,.\, ^1/_2} = \frac{4{,}1443}{3{,}95}$
$= 1{,}0492$, ferner $\alpha^n = \alpha^6 = 1{,}3338$,

und $R = \frac{d^{\mu} K}{a - \varphi r} = \frac{0{,}6685 \,.\, 6{,}83}{3{,}95} = 1{,}1558$ Pfund.

Flaschenzüge. Setzen wir nun noch das Gewicht des unteren leeren Klobens $G = 50$ Pfund, so haben wir nun die gesuchte Kraft:

$$P = \frac{0,0492 \,.\, 1,3338}{0,3338} \,.\, 850 + \left(\frac{G \,.\, 1,3338}{0,3338} - \frac{1}{0,0492}\right) \,.\, 1,1558$$
$$= 167,1 + 4,22 = 171,32 \text{ Pfund.}$$

Theoretisch wäre $P = \frac{800}{6} = 133,33$ Pfund, folglich ist der Wirkungsgrad dieses Hebeapparates:

$$\eta = \frac{133,33}{171,32} = 0,778.$$

§. 211. Eine interessante und auch für andere Hebevorrichtungen nicht unwichtige Frage ist diese: welchen Einfluß übt das Seil eines Rollen- oder Flaschenzuges auf die Kraft und auf die Arbeit derselben aus? Es ist nöthig, diese Frage im Einzelnen zu beantworten.

Nehmen wir an, daß der laufende Fuß Seil ein Gewicht q habe, daß also ein Seilstück von der Länge s, $s q$ wiege.

Ist bei einer festen Rolle R, Fig. 430, der Angriffspunkt A der Kraft oder der Standpunkt des Arbeiters um die Höhe $AB = a$ über dem Lastpunkt B, und die Höhe BC, auf welche die Last Q von der Kraft P gehoben wird, $= h$, so hat man die Höhe, auf welche gleichzeitig mit Q ein Seilstück BC vom Gewichte hq steigt, $AS = AB - BS = a - \frac{h}{2}$, da anzunehmen ist, daß das Gewicht dieses Seilstückes in seinem Schwerpunkte S, d. i. $\frac{h}{2}$ über dem Lastpunkte B angreift. Es ist folglich die Vergrößerung der Arbeit der Kraft, in Folge des Seilgewichtes:

$$L = hq\left(a - \frac{h}{2}\right).$$

Fig. 430.

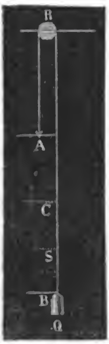
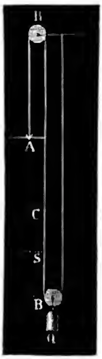


Fig. 431.



Ist $h = 2a$, so folgt $L = 0$, und ist $h > 2a$, so wird L negativ, und es wird folglich durch das Gewicht des Seiles Arbeit gewonnen.

Ist bei einer Verbindung von einer festen Rolle R und einer losen Rolle B, Fig. 431, a die Höhe AB des Standpunktes A über der losen Rolle, und h die Höhe BC, auf welche diese Rolle mit der Last Q durch die Kraft P gehoben wird, so hat man das Gewicht des auf die Höhe $SA = a - \frac{h}{2}$ zu hebenden Seilstückes $2hq$, und daher die entsprechende Arbeit: $L = 2hq\left(a - \frac{h}{2}\right)$

Hängt an der losen Rolle B noch eine zweite lose Rolle D, wie in Figur 432, im Abstande $BD = a_1$, und steigt D mit der Last Q um $DE = h$, also B um $BC = 2h$, so ist der Weg vom unteren Seilstücke $2hq$: Flaschenzüge.

Fig. 432.



$$S_1 S = a_1 + h - \frac{h}{2} = a_1 + \frac{h}{2},$$

und dagegen der des oberen Seilstückes $4hq$ zwischen B und C:

$$SA = a - h,$$

also die Arbeit, welche beide Seilstücke in Anspruch nehmen:

$$L = 4hq\,(a - h) + 2hq\left(a_1 + \frac{h}{2}\right)$$
$$= 2hq\,(2a + a_1 - {}^3/_2\, h).$$

Hängt noch eine dritte lose Rolle an D, so ist ferner die ganze Arbeit, welche das Seilgewicht beim Anheben der Last Q um h nöthig macht:

$$L = 8hq(a - 2h) + 4hq(a_1 + h) + 2hq\left(a_2 + \frac{h}{2}\right)$$
$$= 2hq\,(4a + 2a_1 + a_2 - {}^{11}/_2\, h),$$

wofern a_2 den anfänglichen Abstand der beiden unteren Rollen von einander bezeichnet.

Um Seil zu ersparen, hängt man die losen Rollen dicht unter einander, so daß $a_1 = a_2$ u. s. w. nahe Null, also $L = 2hq\,(4a - {}^{11}/_2\, h)$ ausfällt.

Allgemein für n lose Rollen ist dann diese Arbeit:

$$L = \left(2^n a - \frac{2^{2n-1} + 1}{3} \,.\, h\right) q h.$$

Für einen Flaschenzug ist endlich, wenn die anfängliche Höhe der unteren Flasche unter dem Standpunkte des Arbeiters $= a$ und die Steighöhe desselben $= h$ ist, für n gespannte Seile, die von diesen beanspruchte Arbeit, wie bei einer losen und festen Rolle:

$$L = nqh\left(a - \frac{h}{2}\right).$$

Den Einfluß des Seilgewichtes auf die Zapfenreibung und den Steifigkeitswiderstand kann man wegen seiner Kleinheit in der Regel außer Acht lassen. Uebrigens ist aus den vorstehenden Formeln zu ersehen, daß das Seilgewicht die erforderliche Arbeit der Kraft eben so gut vermindern als vergrößern kann.

Beispiel. Nach III., §. 21, wiegt der laufende Fuß Hanfseil bei d Zoll Stärke im Mittel: $q = 0{,}33\, d^2$ Pfund, also z. B. bei 1 Zoll Stärke: $q = 0{,}33$

Flaschenzüge. Pfund. Verwendet man dieses Seil bei einem Rollenzuge von $n = 3$ losen Rollen, durch welchen eine Last $Q = 800$ Pfund $h = 10$ Fuß hoch gehoben wird, so hat man die Vergrößerung der aufzuwendenden Arbeit $Qh = 8000$ Fußpfund durch das Gewicht des Seiles:

$$L = (8\,a - 11\,h)\,.\,0{,}33\,h = (8\,a - 110)\,.\,3{,}3;$$

also bei der Höhe des Kraftpunktes über dem Lastpunkte, $a = 20$ Fuß, $L = 50\,.\,3{,}3 = 165$ Fußpfund, d. i. reichlich 2 Procent der Nutzleistung. Wäre $a = 0$, ständen also die Arbeiter neben der zu hebenden Last, so wäre $L = -330$ Fußpfund, also ein Arbeitsgewinn von $\frac{33000}{8000} = 4$ Procent reichlich vorhanden.

Für einen Flaschenzug mit $n = 8$ Seilen wäre hingegen:

$$L = 8\,.\,0{,}33\,h\left(a - \frac{h}{2}\right) = 2{,}64\,h\left(a - \frac{h}{2}\right),$$

also z. B. bei einer Hubhöhe h von 20 Fußen und einer Standhöhe $a = 10$ Fuß, $L = 2{,}64\,.\,20\,(10 - 10) = 0$; dagegen bei $a = 0$, $L = -2{,}64\,.\,20\,.\,10 = -528$ Fußpfund. Die Nutzleistung wäre aber $Qh = 800\,.\,20 = 16000$ Fußpfund, folglich der Arbeitsgewinn durch das Seilgewicht im letzteren Falle $\frac{52800}{16000} = 3{,}3$ Procent.

Winden. §. 212. Die **Wagen- und Bauwinden** (franz. crics, engl. lifting-jacks) sind vorzügliche Hülfsmittel, um größere Lasten, z. B. belastete Wagen, schwere Maschinen- oder Baustücke u. s. w. auf kleinere Höhen zu heben. Die gewöhnlichen Wagen- und Bauwinden bestehen in einer gezahnten Stange, welche mittels eines gezahnten Rades durch eine Kurbel in Bewegung gesetzt wird, und dabei die auf ihr ruhende oder an ihr hängende Last mit empor nimmt. Bei den stärkeren Winden neuerer Construction ist die gezahnte Stange durch eine Schraubenspindel und die einfache Kurbel durch eine Schraube ohne Ende ersetzt (vergl. III., §. 137).

Eine **Winde mit gezahnter Stange** ist in Fig. 433 abgebildet. Die gezahnte Stange A ergreift die Last entweder mittels der Klaue A oder mittels eines Hakens am Fuße desselben. In sie greift das Getriebe C, welches entweder unmittelbar durch eine Kurbel in Umdrehung gesetzt werden kann, oder, wie hier, mittels einer Kurbel DE und eines gezahnten Räderwerkes BD in Bewegung gesetzt wird. Um das Zurückgehen der belasteten Stange zu verhindern, ist noch eine Sperrklinke angebracht, welche entweder in die Zähne der Stange AB oder in ein besonderes Sperrrädchen eingreift, das auf der Kolbenwelle D festsitzt.

Fig. 433.



Sieht man von den Nebenhindernissen ab, so ist das Kraftverhältniß bei dieser Maschine nach bekannten Regeln wie folgt zu ermitteln. Es sei die Kurbelhöhe $DE = a$ und der mittlere Halbmesser des in die Zahnstange eingreifenden Getriebes $= r$, ferner die Anzahl

der Zähne des mit C auf derselben Welle sitzenden Rades $B = n_1$, und die Anzahl der Zähne des auf der Kurbelwelle sitzenden Rades $= n_2$. Ist nun noch Q die Last in der Axenrichtung der gezahnten Stange und P die Umdrehungskraft der Kurbel, so haben wir: Winden.

$$\frac{Pa}{Qr} = \frac{n_2}{n_1} \text{ und daher } P = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{r}{a} Q.$$

Für die Winde in Figur 434 mit schraubenförmiger Stange AB und einer Schraube ohne Ende EF bestimmt sich, wenn die Kraft P zur Umdrehung der Schraubenspindel F an einem Hebelarme a angreift, wenn ferner das Zahnrad EE, dessen Auge die Schraubenspindel AB als Mutter umfaßt, n Zähne hat, der mittlere Halbmesser dieser Spindel $= r$ und die Ganghöhe derselben $= h$, also für das Ansteigen α derselben $tang. \alpha = \frac{h}{2\pi r}$ ist, ohne Berücksichtigung der Nebenhindernisse:

$$P = \frac{r}{a} \cdot \frac{Q\, tang.\alpha}{n} = \frac{h}{2\pi a} \cdot \frac{Q}{n}.$$

Durch die Reibung wird allerdings diese Kraft noch bedeutend vergrößert (vergl. III., §. 148).

Fig. 434.

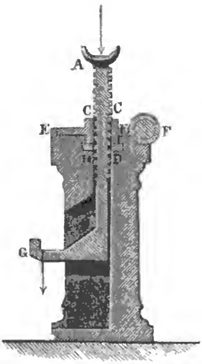
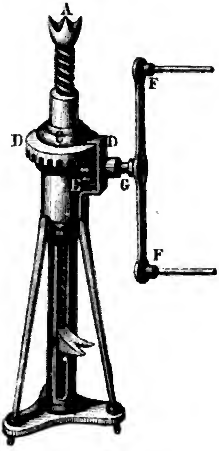


Fig. 435.



Eine Winde neuerer Construction stellt Fig. 435 dar. Es ist hier die Mutter C der schraubenförmigen Spindel AB von einem Kronenrad DD umgeben, in welches ein Zahnrädchen E eingreift, das mit einer doppelten Kurbel FF auf einerlei Welle G sitzt. Behalten wir die obigen Bezeich-

Winden. nungen bei, und setzen wir die Anzahl der Zähne des Getriebes $DD = n_1$, die des kleineren Triebrades E aber n_2, so haben wir die Kraft an den Kurbelspillen:

$$P = \frac{r}{a} \cdot \frac{n_2}{n_1} Q \, tang. \alpha = \frac{h}{2\pi a} \cdot \frac{n_2}{n_1} Q.$$

Beispiel. Welche Last Q kann durch eine Kraft P von 30 Pfund mittels einer der im Vorstehenden behandelten Winden gehoben werden, wenn das Zähnezahlverhältniß $\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{4}$, wenn ferner die Kurbelarmlänge $a = 15$ Zoll, und bei der Winde in Figur 433, der Halbmesser des Getriebes, welches in die Zahnstange eingreift, $r = 2\frac{1}{2}$ Zoll; dagegen bei den beiden letzten Winden die Schraubenganghöhe $h = 1$ Zoll, und endlich die Anzahl der Zähne des Stirnrades EE der zweiten Winde $n = 20$ beträgt?

Für die erste Winde ist

$$Q = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{a}{r} P = 4 \cdot \frac{15 \cdot 2}{5} \cdot 30 = 720 \text{ Pfund}$$

für die zweite Winde hingegen

$$Q = \frac{2\pi a}{h} \cdot n P = \frac{6,283 \quad 15 \cdot 20 \cdot 30}{1} = 56547 \text{ Pfund},$$

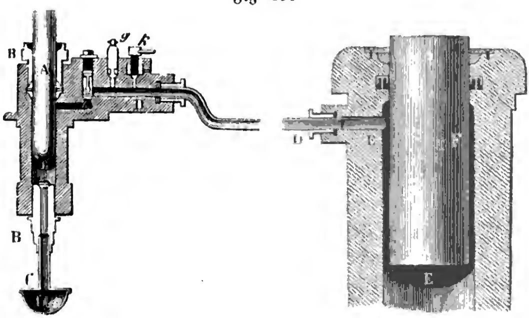
und für die dritte Winde

$$Q = \frac{n_1}{n_2} \, \frac{2\pi a}{h} P = 4 \cdot \frac{6,283 \cdot 15 \cdot 30}{1} = 11309 \text{ Pfund}.$$

Die Reibungen ziehen diese Kräfte (Q) noch ein Bedeutendes herab.

Hydraulische Presse. §. 213. In neueren Zeiten wendet man nicht selten die hydraulischen oder Bramah'schen Pressen (franz. presses hydrauliques, engl. hydraulic presses) als Winden, d. i. als Vorrichtungen zum Heben großer Lasten auf kleine Höhen an. Die wesentliche Einrichtung einer hydraulischen Presse ist aus Figur 436 zu ersehen. A ist der sogenannte Kraftkolben, welcher durch Menschen-, Dampf- oder Wasserkraft in einem Cylinder BB auf- und niedergetrieben wird. Beim Aufgange dieses Kol-

Fig. 436



bens wird durch das sich in ein Sieb endigende Saugrohr BC Wasser aus einem Reservoir angesaugt, und beim Niedergange desselben wird Wasser aus BB durch das Communicationsrohr DD nach einem weiteren Cylinder EE getrieben, welches einen größeren Kolben, den sogenannten Preßkolben F, emportreibt. Das sich nach oben öffnende Saugventil a am oberen Ende des Saugrohrs BC verhindert das Zurückfließen des Wassers beim Niedergange des Kolbens A, und das Sperrventil b, welches bei diesem Niedergange von dem aus B durch D nach E fließenden Wasser gehoben wird, versperrt den Rücktritt des Wassers beim Aufgange des Kolbens A, während das Saugventil von dem durch C eingesaugten Wasser gehoben wird. Um den Druck des eingesperrten Wassers zu messen und zu begrenzen, ist noch ein durch ein Gewicht beschwertes Sicherheitsventil g angebracht, und um das Wasser aus dem Preßcylinder auslaufen lassen zu können, dient ein durch eine Schraube zu stellendes Ablaßventil k. Hydraulische Presse.

Das Kraftverhältniß bei einer hydraulischen oder hydrostatischen Presse läßt sich mit Hülfe eines aus Band I., §. 296 bekannten hydrostatischen Grundgesetzes ohne Umstände ermitteln. Ist F der Querschnitt des Kraft- und F_1 der des Preßkolbens und ist P die Kraft des ersteren, P_1 aber die des letzteren, so hat man

$$\frac{P_1}{P} = \frac{F_1}{F}, \text{ also } P_1 = \frac{F_1}{F} P,$$

oder, wenn man statt der Kreisflächen F und F_1 die Durchmesser d und d_1 einführt, also $\frac{F_1}{F} = \frac{\pi d_1^2}{\pi d^2} = \frac{d_1^2}{d^2}$ setzt:

$$\frac{P_1}{P} = \frac{d_1^2}{d^2}, \text{ also } P_1 = \frac{d_1^2}{d^2} P.$$

Dieses Verhältniß wird durch die Kolbenreibungen noch etwas alterirt. Ist φ der Reibungscoefficient und sind b und b_1 die Breiten der Liderungskränze der Kolben, so hat man nach II., §. 235 den Druck des Kraftkolbens nach Abzug der Kolbenreibung:

$$x = P - 4\varphi \frac{b}{d} x, \text{ d. i. } x = \frac{P}{1 + 4\varphi \frac{b}{d}},$$

und dagegen den Druck des Preßkolbens vor Abzug seiner Reibung:

$$x_1 = P_1 + 4\varphi \frac{b_1}{d_1} x_1, \text{ d. i. } x_1 = \frac{P_1}{1 - 4\varphi \frac{b_1}{d_1}}.$$

Setzt man daher $\frac{x_1}{x} = \frac{d_1^2}{d^2}$, so folgt:

Hydraulische Presse.

$$\frac{P_1}{P} \cdot \frac{1 + 4\varphi\frac{b}{d}}{1 - 4\varphi\frac{b_1}{d_1}} = \frac{d_1^2}{d^2}, \text{ oder}$$

$$P_1 = \left(\frac{1 - 4\varphi\frac{b_1}{d_1}}{1 + 4\varphi\frac{b}{d}}\right)\left(\frac{d_1}{d}\right)^2 P,$$

oder annähernd:

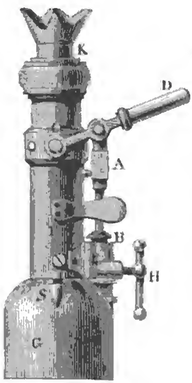
$$P_1 = \left[1 - 4\,\varphi\left(\frac{b}{d} + \frac{b_1}{d_1}\right)\right]\left(\frac{d_1}{d}\right)^2 P.$$

Diese Formel setzt übrigens noch voraus, daß die Geschwindigkeit des Wassers, und also auch die des niedergehenden Kraftkolbens nur eine kleine sei, weil sonst auch noch die hydraulischen Hindernisse eine namhafte Kraftverminderung herbeiführen würden.

Hydraulische Winde.

§. 214. Die äußere Ansicht einer hydraulischen Winde ist in Figur 437 abgebildet. AB ist der Kraftkolben, welcher mittels des Hebels CD auf- und niedergedrückt wird. Dieser Kolben zieht bei seinem Aufgange Wasser aus dem Reservoir G in den Stiefel E und drückt es bei seinem Niedergange von da in den Cylinder F, wobei es den Preßkolben K sammt der auf dessen Haupt wirkenden Last emporschiebt. Die Füllung des Reservoirs mit Wasser erfolgt durch die Schnauze S und das Zurückfließen des Wassers aus dem Preßcylinder in das Reservoir wird durch Drehung des Hebels und Eröffnung eines mit diesem in Verbindung gesetzten Ventiles bewirkt. Bei einiger Anstrengung und entsprechender Anordnung kann man mittels einer solchen Winde ein Gewicht von 10 bis 15 Tonnen heben.

Fig. 437.



Zum Heben der in II., §. 55 und 56 beschriebenen Röhrenbrücken von Eisenblech wurden die stärksten hydraulischen Pressen angewendet; dieselben standen im Innern der thurmförmigen Brückenpfeiler 40 Fuß über den Auflagerflächen der Röhre, und wurden durch Dampfmaschinen von je 40 Pferdekräften in Bewegung gesetzt. Die zu hebenden Röhrenstücke, welche mit einer Länge von 460 Fuß von einem Pfeiler bis zum anderen reichten

und je 1726 Tonnen wogen, waren an ihren Enden mit gußeisernen Rahmen ausgerüstet, an welche je zwei acht- und neunfache schmiedeeiserne Laschenketten angeschlossen wurden, die von dem Querhaupte der Preßkolben der hydraulischen Pressen herabhängen. Die Aufstellungsweise dieser hydraulischen Winden und die Aufhängungsweise der die Röhrenenden tragenden Ketten ist aus den Figuren 438 und 439 zu ersehen. In beiden Abbildungen ist *A* der Preßkolben und *B* der Stiefel, worin der erstere Hydraulische Winde.

Fig. 438.

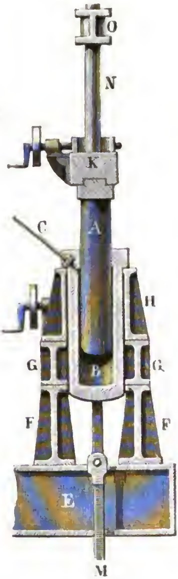
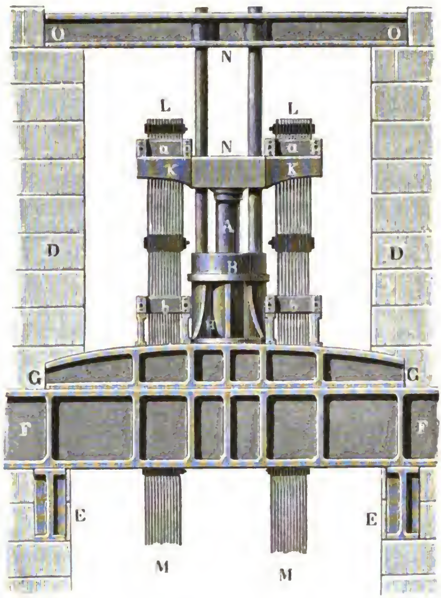


Fig. 439.



von dem durch das Rohr *C* zurückgepreßten Wasser emporgeschoben wird. *DD* sind die Thurmmauern, *EE*, *FF* und *GG* gußeiserne Balken und *H* ist ein besonderes gußeisernes Gestelle zur Unterstützung des mit einer sehr großen Kraft nach unten drückenden Preßcylinders *B*. Ferner sieht man in *KK* das Querhaupt des Preßkolbens, an welchem die Tragketten herabhängen, und in *NN* die cylindrischen Leitstangen des Preßkolbens, welche durch das Querhaupt hindurchgehen und unten auf dem Cylinder feststehen, oben aber durch einen eisernen Balken *OO* hindurchgehen. Zum

Hydraulische Winde. Festhalten der Ketten über dem Querhaupte dienen Klemmen *a a* welche durch Schrauben gegen die zwischenliegenden Kettenschienen angedrückt werden können. Denselben Zweck haben auch die Klemmen *b b*, welche angezogen wurden, wenn beim Anfange eines neuen Kolbenspieles die Ketten durch Wegnahme einer Gliederreihe verkürzt werden sollten. Um bei etwaigem Zerbersten der Presse oder Zerreißen der Ketten u. s. w. das Herabstürzen der Röhre zu verhindern, wurden die Röhrenenden gleich während ihres Aufsteigens untermauert.

Drei hydraulische Pressen kamen bei der Errichtung der Brittanniabrücke zur Anwendung; eine größere von 10 Fuß Länge, 11 Zoll Metalldicke und 20 Zoll lichtem Durchmesser, und zwei kleinere von je nur 18 Zoll lichtem Durchmesser; während diese gemeinschaftlich das eine Ende der Röhre hoben, wurde das andere Ende derselben von der ersten Presse allein zum Steigen gebracht. Der Kraftkolben einer Presse hatte nur $1^1/_{16}$ Zoll Durchmesser und saß mit dem Dampfkolben, dessen Durchmesser 17 Zoll betrug, auf einer und derselben horizontalen Kolbenstange. Der Schub der Dampf- und Kraftkolben betrug nur 16 Zoll, der eines Preßkolbens aber 6 Fuß. Die schmiedeeiserne Röhre, welche das Wasser in den Preßcylinder führte, war innen nur $^1/_2$ und außen 1 Zoll weit.

Beispiel. Wenn, wie in II., §. 55 angegeben wird, eines der größeren Röhrenstücke der Brittanniabrücke, welches je zwei Pfeiler mit einander verbindet, 1726 Tonnen wiegt, so mußte beim Heben desselben von der großen Presse allein und von den beiden kleineren Pressen zusammen eine Kraft von $\frac{1726}{2}$ $= 863$ Tonnen ausgeübt werden. Dem Durchmesser des Preßkolbens von 20 Zoll entspricht ein Querschnitt von $\left(\frac{20}{2}\right)^2 \pi = 314{,}16$ Quadratzoll; folglich ist der nöthige Druck des Wassers im Innern der Presse auf den Quadratzoll

$p = \frac{863}{314{,}16} = 2{,}747$ Tonnen, oder die Tonne $= 2240$ Pfund angenommen, $p = 2{,}747 \,.\, 2240 = 6153$ Pfund, oder die Atmosphäre in englischem Maaß $= 14{,}706$ Pfund gesetzt: $p = \frac{6153}{14{,}706} = 418$ Atmosphären.

Der Kraftkolben hat hierbei mindestens eine Kraft von $\left(\frac{17}{16}\right)^2 . \pi . 6153$ $= 21822$ Pfund auszuüben, und es ist der erforderliche Dampfdruck auf den Quadratzoll, da die Dampfkolbenfläche $16^2 . \pi = 804{,}25$ Quadratzoll mißt, $p_1 = \frac{21822}{804{,}25} = 27{,}13$ Pfund, d. i. noch nicht ganz zwei Atmosphären.

Transportable Vorgelegshaspel. §. 215. Die in Bd. II., §. 84 behandelten Kreuz- und Spillenhaspel, sowie die stehenden Wellen mit mehreren Schwengeln sind sehr gewöhnliche Hülfsmittel, wodurch bei Bauausführungen große Lasten oder Baustücke auf mäßige Höhen gehoben werden. Diese Maschinen er-

halten in solchen Fällen ein transportables Gestelle, z. B. einen **Bock** (franz. chèvre, engl. gin), wie in Fig. 440. Hier sind AD und BD zwei fest mit einander verbundene Beine und es ist CD ein drittes Bein, welches sich um den Bolzen D drehen läßt. Zwischen dem ersten Beinpaare ist der Kreuzhaspel E und die Leitrolle F gelagert, über welche das Seil läuft, das einerseits die Last G trägt, Transportable Vorgelegehaspel.

Fig. 441.

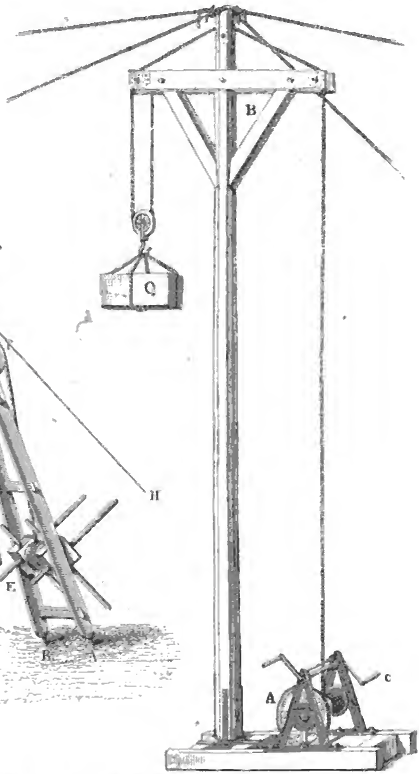
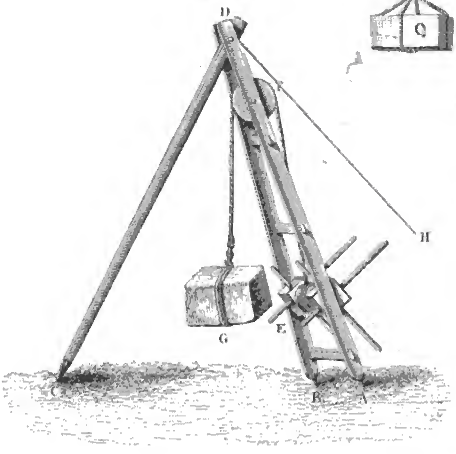


Fig. 440.



und sich andererseits auf den Rundtheil des Haspels aufwickelt. Wenn es der Raum nicht gestattet, ein drittes Bein CD in Anwendung zu bringen, so ist es nöthig, das Haspelgestelle ABD von hinten durch Seile oder Ketten DH aufrecht zu erhalten.

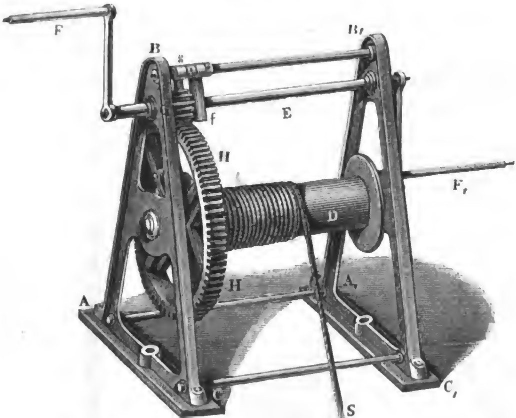
Das Gerüste zum Aufziehen einer Last kann man auch aus einem **Kreuze**, wie AB, Fig. 441, bestehen lassen, und dasselbe durch Taue oder Ketten, welche vom Kopfe dieses Kreuzes bis in den benachbarten Erdboden hineingehen, in aufrechter Stellung erhalten. Bei der abgebildeten

Transportable Vorgelegshaspel.

Vorrichtung hängt die Last Q zunächst an einer losen Rolle, und das Seil wird mittels dreier festen Rollen nach dem unten stehenden Haspel C herabgeführt.

Der transportable Vorgelegshaspel oder die Vorgelegswinde (franz. treuil, engl. crab), wodurch die Last emporgehoben wird, ist ein gewöhnliches Hülfsmittel zum Heben größerer Lasten auf mäßige Höhen. Die specielle Einrichtung dieser Hebemaschine ist in Fig. 442 abgebildet. Die

Fig. 442.



gußeisernen Böcke ABC und $A_1B_1C_1$ sind durch die schmiedeeisernen Bolzen AA_1, BB_1 und CC_1 zu einem Ganzen vereinigt, und lassen sich mit ihren Fußplatten AC und A_1C_1 auf eine starke hölzerne Grundlage aufschrauben. Dieses Gestelle trägt zwei horizontale Wellen; nämlich eine hohle gußeiserne Welle D zum Aufwickeln des Seiles S, woran die Last hängt, und eine schwache Welle E, mit den Kurbeln F und F_1. Die Kraft P der Kurbeln wird mittels eines kleinen Zahnrades G von etwa 10 Zähnen und eines größeren Zahnrades HH von etwa 70 Zähnen auf die Lastwelle D übergetragen. Eine Sperrklinke s, welche vom Bolzen BB_1 herabhängt und in das Rad G eingreift, verhindert das Zurückgehen der Last, wenn die Kraft zu wirken aufhört, und eine sogenannte Falle f, welche ebenfalls von BB_1 herabhängt und die Welle E umfaßt, verhindert das Ausweichen dieser Welle in ihrer Axenrichtung. Wird diese Falle ausgehoben, so kann man die Welle so weit verschieben, daß G aus dem Eingriff mit H kommt, und die Welle D beim Abwickeln des Seiles S ohne EG umläuft.

Ist P die Kraft, Q die Last, a die Kurbelarmlänge, b der Hebelarm der Last oder die halbe Stärke der Welle sammt halber Stärke des Seiles, und ist n_1 die Anzahl der Zähne des kleinen Treibrades G, n_2 aber die des größeren Getriebrades H, so hat man wie III., §. 51: Transportable Vorgelegshaspel.

$$P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a} Q.$$

Läßt man das Seil, wie in Fig. 441, noch über eine lose Rolle gehen, so hat man statt Q, $\frac{Q}{2}$ zu setzen, weshalb dann

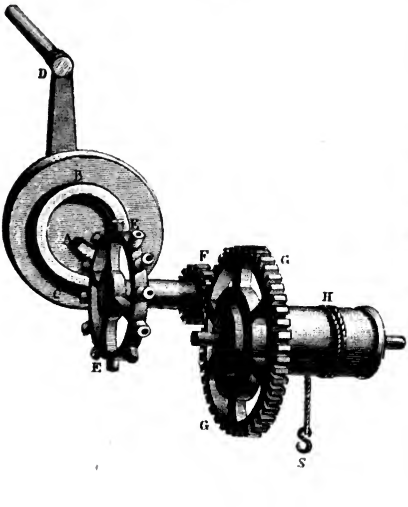
$$P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a} \frac{Q}{2} \text{ ist.}$$

Beispiel. Wenn bei dem Aufzug in Fig. 441 die Last $Q = 2800$ Pfund, das Armverhältniß $\frac{b}{a} = \frac{1}{4}$, und das Zähnezahlenverhältniß $\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{7}$ beträgt, so hat man die erforderliche Kraft an den Haspelhörnern, ohne Rücksicht auf Reibung:

$$P = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2800}{2} = \frac{400}{8} = 50 \text{ Pfund.}$$

§. 216. Eine andere Vorrichtung zum Aufziehen großer Lasten ist Long's tragbare Hebemaschine (s. Civil-Engineer and Architects Journal, July 1852; auch Dingler's Journal, Bd. 125). Der wesentlichste Theil dieser Maschine ist die Spiralscheibe ABC, Fig. 443, Gegenwinden.

Fig. 443.



welche durch eine Kurbel D in Umdrehung gesetzt wird, und mit ihrem Spiralgange in die aus cylindrischen Rollen bestehenden Zähne eines Rades EE eingreift. Mit dem letzteren Rade auf einerlei Welle sitzt noch das kleine Zahnrad F, und dieses greift wieder in ein größeres Zahnrad GG, das auf den Rundbaum H aufsitzt, um welchen sich das die Last tragende Seil S wickelt. Leicht ist einzusehen, daß das Rad EE bei einer Umdre-

Gegenwinden. hung der Spiralscheibe oder der Schnecke ABC von dieser um einen Zahn fortgeschoben wird. Ist a die Kurbelarmlänge, b der Hebelarm der an S hängenden Last, ferner n die Anzahl der Zähne oder Rollen des Rades EE, dagegen n_1 die der Zähne von FF und n_2 die Anzahl der Zähne von GG, so hat man für die Kraft an der Kurbelspille:

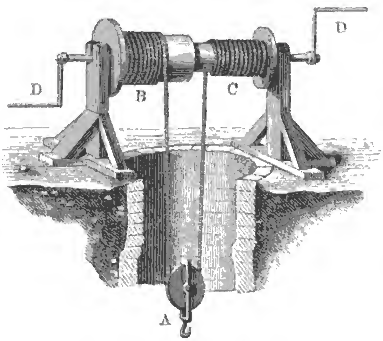
$$P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{Q}{n}.$$

Die Wirkung der Spiralscheibe ist mit der einer Schraube ohne Ende (s. III., §. 148) zu vergleichen; denn wenn man das Vorgelege wegläßt, also die Last Q unmittelbar an die Welle des Rades hängt, so hat man für beide Maschinen:

$$P = \frac{b}{a} \cdot \frac{Q}{n}.$$

Es gehört auch hierher die sogenannte Gegenwinde oder der Licht- oder Differenzialhaspel (franz. treuil de la Chine, engl. chinese capstan), welcher in Fig. 444 abgebildet ist. Die Last Q hängt hier an einer losen Rolle A, und die Enden des Seiles, welches diese Rolle trägt, sind in entgegengesetzten Richtungen um eine Welle BC mit zweierlei Durchmesser gewickelt. Wird nun diese Welle durch eine Kurbel D oder auf eine andere Weise in Umdrehung gesetzt, so wickelt sich das eine Seilende auf den stärkeren Theil B der Welle auf und das andere Ende von dem schwächeren Theil C derselben ab, und es verkürzt sich folglich das herabhängende Seil BAC bei jeder Umdrehung der Welle nur um die Differenz der Wellenumfänge B und C.

Fig. 444.



Sind r_1 und r_2 die Halbmesser dieser Umfänge, so hat man die Verkürzung des Seiles bei einer Umdrehung $= 2\pi(r_1 - r_2)$ und folglich den entsprechenden Weg der Last Q:

$$\frac{2\pi(r_1 - r_2)}{2} = \pi(r_1 - r_2),$$

wogegen die Kraft P bei der Höhe a des Kurbelhornes den Weg $2\pi a$

zurücklegt. Es ist hiernach Gegenwinden.

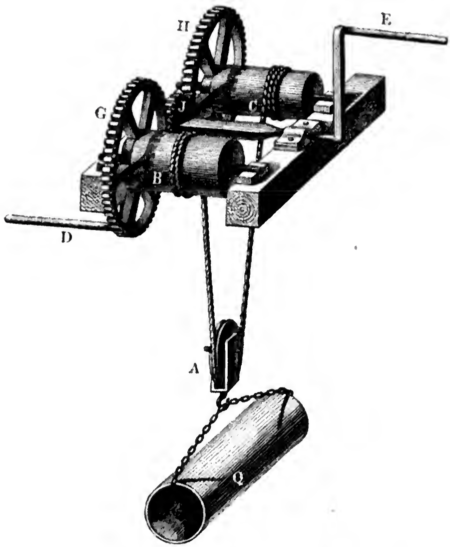
$$2\pi a P = \pi (r_1 - r_2) Q, \text{ d. i.}$$

$$P = \frac{r_1 - r_2}{2a} \cdot Q,$$

und es fällt folglich die Kraft um so kleiner aus, je weniger die Stärke des einen Rundbaumtheiles von der des anderen abweicht.

Der Aufzug in Fig. 445 ist eine Gegenwinde mit Vorgelege. Die Seilenden liegen hier in entgegengesetzten Richtungen auf den Wellen

Fig. 445.



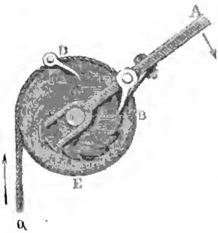
B und C von ungleicher Stärke, welche durch die Kurbeln D und E mittels des Räderwerkes FGH in entgegengesetzten Richtungen umgedreht werden. Ist hier wieder a die Kurbelhöhe und sind r_1 und r_2 die Halbmesser der Wellen B und C; ist ferner n_1 die Anzahl der Zähne des Rades F auf der Kurbelwelle, n_2 aber die Anzahl der Zähne von jedem der beiden Getriebräder G und H, so hat man die Kraft, durch welche die Last Q gehoben wird:

$$P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{r_1 - r_2}{2a} Q.$$

Aus III., §. 160 ist endlich noch zu ersehen, daß man auch Sperrräder

Gegenwinden. mit Sperrklinken dazu anwenden kann, große Lasten fortzuschaffen oder zu heben. Diese Vorrichtungen haben den Vortheil, daß man bei ihnen die Kraft an größeren Hebelarmen wirken lassen kann. Ein solcher Mechanismus ist theilweise in Fig. 446 abgebildet. Das Sperrrad wird hier

Fig. 446.



mittels eines Hebels AC und einer Klinke B absetzend umgedreht, und es wickelt sich hierbei das die Last Q tragende Seil auf die Trommel DE, welche mit dem Sperrrad auf einerlei Welle festsitzt. Ist a die Länge des Armes CA und b der die halbe Wellenstärke um die halbe Seilstärke übertreffende Hebelarm CB der Last, so hat man hier, wie bei einem einfachen Haspel oder Göpel (s. II., §. 84 und 85) die Kraft

$$P = \frac{b}{a} Q.$$

Beispiel 1. Wenn bei dem Aufzug in Fig. 443 das Rad EE, worin der Spiralgang eingreift, 12 cylindrische Zähne, das Triebrad F deren 10, und das Getriebrad GG deren 60 hat, wenn ferner der Rundbaum H, 8 Zoll und das Seil S, 2 Zoll Stärke, und endlich die Kurbel 20 Zoll Armlänge besitzt, so ist das Kraftverhältniß dieser Maschine:

$$\frac{P}{Q} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{Q}{n} = \frac{10}{60} \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{288},$$

und folglich die Kraft, welche das Aufziehen einer Last $Q = 6000$ Pfund erfordert, $P = \frac{6000}{288} = 20,83\ldots$ Pfund.

Beispiel 2. Geben wir dem Vorgelegshaspel in Fig. 445 dasselbe Umsetzungsverhältniß $\frac{n_1}{n_2} = \frac{10}{60}$, machen wir die Rundbaumstärken 10 und 9 Zoll, und wenden wir wieder eine Kurbelhöhe von 20 Zoll an, so haben wir das Kraftverhältniß:

$$\frac{P}{Q} = \frac{1}{6} \cdot \frac{10-9}{2\,.\,20} = \frac{1}{6\,.\,40} = \frac{1}{240};$$

folglich für die Last $Q = 6000$ Pfund, die Kraft

$$P = \frac{6000}{240} = 25 \text{ Pfund}.$$

Aufzüge. §. 217. Die Aufzüge werden zum Emporheben von Baustücken, Waaren oder Gütern, Getreide, Kohlen, Erzen u. s. w. angewendet, und man hat hiernach Bau-, Waaren- oder Güteraufzüge, Getreideaufzüge, Kohlen- und Erz- oder sogenannte Gichtaufzüge. Man kann zwei Aufzugssysteme von einander unterscheiden; bei dem einen Systeme ist es eine Kette ohne Ende, wodurch die Last emporgehoben wird, bei dem anderen Systeme wird hingegen die Last durch ein Seil oder eine Kette mit Ende emporgezogen. Bei einem Aufzuge mit

Kette ohne Ende ist die Kette entweder mit besonderen Aufziehschlägen zur Aufnahme der Last versehen, oder sie erhält Haken, womit sie die emporzuhebende Last oder das Gefäß, in welchem dieselbe enthalten ist, ergreift. In beiden Fällen wird das Fortlaufen der Ketten und das Emporsteigen der Last durch Umdrehung der Welle bewirkt, auf welcher das eine Rad oder das eine Räderpaar, um welche sich die Kette ohne Ende legt, festsitzt. Aufzüge, welche die Last durch ein Seil mit Ende emporheben, haben entweder eine Trommel, auf welche sich das Seil während des Aufsteigens der Last aufwickelt, oder erhalten einen Kolben, welcher durch den Druck des Dampfes oder Wassers in Bewegung gesetzt wird und dabei das Seil mit sich fortzieht. Die Umdrehung der Trommel kann entweder durch die Kraft der Menschen oder die des Wassers, Dampfes u. s. w. bewirkt werden. Aufzüge.

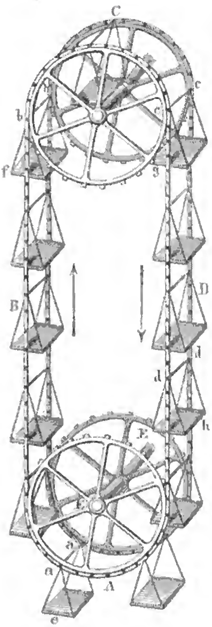
In den meisten Fällen sind diese Aufzüge nur mit einem Ziehseile versehen, und es ist deshalb nöthig, daß dasselbe wieder herabgelassen wird, bevor es eine neue Last erfassen und emporheben kann. Um dieses Zurückgehen des Ziehseiles zu reguliren, zumal, wenn dasselbe noch ein leeres Gefäß oder eine Schaale zur Aufnahme der Last trägt, bedient man sich eines Gegengewichtes oder eines Bremses. In selteneren Fällen wendet man, wie bei der im folgenden Kapitel abzuhandelnden Schachtförderung zwei Zugseile mit zwei Gefäßen an, so daß immer während des Aufsteigens der Last das leere Gefäß niedersinken kann. Um die rückgängige Bewegung der Aufzüge hervorzubringen, hat man Aus- und Einrückzeuge anzubringen, wie aus III., §. 204 bekannt sind.

Hat man es mit einer lockeren Fördermasse zu thun, so kann man auch den Aufzug in einer Eimer- oder Becherkette bestehen lassen, die nahe die Einrichtung hat, welche bereits in II., §. 244 angegeben worden ist. Es gehören hierher die sogenannten Elevatoren, welche zum Emporheben des Getreides oder Mehles in Mühlen angewendet werden, und in gewissem Grade auch die sogenannten Baggermaschinen zum Ausbaggern oder Reinigen der Flußbetten und Häfen von Sand, Schlamm u. s. w.

§. 218. Ein Gichtaufzug mit Kette ohne Ende ist in Figur 447 (auf folgender Seite) abgebildet. A und C sind zwei Paar mindestens 7 Fuß hohe Eisenscheiben mit keilförmigen Zähnen, und $ABCD$ ist ein Paar um beide Scheibenpaare liegende schmiedeeiserne Laschenketten, zwischen deren Glieder die Zähne der Scheiben greifen, so daß diese Ketten, selbst bei einem größeren Widerstande derselben, von den umlaufenden Scheiben mitgenommen werden. Die beiden Ketten sind in gewissen Abständen durch schmiedeeiserne Bolzen aa, bb, cc, . . . mit einander verbunden, an welchen die Aufziehschaalen e, f, g, h u. s. w. hängen, die zur

Aufzüge. Aufnahme der Lasten oder der die Erze enthaltenden Aufziehgefäße dienen. Die Welle *EE* des unteren Scheibenpaares wird mittels eines Räderwerkes durch ein Wasserrad oder eine Dampfmaschine langsam umgedreht, so daß die Ketten eine kleine Geschwindigkeit von etwa $1/2$ Fuß annehmen. Wird die Last, z. B. ein Erzkästchen, auf die emporsteigende Schaale *e* gestellt, so steigt dieselbe allmälig empor, und ist diese Schaale oben, z. B. in *f*, angelangt, so kann man diese Last wieder von dem Aufzuge abheben. Nachdem man das Kästchen ausgeleert hat, setzt man es wieder auf eine Aufziehschaale, welche nun mit demselben auf der anderen Seite des Aufzuges herabsinkt, so daß es unten vom Aufzuge abgenommen und von neuem gefüllt werden kann. Uebrigens ist es mit keinem wesentlichen Nachtheil verbunden, wenn das Abheben eines gefüllten oder leeren Erzkästchens ein Mal aus Versehen unterblieben ist; ein solches Kästchen macht dann noch einen Umlauf mehr, erfordert dabei aber weiter keinen Arbeitsaufwand, da es beim darauf folgenden Sinken fast eben so viel Arbeit verrichtet, als es beim nächstfolgenden Steigen beansprucht.

Fig. 447.



Man kann auch die Aufziehschaalen ganz entbehren, wenn man die Ketten ohne Ende mit Bolzen oder Haken versieht, womit sie die Last oder das Gefäß, welches dieselbe enthält, ergreifen.

Bei dem in Fig. 448 (auf nebensteh. Seite) nur theilweise abgebildeten Gichtaufzuge besteht das aufzuziehende Gefäß in einem Hund oder Wagen *A*, dessen Seitenwände mit Haken *a*, *a*, ausgerüstet sind, die von den Bolzen *b*, *b* der Aufziehketten ergriffen werden und sich erst davon wieder losmachen, wenn der Wagen oben angekommen ist. Diese Wagen werden nicht allein auf einer Schienenbahn unten zugeführt, sondern auch auf eine solche oben abgesetzt. Die obere Schienenbahn erhält so viel Fallen, daß sich die Wagen durch ihre eigene Schwere von dem Aufzuge entfernen und der Gicht zulaufen. Die ausgeleerten Wagen werden auf einer zweiten Bahn wieder niedergelassen. Damit die Ketten durch die etwas excentrisch wirkende Wagenlast nicht schief oder gar von den Scheiben

Fig. 448.

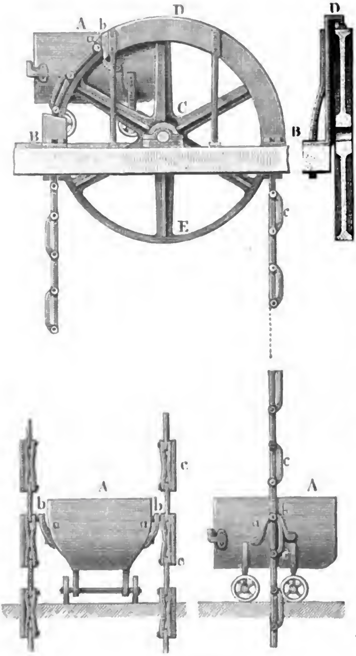
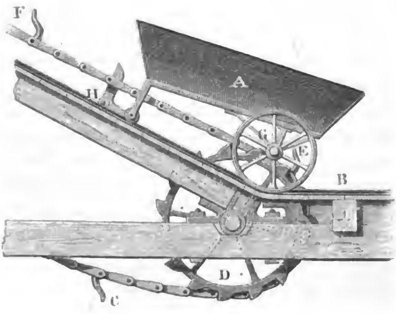


Fig. 449.



herabgezogen werden, sind die Ketten noch mit besonderen Gliedern *c, c* versehen, und die Scheiben *CE* an den Stellen, wo die Ketten aufliegen, mit festen rinnenförmigen Leitungen *BDB* für diese Glieder umgeben. Aufzüge.

Die Einrichtung eines Gichtaufzuges mit endloser Kette und gegen den Horizont geneigter Bahn ist aus Fig. 449 zu ersehen, welche den unteren Theil desselben, und zumal die Art und Weise wie der Wagen von den Haken an der Kette ergriffen wird, vor Augen führt. Der Wagen *A* wird auf der Schienenbahn *B* zugeführt und die endlosen Ketten *CDEF* über eine Rolle oder Scheibe *DE* geleitet, die mit Zähnen ausgerüstet ist, welche zwischen die gabelförmigen Glieder der Kette greifen. In Abständen von circa 10 Fuß von einander sind die ungefähr je 1 Fuß langen Kettenglieder mit Haken *C,E,F*... versehen, welche die hintere Wagenaxe *G* ergreifen und so den Wagen mit empor nehmen, bis er sich, oben angekommen, von selbst aushängt, und auf einer geneigten Bahn

Aufzüge. ohne äußere Beihülfe der Gicht zuläuft. Die obere Scheibe befindet sich über dem Gichtboden und wird mittels Räderwerk durch Dampf- oder Wasserkraft in Umdrehung gesetzt. Damit die Wagen beim etwaigen Zerreißen der Ketten nicht herabstürzen und Schaden anrichten, sind noch kleine Winkelhebel H längs der Bahn angebracht, welche zwar die Wagenaxe aufwärts gehen lassen, sich aber dem Rückwärtsgehen derselben entgegensetzen. Das Zurücklassen der leeren Wagen erfolgt auf einer Seitenbahn und mittels eines gewöhnlichen Bremshaspels (s. III., §. 166).

Sieht man von den Nebenhindernissen ab, so kann man den Arbeitsaufwand eines Aufzuges mit endloser Kette leicht wie folgt berechnen. Es sei das Gewicht der Fördermasse in einem Gefäße oder Wagen $= Q$, die Förderhöhe $= h$ und die Anzahl der in einer Minute zu hebenden Gefäße oder Wagen $= n$. Die Leistung pro Gefäß ist dann $= Qh$, folglich die pro Minute nQh, und daher die pro Secunde:

$$L = \frac{n}{60} Q h.$$

Diese Formel gilt jedoch nur dann, wenn das leer niedersteigende Fördergefäß G, wie z. B. in Fig. 447, dem aufsteigenden vollen zu Hülfe kommt. Außerdem ist $L = \frac{n}{60} (Q + G) h$ zu setzen.

Anmerkung. Einen Aufzug, wie in Fig. 448, hat in der neuesten Zeit Cavé zum Schachtfördern empfohlen (s. Armengaud's Génie industriel, deutsch Dingler's polytechn. Journal, Bd. 126, oder polytechn. Centralblatt, 1852). Um das Aufsteigen der gefüllten und das Niederlassen der leeren Wagen an derselben endlosen Kette möglich zu machen, wird von Cavé empfohlen, die gefüllten und leeren Förderwagen mittels eines auf Rädern stehenden und auf einer Schienenbahn beweglichen Bodens der endlosen Kette zuzuführen und von ihr abzunehmen. Zur Förderung aus tiefen Schachten möchte diese Maschine nicht tauglich sein.

§. 219. Ein einfacher Handaufzug ist in Figur 450 (auf nebenstehender Seite) abgebildet. Eine Spurscheibe AB von 7 bis 8 Fuß Durchmesser läßt sich mittels des Seiles $ABCD$ ohne Ende beliebig nach rechts oder links umdrehen, wobei sich das ohnedies mehrmals um die Welle E dieser Scheibe gelegte Seil auf der einen Seite ab- und auf der anderen aufwickelt. Ist nun an dem Ende des sich aufwickelnden Seiles eine Last Q angehangen, so gelangt diese durch die Drehung der Scheibe zum Steigen, während das leere Seilende allmälig von oben nach unten herabsinkt. Hat man auf diese Weise die Last Q von F nach G gehoben und oben abgehängt, so kann man an das herabgesunkene leere Seilende eine neue Last hängen, und diese durch Umdrehung der Scheibe in umgekehrter Richtung zum Steigen bringen.

Ein Gichtaufzug mit Wasserkraft kann besonders dann sehr einfach ausfallen, wenn das Wasser auf der Höhe des Gichtbodens zufließt, weil dann die eigentliche Umtriebsmaschine ganz wegfällt. Einen solchen Aufzug führt Fig. 451 vor Augen. *A* ist eine große Scheibe, um welche das Drahtseil zwei- bis dreimal gelegt ist, an dessen Enden die Aufzugschaalen *B* und *C* hängen, auf welche die Fördergefäße gesetzt werden. Jede Schaale hat einen doppelten Boden und bildet ein niedriges, wasserdichtes Gefäß, welches aus einem Behälter *D* oder *E* auf dem Gichtboden mit Wasser angefüllt und durch ein Ventil *b* in dem untersten Boden wieder geleert werden kann. Soll nun eine belastete Schaale empor- und gleichzeitig eine nur das leere Gefäß tragende Schaale niedersteigen, so öffnet man den Hahn des Aufschlagreservoirs auf der Seite der leeren Schaale und füllt das von ihrem Doppelboden gebildete Gefäß mit Wasser. Das Gewicht desselben bringt nun diese Schaale zum Sinken und hebt gleichzeitig mit die belastete Schaale in die Höhe. Ist die belastete Schaale oben und

Aufzüge.

Fig. 450.

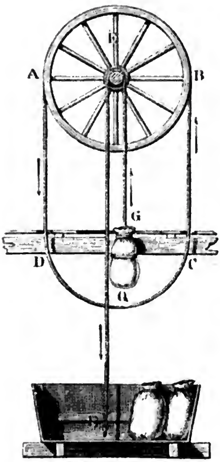
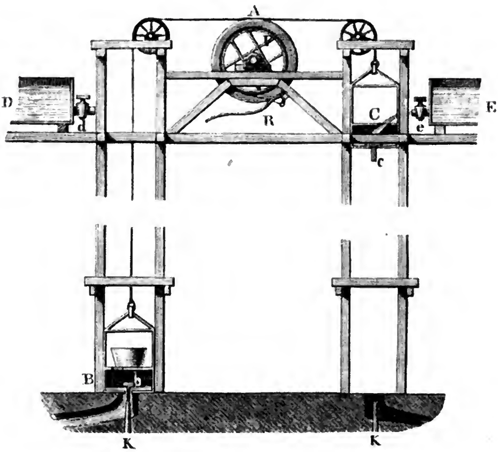


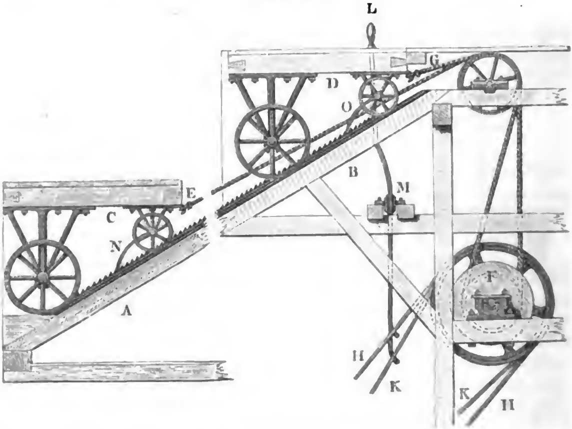
Fig. 451.



Aufzüge. die mit Wasser gefüllte Schaale unten angekommen, so öffnet sich das mit seinem Stiel auf ein Hinderniß K stoßende Ventil, und es fließt das Wasser aus dieser Schaale, die nun ebenfalls belastet und durch die Füllung der oben angekommenen Schaale gehoben werden kann. Um das Auf- und Niedersteigen der Schaalen zu reguliren, ist die Scheibe A noch mit einem Bremsrade F versehen, und die beschleunigende Kraft durch Bremsen an dem Drücker R aufzuheben.

Ein größerer Gichtaufzug, durch Wasser oder Dampf bewegt, ist in Fig. 452 abgebildet. Derselbe besteht aus zwei neben einander auf-

Fig. 452.



steigenden Schienenbahnen A und B mit einer Neigung von 30 bis 45 Grad und einer Länge von 40 bis 70 Fuß. Auf jeder dieser Bahnen befindet sich ein Wagen C (D) mit ungleich hohen Rädern und horizontalem Boden zur Aufnahme der in Körben, Kästen oder Wagen verpackten Förderlasten (Erze, Coaks u. s. w.). Beide Wagen sind durch ein Seil EFG mit einander verbunden, welches um den Korb oder die Trommel F gelegt ist, und daher während der Umdrehung der letzteren den einen Wagen auf der Bahn emporzieht und den anderen herabläßt. Um die regelmäßige Abwechselung im Steigen des vollen und Herablassen des leeren Wagens zu bewirken, muß die Trommel abwechselnd zum Rechts- und Linksumlaufen eingerichtet und daher noch ein Aus- und Einrückzeug angebracht sein. Das letztere kann in einem Zahnräderwerke, wie III., Fig. 413 oder 415, oder in einem Riemenräderwerke, wie Fig. 414, bestehen. Bei dem abgebildeten Aufzuge ist das letztere angewendet. Von

den beiden Riemen HH und KK, welche die Umtriebskraft auf die Korbwelle übertragen, ist der eine offen und der andere gekreuzt; und je nachdem nun durch den Rückhebel LMK der eine oder der andere Riemen auf eine feste oder auf die lose Rolle der Umtriebswelle geschoben wird, gelangt die Korbwelle nach der einen oder nach der anderen Richtung in Umdrehung. Die gezahnten Stangen längs einer Bahn dienen dazu, den Wagen mittels einer Klinke aufzuhalten, sobald das Zugseil abreißt. Aufzüge.

Ist Q die durch diesen Aufzug emporzuhebende Last, s der Weg desselben auf der geneigten Ebene oder Schienenbahn und α der Neigungswinkel dieser Bahn gegen den Horizont, so hat man die auf den Korbumfang reducirte Kraft $P = Q \sin.\alpha$, und die erforderliche Arbeit zum Aufziehen $Ps = Qs \sin.\alpha$.

Beispiel. Ist die Last eines Aufzuges $Q = 1000$ Pfund, der Neigungswinkel des Aufzuges, $\alpha = 30^0$ und die Länge der Aufzugbahn, $s = 70$ Fuß, so hat man die Kraft $P = 1000 \sin. 30^0 = 500$ Pfund und die Arbeit $Ps = 500 . 70 = 35000$ Fußpfund. Läßt man den Wagen mit $2\frac{1}{2}$ Fuß mittlerer Geschwindigkeit aufsteigen, so hat man die mittlere Leistung der Maschine pro Secunde $L = 500 . 2{,}5 = 1250$ Fußpfund, oder, wenn wir der Nebenhindernisse wegen 15 Procent zusetzen, $L = 1250 . 1{,}15 = 1438$ Fußpfund, d. i. beinahe 3 Pferdekräfte. Die Zeit eines Aufganges ist

$$t = \frac{s}{v} = \frac{70}{2{,}5} = \frac{140}{5} = 28 \text{ Secunden;}$$

setzen wir die Stillstandszeit 62 Secunden, so haben wir folglich den Zeitaufwand für ein Auftreiben 90″. Soll nun der Gichtaufzug zwei Hohöfen mit Eisenerzen, Kohlen und Zuschlägen von im Ganzen täglich $2 . 70000 = 140000$ Pfd. versorgen, so sind hierzu $\frac{140000}{1000} = 140$ Aufgänge, und ein Zeitaufwand von $140 . 90'' = 140 . 1{,}5' = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ Stunde Zeit nöthig.

§. 220. In neuerer Zeit hat man auch **pneumatische Aufzüge** in Anwendung gebracht. Zwei solcher Gichtaufzüge sind in den Figuren 453 und 454 (auf folgender Seite) abgebildet. Der Aufzug in Fig. 453 ist von **Gibbons** für vier Eisenhohöfen in der Nähe von Dudley construirt worden und hat sich schon seit einer Reihe von Jahren bewährt. Derselbe besteht aus einer $5\frac{1}{2}$ Fuß weiten und $51\frac{1}{2}$ Fuß langen Röhre AB aus Eisenblech, welche von unten mit comprimirter Luft gefüllt wird, und von dieser sammt der auf der von ihrem Deckel A gebildeten Plattform stehenden Last Q senkrecht emporgehoben wird. Die comprimirte Luft wird aus dem Windreservoir des Gebläses, welches die Hohöfen mit Wind versorgt, durch die Röhrenleitung $CDEFG$ zugeführt, und der Abschluß der unten offenen Röhre AB wird durch Wasser bewirkt, welches den ausgemauerten Schacht BEF fast ganz ausfüllt. Damit AB, welches anfangs auf einem Stege im Schachttiefsten aufruht, genau senkrecht Pneumatische Aufzüge.

Pneumatische Aufzüge.

emporsteigen könne, läßt man dasselbe innerhalb des Schachtes in Walzen K, K und außerhalb desselben in einer aus vier Säulen bestehenden Leitung gehen, gegen welche sich vier aus dem Haupte der Röhre AB hervorstehende Arme LL stemmen.

Fig. 453.

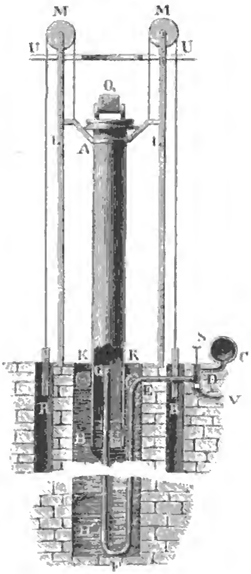
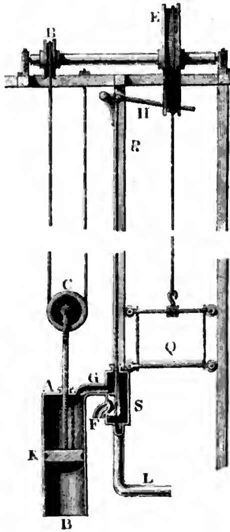


Fig. 454.



Um den Auf- und Niedergang der Kraftröhre AB zu reguliren, ist die Leitung, welche den Wind der Röhre zuführt, mit einem Steuercylinder DS versehen, in welchem ein Steuerkolben D (s. II., §. 221) auf- und niedergeschoben werden kann. Steht die Kraftröhre unten auf, und hat man die Last Q auf die Plattform derselben gebracht, so schiebt man den Steuerkolben abwärts und bringt ihn in die Stellung, welche die Figur anzeigt. In Folge dessen ist nun das Innere von AB mit dem Windreservoir des Gebläses in Communication gesetzt, und es wird diese Röhre durch das Uebergewicht des inneren Luftdruckes über den äußeren Luftdruck emporgehoben. Ist später die Last Q beinahe in das Niveau des Gichtbodens UU gekommen, so zieht die Kraftröhre mittels eines Hebels den Steuerkolben S wieder empor, und es tritt nun das Innere von

AB durch das Ausblaserohr V mit der äußeren Luft in Verbindung. Hat man nun durch Gegengewichte R, R, welche mittels über die Rollen M, M weggeführter Seile LMR, LMR an die Arme L, L der Röhre AB angeschlossen sind, das Gewicht der letzteren beinahe äquilibrirt, so sinkt nun die von der Last Q befreite Röhre AB wieder langsam herab, und treibt hierbei die Luft aus ihrem Inneren durch V nach außen. Außer der Mündung V ist noch ein Ventil im Kopfe der Kraftröhre angebracht, durch welches sich das Auf- und Niedersteigen der Kraftröhre reguliren läßt. (Näheres über diesen Aufzug s. The Civil-Eng. and Arch. Journal, 1849; und polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1850.) Pneumatische Aufzüge.

Statt der langen Kraftröhre läßt sich ein gewöhnlicher Cylinder AB, Fig. 454, mit Kolben und Kolbenstange anwenden, wenn man die Last nicht unmittelbar an die Kolbenstange anschließt, sondern dieselbe durch ein Vorgelege mit der Kolbenstange verbindet. Bei der Einrichtung des in Figur 454 abgebildeten Aufzuges wird der Kolbenhub s zunächst durch die lose Rolle C verdoppelt und dann durch die Welle DE mit den Rollen D und E in einem noch stärkeren Verhältnisse vergrößert. Ist z. B. der Durchmesser der Rolle D viermal in dem Durchmesser der Rolle E enthalten, so ist die Umfangsgeschwindigkeit der letzteren Rolle, und also auch die an derselben hängende Last Q, $2 . 4 = 8$ mal so groß als die Kraft des Kolben K, und es bedarf daher dieser nur einen Hub von 5 Fuß, um die Last Q, $5 . 8 = 40$ Fuß hoch zu heben. Der Zu- und Austritt des Windes aus dem Cylinder AB wird durch einen Schieber S bewirkt, der durch einen Hebel H mittels einer Stange RS auf- und niedergeschoben werden kann. In der gezeichneten Stellung gelangt die comprimirte Luft aus dem Regulator auf dem Wege LSG in den Cylinder; ist aber gegen Ende des Kolbenniederganges oder Lastaufganges der Schieber aufgezogen, so strömt die Luft auf dem Wege GF im Schieber S in die freie Luft.

Die Berechnung eines pneumatischen Luftaufzuges ist wie folgt zu vollziehen. Ist F die Kolbenfläche, p der äußere und p_1 der innere Luft- oder Winddruck pro Quadratzoll, so hat man die Kraft des Kolbens K.

$$P = F\,(p_1 - p),$$

und ist a der Halbmesser der Rolle D, b aber der der Rolle E, so folgt die Last:

$$Q = \frac{aP}{2b} = \frac{a(p_1 - p)F}{2b}.$$

Umgekehrt ist also die einer gegebenen Last Q entsprechende Größe der Kolbenfläche in Quadratzoll:

$$F = \frac{2bQ}{a(p_1 - p)},$$

Pneumatische Aufzüge.

welche allerdings wegen der Kolbenreibung und wegen anderer Nebenhindernisse noch um circa 25 Procent größer genommen werden muß. Bei dem Aufzuge in Figur 453 hat man dagegen einfach

$$Q = F\,(p_1 - p) \text{ und daher}$$

$$F = \frac{Q}{p_1 - p}.$$

Ist s der Kolbenhub, so hat man die Steighöhe der Last Q:

$$h = \frac{b}{a} \cdot 2s = \frac{2\,b\,s}{a},$$

und daher die geleistete Arbeit der Maschine für ein Aufziehen:

$$Ps = Qh = F\,(p_1 - p)\,s = V_1\,(p_1 - p),$$

wofern V_1 den Inhalt des Cylinders oder das bei einem Aufziehen verbrauchte Windquantum bezeichnet.

Ist n die Anzahl der Aufziehungen pro Minute, so ergiebt sich folglich die Leistung der Maschine pro Secunde:

$$L_1 = \frac{n}{60}\,Ps = \frac{n}{60}\,Qh = \frac{n}{60}\,V_1\,(p_1 - p).$$

Die entsprechende Leistung des Gebläses ist, da dasselbe Luft von der Pressung p in den Regulator drückt, worin die Pressung p_1 ist, nach I., §. 330:

$$L = \frac{n}{60}\,V_1\,p_1\,Log.\,nat.\left(\frac{p_1}{p}\right),$$

oder annähernd, bei einer mäßigen Pressung (s. I., §. 391):

$$L = \frac{n}{60}\,V_1 p_1 \left(\frac{p_1 - p}{p}\right)\left(1 - \frac{p_1 - p}{2p}\right);$$

folglich ist der Wirkungsgrad des pneumatischen Aufzuges selbst, wenn man von allen diesen geodynamischen Hindernissen absieht:

$$\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{p}{p_1}\left(1 + \frac{p_1 - p}{2p}\right), \text{ wofür meist}$$

$$= \frac{p}{p_1} \text{ gesetzt werden kann.}$$

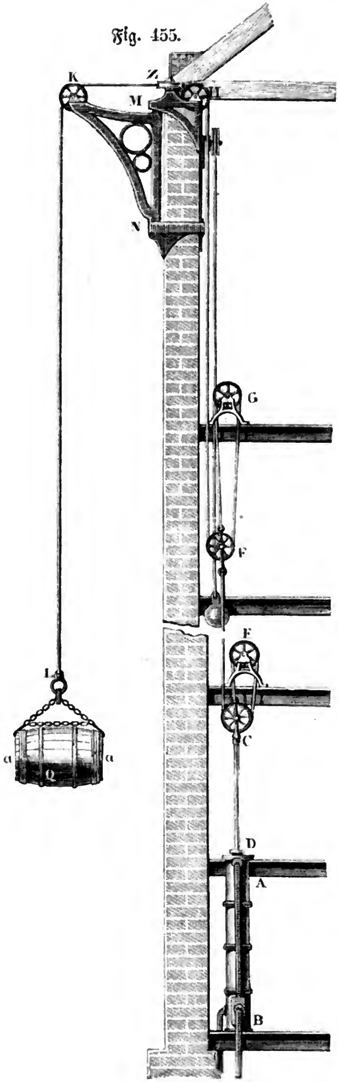
Beispiel. Wenn bei dem pneumatischen Aufzuge in Fig. 454 die Pressung der inneren Gebläseluft $p_1 = \frac{5}{4}\,p$ ist, wenn ferner die Last $Q = 1500$ Pfund und das Umsetzungsverhältniß $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$ beträgt, so hat man die erforderliche Querschnittsfläche des Windcylinders:

$$F = \frac{2\,b\,Q}{a\,(p_1 - p)} = \frac{8\,.\,1500}{\frac{1}{4}\,p} = \frac{48000}{p} = \frac{48000}{15{,}1} = 3177 \text{ Quadratzoll},$$

und daher den entsprechenden Kolbendurchmesser:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 63{,}6 \text{ Zoll}.$$

Fig. 455.



Der Sicherheit und insbesondere der Kolbenreibung wegen, möchte aber der Durchmesser Pneumatische Aufzüge.

$d = 72$ Zoll

in Anwendung zu bringen sein. Ist die ganze Steighöhe der Last $h = 40$ Fuß und die Anzahl der Aufgänge pro Stunde = 30, so hat man die Nutzleistung des Aufzuges im Mittel pro Secunde:

$$L = \frac{30 \,.\, 1500 \,.\, 40}{60 \,.\, 60} = \frac{1500}{3}$$

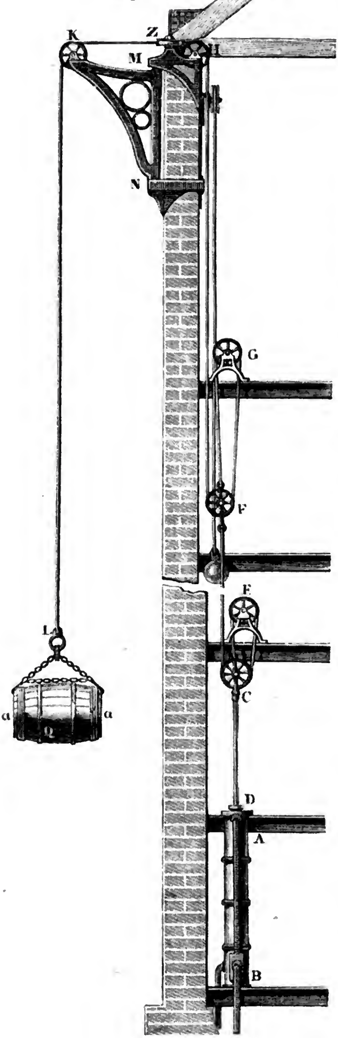
$= 500$ Fußpfund.

Wenn man diesen Aufzug 10 Stunden lang arbeiten läßt, so hebt man ein Erz- und Kohlenquantum von $10 \,.\, 30 \,.\, 1500 = 450000$ Pfund, welches für zwei große Eisenhohöfen vollkommen ausreicht.

§. 221. In neueren Zeiten wendet man, zumal in England, auch **Wassersäulenaufzüge** an. Dieses sind Aufzüge, welche durch den Druck einer Wassersäule in Bewegung gesetzt werden. Einen solchen Aufzug, von **Armstrong** construirt, zeigt Figur 455. *AB* ist der Treibecylinder, in welchem durch den Druck des Wassers ein Kolben von oben nach unten getrieben wird. An diesem Kolben sitzt eine Stange *CD* fest, an deren Kopf nicht allein eine Rolle *C*, sondern auch das Ende eines Seiles befestigt ist. Dieses Seil ist zuerst um eine feste Leitrolle *E*, dann um die Rolle *C* am Kopfe der Kolbenstange geschlagen und geht von da aufwärts nach einer dritten Rolle Wassersäulenaufzug.

Wassersäulenaufzug.

Fig. 456.



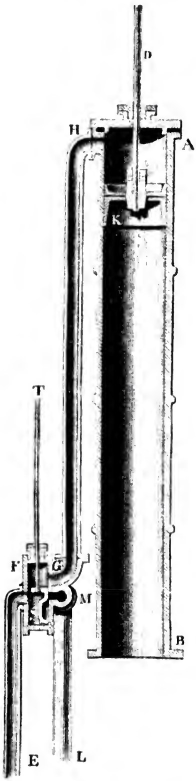
F, mit deren Axe es fest verbunden ist. Ein zweites Seil steigt zunächst von der Axe der letzteren Rolle zu einer vierten Rolle G auf, geht von da wieder nach der Rolle F herab, und erhebt sich nun bis unter das Dach des Waarenmagazins, für welches der Aufzug bestimmt ist. Hier führen es zunächst zwei Leitrollen H und J nach der Armspitze einer stehenden Welle MN, und von da wird es durch die Rolle K vertikal abwärts geleitet. Am Ende L des vertikal herabhängenden Seiles ist endlich eine Kette angeschlossen, welche zwei Haken a, a trägt, womit die zu hebende Last Q erfaßt werden kann. Es hängt also hier die Kolbenstange CD mittels der Rolle C an drei Seilen, und das eine von diesen drei Seilen mittels der Rolle G wieder an drei Seilen; ist folglich P die Kolbenkraft, so hat man die Spannung eines der drei Seile, welche die Rolle C tragen, $= \frac{P}{3}$, und die Spannung des Seiles $FHJKL$, an welchem die Last Q hängt, $= \frac{1}{3} \cdot \frac{P}{3} = \frac{P}{9}$. Sehen wir von den Nebenhindernissen ab, so haben wir demnach $Q = \frac{P}{9}$,
und umgekehrt, $P = 9\,Q$.

Setzen wir die Höhe der drückenden Wassersäule $= h$ und den Kolbenquerschnitt $= F$, so haben wir $P = Fh\gamma$, und folglich umgekehrt, die nöthige Kolbenfläche: Wassersäulenaufzug.

$$F = \frac{P}{h\gamma} = \frac{9Q}{h\gamma}.$$

Der erforderliche Kolbenweg s ist ein Neuntel der ganzen Förder- oder Steighöhe der Last Q.

Fig. 457.



Die Steuerung der Maschine, wodurch der Zutritt des Kraftwassers zum Treibecylinder abwechselnd hergestellt und aufgehoben werden kann, wird durch einen Schieber, wie bei einer Dampfmaschine, bewirkt. Man sieht in AB, Fig. 457, das Innere des Treibecylinders, in K den Treibekolben, und in KD die Treibekolbenstange. Es ist ferner S der Steuerschieber, EF das Eintritts-, GH das Communications- und LM das Austrittsrohr. Bei der abgebildeten Stellung des Steuerschiebers strömt das Kraftwasser auf dem Wege $EFGH$ nach dem Treibecylinder und nöthigt den Treibekolben K zum Niedergange. Hat man aber den Steuerschieber mittels seiner Stange ST hinreichend aufgezogen, so ist dem Kraftwasser der Weg nach G, und folglich auch nach dem Treibecylinder versperrt; dagegen kann während des nun eintretenden Kolbenaufganges das vorher wirksam gewesene Wasser auf dem Wege HG in die Steuerkammer zurück- und von da durch ML zum Ausgusse gelangen.

Um die Geschwindigkeit des Treibekolben-Auf- und -Niederganges mäßigen zu können, ist nun wie bei einer gewöhnlichen Wassersäulenmaschine, sowohl das Eintrittsrohr EF als auch das Austrittsrohr ML mit Hähnen oder Drosselventilen auszurüsten (s. II., §. 233); auch kann man, wenn die zu hebenden Waaren von sehr verschiedenem Gewichte sind, statt eines Treibecylinders, deren drei nebeneinander stehende anwenden, und nun je nach der Größe der Last entweder nur den Kolben des einen, oder den

Wassersäulenaufzug.

von zwei, oder den von allen drei Cylindern arbeiten lassen. Der hier beschriebene Aufzug nähert sich insofern schon mehr einem im Folgenden abzuhandelnden Krahne, als er nicht bloß zum Heben, sondern auch zum Fortschaffen in horizontaler Richtung eingerichtet ist, da er noch eine Drehung um die vertikale Axe MN (Fig. 456) zuläßt, wodurch das Hereinschaffen der Last Q in das Gebäude erleichtert wird.

Beispiel. Wenn bei dem in Fig. 456 abgebildeten Wassersäulenaufzuge die Kolbenreibung 15 und die hydraulischen Hindernisse 10 Procent der ganzen Wasserkraft verzehren, und wenn ferner durch das Umlegen der Aufzugseile um jede der sieben Rollen C, E, F, G, H, J, K die Last um fünf Procent wächst, welchen Querschnitt erfordert der Treibekolben, um bei einem Gefälle h von 100 Fuß eine Last Q von 2000 Pfund emporzuheben?

Die erforderliche Spannung des Seiles FH ist, da dasselbe über drei Rollen H, J, K liegt:

$$S = (1{,}05)^3 Q = 1{,}1576 \,.\, Q.$$

Die Spannung des Seiles CF ist, da sie drei Seilspannungen S, $1{,}05\,S$ und $(1{,}05)^2 S$ das Gleichgewicht hält:

$$S_1 = [1 + 1{,}05 + (1{,}05)^2]\; S = (1 + 1{,}05 + 1{,}1025)\; S = 3{,}1525\, S$$
$$= 3{,}1525 \,.\, 1{,}1576\, Q = 3{,}6494\, Q.$$

Die Stangenkraft ist, da sie ebenfalls drei Seilspannungen das Gleichgewicht hält:

$$P = [1 + 1{,}05 + (1{,}05)^2]\; S_1 = 3{,}1525\, S_1 = 3{,}1525 \,.\, 3{,}6494\, Q$$
$$= 11{,}504\, Q.$$ Auf der anderen Seite ist aber auch
$$P = (1 - 0{,}15 - 0{,}10)\; Fh\gamma = 0{,}75\; Fh\gamma$$

zu setzen; es folgt daher der gesuchte Kolbenquerschnitt

$$F = \frac{11{,}504\, Q}{0{,}75\, h\, \gamma},$$ oder $Q = 2000$, $h = 100$ und $\gamma = 66$ gesetzt,

$$F = \frac{11{,}504 \,.\, 2000}{0{,}75 \,.\, 100 \,.\, 66} = 4{,}648 \text{ Quadratfuß},$$

und der entsprechende Kolbendurchmesser:

$$d = \sqrt{\frac{4\, F}{\pi}} = 2{,}433 \text{ Fuß} = 29{,}2 \text{ Zoll}.$$

Der Wirkungsgrad dieses Aufzuges ist allerdings nur:

$$\eta = \frac{9\, Q\, s}{F s h \gamma} = \frac{9\, Q}{F h \gamma} = \frac{9 \,.\, 2000}{4{,}648 \,.\, 100 \,.\, 66} = \frac{30}{4{,}648 \,.\, 11} = \frac{30}{51{,}13} = 0{,}5867.$$

Hängemaschinen.

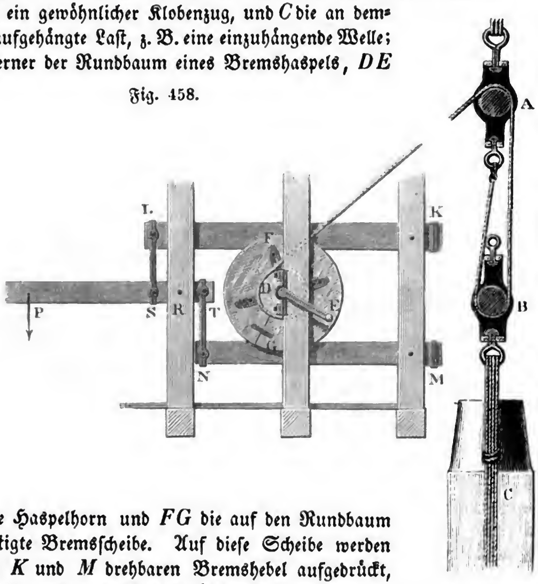
§. 222. Nicht selten kommt es auch vor, daß man größere Lasten nicht emporzuheben, sondern niederzulassen hat. Damit dieses Niederlassen ohne Beschädigung der Last und Maschine erfolge, muß dasselbe möglichst sanft und gleichförmig vor sich gehen, und es ist deshalb die Ueberwucht der Last durch eine Gegenkraft aufzuheben. Diese Gegenkraft kann aber nicht in einem Gegengewichte oder einer anderen activen Kraft bestehen, da dieselbe nach dem Niederlassen der Last an die Stelle derselben treten und folglich ebenso wie diese eine Gegenkraft zu ihrer Vernichtung erfor-

dern würde. Anders ist es aber, wenn man dem beschleunigten Niedergange der Last eine passive Kraft entgegensetzt, da diese zu wirken aufhört, sowie die Bewegung beendigt ist. Es ist deshalb stets auch nur ein Brems (III., §. 165), womit man das Niederlassen der Lasten regulirt. Hängemaschinen.

Der Mechanismus zum Niederlassen der Lasten besteht in der Regel der Hauptsache nach aus einer liegenden Welle mit einem Bremsrade oder einer Bremsscheibe. Um diese Welle ist das Seil geschlungen, an welchem die Last hängt und welches sich während des Niederlassens der Last allmälig abwickelt, wobei der Bremsdrückel auf das Bremsrad aufzudrücken ist.

Einen solchen Bremshaspel, wie er hierorts zum Einhängen der Bau- und Maschinenstücke in Schächten angewendet wird, stellt Fig. 458 vor. AB ist ein gewöhnlicher Klobenzug, und C die an demselben aufgehängte Last, z. B. eine einzuhängende Welle; D ist ferner der Rundbaum eines Bremshaspels, DE

Fig. 458.



das eine Haspelhorn und FG die auf den Rundbaum D befestigte Bremsscheibe. Auf diese Scheibe werden die um K und M drehbaren Bremshebel aufgedrückt, und hierzu dient der Bremsdrückel PR, welcher um die feste Axe R drehbar ist. Während ein Arbeiter den Bremsdrückel niederdrückt, und dadurch das Gewicht der Last C aufhebt, dreht ein anderer Arbeiter die Kurbel DE langsam um, wobei sich das auf dem Rundbaume D liegende Seil von demselben abwickelt, und die Last C langsam niedersinkt.

Ist Q die Last, und n die Anzahl der von A nach B gespannten Seile,

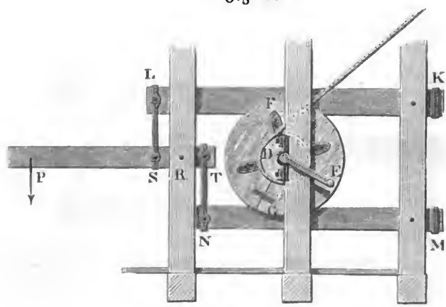
Hänge-maschinen.

so haben wir die Kraft am Umfange des Rundbaumes $Q_1 = \frac{Q}{n}$; ist b der Halbmesser des Rundbaumes mit Einschluß der halben Seilstärke, und a der Halbmesser der Bremsscheibe, so ist die Kraft am Umfange der letzteren, $R = \frac{b}{a}\, Q_1 = \frac{bQ}{na}$. Setzen wir dagegen die Bremskraft am Ende des Bremsdrückels $= P$, und die Kraftarme $\frac{KL + MN}{2} = a_1$ und $RP = a_2$, die Lastarme $KF = MG = b_1$ und $RS = RT = b_2$, endlich den Coefficienten der Reibung am Umfange der Bremsscheibe $= \varphi$, so haben wir auch $R = \varphi\, \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2} \cdot P$; es ist folglich

$$\varphi\, \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2}\, P = \frac{bQ}{na}, \text{ oder}$$

$$P = \frac{b\, b_1\, b_2}{a\, a_1\, a_2} \cdot \frac{Q}{\varphi n}.$$

Fig. 459.





Beispiel. Wenn bei dem in Figur 459 abgebildeten Bremshaspel die niederzulassende Last Q 3000 Pfund wiegt, und hierbei die Hebelarmverhältnisse folgende sind:

$$\frac{b}{a} = {}^2\!/_5,\ \frac{b_1}{a_1} = {}^1\!/_2 \text{ und } \frac{b}{a} = {}^1\!/_{10},$$

die Anzahl der gespannten Seile des Klobenzuges AB, $n = 6$ ist, und der Coefficient der Reibung am Umfange der Bremsscheibe, $\varphi = 0{,}3$ angenommen wird, so hat man die nöthige Kraft am Bremsdrückel, ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse und auf die Kraft an der Kurbel:

$$P = \frac{b}{a} \cdot \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{b_2}{a_2} \cdot \frac{Q}{\varphi n} = {}^1\!/_{10} \cdot {}^1\!/_2 \cdot {}^2\!/_5 \cdot \frac{3000}{0{,}3\ .\ 6} = {}^1\!/_{50} \cdot \frac{10000}{6}$$

$$= \frac{200}{6} = 33^1\!/_3 \text{ Pfund.}$$

§. 223. Zu den Maschinen zum Hängen oder Niederlassen von Lasten gehören auch die sogenannten Drops, d. i. diejenigen Mechanismen, womit man in England die Wagen, welche auf einer Eisenbahn zugefahren werden, sammt ihrer Last herabläßt in die Kohlenschiffe. Eine solche Hängemaschine ist in Figur 460 abgebildet. AB ist eine Schienenbahn, auf welcher ein Kohlenwagen, wie C, zugefahren wird; DE ist ein um Hängemaschinen.

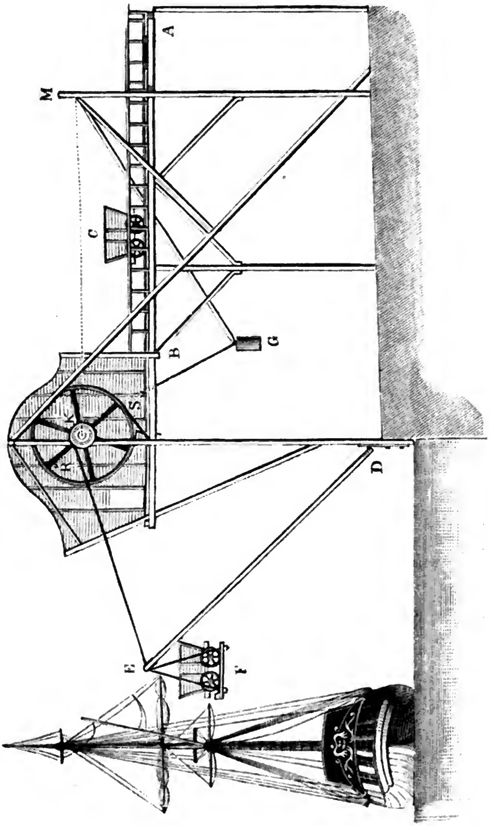


Fig. 460.

Hänge-maschinen.

D drehbarer Hebel, an welchem eine Brücke oder Schaale *F* hängt, welche bei dem höchsten Stande des Hebels in die Fortsetzung der Bahn *AB* fällt, und einen Kohlenwagen aufnimmt. An dem Ende *E* des Hebels ist ein Seil *EK* angebracht, welches sich beim Niederlassen eines gefüllten Wagens bis zum Kohlenschiffe von der Welle *K* ab- und beim Aufziehen des leeren Wagens auf diese Welle aufwickelt. Um das Letztere ohne Hülfe

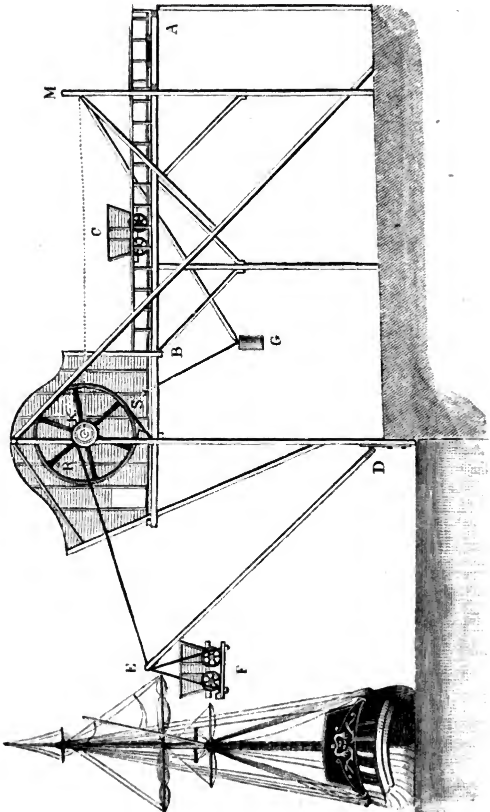


Fig. 461.

einer besonderen Kraft bewirken zu können, ist ein Gegengewicht G angebracht, welches einerseits an einem um M drehbaren Hebel GM und andererseits an einem Seile GK hängt, das sich beim Niederlassen des Wagens auf die Welle K aufwickelt, und hierbei G emporhebt, und sich dagegen beim Aufziehen der leeren Wagen durch G, von dieser Welle wieder abwickelt. Damit sowohl das Niederlassen des gefüllten als auch das Aufziehen des geleerten Wagens möglichst gleichförmig und mit mäßiger Geschwindigkeit erfolge, ist noch auf der Welle K ein hohes Bremsrad RS befestigt, welches durch ein Bandbrems S (s. Fig. 347, Seite 335) gebremst werden kann. Hängemaschinen

Bei der Anordnung und Construction einer solchen Hängemaschine kommt es nicht allein darauf an, daß das Gegengewicht ohne weitere Nachhülfe den leeren Wagen wieder emporhebe, sondern daß auch die Kraft zum Bremsen, wodurch sowohl dem beschleunigten Niedergange des gefüllten, als auch dem beschleunigten Aufgange des leeren Wagens entgegengewirkt wird, möglichst klein und deshalb in dem einen Falle eben so groß sei als in dem anderen Falle.

Nehmen wir an, daß die beiden Hebel DE und MG zugleich horizontal seien, wenn der Wagen seinen tiefsten Ort erreicht hat, und daß DE nahe $= DK$, sowie MG nahe $= MK$ sei. Ist dann Q das Gewicht der abzuladenden Kohlen eines Wagens, und W das Gewicht des letzteren sammt Schaale u. s. w., so haben wir die Kraft am Umfange der Welle, welche der Last $Q + W$ das Gleichgewicht hält, $\frac{Q + W}{sin. 45^0} = (Q + W)\sqrt{2}$; und da nun dieser Kraft das Gegengewicht G entgegenwirkt, so hat man die Kraft, welche durch das Bremsen beim Niedergange des gefüllten Wagens aufzuheben ist:

$$P = (Q + W)\sqrt{2} - G.$$

Dem leeren Wagen entspricht hingegen nur die Kraft $W\sqrt{2}$ am Umfange der Welle K, und folglich ist die Kraft, welche durch das Bremsen beim Aufgange des leeren Wagens zu verrichten ist:

$$P = G - W\sqrt{2}.$$

Durch Gleichsetzen dieser beiden Kräfte erhalten wir nun:

$$(Q + W)\sqrt{2} - G = G - W\sqrt{2},$$

und daher für die Größe des Gegengewichts, den Ausdruck:

$$1) \quad G = \frac{(Q + 2W)\sqrt{2}}{2} = (Q + 2W)\sqrt{\tfrac{1}{2}} = 0{,}7071(Q + 2W).$$

Weicht beim höchsten Stande des Wagens der Hebel DE um den Winkel $EDK = \alpha$ von der Vertikalen und dagegen der Hebel MG um den Winkel $KMG = \beta$ von der Horizontalen ab, so haben wir für diesen Stand:

Hängemaschinen.

$$P = \frac{(Q+W)\,sin.\,\alpha}{cos.\,\frac{\alpha}{2}} - \frac{G\,cos.\,\beta}{cos.\,\frac{\beta}{2}}$$, sowie

$$P = \frac{G\,cos.\,\beta}{cos.\,\frac{\beta}{2}} - \frac{W\,sin.\,\alpha}{cos.\,\frac{\alpha}{2}}$$, und es ist daher hiernach

$$G = \frac{(Q+2\,W)\,sin.\,\alpha\,cos.\,\frac{\beta}{2}}{2\,cos.\,\frac{\alpha}{2}\,cos.\,\beta} = \frac{(Q+2\,W)\,sin.\,\frac{\alpha}{2}\,cos.\,\frac{\beta}{2}}{cos.\,\beta}$$

zu nehmen.

Setzen wir nun diese beiden Ausdrücke für G einander gleich, so erhalten wir für die Abhängigkeit der Winkel α und β unter einander:

$$\frac{sin.\,\frac{\alpha}{2}\,cos.\,\frac{\beta}{2}}{cos.\,\beta} = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$, woraus sich

$$2)\qquad cos.\,\frac{\beta}{2} = \frac{sin.\,\frac{\alpha}{2} + \sqrt{4 + \left(sin.\,\frac{\alpha}{2}\right)^2}}{2\sqrt{2}}$$ ergiebt.

Da bei Umdrehung der Welle K das sich einerseits abwickelnde Seilstück dem sich andererseits aufwickelnden Seilstücke an Länge gleich sein muß, so hat man noch

$$GK = DE\,.\,\sqrt{2} - EK,$$

d. i., wenn man die Armlänge DE durch a und die Armlänge MG durch b bezeichnet,

$$2\,b\,sin.\,\frac{\beta}{2} = a\sqrt{2} - 2\,a\,sin.\,\frac{\alpha}{2},$$

und daher ist das erforderliche Armlängenverhältniß:

$$3)\qquad \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{\tfrac{1}{2}} - sin.\,\frac{\alpha}{2}}{sin.\,\frac{\beta}{2}}.$$

Wenn nun auch hiernach die Bremskraft am Anfange und am Ende des Niederlassens des vollen und des Aufziehens des leeren Wagens dieselbe ist, so folgt daraus noch nicht, daß sich die Kraft auch während des Niederlassens und Aufziehens gleich bleibe.

Beispiel. Wenn bei einer Hängemaschine, wie in Figur 461, die Last $Q = 1600$ und der Wagen $W = 600$ Pfund schwer ist, so hat man die Größe des erforderlichen Gegengewichtes

$$G = 0{,}7071\,(Q + 2\,W) = 0{,}7071\,.\,2800 = 1980 \text{ Pfund},$$

und daher die erforderliche Gegenkraft am Umfange der Welle: Hängemaschinen.

$$P = (Q + W)\sqrt{2} - G = G - W\sqrt{2} = 1132 \text{ Pfund.}$$

Ist nun der Durchmesser des Bremsrades sechs Mal so groß als der der Welle, so hat man diese Kraft, auf den Umfang dieses Rades reducirt:

$$F = \frac{1132}{6} = 189 \text{ Pfund.}$$

Bedeckt der Bremsgurt fünf Sechstel des Radumfanges, ist der Kraftarm des Bremsdrückels acht Mal so lang als der Lastarm, und nimmt man den Reibungscoefficienten des Bremses $\varphi = 0{,}3$ an, so hat man nach §. 171 die erforderliche Bremskraft:

$$K = \frac{e^{\varphi\beta} + 1}{e^{\varphi\beta} - 1} \cdot \frac{b}{a} F, \text{ da } \varphi\beta = 0{,}3 \,.\, {}^5/_6 \,.\, \pi = 0{,}7854,$$

folglich, da $e^{\varphi\beta} = 2{,}71828^{0{,}7854} = 2{,}193$ ist,

$$K = \frac{3{,}193}{1{,}193} \cdot \frac{189}{8} = 63{,}2 \text{ Pfund.}$$

Weicht der Hebel DE bei seinem höchsten Stande noch $\alpha = 10$ Grad von der Vertikalen ab, so hat man für den größten Neigungswinkel β des Schwengels MG gegen den Horizont, da $sin. \frac{\alpha}{2} = sin.\ 10^0 = 0{,}1736$, folglich $\left(sin. \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 0{,}03013$ ist,

$$cos. \frac{\beta}{2} = \frac{0{,}1736 + \sqrt{4{,}03013}}{2\sqrt{2}} = \frac{1{,}0905}{\sqrt{2}} = 0{,}7713,$$

daher $\frac{\beta}{2} = 39^0, 32'$, folglich $\beta = 79^0, 4'$, und endlich das Armlängenverhältniß:

$$\frac{b}{a} = \frac{0{,}7071 - sin. \frac{\alpha}{2}}{sin. \frac{\beta}{2}} = \frac{0{,}7071 - 0{,}1736}{0{,}6365} = 0{,}8382.$$

Ist die Last $h = 40$ Fuß hoch herabzulassen, so hat man die Länge des Hebels DE:

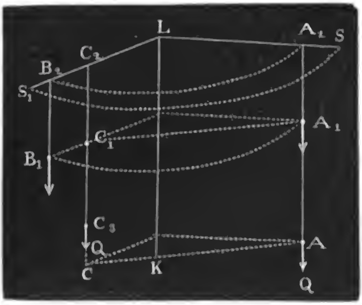
$$a = \frac{h}{cos.\ \alpha} = \frac{40}{cos.\ 20^0} = 42{,}56 \text{ Fuß, und die des Hebels } MG\text{:}$$

$$b = 0{,}8382 \,.\, 42{,}56 = 35{,}68 \text{ Fuß.}$$

§. 224. Die **Krahne** oder **Kraniche** (franz. grues, engl. cranes) sind die vorzüglichsten Hülfsmittel, um größere Lasten auf kleineren Wegen in horizontaler und in vertikaler Richtung fortzuschaffen; man findet sie deshalb auch vorzüglich in Schiffswerften, Waarenmagazinen, technischen Werkstätten und auf Bauplätzen angewendet. Der Hauptheil eines Krahnes besteht in einer stehenden Welle, durch deren Umdrehung das Fortschaffen der Lasten in horizontaler Richtung erfolgt. Um außerdem noch die Last zu heben oder niederzulassen, ist mit dieser stehenden Welle noch eine liegende Radwelle verbunden, auf welche die Kette oder das Seil zu liegen kommt, woran die Last hängt. Die horizontale Bewegung Krahne.

Krahne. der Last erfolgt in einem Kreise, der natürlich um so größer ausfällt, je länger der Arm oder der sogenannte Schnabel (franz. la volée, engl. the gib or neck) des Krahnes, d. i. je entfernter der Aufhängepunkt der Last von der Axe der stehenden Welle ist. Ist daher, wie bei den meisten Krahnen, dieser Aufhängepunkt am Armende fest, so kann man die Last durch Umdrehung des Krahnes nicht nach jedem beliebigen Punkte horizontal fortschaffen. Um dies zu können, ist vielmehr noch eine veränderliche Schnabellänge, oder wenigstens eine Beweglichkeit des Aufhängepunktes der Last längs des Schnabels nöthig. Krahne mit dieser besonderen Einrichtung werden vorzüglich in Gießereien zur Bewegung der großen Formkästen, Modelle und Gußstücke angewendet. Wie durch einen solchen Krahn eine Last Q von jedem beliebigen Punkte A nach jedem beliebigen Punkte B in der nächsten Umgebung desselben gebracht werden kann, ist aus Figur 462 zu ersehen, wo KL die stehende Welle und LS den Schnabel des Krahnes vorstellt. Zunächst wird der Schnabel durch Drehung der Welle KL über den Ort A der Last Q gebracht, der Aufhängepunkt A_2 derselben über A gestellt, und A mit A_2 durch eine Kette in Verbindung gesetzt. Dann wird die Last mit Hülfe der liegenden Welle nach A_1, d. i. so hoch emporgehoben, als es nöthig ist, um sie ungehindert horizontal fortschaffen zu können; darauf dreht man wieder KL so weit um, daß der Schnabel in die Lage LS_1 senkrecht über den Ort C_3 zu stehen kommt, wohin die Last Q gebracht werden soll, schiebt den nun nach B_1 gekommenen Aufhängepunkt der Last längs des Schnabels nach C_1 über den gegebenen Ort C_3, und läßt endlich die Last in C_1 herab nach diesem Orte C_3. Man hat auf diese Weise die Last Q im Ganzen um einen horizontalen Weg $AC = A_1 C_1$ fortbewegt und um eine gewisse Höhe CC_3 senkrecht gehoben. Bei den gewöhnlichen Krahnen, welche eine Verschiebung des Aufhängepunktes der Last längs des Schnabels nicht gestatten, kann die horizontale Verrückung AC der Last nicht jede beliebige Größe und Richtung erhalten, da sie die Sehne $s = 2 r \sin. \frac{\beta}{2}$ eines Kreisbogens bildet, dessen Halbmesser r die

Fig. 462.

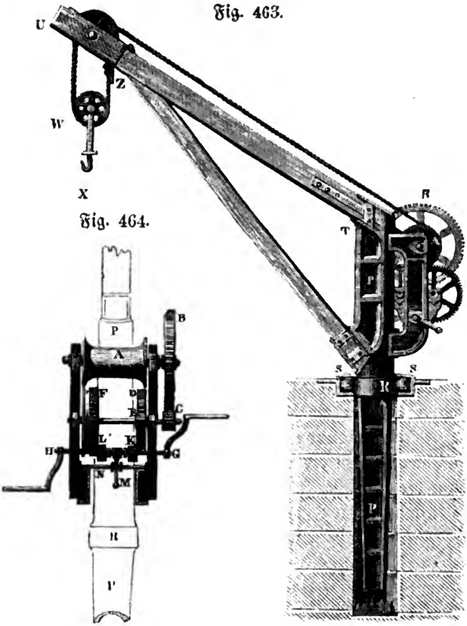


Schnabellänge und Centriwinkel β der Umdrehungswinkel der stehenden Welle ist. Krahne.

Die Bewegung der Krahne, und insbesondere auch das Aufziehen und Niederlassen der Lasten mit Hülfe der an denselben angebrachten horizontalen Radwelle, erfolgt sehr gewöhnlich durch die menschliche Kraft; in neueren Zeiten bedient man sich hierzu jedoch auch der Wasser- und Dampfkraft. In diesen Fällen hat man es mit sogenannten **Wassersäulenkrahnen** und **Dampfkrahnen** zu thun.

§. 225. Ein aus Holz und Eisen zusammengesetzter Krahn mit unveränderlicher Schnabellänge, vom Herrn Cavé und für den Hafen zu Brest construirt, ist in Fig. 463 u. Fig. 464 abgebildet. Es ist hier PP die gußeiserne stehende Welle, Q der Zapfen oder Stift, und R der abgedrehte Hals derselben; es ist ferner TU der im Kopfe dieser Welle festsitzende hölzerne Schnabel und V die ebenfalls hölzerne Strebe desselben; endlich ist U eine Leitrolle, W eine an dieser hängende Kraftrolle und X ein an

Fig. 463.



Krahne. der Axe der letzteren hängender Haken zum Erfassen der Last. Das Seil, welches um beide Rollen liegt, ist mit einem Ende Z an dem Schnabel-

Fig. 465.

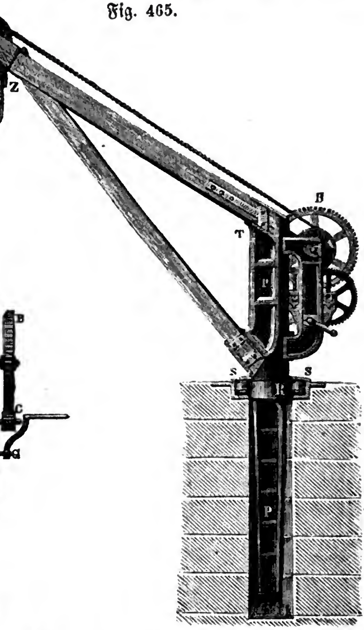
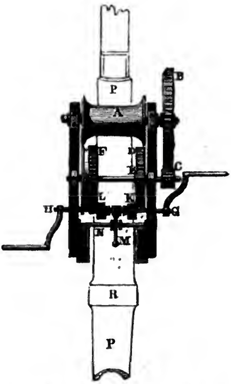


Fig. 466.



ende befestigt, und wickelt sich mit dem anderen Ende um eine Trommel oder Welle A auf. Auf dieser Welle sitzt ein Zahnrad B von 66 Zähnen fest, welches durch ein kleineres Zahnrad C von 11 Zähnen in Umdrehung gesetzt werden kann; und auf der Welle dieses Triebrades C befindet sich ein anderes größeres Zahnrad D mit 54 Zähnen, welches durch ein kleines Zahnrad K auf der Kurbelwelle GH in Umdrehung gesetzt werden kann. Bei dieser Anordnung kommen auf jede Umdrehung der Welle A, $^{66}/_{11} = 6$ Umdrehungen der Welle von C und D, und $6 \cdot {}^{54}/_{9} = 36$ Umdrehungen der Kurbelwelle. Fordert man aber noch ein stärkeres Umsetzungsverhältniß, so muß man außerdem noch von einer Radwelle EF Gebrauch machen, welche aus einem kleineren Zahnrade E von 9 und einem größeren Zahnrade F von 54 Zähnen besteht. Während das erstere statt K in das Zahnrad D eingreift, kommt F mit einem zweiten Getriebrädchen L auf der Kurbelwelle GH mit ebenfalls 9 Zähnen, zum Eingriff.

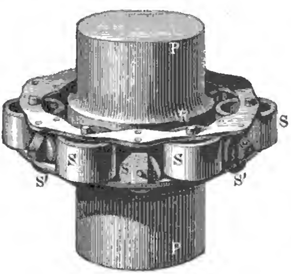
Bei dieser Umsetzung, wo also D nicht unmittelbar mit der Kurbelwelle in Verbindung ist, macht die Welle von EF, 36 und folglich die Kurbelwelle, $36 \,.\, {}^{54}/_{9} = 216$ Umdrehungen, während die Trommel A einmal umläuft. Um mit Bequemlichkeit nach Bedürfniß das eine oder das andere Umsetzungsverhältniß anwenden zu können, macht man die Triebräder K und L auf der Kurbelwelle GH verschiebbar, und setzt zu diesem Zwecke beide Räder auf einen gemeinschaftlichen Muff, welcher die Axe GH umschließt und in der Mitte drei Hülsen hat, in welche sich das hakenförmige Ende einer Falle oder eines Hebels einlegen läßt, der um eine feste Axe N drehbar und mit einem Gegengewichte M versehen ist. Je nachdem nun das Triebrad K in das Getriebrad D, oder das Triebrad L in das Getriebrad F eingreift, kommt diese Welle entweder in den linken oder in den rechten Halsring des Muffes zwischen K und L zu liegen, und soll endlich gar keins dieser Räder zum Eingriff kommen, also das übrige Räderwerk sammt der Last von der Kurbelwelle unabhängig gemacht werden, so muß sich, wie in der Figur vor Augen geführt wird, die Falle in den mittleren Halsring einlegen. Dieses ist allemal nöthig, wenn es darauf ankommt, die Kraftrolle W mit dem Haken herabzulassen und mit demselben eine neue Last zu erfassen. Krahne.

Die excentrische Aufhängung der Last macht, daß die stehende Welle PQ des Krahnes ein bedeutendes Bestreben zum Umstürzen oder Umdrehen um eine horizontale Axe hat, und deshalb mit seinem Halse R einen ansehnlichen Seitendruck gegen die Führung SS ausübt. Ist G die Last am Haken W des Krahnes, l der Abstand PQ des Halses R vom Zapfen Q des Krahnes, und a der Normalabstand des Aufhängepunktes der Last von der Axe PQ, so hat man diesen Seitendruck in dem Halslager

$$R = \frac{a}{l}\, G.$$

Es wächst also dieser Seitendruck nicht allein wie die Länge des Schnabels, sondern auch umgekehrt wie der Abstand des Halses vom Zapfen der stehenden Welle; und es ist daher besonders darauf zu sehen, daß der letztere nicht zu klein ausfalle.

Fig. 467



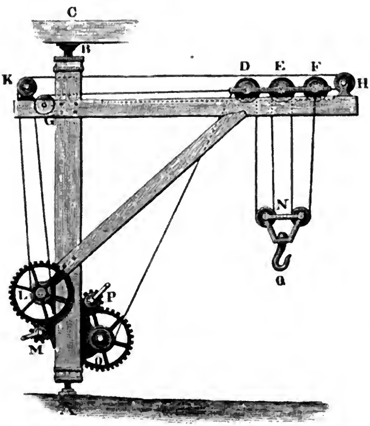
Um die aus dem Seitendruck R des Halses der stehenden Welle hervorgehende Seitenreibung möglichst herabzuziehen, umgiebt man noch diesen Hals mit Frictionsrollen (franz. galets, engl. frictionrollers), wie S, S, S, Fig. 467, welche sich bei der

Krahne. Umdrehung des Krahnes auf der Innenfläche eines cylindrischen Gehäuses aus Gußeisen fortwälzen. Um diese Walzen in gehörigem Abstande von einander zu erhalten, sind dieselben mit Axen versehen und mit zwei Halsringen umgeben, durch welche diese Axen hindurchgehen; und um auch die Reibung des untersten Halsringes auf seiner Grundfläche in eine rollende zu verwandeln, sind noch vertikale Rollen S_1, S_1, S_1 angebracht, welche sich gegen die Grundfläche des cylindrischen Gehäuses im Mauerwerke des Krahnes stützen.

§. 226. Steht ein Krahn innerhalb eines Gebäudes, so kann man denselben oben durch das Gebäude stützen, und ihm deshalb anstatt des Halses mit einem Zapfen am oberen Ende der stehenden Welle ausrüsten, wodurch, dem Obigen zu Folge, der Seitendruck möglichst herabgezogen wird, und folglich auch die Seitenreibung, welche sich der Umdrehung des Krahnes entgegensetzt, kleiner ausfällt als bei dem Krahne in Figur 465.

Krahne dieser Art sind in den Figuren 468 und 469 abgebildet. Bei beiden Krahnen ist A der untere Zapfen oder Stift, B der obere Zapfen und C der Balken, an welchem das Lager der letzteren sitzt. Diese beiden Krahne sind auch mit den Mechanismen zur Veränderung des Abstandes der Last von der Axe der stehenden Welle AB ausgerüstet. Bei dem ersten Krahne besteht dieser Mechanismus aus einem sechsrädrigen Wagen DEF, an welchem die auf- und niederzulassende Last angehängt wird und welcher mittels einer Schnur ohne Ende auf dem aus doppelten Bohlen bestehenden Schnabel GH hin- und zurückgezogen werden kann. Um diese Bewegung der Last bequem von unten bewirken zu können, ist das Seil ohne Ende über die Leitrollen G, H, K und um die Trommel L am Fuße des Krahnes gelegt, und auf dieser Trommel ein größeres Zahnrad befestigt, welches mittels eines kleinen Triebrädchens durch eine Kurbel M in Umdrehung gesetzt werden kann.

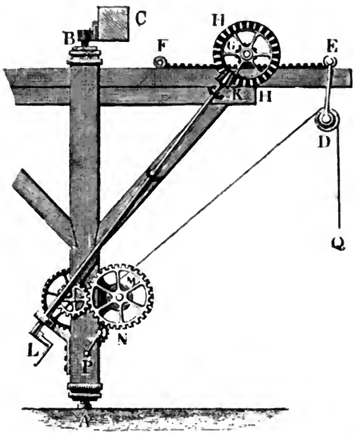
Fig. 468.



Das Seil, wodurch die Last aufgezogen und niedergelassen wird, läuft einerseits über ein einen vierseiligen Flaschenzug bildendes Rollensystem *DNENF*, wodurch die Kraft zur Ueberwindung der Last vierfach vermindert wird, und liegt andererseits auf einer Trommel *O*, welche mittels eines gewöhnlichen Zahnräderwerkes durch eine Kurbel *P* in Bewegung gesetzt werden kann. Krahne.

Bei dem Krahne in Figur 469 ist die Leitrolle *D*, um welche sich die die Last *Q* tragende Zugkette legt, durch ein Gelenk *DE* mit einer gezahnten Stange *EF* verbunden, die sich mittels eines Zahnrädchens *G* auf der oberen Seite des Krahnschnabels hin- und zurückschieben läßt. Um diese Verschiebung ohne große Kraftanstrengung von unten aus bewirken zu können, ist auf der Welle des kleinen Triebrädchens *G* noch ein größeres Winkelrad *HH* befestigt, in welches ein kleines conisches Triebrad *K* eingreift, das am Ende einer nach dem Fuße des Krahnes herabgehenden und in eine Kurbel *L* auslaufenden Welle *KL* festsitzt. Leicht ist zu ermessen, wie durch Umdrehung dieser Kurbel die gezahnte Stange *EF* sammt der an ihr hängenden Last *Q* auf dem Schnabel des Krahnes radial aus- oder einwärts bewegt werden kann. Das Zugseil oder die Aufziehkette wickelt sich wie gewöhnlich um eine Trommel *M*, die mittels eines Zahnräderwerkes *N* und einer Kurbel *P* durch die menschliche Hand in Umdrehung gesetzt werden kann.

Fig. 469.

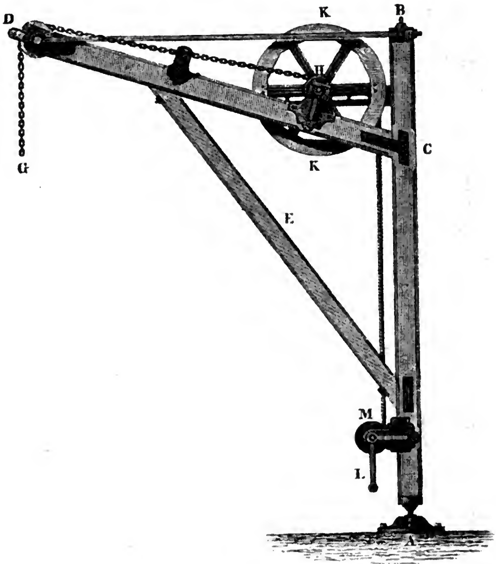


Bei den englischen Eisenbahnen wendet man zum Auf- und Abladen der Güter einfache Krahne mit einfachem Vorgelege ohne Zahnräder an, deren Einrichtung aus der Abbildung in Figur 470 (auf folgender Seite) zu ersehen ist. Es ist hier der Schnabel *CD* nicht allein durch eine Strebe *E*, sondern auch durch schmiedeeiserne Zugstangen *BD* unterstützt. Die Kette *GDH* zum Aufziehen der Last legt sich um eine Trommel *H*, welche mit einer hohen Scheibe *KK* auf einer und derselben Welle fest-

Krahne.

sitzt. Die letztere hat an ihrem Umfange eine tiefe Spur, in welche sich ein Seil legen läßt, dessen Ende sich während der Umdrehung der Kurbel *L* um die Trommel *M* wickelt. Mit *M* ist noch eine Frictionsscheibe ver-

Fig. 470.

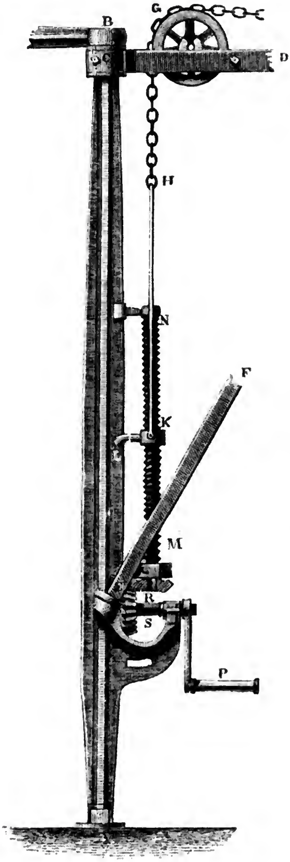


bunden, um welche ein Seil liegt, wodurch das beschleunigte Niederlassen der Güter verhindert wird.

In Figur 471 (auf nebenstehender Seite) ist noch der Haupttheil eines von Herrn Nowotny in Leipzig construirten Krahnes mit Schraubenbewegung abgebildet. Es ist hier *AB* die stehende Welle aus Gußeisen, *CD* sind die abgebrochen gezeichneten Schienen aus Schmiedeeisen von 3 Zoll Höhe und 1/2 Zoll Dicke, welche den Schnabel des Krahnes bilden, und *EF* sind die ebenfalls abgebrochen dargestellten schienenförmigen Streben des Schnabels. Die Kette, welche die nach Befinden 15 Centner schwere Last trägt, läuft über zwei größere Leitrollen, wovon jedoch, und zwar in *G*, nur eine abgebildet ist. Das Ende *H* dieser Kette ist an eine lange Gabel *HK* angeschlossen, welche eine Schraubenmutter *K* trägt, die mittels einer kleinen Gabel die innere Rippe der stehenden Welle

AB umfaßt. Die Schraubenspindel MN läßt sich mittels eines conischen Räderwerkes RS und einer Kurbel P in Umdrehung setzen. Während dieser Umdrehung steigt KL auf- oder abwärts und bringt mittels der Gabel HK und der Kette HG u. s. w. die Last zum Sinken oder Steigen. Krahne.

Fig. 471.



§. 227 Wenn es die Localität weder erlaubt, die stehende Welle eines Krahnes von oben, noch dieselbe ganz tief unten im Fundamente zu unterstützen, so ersetzt man dieselbe durch einen starken, mittels Bolzen oder Anker fest mit dem Fundamente verbundenen Ständer, ähnlich wie bei einer Bockwindmühle (s. II., §. 248), und umgiebt denselben mit einem drehbaren Rahmen, welcher mit dem Schnabel des Krahnes ein Ganzes ausmacht.

Einen solchen Krahn, vom Herrn Fairbairn aus Eisenblech construirt, zeigt Fig. 472 (auf folgender Seite). Es ist hier AB der gußeiserne Ständer, welcher mittels eines eisernen Kreuzes CAC und der Bolzen $CD, CD \dots$ fest mit dem Fundamente F verbunden ist. Der eigentliche Krahn EGK ist nach Art der Röhrenbrücken aus Eisenblech zusammengenietet; er ruht mit einer metallenen Pfanne B auf dem Kopfe des Ständers und umgiebt denselben an seinem Fuße mit einem breiten Halsring H. Der Mechanismus zum Heben der Last ist der gewöhnliche.

Krahne.

Fig. 472.

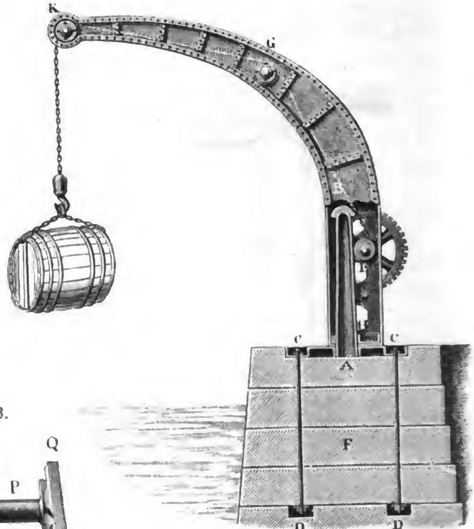
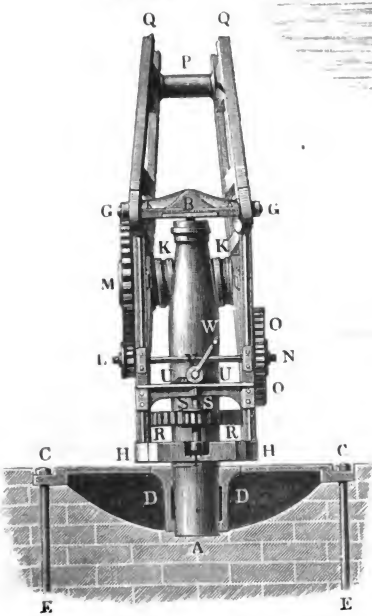


Fig. 473.

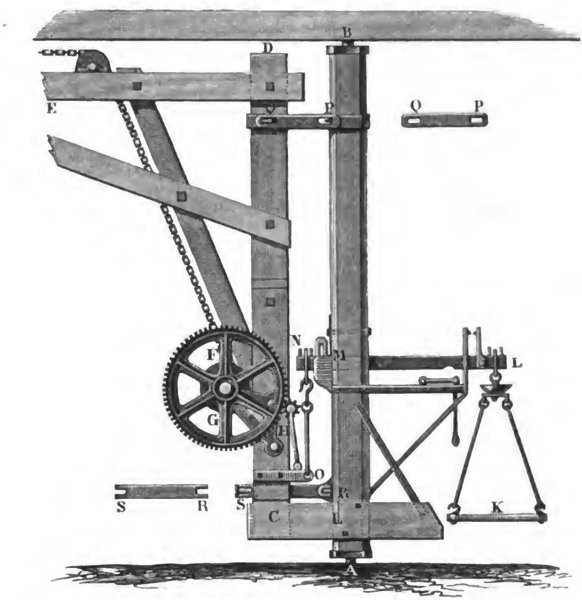


In Figur 473 ist die hintere Ansicht eines gußeisernen Krahnes mit festem Ständer *AB* abgebildet. Dieser Ständer ruht mit seinem Fuße *A* unmittelbar auf dem Fundamente, und wird durch ein starkes vierarmiges Kreuz *CDDC* und eine starke Hülse *DD* mittels der Bolzen *CE, CE* . . . fest mit dem Fundamente verbunden. Der Krahn selbst ruht mittels einer Pfanne *B* in dem Querriegel *GG* auf dem Stifte im Kopfe des Ständers, und umgiebt denselben mittels eines Halsringes *HH*.

Die Trommel KK ist zur Aufnahme der Aufziehkette längs ihres Umfanges schraubenförmig ausgeschnitten; sie läßt sich, wie an vielen anderen Krahnen, durch das Räderwerk LM entweder unmittelbar, oder erst mit Hülfe des Räderwerkes NOO in Umdrehung setzen. Die beiden gußeisernen Backen GQ, GQ, welche den Schnabel bilden, sind in der Figur, bei QQ hinter der Leitrolle P, abgebrochen gezeichnet. Dieser Krahn zeichnet sich vor den seither beschriebenen Krahnen noch dadurch aus, daß er mit einem besonderen Mechanismus zum Umdrehen um seine vertikale Axe ausgerüstet ist. Es sitzt nämlich hier auf dem Ständer ein Zahnrad RR fest, in welches ein Zahnrädchen SS eingreift, dessen stehende Welle TV im Krahngestelle gelagert ist, und durch ein conisches Räderwerk UUV mittels einer Kurbel W in Umdrehung gesetzt werden kann. Es ist leicht einzusehen, wie aus dieser Umdrehung auch eine Umdrehung des ganzen Krahngestelles um den Ständer AB hervorgeht. Krahne.

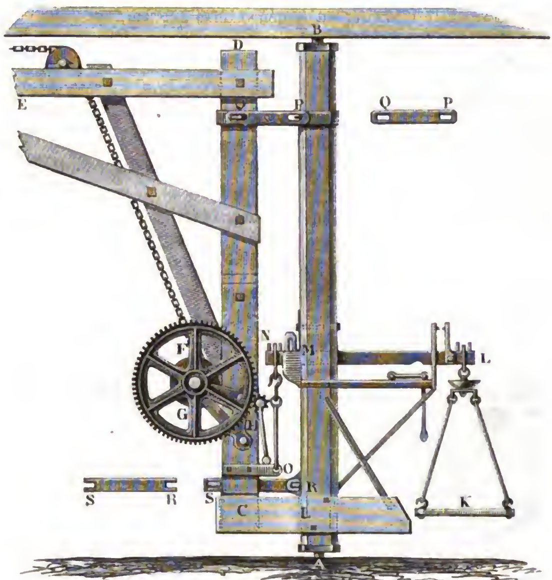
Zuweilen sind auch die Krahne so eingerichtet, daß man an denselben die von denselben zu bewegenden Lasten gleich mit abwägen kann. Ein solcher Krahn, mit einer nach dem aus II., §. 73, Anmerk., bekannten Principe der George'schen Brückenwaagen construirten Abwiegvorrichtung ist in Figur 474 vor Augen geführt. AB ist die stehende Krahn-

Fig. 474.



Krahne. welle und CDE der eigentliche Krahn, zum Theil abgebrochen gezeichnet, mit der Trommel F und dem Räderwerke GH zum Aufziehen und Niederlassen der Last. Vor und nach dem Abwägen der Last ruht die Säule CD sammt der Last auf dem Querfuß U der stehenden Welle AB;

Fig. 475.

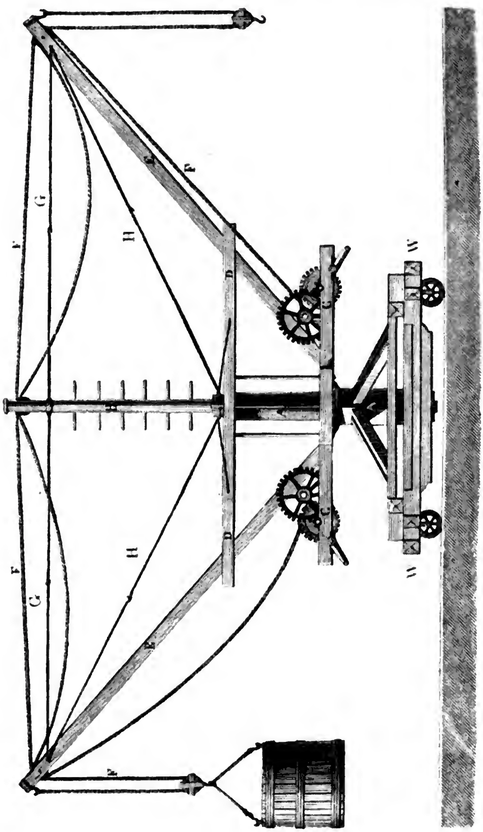


kommt es aber darauf an, die Last abzuwägen, so legt man so viel Gewicht auf die Waagschale K, als nöthig ist, um die Säule CD mittels des um M drehbaren Waagbalkens LMN und der Zugstange NO im Schweben zu erhalten. Um das Umschlagen des Krahnes zu verhindern, ist derselbe mit der stehenden Welle AB noch durch zwei Paar Schienen, wie PQ und RS verbunden, welche vier scharfe Schneiden P, Q, R und S in der stehenden Welle AB und in der Säule CD theils umfassen (PQ) und theils sich gegen dieselben anstemmen (RS). Die Angaben der Waage hängen, wie aus II., §. 73 bekannt ist, nur von den Verhältnissen des Waagbalkens LMN ab; ist das Armlängenverhältniß $\frac{ML}{MN} = 10$, so giebt

das Gewicht auf der Waagschale das Gewicht der Last zehnfach verkleinert an.

§. 228. Beim Bauwesen ist man oft genöthigt, bewegliche Krahne in Anwendung zu bringen. Dieselben sind auf ein Gestelle mit vier Rädern gestellt und lassen sich dadurch an jede Stelle, wo sie gebraucht werden sollen, hinführen. Einen doppelten Krahn dieser Art zeigt Figur 476. Es ist hier *AA* ein hohler Ständer, welcher mit dem Wagen *WW* fest verbunden ist, und *B* die stehende Welle des Krahnes, welche sich in der Höhlung des Ständers *A* drehen läßt. Die beiden Schnäbel *E* Bewegliche Krahne.

Fig. 476.



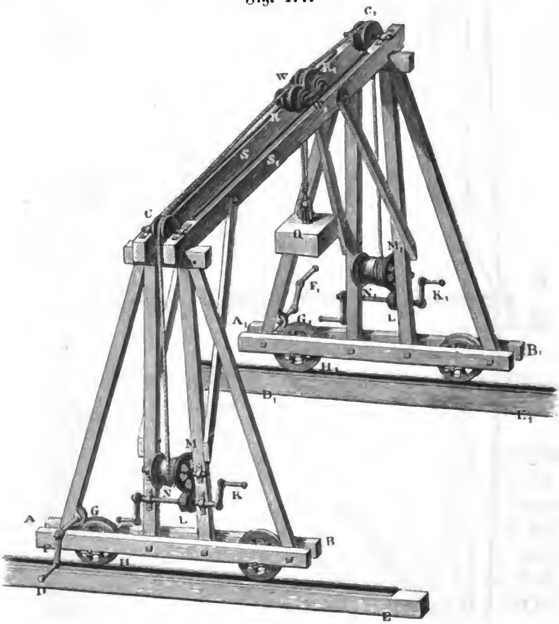
Bewegliche Krahne.

und E des Krahnes stützen sich auf einen Rahmen CC, welcher den Ständer mit einem Halsringe umgiebt, und die Räderwerke zum Aufziehen der Lasten trägt; und sind mit der stehenden Welle B durch ein Paar Pfosten DD und durch eiserne Zugstangen G, G und H, H verbunden. Die übrige Einrichtung ist nach dem Vorausgegangenen leicht zu beurtheilen. In der Zeichnung ist nur die eine Hälfte des Krahnes belastet, und daher nur das Seil $FFFF$ gespannt.

Die Stabilität eines belasteten Krahnes dieser Art fordert, daß die vertikale Schwerlinie desselben durch das Viereck hindurchgehe, dessen Ecken den Berührungspunkten der Räder mit der Bahn entsprechen.

Ein anderes Hebezeug, welches den Zweck eines Krahnes vollständig erfüllt, jedoch weder mit einer stehenden Welle, noch mit einem Ständer ausgerüstet ist, führt Fig. 477 vor Augen. Im Ganzen besteht diese

Fig. 477.



Vorrichtung aus zwei Böcken ABC und $A_1 B_1 C_1$, welche durch Schwellen und Streben unter sich zu einem Ganzen vereinigt, und mittels vier Räder auf eine Schienenbahn DE und $D_1 E_1$ gesetzt sind. Zur Fortbe-

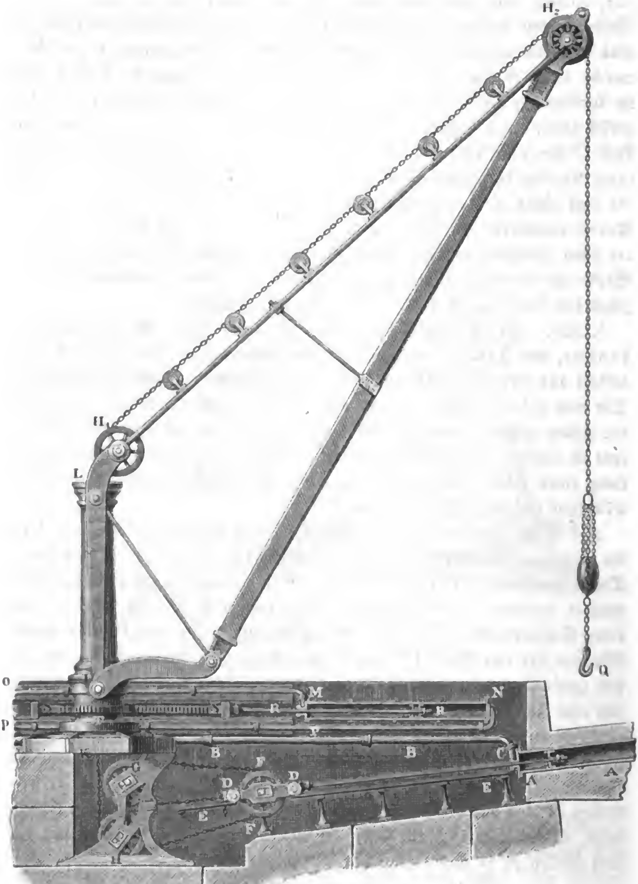
wegung dieses Hebezeuges auf der Schienenbahn dienen Kurbeln F, F_1, welche mittels kleiner Zahnräder G, G_1 die Wagen- oder Bockräder H, H_1 in Umdrehung setzen. Die Schwellen S und S_1, welche die beiden Böcke mit einander verbinden, bilden eine zweite Schienenbahn, welche einen vierrädrigen Wagen trägt, auf dessen Axen je eine Leitrolle R, R_1 festsitzt, um welche die Seile gelegt sind, mittels welcher die Last Q nicht allein gehoben, sondern auch längs der Bahn SS_1 fortbewegt werden kann. Diese Seile werden mittels der Leitrollen C, C_1 aus der horizontalen Lage in eine vertikale gebracht, und wickeln sich um die Trommeln N und N_1, welche durch Kurbeln K und K_1 mittels der Zahnräderwerke LM, $L_1 M_1$ in Umdrehung gesetzt werden können. Werden beide Kurbeln K und K_1 gleich schnell nach entgegengesetzten Richtungen umgedreht, so gelangt die Last Q nur zum senkrechten Aufsteigen oder Niedersinken; werden dagegen beide Kurbeln in gleicher Richtung gleich schnell umgedreht, so bewegt sich die Last längs SS_1 in horizontaler Richtung, und wird endlich nur eine Kurbel umgedreht, die andere aber festgehalten, so bewegt sich die Last unter einer Neigung von 45 Grad auf- oder abwärts. Man kann auf diese Weise mittels dieses Hebezeuges die Last Q an jeden beliebigen Ort zwischen den Vertikalebenen DEC und $D_1 E_1 C_1$ bringen. Bewegliche Krahne.

§. 229. In England bringt man jetzt nicht selten Wassersäulenkrahne, von Armstrong construirt, in Anwendung. Ein solcher Krahn besteht aus zwei Wassersäulenmaschinen mit gemeinschaftlicher Einfallröhre. Die eine dieser Maschinen dient zum Aufziehen und Niederlassen der Last, die andere hingegen zum Umdrehen des Krahnes um seine stehende Welle; jene ist einfach-, diese hingegen doppelt-wirkend. Die wesentliche Einrichtung eines solchen Krahnes ist aus der Seitenansicht desselben in Figur 478 (auf folgender Seite) ersichtlich. Wassersäulenkrahn.

AA ist der Treibecylinder der Maschine zum Heben der Last, und BB die Communicationsröhre, welche demselben das Wasser zu- und abführt. Die Kolbenstange CD dieser Maschine ist mit einem Wagen DD versehen, welcher während des Kolbenspieles mit seinen vier Rädern D, D . . auf einer Schienenbahn EE hin- und zurückläuft. In dem Gestelle dieses Wagens sitzt eine Rolle FF und ist das Ende einer Kette befestigt, welche sich zunächst um eine feste Rolle G, dann um die Rolle FF und zuletzt um eine feste Rolle H legt. Von der letzteren Rolle aus geht diese Kette senkrecht durch den hohlen gußeisernen Ständer KL des Krahnes und wird durch eine Rolle H_1 nach einer Rolle H_2 in der Spitze des Balancierschnabels geleitet, von wo sie senkrecht herabhängt. Während der Treibekolben in AA durch das Kraftwasser um einen gewissen Weg ausgeschoben wird, steigt die Last Q am Ende der Kette in Folge der Führung um die drei Rollen F, G und H um das Dreifache dieses Weges.

Wassersäulen-krahn. Die Drehung des Krahnes um seinen Ständer wird durch eine doppelt-wirkende Wassersäulenmaschine bewirkt, deren Treibecylinder in MN abgebildet ist. Mit der Kolbenstange RR dieser Maschine ist eine gezahnte Stange SS verbunden, welche in ein gezahntes Rad T eingreift, das auf einem Halsring U festsitzt, welcher den Ständer des Krahnes umfaßt. Je

Fig. 478.



nachdem das Kraftwasser dem Treibecylinder MN durch die Communicationsröhre OM, oder durch die Communicationsröhre PPN zugeführt wird, dreht die Treibekolbenstange RR mittels ihrer Verzahnung SS das gezahnte Rad T, und hiermit zugleich den ganzen Krahn, um seinen feststehenden Ständer KL nach der einen oder der anderen Seite um. Wassersäulenkrahn.

Das regelmäßige Spiel dieses Krahnes wird mittels Schiebersteuerung durch die bloße Hand bewirkt. In Figur 479 ist die Steuerkammer der einfachwirkenden und in Figur 480 die der doppeltwirkenden Wassersäulenmaschine abgebildet. Das Mundstück A in Fig. 479 communicirt mit der

Fig. 479.

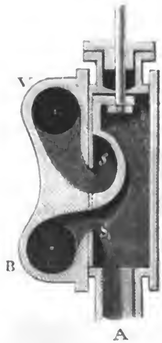
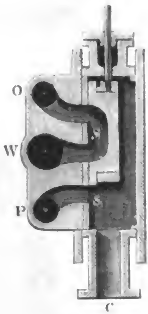


Fig 480.



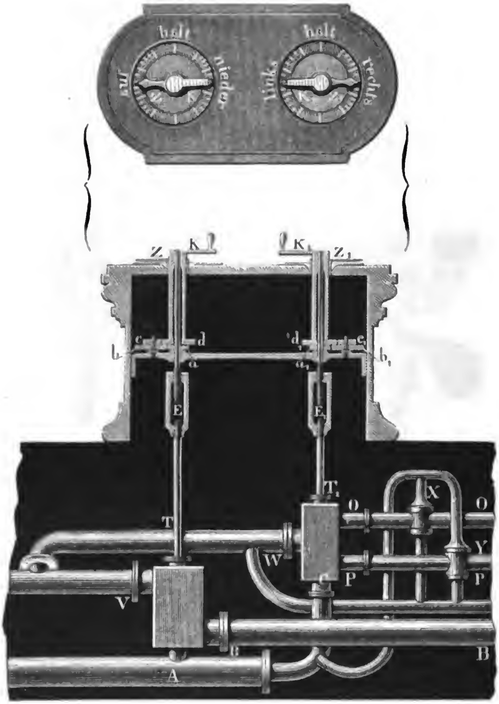
Einfallröhre, die Mündung B gehört dem Communicationsrohr an, welches nach dem Treibecylinder führt, und die Mündung V steht mit dem Ausgußrohr in Verbindung. Bei der gezeichneten Stellung des Schiebers S geht das Kraftwasser von A nach B und von da in den Treibecylinder, wo es den Kolben auswärts schiebt und durch denselben die Last hebt. Hat man hingegen den Schieber nach S_1 herabgeschoben, so ist der Treibecylinder von dem Kraftwasser abgesperrt, und mit dem Ausgußrohre V in Verbindung gesetzt; und es wird nun der Treibekolben von der niedersinkenden Last zum Rückgange, und das Wasser aus dem Treibecylinder auf dem Wege BS_1V zum Austritte genöthigt. Bei der Steuerkammer in Figur 480 communiciren die Mündungen O und P mit dem Treibecylinder, dagegen C mit der Einfall- und W mit der Ausgußröhre. Bei der aufgezeichneten Stellung des Schiebers S nimmt das Kraftwasser den Weg CP nach dem Treibecylinder und schiebt den Treibekolben von außen nach innen, während das todte Wasser auf dem Wege OSW zum Ausgange gelangt. Hat aber der Schieber die tiefere Stellung S_1, so strömt das Kraftwasser auf dem Wege CO nach dem Treibecylinder und schiebt den

Wassersäulenkrahn.

Treibekolben von innen nach außen, während das todte Wasser auf dem Wege PS_1W ausfließt.

Das Heben und Senken der Steuerschieber wird mittels der Kurbeln K und K_1, Fig. 481, hervorgebracht, welche Spindeln in Umdrehung setzen,

Fig. 481.

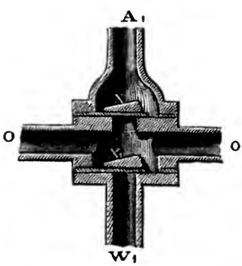


deren schraubenförmigen Enden E und E_1 durch die rahmenförmigen Querhäupter der Schieberstangen T und T_1 hindurchgehen. Um die Stellungen der Schieber von außen zu erkennen, sind noch Zeiger Z und Z_1 angebracht, welche mit den Kurbeln über horizontalen Zifferblättern hinlaufen. Damit sich diese Zeiger beim Aufziehen oder Niederlassen der Schieber S, S_1 mittels der Kurbeln höchstens nur ein Mal umdrehen, sind dieselben auf hohle Wellen befestigt, welche die Kurbelspindeln umgeben,

und noch zwei Paar Zahnräder $a\,b$, $c\,d$ und $a_1\,b_1$, $c_1\,d_1$ angebracht, welche die Umdrehungen der Spindeln in vermindernder Anzahl auf die hohle Welle mit den Zeigern übertragen. Wäre z. B. der Halbmesser des Rädchens a, welches auf der Spindel festsitzt, drei Mal in dem des Rädchens b, und der des Rädchens c, welches mit b ein Ganzes ausmacht, drei Mal im Halbmesser des Rädchens d auf der hohlen Zeigerwelle enthalten, so würden die Kurbelwellen $3 \,.\, 3 = 9$ Umdrehungen machen müssen, ehe die Zeiger ein Mal umlaufen. Wassersäulenkrahn.

Um die nachtheiligen Wirkungen des Stoßes zu beseitigen, welchen der schwingende Krahn beim jedesmaligen Absperren des Kraftwassers erleidet, sind die Communicationsröhren $O\,O$ und $P\,P$ noch mit besonderen Ventilkammern X und Y ausgerüstet, in welchen sich während der Schieberbewegung nach oben öffnende Ventile sitzen, die auf kurze Zeit nicht allein dem abgesperrten Ausgußwasser einen Eintritt in das Kraftwasser, sondern auch dem abgesperrten Kraftwasser einen Zufluß von Seiten des todten Wassers verschaffen. Ein solches Ventilgehäuse ist in Fig. 482 besonders abgebildet. Hat der Schieber dem Wasser seinen Rückweg O, O aus dem Treibecylinder abgeschnitten, so schlägt dieses das obere Ventil X auf und es tritt ein kleiner Theil des Ausgußwassers durch A_1 nach A zurück in die Einfallröhre; und hat hingegen der Schieber den Hinweg $O\,O_1$ des Kraftwassers zum Treibecylinder abgesperrt, so öffnet sich das untere Ventil X_1 und es wird mittels W_1 etwas Wasser aus dem Ausgußrohr W angesaugt, in beiden Fällen aber der aus der Incompressibilität und Unausdehnsamkeit des Wassers erwachsende Stoß vermieden.

Fig. 482.

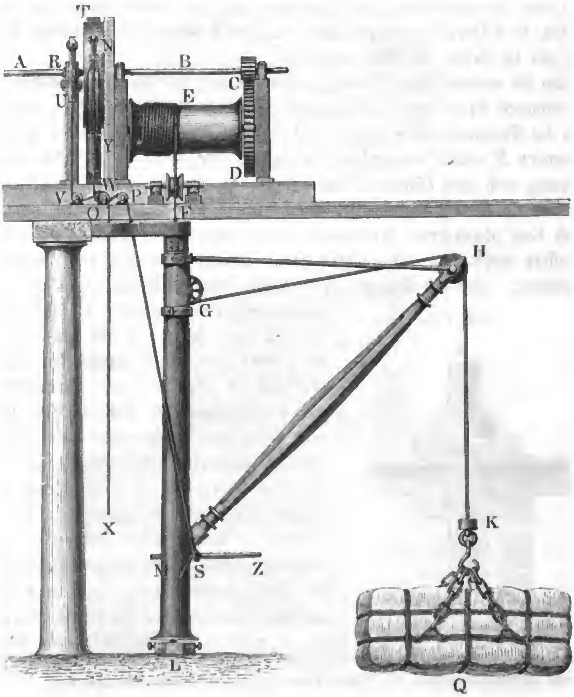


Anmerkung. Bei den neueren Wassersäulenkrahnen, welche der Verfasser 1851 in England hat arbeiten sehen, ist außer den beiden Kurbeln zur Bewegung der Schieber noch eine dritte Kurbel angebracht, wodurch ein Drosselventil im Einfallrohre, zur Regulirung der Kraft, bewegt werden kann.

§. 230. Die **Dampfkrahne** haben vor den hydraulischen oder Wassersäulenkrahnen den Vorzug, daß sie nicht so sehr an die Localität gebunden sind als letztere, welche ein fließendes Wasser mit vielleicht mehreren hundert Fuß Gefälle beanspruchen. In Figur 483 (auf folg. S.) ist ein Dampfkrahn im Bahnhofe zu Liperpool abgebildet. Die Welle A wird mittels eines Riemenradvorgeleges von der Krummzapfenwelle der Dampfmaschine in Umdrehung gesetzt, und ist mit der Welle B durch eine lösbare Kuppelung verbunden. Die letztere Welle setzt mittels eines Zahn- Dampfkrahn.

Dampfkrahn. radvorgeleges *CD* eine Trommel *E* in Umdrehung, auf welche sich das Seil *EFGHK* aufwickelt, womit die Last *Q*, z. B. ein Baumwollenballon, emporgehoben wird. Der eigentliche Krahn besteht aus der stehenden Welle *FL* und dem durch eine schmiedeeiserne Zugstange unterstützten

Fig. 483.



Schnabel *MH*. Das obere Ende der stehenden Welle ist der Axe nach durchbohrt und mit einer Leitrolle *G* versehen, um das Zugseil in der Axe der Welle bis zu einer Leitrolle *F* senkrecht emporzuführen. Die ganze Arbeit dieses Krahnes wird auf folgende Weise regulirt.

Die Transmissionswelle *B* trägt eine außen und innen abgedrehte Trommel *T*. Diese ist außen von einem Bremsgürtel umgeben, der mittels eines Hebels *N* und eines Seiles *NOPS* nach Belieben an den äußeren

Umfang dieser Trommel angepreßt werden kann. An dem Ende der Welle A sitzt eine Bremsscheibe, welche, wenn sie gegen den inneren Umfang der Trommel T gepreßt wird, die Umdrehungsbewegung dieser Welle auf die Welle B überträgt. Um diese Uebertragung der Bewegung nach Belieben herstellen und aufheben zu können, hat man das Zapfenlager R der Welle A auf einen Hebel U gesetzt, der mittels eines Seiles $UVWX$ angehoben und niedergelassen werden kann. Soll die angehängte Last Q emporgehoben werden, so zieht man am Seile X und bringt dadurch das Frictionsrad auf der Welle A mit der Trommel T auf der Welle B in Berührung. Während dieser Berührung wird die Welle B von der stetig umlaufenden Welle A in Umdrehung gesetzt, wobei sich auch die Trommel E umdreht und das Seil aufwickelt, an welchem die Last hängt, die auf diese Weise zum Steigen gelangt. Dieses Steigen ist aber sogleich beendigt, wenn man mit dem Zuge am Seile OX nachläßt, da dann der Hebel U, auf welchem das Zapfenlager R der Welle A ruht, unterstützt von einem Gegengewichte, wieder in seine ursprüngliche Lage zurückfällt, und folglich die Verbindung der Welle B mit der Welle A ganz gehoben wird. Damit aber während der Umdrehung der stehenden Welle mittels der Spille MZ die Last nicht wieder zurücksinke, wird der die Trommel T umgebende Brems mittels des Seiles PS auf diese Trommel aufgedrückt, und zu diesem Zwecke das Ende S des angespannten Seiles an die Spille MZ befestigt. Ist endlich die Last Q über den Punkt gelangt, wo sie abgeladen werden soll, so bindet man das Ende des Seiles PS wieder los und läßt den Brems wieder zurückfallen, wobei ein an den Hebel N desselben angehängtes Gewicht Y zu Hülfe kommt. Um nun eine neue Last fassen zu können, muß die stehende Welle wieder mittels der Spille MZ auf den ersten Ort zurückgeführt werden, während sich das Seil durch das Gewicht der Kette und Haken und, nach Befinden, auch mit Unterstützung eines besonderen Gegengewichtes K, von selbst wieder herabzieht.

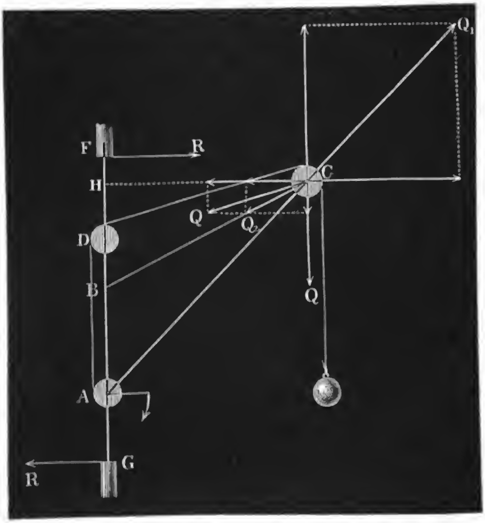
Dampfkrahn.

§. 231. **Um die Stabilitäts- und Festigkeitsverhältnisse eines Krahnes zu beurtheilen, denken wir den Schnabel desselben als ein aus drei Stäben bestehendes Dreieck ABC, Figur 484 (auf folgender Seite), an dessen Spitze C die Last Q senkrecht niederzieht, und dessen Grundlinie AB mit der Axe der stehenden Welle oder dem Ständer des Krahnes zusammenfällt. Zunächst kommt es darauf an, die Spannung Q_1 der Strebe oder des Stabes AC und die Spannung Q_2 der Zugstange oder des Stabes BC zu finden. Beide Kräfte müssen der Last Q und der ihr gleichzusetzenden Spannung des von der Schnabelspitze nach der Krahnaxe AB geführten Seiles das Gleichgewicht halten. Bezeichnen wir den Neigungswinkel ACH der Strebe AC gegen den Horizont durch α_1, den Neigungswinkel**

Statik der Krahne.

Statik der Krahne. BCH der Zugstange BC durch α_2, und den Neigungswinkel DCH des

Fig. 484.



Zugseiles DC durch α, so haben wir die Componenten der genannten drei Spannungen Q_1, Q_2 und Q in vertikaler Richtung:

$Q_1 \sin. \alpha_1$, $Q_2 \sin. \alpha_2$ und $Q \sin. \alpha$, und

$Q_1 \cos. \alpha_1$, $Q_2 \cos. \alpha_2$ und $Q \cos. \alpha$ in horizontaler Richtung; und es ist folglich zu setzen:

$Q_1 \sin. \alpha_1 = Q + Q \sin. \alpha + Q_2 \sin. \alpha_2$, sowie

$Q_1 \cos. \alpha_1 = Q \cos. \alpha + Q_2 \cos. \alpha_2$.

Aus diesen Gleichungen ergeben sich folgende Formeln für die Spannungen Q_1 und Q_2:

$$Q_1 = \frac{Q\,[\cos. \alpha_2 - \sin. (\alpha_2 - \alpha)]}{\sin. (\alpha_1 - \alpha_2)} \text{ und}$$

$$Q_2 = \frac{Q\,[\cos. \alpha_1 - \sin. (\alpha_1 - \alpha)]}{\sin. (\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

Giebt man dem Seile die Richtung der Strebe, hat man also $\alpha = \alpha_1$, so ist einfach:

$$Q_2 = \frac{Q \cos. \alpha_1}{\sin. (\alpha_1 - \alpha_2)};$$

giebt man hingegen dem Seile die Richtung der Zugstangen, nimmt also $\alpha = \alpha_2$, so fällt

$$Q_1 = \frac{Q \cos. \alpha_2}{\sin. (\alpha_1 - \alpha_2)} \text{ aus.}$$ Statik der Krahne.

Soll die Zugstange ohne Spannung sein, also die Strebe allein die Mittelkraft aus der Seilspannung und der Last aufnehmen, so muß

$\cos. \alpha_1 = \sin. (\alpha_1 - \alpha)$, d. i. $90 - \alpha_1 = \alpha_1 - \alpha$,

also $\alpha = 2\alpha_1 - 90^0$ sein.

Die entsprechende Spannung der Strebe ist

$$Q_1 = 2\, Q \cos. (\alpha_1 - \alpha) = 2\, Q \sin. \alpha_1.$$

Setzt man den Querschnitt der Strebe $= F_1$ und den der Zugstange $= F_2$, den Festigkeitsmodul der ersten $= K_1$ und den der zweiten $= K_2$, so haben wir:

$$F_1 = \frac{Q_1}{K_1} \text{ und } F_2 = \frac{Q_2}{K_2}.$$

Die Last Q biegt die stehende Welle oder den Krahnbaum vermöge ihrer excentrischen Wirkung mit dem Momente Qa, wenn a den Normal- oder Horizontalabstand CH der Last von der Axe dieser Welle bezeichnet; und hiernach ist auch vorzüglich die Stärke dieser Welle zu berechnen.

Ist der Querschnitt derselben ein Quadrat von der Seitenlänge s, so hat man

$$Q a = s^3 \frac{K}{6}, \text{ und daher umgekehrt}$$

$$s = \sqrt[3]{\frac{6\, Q a}{K}};$$

ist hingegen derselbe ein Kreis vom Halbmesser r, so hat man

$$Q a = \frac{\pi r^3}{4} . K, \text{ und daher umgekehrt}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{4\, Q a}{\pi K}}.$$

Ist l die Entfernung FG der beiden Stützpunkte F und G des Krahnbaumes von einander, so hat man die Kraft, mit welcher in Folge der excentrischen Aufhängung von Q der obere Zapfen nach der Seite des Halses und der untere Zapfen nach der entgegengesetzten Seite zu gedrückt wird,

$$R = \frac{a}{l} Q.$$

Dieser Druck ist von dem Krahngerüste oder Fundamente aufzunehmen, und giebt zu einer besonderen Seitenreibung an dem Zapfen oder, nach Befinden, dem Halse des Krahnbaumes Veranlassung, und ist daher durch Vergrößerung von l, d. i. dadurch herabzuziehen, daß man die beiden Stützpunkte F und G des Krahnbaumes möglichst entfernt von einander legt. Bei den Krahnen mit Ständer oder festem Krahnbaum, wie Figur **472 u. 473**, hat man die Höhe l_1 der Zapfenhülse und ebenso die Entfernung

Statik der Krahne. l_2 der Bolzen, womit die Fußplatte oder das Fußkreuz dieser Hülse auf das Fundament aufgeschraubt ist, dem Momente $Q\,a$ entsprechend groß zu machen.

Die Kraft, mit welcher der Fußzapfen des Ständers in seiner Hülse sich um eine horizontale Axe zu drehen sucht, ist

$$R_1 = \frac{a}{l_1}\, Q,$$

und die, mit welcher er sich von dem Fundamente loszumachen sucht, und welche daher die Bolzen im Fundamente auszuhalten haben, ist

$$R_2 = \frac{a}{l_2}\, Q.$$

Bei den Krahnen, welche auf Rädern stehen, muß das Moment $Q\,a$ durch das des Gewichtes G vom leeren Krahne überwunden werden. Ist b der kleinste Horizontalabstand der Radaxen von dem Schwerpunkte des leeren Krahnes, so hat man das Moment von G, $G\,b$, und daher dafür zu sorgen, daß $G\,b > Q\,a$, oder

$$a > \frac{Q}{G}\, a \text{ sei.}$$

Die Wirkungen der excentrischen Aufhängung der Last Q lassen sich durch ein Gegengewicht aufheben, welches auf der entgegengesetzten Seite von Q anzubringen ist. Ist Q_1 die Größe eines solchen Gegengewichtes und a_1 dessen Abstand von der Axe des Krahnbaumes, so erfordert diese Ausgleichung

$$Q_1\, a_1 = Q\, a, \text{ also } Q_1 = \frac{a}{a_1}\, Q.$$

Wenn man das Gegengewicht beweglich macht, so kann man auch dessen Hebelarme

$$a_1 = \frac{Q}{Q_1}\, a$$

der jedesmaligen Last Q entsprechend abändern.

Durch das Gegengewicht wird natürlich nicht allein die Stabilität und Festigkeit wesentlich erhöht, sondern auch die Seitenreibung des Krahnes fast auf Null herabgezogen. Da die Spannkräfte Q_1 und Q_2 der Streben und Zugstangen schief auf den Krahnbaum übergetragen werden, so muß durch solide Verbindung dieser Theile mit dem Krahnbaume dafür gesorgt werden, daß auch die in der Krahnbaumaxe wirkenden Componenten $Q_1\, sin.\, \alpha_1$ und $Q_2\, sin.\, \alpha_2$ dieser Kräfte mit Sicherheit aufgehoben werden.

Beispiel. Wenn bei dem in Figur 463 abgebildeten Krahne die größte Last $Q = 20$ Tonnen oder circa $Q = 40000$ Pfund beträgt, wenn ferner das Zugseil mit dem Schwengel eine und dieselbe Neigung $\alpha = \alpha_2 = 25^0$, die Strebe aber

die Neigung $\alpha_1 = 50^0$ gegen den Horizont hat, wenn ferner die mechanische Armlänge oder Ausladung desselben: $a = 16$ Fuß und die Entfernung $l = 12$ Fuß beträgt; welche Dimensionen sind diesem Krahne zu geben? Da hier die Last an einer losen Rolle hängt, so ist die Spannung des Seiles nur $\frac{Q}{2}$ und daher zu setzen: Statik der Krahne.

1) die Spannung der Strebe:

$$Q_1 = \frac{Q \cos. \alpha_2}{\sin. (\alpha_1 - \alpha_2)} = \frac{40000 \cos. 25^0}{\sin. 25^0} = 40000 \, cotang. 25^0 = 85780 \text{ Pfd.},$$

und

2) die Spannung des Schwengels:

$$Q_2 = Q\left(\frac{\cos. \alpha_1}{\sin. (\alpha_1 - \alpha_2)} - \frac{1}{2}\right) = \frac{40000 \cos. 50^0}{\sin. 25^0} - 20000 = 40840 \text{ Pfd.}$$

Nimmt man nach I., §. 212, den Festigkeitsmodul für das Zerdrücken des Fichtenholzes, aus welchem hier die Strebe besteht, $K = 500$ Pfund, so erhält man den nöthigen Querschnitt dieser Strebe:

$$F_1 = \frac{Q_1}{K} = \frac{85780}{500} = 171{,}6 \text{ Quadratzoll},$$

und nimmt man den Festigkeitsmodul für das Zerreißen, nach I., §. 189, $K = 1200$ Pfund, so erhält man den erforderlichen Querschnitt des hölzernen Schwengels:

$$F_2 = \frac{Q_2}{K} = \frac{40840}{1200} = 34 \text{ Quadratzoll}.$$

Der Querschnitt des gußeisernen Krahnbaumes ist durch den Halbmesser $r = \sqrt[3]{\frac{4 \, Q a}{\pi K}}$ bestimmt. Setzen wir $Q a = 40000 \, . \, 16 \, . \, 12 = 7680000$ und $\frac{K}{4}$ nach I., §. 203, $= 8000$, so erhalten wir hiernach den gesuchten Halbmesser:

$$r = \sqrt[3]{\frac{7680000}{8000 \, \pi}} = \sqrt[3]{\frac{960}{\pi}} = 6{,}74 \text{ Zoll},$$

also die Stärke des Halses R:

$$d = 2r = 13{,}48, \text{ oder in runder Zahl, } 14 \text{ Zoll}.$$

Diese Stärke kann aus bekannten Gründen nach den Enden zu abnehmen.

Die Kraft, mit welcher der Krahn auf das Lager Q vertikal nach unten drückt, ist $V = Q + G$, also, wenn das Gewicht G des Krahnes zu 18000 Pfd. abgeschätzt wird, $V = 40000 + 18000 = 58000$ Pfund; die Kraft, mit welcher er dagegen am Hals R und am Lager Q horizontal wirkt:

$$R = \frac{a}{l} Q = \frac{16 \, . \, 40000}{12} = \frac{160000}{3} = 53333 \text{ Pfund}.$$

Damit dieser große Seitendruck vom Fundamente aufgenommen werden könne, ist es nöthig, die Steine desselben durch Anker mit einander zu verbinden.

§. 232. Den vorzüglichsten Arbeitsaufwand, welchen das Fortschaffen der Lasten durch Krahne nöthig macht, erfordert das Heben der Last; weniger Arbeit beansprucht die Drehung des Krahnes um seine vertikale Axe, und das überhaupt seltener nöthige Fortbewegen der Last in radialer Richtung, da es hierbei nur auf Ueberwindung der Reibung ankommt. Mechanik der Krahne.

Mechanik der Krahne.

Bei einem Krahne, wie Figur 463, wo die Last Q an einer losen Rolle hängt, ist die Spannung des Aufziehseiles $\frac{Q}{2}$; mißt daher die Kurbelhöhe a_1, der Trommelhalbmesser b_1 und haben die kleineren Treibräder der drei Zahnradvorgelege n_1, n_3 und n_5, die größeren Getriebräder derselben aber n_2, n_4 und n_6 Zähne, so hat man nach III., §. 51, die erforderliche Kraft an der Kurbelspille:

$$P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_4} \cdot \frac{n_5}{n_6} \cdot \frac{b_1}{a_1} \frac{Q}{2}.$$

Ist ein Vorgelege außer Gang gesetzt, oder hat der Krahn nur zwei Vorgelege, so ändert sich die Formel in folgende um:

$$P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_4} \cdot \frac{b_1}{a_1} \frac{Q}{2}.$$

Hat man gar nur ein Vorgelege, so ist:

$$P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{Q}{2}.$$

Besteht ferner das Vorgelege in einer einfachen Radwelle, wie bei dem Krahne in Figur 470, und ist der Halbmesser der Trommel auf der Kurbelwelle $= r_1$, und der Halbmesser des Rades, welches mit der oberen Trommel auf einer und derselben Welle sitzt, $= r_2$, so hat man:

$$P = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{Q}{2}.$$

Ist endlich die Last unmittelbar an das Zugseil befestigt, also an keine lose Rolle angehangen, so hat man statt $\frac{Q}{2}$, Q, also z. B. im letzteren Falle

$$P = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{b_1}{a_1} Q \text{ zu setzen.}$$

Bei dem Schraubenkrahn in Figur 471 ist, wenn α das Ansteigen der Schraubengänge und ϱ den Reibungswinkel bezeichnet:

$$P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b_1}{a_1} Q \, tang. (\alpha + \varrho).$$

Für den Wassersäulenkrahn in Fig. 478 hat man einfach die Kolbenkraft $P = \frac{Q}{3}$, da hier die Last mittels dreier Ketten an die Kolbenstange angeschlossen ist.

Ist F die Kolbenfläche und h die senkrechte Höhe der Kraftwassersäule, γ aber die Dichtigkeit des Wassers, so giebt die Formel $P = Fh\gamma$, und es ist daher umgekehrt die Kolbenfläche:

$$F = \frac{P}{h\gamma} = \frac{Q}{3h\gamma}.$$

Der Kolbenreibung und anderer Nebenhindernisse wegen muß man aber 25 Procent zusetzen. Mechanik der Krahne.

Bei dem Dampfkrahn in Figur 483 mit dreifachem Vorgelege hat man, wenn man unter a_1 den Kurbelhalbmesser der Dampfmaschine versteht und statt der Zähnezahlverhältnisse $\frac{n_1}{n_3}$ und $\frac{n_2}{n_4}$ die entsprechenden Trommelhalbmesserverhältnisse $\frac{r_1}{r_3}$ und $\frac{r_2}{r_4}$ einführt:

$$P = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{r_3}{r_4} \cdot \frac{n_5}{n_6} \cdot \frac{b_1}{a_1} \cdot Q.$$

Ist F die Kolbenfläche und p der Dampfdruck auf die Flächeneinheit, so gilt auch die Formel $P = Fp$, und es ist daher umgekehrt die nöthige Kolbenfläche:

$$F = \frac{P}{p} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{r_3}{r_4} \cdot \frac{n_5}{n_6} \cdot \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{Q}{p}.$$

Bei dem Niederlassen der Last ist dieser Kraft P durch den Brems das Gleichgewicht zu halten.

Kommt es darauf an, den Krahn um seine vertikale Axe umzudrehen, so hat man die Reibung an der Basis des Zapfens und die Seitenreibung an beiden Zapfen, oder nach Befinden, an dem Zapfen und am Halse zu überwinden.

Ist Q das Gewicht des leeren Krahnes, und ϱ_1 der Halbmesser seines unteren Zapfens oder Stiftes, so hat man das Moment der Reibung an der Basis dieses Stiftes nach I., §. 171

$$= {}^2/_3\, \varphi \varrho_1 (Q + G).$$

Die aus dem Seitendrucke $R = \frac{a}{l} Q$ hervorgehende Seitenreibung hat, wenn noch ϱ_2 den Halbmesser des Krahnhalses oder oberen Zapfens bezeichnet, das Moment

$$\varphi R (\varrho_1 + \varrho_2) = \varphi \frac{a}{l} Q (\varrho_1 + \varrho_2).$$

Wirkt daher die Umdrehungskraft P_1 an einem Hebelarme r, so ist für dieselbe

$$P_1 r = {}^2/_3\, \varphi \varrho_1 (G + Q) + \varphi \frac{a}{l} (\varrho_1 + \varrho_2) Q \text{ und daher}$$

$$P_1 = {}^2/_3\, \varphi \frac{\varrho_1}{r} (G + Q) + \varphi \frac{a}{l} \left(\frac{\varrho_1 + \varrho_2}{r}\right) Q.$$

Bei dem Krahne in Figur 473 wird diese Kraft noch durch ein Räderwerk herabgezogen, und bei dem Wassersäulenkrahn in Figur 478 wird diese Kraft durch den Kolben einer doppeltwirkenden Wassersäule ausgeübt. Ist F_1 die Kolbenfläche dieser Maschine, so hat man

$$F_1 = \frac{P_1}{h_1 \gamma} \text{ zu setzen.}$$

Mechanik der Krahne. **Beispiel.** Wenn bei dem im Beispiele des vorigen Paragraphen berechneten Krahne die Zähnezahlverhältnisse folgende sind:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{11}{66},\ \frac{n_3}{n_4} = \frac{9}{54} \text{ und } \frac{n_5}{n_6} = \frac{9}{54}$$

und der Halbmesser b_1 der Trommel, auf welche sich das Seil wickelt, drei Mal enthalten ist in der Kurbelarmlänge a_1, so fällt die nöthige Kraft an der Kurbelspille zum Heben der Last $Q = 20000$ Pfund:

$$P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_4} \cdot \frac{n_5}{n_6} \cdot \frac{b_1}{a_1} Q = \frac{11}{66} \cdot \frac{9}{54} \cdot \frac{9}{54} \cdot \frac{1}{3} \cdot 20000 = \frac{20000}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3}$$
$$= 30,86 \text{ Pfund aus.}$$

Wollte man dagegen dieselbe Last durch einen Wassersäulenkrahn, wie Figur 478, heben, so würde bei einer Druckhöhe $h = 250$ Fuß, der Querschnitt der Kolbenfläche sein:

$$F = \frac{Q}{3 h \gamma} = \frac{20000}{3 \cdot 250 \cdot 66} = \frac{40}{99} = 0,404 \text{ Quadratfuß},$$

und folglich der Durchmesser desselben 0,72 Fuß betragen, wofür aber der Sicherheit wegen 10 Zoll zu nehmen sein möchte.

Ist das Gewicht des ersteren Krahnes 18000 Pfund, der Halbmesser des Stiftes $\varrho_1 = 2$ und der des Halses $\varrho_2 = 10$ Zoll, die Armlänge $a = 16$ Fuß, der Abstand dieser beiden Stützpunkte von einander, $l = 12$ Fuß, der Hebelarm der Umdrehungskraft, $r = 8$ Fuß $= 96$ Zoll und der Reibungscoefficient $\varphi = 0,075$, so hat man die erforderliche Umdrehungskraft:

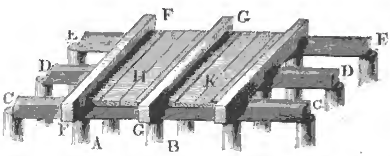
$$P_1 = \tfrac{2}{3} \varphi \frac{\varrho_1}{r} (G + Q) + \varphi \frac{a}{l} \left(\frac{\varrho_1 + \varrho_2}{r}\right) Q$$
$$= \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{3}{40} \cdot \tfrac{2}{96} \cdot 38000 + \tfrac{3}{40} \cdot \tfrac{16}{12} \cdot \tfrac{12}{96} \cdot 20000 = 39,58 + 250$$
$$= 289,58 \text{ Pfund.}$$

Dieser große Werth der Umdrehungskraft wird dadurch besonders herabgezogen, daß man den Krahnbaumhals mit einem Rollenring umgiebt, wodurch die gleitende Seitenreibung an diesem zum großen Theil in eine rollende übergeht. (S. I., § 174.)

Rammmaschinen. §. 233. Die sogenannten **Rammmaschinen** oder **Schlagwerke** (franz. sonnettes, engl. pile-engines) sind ebenfalls Maschinen, bei welchen es darauf ankommt, eine Last, und zwar den sogenannten **Rammklotz**, **Rammbär** oder **Hoyer** (franz. le mouton, engl. the battering-ram) auf eine kleine Höhe emporzuheben. Diese Maschinen dienen dazu, große Pfähle (franz. pieux, pilotis, engl. piles) in die Erde einzuschlagen, und erreichen diesen Zweck durch das senkrechte Niederfallen und Aufschlagen des Rammbäres auf den Kopf des einzuschlagenden Pfahles. Die durch die Rammmaschinen einzuschlagenden Pfähle dienen entweder zur Bildung eines sogenannten **Pfahlrostes**, oder zur Herstellung einer sogenannten **Spundwand**, und man hat es hiernach entweder mit dem Einrammen sogenannter **Rostpfähle** oder mit dem sogenannter **Spundpfähle** zu thun. Während die Rostpfähle in Entfernungen von 2 bis 4 Fuß von einander eingeschlagen werden, kommen diese dicht neben einander zu stehen. Die Rostpfähle A, B..., Fig. 485 (auf nebensteh. Seite), werden nach erfolgtem Einrammen an ihren Köpfen in gleicher Höhe ab-

geschnitten und mit Zapfen versehen, womit die darauf gestreckten Rost- oder Langschwellen *CC*, *DD*, *EE* befestigt werden. Auf diese Schwel- Ramm-maschinen.

Fig. 485.



len kommen nun noch Zangen oder kürzere Querschwellen *FF*, *GG* . . zu liegen, und ebenso die Bohlen *H*, *K* . ., welche die Zwischenräume zwischen je zwei Zangen ausfüllen und die Grundfläche des zu tragenden Mauerwerkes abgeben. Die Spundpfähle erhalten Nuthen, in welche Federn eingezogen werden, die einen ganz oder nahe wasserdichten Verschluß geben. Man verwendet Pfähle von 10 bis 30 Fuß Länge und 8 bis 20 Zoll Stärke, und spitzt sie, des leichteren Eindringens wegen, in Form einer spitzen vierseitigen Pyramide zu oder giebt ihnen wohl auch einen eisernen Schuh.

Der Rammbär, womit die Pfähle eingeschlagen werden, besteht entweder aus dichtem Eichenholze oder aus Gußeisen, und hat ein Gewicht von 5 bis 15 Centnern. Um das Spalten der am häufigsten angewendeten hölzernen Rammbäre zu verhindern, müssen dieselben mit eisernen Ringen versehen werden. Das Heben des Rammbärs erfolgt entweder aus freier Hand oder mittels eines über eine Rolle weggeführten Seiles; im ersten Falle hat man es mit der einfachen Handramme zu thun, im zweiten Falle hingegen mit der sogenannten Zugramme. Bei der gewöhnlichen Zugramme läuft das Zugseil in eine Menge Leinen aus, welche von den Arbeitern ergriffen und niedergezogen werden, wenn es darauf ankommt, den Rammbär zu heben. Bei der sogenannten Kunstramme geschieht das Heben des Bärs durch besondere mechanische Vorrichtungen, wie z. B. Räderwerke u. s. w.

Die Handramme (vergl. II., §. 79) ist nur ein unvollkommenes Hülfsmittel zum Einschlagen der Pfähle. Sie besteht in einem Kloß *AB*, Fig. 486, aus Eichenholz, welcher mit vier langen Bügeln ausgerüstet ist, womit er von vier Arbeitern ergriffen und emporgehoben wird. Eine solche Ramme darf, da ein Mensch nicht über 30 Pfund an ihr auszuüben vermag, nicht mehr als 120 Pfund wiegen und ist deshalb nur zum Einrammen schwacher Pfähle ausreichend.

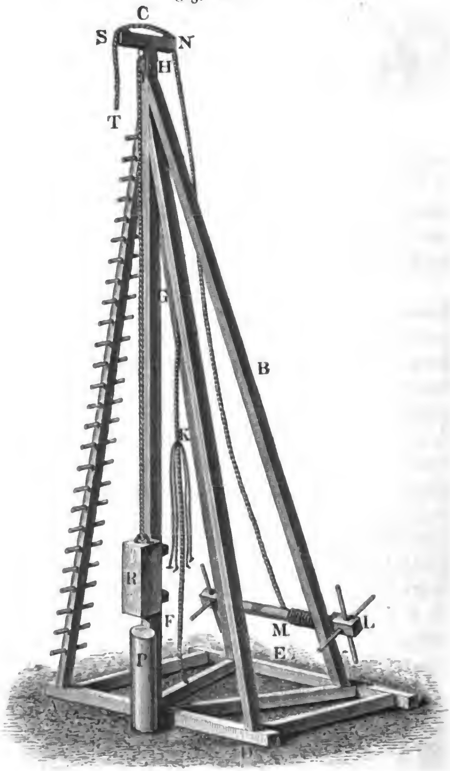
Fig. 486.



Bei den Zugrammen steigt der Rammkloß *B*, Fi-

Ramm-maschinen. gur 487, an einer aus einer oder zwei Ruthen, den sogenannten **Läufern**, **Läuferruthen** oder **Mäcklern**, bestehenden Führung auf und nieder, und er ist zu diesem Zwecke mit Armen ausgerüstet, welche diese Ruthen umfassen. Das Rammgerüste *ABC* ruht auf einem beweglichen Schwellwerk *ADE*, welches einen Dielenboden für die sogenannte **Stube**, d. i.

Fig. 487.

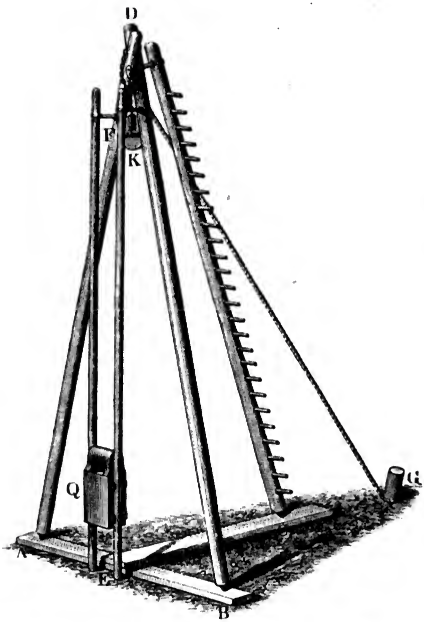


den Standpunkt der Arbeiter, erhält. In dem oberen Ende der Läuferruthe *FGH* ist die sogenannte **Rammscheibe** *H* eingelassen, welche das **Rammtau** *RHK* vom Klotze nach der Stube herabführt. Zum Setzen des Pfahles *P* dient eine **Winde** *LM*, deren Zapfenlager auf den

hinteren Streben des Gerüstes festsitzen. Das Windetau $MNST$ geht über zwei Rollen in dem sogenannten Krahnbalken C, der auf dem oberen Ende der Läuferruthe liegt. Ramm-maschinen.

Sehr einfach und zweckmäßig ist die in Fig. 488 abgebildete holländische Ramme. Es besteht hier die ganze Rüstung aus drei Bäumen AD, BD und CD, welche unten mit eisernen Dornen versehen sind, womit sie auf zwei über das Kreuz gelegte Pfosten zu stehen kommen, und oben durch einen mit einem Scharniere versehenen Bolzen mit einander verbunden sind. Der Rammkloß Q ist hier mit acht kurzen Armen versehen, welche die dünnen Ruthen der sogenannten Scheere EF zwischen sich fassen. Diese Ruthen werden mit ihren eisernen Füßen entweder unmittelbar in das Erdreich gesetzt, oder sie kommen auf besondere Bohlen zu stehen; am Kopfe sind sie dagegen durch eiserne Bügel mit den Rüstbäumen verbunden. Durch das sogenannte Kopftau DG, welches vom Kopfe des Gerüstes nach einem in das Erdreich eingeschlagenen Pfahl G herabgeht, wird der feste Stand des Gerüstes noch besonders erhöht. Die Rammscheibe K befindet sich in einem Kloben, welcher mittels einer Kette an den Kopf des Gerüstes aufgehangen ist.

Fig. 488.



§. 234. Bei dem Ziehen der Arbeiter an den Leinen des Rammtaues wird das menschliche Arbeitsvermögen sehr unvollständig benutzt, zumal da zum Heben eines schweren Rammklotzes, selbst bei einer großen Anzahl Kunstramme

Kunstramme. von Arbeitern, eine große Anstrengung erforderlich ist, welche es nöthig macht, daß diese Arbeitsverrichtung in kurzen Absätzen mit mindestens ebenso langen Zwischenpausen erfolgt. Es ist überdies ein auch theoretisch nachzuweisender Erfahrungssatz, daß der Wirkungsgrad des Rammens mit dem Gewichte und der Steighöhe des Rammbärs wächst; da nun aber bei der Zugramme die Anzahl der Arbeiter nicht ohne Nachtheil in der Wirkung des Einzelnen vergrößert und der Rammklotz höchstens 4 bis 5 Fuß hoch gehoben und geschleudert werden kann, so ist das Einrammen der Pfähle mittels der Zugramme aus doppelten Gründen eine mechanisch unvollkommene Arbeitsverrichtung. Diese Unvollkommenheiten lassen sich aber bei den Kunstrammen größtentheils vermeiden, da man hier nicht allein mit mehr Vortheil die Arbeiter an einer Radwelle arbeiten lassen, sondern auch durch Vorgelege das Gewicht und die Steighöhe des Rammbärs beliebig vergrößern kann. Es haben folglich die Kunstrammen einen entschiedenen Vorzug vor den Zugrammen.

Die Einrichtung einer einfachen Kunstramme ist aus Fig. 489 a. f. S. zu ersehen. Die Arbeiter setzen hier eine Welle *B* mittels einer doppelten Kurbel *AA* in Umdrehung, und diese Welle theilt ihre Bewegung mittels der Zahnräder *E* und *F* einer Trommel *G* mit, um welche sich das eine Ende des Rammtaues wickelt. Ist der Rammbär *Q* nach mehrmaligem Umdrehen der Kurbel auf eine gewisse Höhe gestiegen, so verschiebt man die Kurbelwelle *B* mittels des Hebels *CDE* in ihrer Axenrichtung und bringt dadurch das Zahnrad *E* aus dem Eingriffe mit dem Zahnrade *F*, so daß nunmehr der Rammklotz *Q* ungehindert auf den Pfahl *P* herabfallen kann. Diese Einrichtung einer Kunstramme hat aber noch den Nachtheil, daß sich das Rammtau beim Niederfallen des Rammbärs sehr schnell über die Leitrolle wegziehen und von der Trommel abwickeln muß, wobei es nicht allein leicht in Unordnung geräth, sondern auch mit diesen Maschinentheilen zugleich stark abgeführt wird. Deshalb zieht man es vor, den Rammbär mittels eines Hakens an das Rammtau zu hängen, welcher sich von selber löst, und also den Rammbär zurückfallen läßt, nachdem er eine gewisse Steighöhe erreicht hat. Sehr zweckmäßig ist die Anwendung einer Zange, wie Figur 490 vor Augen führt. Der Rammbär *Q*, welcher hier in einer Führung zwischen den zwei Laufruthen beweglich ist, hat ein Oehr, womit er von einer aus zwei Haken *HOK*, *HOK* bestehenden Zange ergriffen wird, die mittels ihrer Bolzen *O*, *O* auf einem besonderen Stücke *F*, dem sogenannten Fallblock, festsitzen. Dieser Block ist unmittelbar an das Rammtau befestigt und läßt sich wie der Rammbär in der Führung zwischen den Läuferruthen verschieben. Zwei Stahlfedern *I*, *I*, welche auf diesem Blocke festsitzen, drücken die langen Schenkel *H*, *H* der Zange nach außen, und folglich das Gebiß *K*, *K* der-

selben zusammen; gelangt aber der Block am Obertheil des Rammgerü- Kunstramme.
stes an, so werden die Schenkel *H*, *H* von den Seitenbacken, welche da-

Fig. 489.

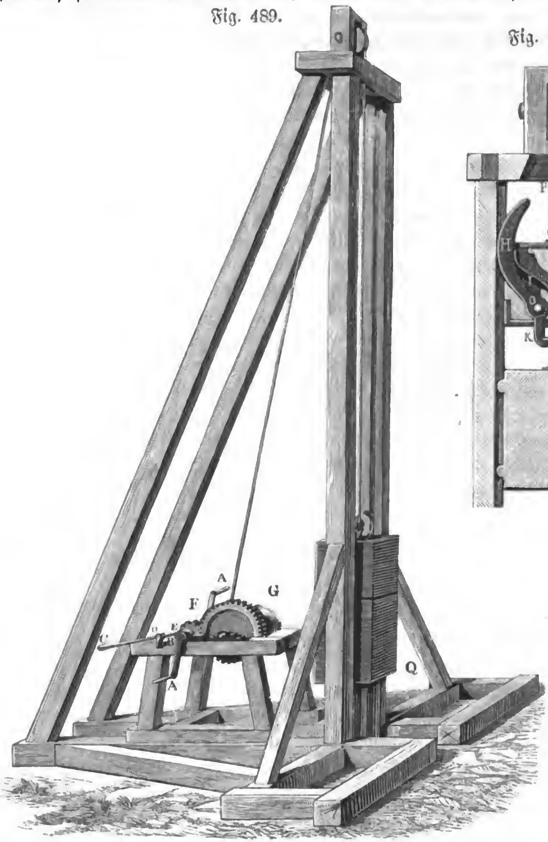
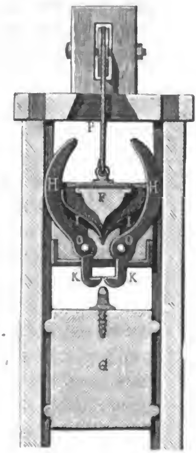


Fig. 490.



selbst angebracht sind, zusammengedrückt, wobei sich das Gebiß *KK* der Zange aus dem Oehre des Rammklotzes herauszieht, so daß nun dieser ungehindert herabfallen kann. So wie sich der Rammkloß aus der Zange ausgehakt hat, bringt man mittels des Hebels *CDE* (Fig. 489) das Zahnrad auf der Kurbelwelle aus dem Eingriffe mit dem Zahnrade auf

der Trommel, so daß nun auch der Fallblock frei wird und zum Herabfallen gelangt. Beim Aufschlagen dieses Blockes auf den Rammbär öffnet sich nun auch in Folge ihrer besonderen Form das Gebiß KK der Zange $HKKH$ und erfaßt das Oehr des Rammbärs, der sich nun durch Umdrehung der Kurbel AA von neuem emporheben läßt.

Mittels der hier beschriebenen Kunstramme hebt man Rammbäre von 700 bis 1500 Pfund durch drei bis sechs Mann 15 bis 30 Fuß hoch.

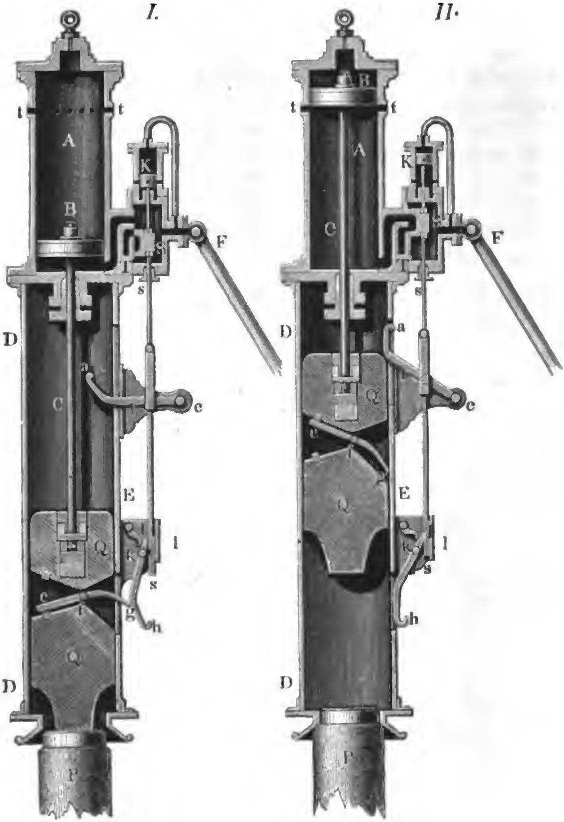
Dampframme. §. 235. Man hat auch Kunstrammen durch Treträder, Hand- und Pferdegöpel, oder durch Wasserräder in Umtrieb gesetzt, und in neueren Zeiten sogar die Dampfkraft hierzu in Anwendung gebracht. Insbesondere haben sich aber die Dampframmen von Nasmyth als sehr kräftige und brauchbare Maschinen bewährt.

Diese Rammmaschine unterscheidet sich von den anderen Maschinen dieser Art besonders dadurch, daß sie den sehr schweren Rammbär auf eine kleine Höhe hebt und ihn sehr schnell aufeinander folgende Schläge machen läßt. Da diese Leistung des Rammbärs von dem Producte Qh aus seinem Gewichte Q und seiner Steighöhe h abhängt, so wird dadurch, daß man h in demselben um so viel vermindert, als man Q größer nimmt, nichts an Leistung verloren, wohl aber hat man dann den Vortheil, daß man den Dampf direct wirken, d. h. den Rammbär gleich unmittelbar von der Stange des Dampfkolbens heben lassen kann, was bei der gewöhnlichen Steighöhe der Rammbäre unmöglich wäre. Ein Hauptvortheil der Dampframme besteht aber noch darin, daß man mit derselben die Arbeit des Einrammens möglichst beschleunigen kann, zumal da, wie es scheint, das Eindringen der Pfähle durch die schnelle Aufeinanderfolge der Schläge befördert wird. Der Rammbär einer solchen Maschine hat ein Gewicht von 50 Centnern und macht in einer Minute 70 bis 80 Schläge von je 3 Fuß Höhe. Da bei der Kunstramme mit Kurbelbewegung nur wenig Arbeiter zugleich arbeiten können, folglich deren Arbeitsquantum in einer gewissen Zeit nur ein sehr kleines sein kann, so muß natürlich deren Arbeitsverrichtung sehr langsam vor sich gehen, und daher die Anzahl der Anhübe des Rammbärs sehr klein ausfallen. In der That, solche Maschinen machen in der Stunde auch nur 10 bis 40 Schläge.

Die Nasmyth'sche Dampframme ruht auf einer Plattform mit 4 Rädern, welche auf einer Eisenbahn längs der Pfahlreihen laufen. Der Läufer des Rammbärs ist fest an eine Seite dieser Plattform angeschraubt, und wird nicht allein durch zwei Streben, sondern auch durch Zugstangen, welche vom Kopfe desselben nach den vier Ecken der Plattform herabgehen, in seiner vertikalen Lage erhalten. Auf diesem Kopfe sitzt eine große Leitrolle, über welche eine starke Kette läuft, an deren einem Ende der ganze

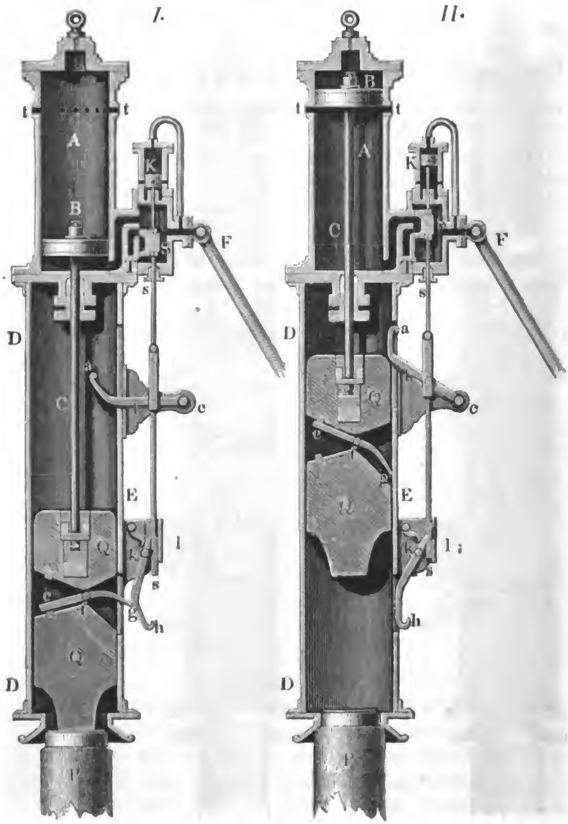
Treibeapparat aufgehangen ist, während sich das andere Ende um eine Dampfframme. Trommel windet, die durch eine auf der Plattform befestigte Dampfmaschine in Umdrehung gesetzt werden kann, welche überdies noch zum Aufrichten der Pfähle und Fortrollen des ganzen Apparates auf der Schienenbahn dient. Der Treibeapparat ist in Fig. 491 abgebildet. Es besteht derselbe aus dem Dampfcylinder *A* und dem gußeisernen Rammblock *Q* von circa 50 Centnern Gewicht, welcher durch die Kolbenstange *C* mit

Fig. 491.



Dampframme. dem Kolben *B* im Dampfcylinder verbunden ist. Damit der Rammbär senkrecht auf- und niedersteige, ist derselbe von einer schmiedeeisernen Röhre *DDE* umgeben, welche mittels eines geeigneten Ansatzes auf dem Pfahlkopf *P* aufsitzt und oben mit dem Dampfcylinder fest verbunden ist. Der Dampf wird aus dem auf der Plattform ruhenden Locomotivenkessel mittels einer Gelenkröhre *F* der mit dem Dampfcylinder fest verbundenen Dampfkammer zugeführt. Bei der in *I.* gezeichneten Schieberstellung tritt

Fig. 492.



der Dampf unter den Kolben *B* und hebt denselben sammt dem daran hängenden Rammbär *Q* 3 Fuß hoch empor. Gegen Ende des Hubes trifft der Rammbär einen Steuerhebel *abc*, welcher sich um die feste Axe *c* dreht und in *b* die Steuerschieberstange *ss* angreift, wodurch nun der Schieber *S* zum Steigen gebracht und der Zutritt des Dampfes zum Dampfcylinder abgesperrt wird. Die Dampfkolben *B* und der Dampfschieber *S* befinden sich nun in der in *II.* angegebenen Stellung, wobei der Dampf nicht allein durch ein bei *T* sich anschließendes Ausblaserohr, sondern auch durch die Löcher *t*, *t* im Umfange des Dampfcylinders ausströmen kann. In Folge dessen fällt der Rammbär fast augenblicklich auf den Pfahlkopf *P* herab, und treibt den Pfahl um einen gewissen Weg tiefer in das Erdreich ein, worauf nun noch ein Nachsinken des dadurch seiner Stütze beraubten Apparates *ADDE* erfolgt. Bei dem Aufschlagen des Rammbärs gelangt die Zunge *efg* aus der Lage, welche *II.* anzeigt, in die von *I.*, und drückt dabei den längern Arm des Hebels *hkl* auswärts, so daß nun der kürzere Arm desselben aus dem Ausschnitte in der Schieberstange *ss* ausschnappt, und diese sammt dem Schieber durch den Druck des Dampfes über den am obern Ende dieser Stange sitzenden Gegenkolben *K* herabsinkt; worauf nun dem Dampfe wieder der Zutritt zum Dampfcylinder eröffnet wird. Während des nun erfolgenden Kolbenaufganges wird die Zunge *efg* von der Röhrenwand *DDE* bei *g* wieder in die Stellung von *II.* herabgedrückt, so daß nun ihre Wirkung auf den Hebel *hkl* aufhört und der kurze Arm desselben durch den Druck einer Feder wieder in den Einschnitt der mittlerweile emporgestiegenen Steuerschieberstange einschnappt. Dampframme.

Damit der Treibeapparat sammt dem Kolben allmälig senkrecht niedersinkt, ist der Läufer mit Eisenschienen ausgerüstet, welche durch an der Blechröhre befestigte Klammern umfaßt werden. Um ferner den Kolbenaufgang zu begrenzen und das Aufschlagen des Kolbens auf den Cylinderdeckel zu vermeiden, hat man den Obertheil dieses Cylinders luftdicht verschlossen, und um endlich die Erschütterungen beim Aufschlagen des Rammbärs auf den Pfahl für den Kolben und dessen Stange möglichst unschädlich zu machen, ist die Verbindung dieser Stange mit dem Rammklotz durch Einlage von Pappelholzscheiben möglichst elastisch gemacht.

Anmerkung. Bei einer Piletirung in den Catharinendocks zu London hat man die atmosphärische Ramme von Clarke und Varley in Anwendung gebracht, welche den Rammbär durch den Druck der atmosphärischen Luft hebt. Bei dieser Ramme ist das Rammseil an die Stange eines Kolbens angeschlossen, welcher in einem Cylinder spielt, der oben offen ist und unten mit dem Vacuo einer Luftpumpe in Verbindung steht (siehe die Zeitschrift: Der Ingenieur, Bd. II.).

Mechanische Arbeit der Rammen.

§. 236. Der mechanische Arbeitsaufwand, welchen das Einschlagen der Pfähle mittels einer Rammmaschine in Anspruch nimmt, läßt sich aus dem Gewichte des Rammbärs, der Steighöhe desselben und der Anzahl der Anhübe berechnen. Dem Gewichte Q des Rammbärs und der Steighöhe h desselben entspricht pro Anhub die mechanische Leistung, Qh. Erfordert nun das Einschlagen eines Pfahles n Schläge, so ist folglich der mechanische Arbeitsaufwand für einen Pfahl $= nQh$, und ist endlich m die Anzahl der täglich einzuschlagenden Pfähle, so hat man die durch die Rammmaschine täglich beanspruchte mechanische Arbeit:

$$L = mnQh,$$

und umgekehrt, die Anzahl der Pfähle, welche mit einer gegebenen Arbeit L täglich eingeschlagen werden können:

$$m = \frac{L}{nQh}.$$

Nach den französischen Angaben ist für das Arbeiten an der Zugramme, sowie in allen den Fällen, wo es darauf ankommt, eine Last mittels eines über eine Rolle laufenden Seiles emporzuheben und nach jedem Anhube wieder zurückfallen zu lassen:

die Kraft eines Menschen, $K = 38$ Pfund, mittlere Geschwindigkeit $c = 0{,}64$ Fuß, und Arbeitszeit $t = 6$ Stunden, und folglich das tägliche Arbeitsquantum $Kct = 38 \,.\, 0{,}64 \,.\, 6 \,.\, 60 \,.\, 60 = 525300$ Fußpfund. Nach I., §. 84 ist dagegen die tägliche Leistung eines Menschen an der Kurbel 1'175040 Fußpfund, und zwar bei der mittleren Kraft $K = 17$ Pfund, Geschwindigkeit $c = 2{,}4$ Fuß und Arbeitszeit $t = 8$ Stunden. Diesem zufolge ist also auch die mechanische Leistung des Menschen an der Kunstramme mit einer Kurbel $\frac{1'175040}{525300} = 2{,}24$, d. i. nahe $2\frac{1}{4}$ mal so groß als an der Zugramme. Dieses ungünstige Verhältniß in der Leistung der Zugramme hat seinen Grund darin, daß hier die Kraft des Menschen $K = 38$ Pfund nicht allein von ihrem mittleren Werthe bedeutend abweicht, sondern auch unter ungünstigen Umständen ausgeübt werden muß, wobei sich die Arbeiter so sehr anstrengen müssen, daß sie je nach einer kurzen Arbeitsdauer oder sogenannten Hitze von oft nur 40 bis 60 Secunden eine Arbeitspause von 2 bis 3 Minuten nöthig haben. Kräftige und eingeübte Arbeiter liefern allerdings zuweilen ein nahe doppelt so großes Arbeitsquantum an der Zugramme, nicht selten aber kommt es auch vor, zumal wenn die Anzahl der Arbeiter sehr groß ist, daß die Leistung eines Arbeiters den oben angegebenen Werth noch nicht einmal erreicht.

Bei der Zugramme bestimmt sich das Verhältniß zwischen der Kraft P und dem Gewichte Q des Rammbärs einfach aus dem Winkel α, um

welchen die einzelnen Zugleinen von der Vertikalen oder der Richtung des Rammtaues abweichen. Von der ganzen Kraft P eines Arbeiters kommt nur der vertikale Component $P\cos.\alpha$ zur Wirkung; ist folglich ν die Anzahl der Arbeiter, so hat man die Kraft des einzelnen: Mechanische Arbeit der Rammen.

$$P = \frac{Q}{\nu\cos.\alpha}.$$

Bei einer Kunstramme mit Vorgelegshaspel ist dagegen, wie aus dem in §. 215 Angegebenen unmittelbar hervorgeht, diese Kraft:

$$P = \frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{b}{a}\cdot\frac{Q}{\nu}.$$

Für die Dampframme ist einfach die zum unmittelbaren Heben des Rammbäres nöthige Dampf- oder Kolbenkraft:

$$P = Q.$$

Beispiel. Wenn der Rammbär einer Zugramme 700 Pfund schwer ist, und die Zugkraft eines Arbeiters in der Richtung des Rammtaues, $P = 35$ Pfund angenommen wird, so hat man die nöthige Anzahl der Arbeiter $\nu = \frac{Q}{P} = \frac{700}{35} = 20$, und daher die tägliche Leistung derselben $L = \nu K c t = 20 . 525300 = 10'506000$ Fußpfund. Soll der Rammbär bei jedem Anhube 4 Fuß gehoben werden, und ein Pfahl zu seinem Einrammen 1500 Schläge erfordern, so ist das auf das Einschlagen eines Pfahles verwendete Arbeitsquantum $= 700 . 4 . 1500 = 4'200000$ Fußpfund, und daher die Anzahl der täglich einzurammenden Pfähle $m = \frac{10'50600}{4'200000} = 2\frac{1}{2}$. Bei Anwendung einer Kunstramme mit Kurbelbewegung würde man vielleicht nur 4 Arbeiter zum Heben des Rammbärs verwenden, dafür aber denselben etwa 20 Fuß hoch heben. Wäre hier die Anzahl der Zähne des Rades auf der Kurbelwelle 4 mal in der des Rades auf der Seiltrommel enthalten, also $\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{4}$, und der Halbmesser b der letzteren 3 mal in der Kurbellänge a enthalten, also $\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$, so hätte man die Kraft zum Aufziehen des Rammbärs: $P = \frac{1}{4} . \frac{1}{3} . \frac{700}{4} = \frac{1}{12} . 175 = 14{,}58$ Pfund, also etwas kleiner, als oben angegeben worden ist. Da hier die Steighöhe des Rammbärs $\frac{20}{4} = 5$ mal so groß ist als bei der Zugramme, so läßt sich voraussetzen, daß hier ein Pfahl zu seinem Eintreiben nur $\frac{1}{5}$ mal so viel, d. i. nur $\frac{1}{5} . 1500 = 300$ Schläge bedarf. Ein jeder Schlag nimmt $700 . 20 = 14000$ Fußpfund Arbeit in Anspruch; da das tägliche Arbeitsquantum der 4 Arbeiter $4 . 1'175040 = 4'700160$ Fußpfund beträgt, so ist folglich die Anzahl der mit dieser Maschine täglich einzutreibenden Pfähle:

$$m = \frac{4'700160}{300 . 14000} = \frac{4'700160}{4'200000} = 1{,}12.$$

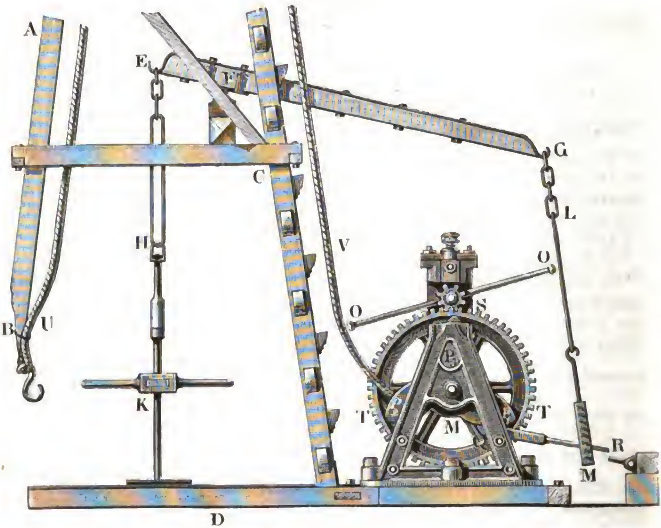
Anmerkung. Ueber die Tragfähigkeit der eingerammten Pfähle ist in Theil I., §. 287 u. s. w. das Nöthigste mitgetheilt worden.

§. 237. Das sogenannte Abbohren (franz. le sondage; engl. the boring) oder Bohren von runden tiefen Löchern in die feste Erdrinde hat Abbohrmaschinen.

Abbohr-maschinen.

die meiste Aehnlichkeit mit dem Einrammen der Pfähle durch die Kunstramme; denn auch hier kommt es darauf an, einen schweren Körper, das sogenannte **Bohrgestänge** sammt dem Bohrer, mittels eines Haspels oder einer andern Radwelle wiederholt emporzuheben und niederfallen zu lassen. Die Höhe, auf welche das Bohrgestänge gehoben wird, ist allerdings nur 1 bis 3 Fuß, und deshalb ist denn auch hierbei statt der Leitrolle mit Vortheil ein Hebel anzuwenden. Die wesentliche Einrichtung einer **Abbohrmaschine** nach **Degousée** ist aus Fig. 493 zu ersehen. $ABCD$ ist der untere Theil des sogenannten Bohrgerüstes, in EFG

Fig. 493.



sieht man den um F drehbaren Hebel oder Schwengel, an welchem einerseits das in einem Bohrer sich endigende Bohrgestänge HK und andererseits eine eiserne Stange LM hängt, wodurch der Schwengel zunächst in Bewegung gesetzt wird. Ferner ist STT ein gewöhnlicher Vorgelegshaspel mit den Hörnern O, O, und es ist P_1, P_2, P_3 eine auf der Trommel M sitzende und drei Hebe- oder Druckdaumen bildende Eisenscheibe, womit ein zweiter Hebel oder Schwengel QR niedergedrückt wird, welcher durch eine Scheere am Ende der Stange LM hindurchgeht. Leicht ist zu ermessen, wie durch Umdrehung des Haspels mittels der Daumen P_1, P_2, P_3,

des Schwengels QR, der Stange LM und des Schwengels EFG das Bohrgestänge emporgehoben werden kann. Damit das Bohrloch möglichst rund ausfalle, muß der Bohrer mittels eines Querarmes oder des sogenannten Stangenbündels K nach jedem Stoße um einen kleinen Theil des ganzen Umfanges gedreht werden. Abbohrmaschinen.

Wenn sich das Bohrloch so stark mit Bohrmehl oder Schmand angefüllt hat, daß dadurch die Wirksamkeit des Bohrers gehindert wird, so zieht man das Bohrgestänge aus dem Bohrloche heraus, schraubt statt des Bohrers den mit einem Ventile versehenen Bohrlöffel an das Gestänge, und hängt nun dasselbe wieder in das Bohrloch. Um nun den Löffel mit Bohrschmand zu füllen, hebt man das Bohrgestänge einige Mal auf und nieder. Hierauf zieht man das Gestänge wieder aus dem Bohrloche, schraubt den Löffel ab und das Bohrstück an und läßt das Bohrgestänge in das Bohrloch, so daß nun das Bohren von Neuem beginnen kann. Wenn das Bohrloch eine größere Tiefe erreicht hat, so ist das Herausziehen des Bohrers mit vielen Umständen und großem Zeitaufwand verbunden, da hierbei das Bohrgestänge in Theile zerlegt werden muß. Dieses Herausziehen des Bohrgestänges aus dem Bohrloche wird durch ein starkes Tau UV bewirkt, welches über eine Rolle am Kopfe des Bohrgerüstes weggeführt ist, und um den Rundbaum des Haspels ST gelegt wird, wenn zum Herausziehen verschritten werden soll.

Aus dem Vorstehenden ist zu ersehen, daß das Abbohren mit dem Erdbohrer aus einer dreifachen Arbeit besteht. Es ist nämlich das Bohrgestänge

1) in Hitzen von etwa 100 Schlägen emporzuheben,
2) hierbei dasselbe allmälig umzudrehen und
3) dasselbe von Zeit zu Zeit ganz aus dem Bohrloch herauszuziehen und wieder in dasselbe hinabzulassen.

Der Arbeitsaufwand, welchen das Heben des Bohrers beansprucht, ist so zu beurtheilen, wie die Arbeit an der Kunstramme. Ist Q das Gewicht des Bohrgestänges und h dessen Fallhöhe, so hat man die mechanische Arbeit bei jedem Gestänghube $= Qh$ und ist folglich die mittlere Anzahl der Anhübe pro Minute $= n$ (etwa 30 bis 40), so hat man die Leistung pro Secunde $L = \frac{n}{60} Qh$.

Ist die Kurbelarmlänge $= a$, die Länge des Kraftarmes des Schwengels $QR = a_1$, die des Lastarmes desselben $= b_1$, ferner die Länge des Kraftarmes des Schwengels $EFG = a_2$, und die seines Lastarmes $= b_2$, ferner n_1 die Anzahl der Zähne des Zahnrades auf der Kurbelwelle und n_2 die Anzahl der Zähne des Zahnrades auf der Trommelwelle und endlich n_3 die Anzahl der Hebedaumen dieser Welle, so bestimmt sich

Abbohr-maschinen.

das Verhältniß der Kurbelkraft P zum Gewichte Q des Bohrgestänges durch die Formel

$$\frac{P}{Q} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{b_2}{a_2} \cdot \frac{n_3 h}{2 \pi a}.$$

Die Kraft zum Drehen des Bohrers ist, wenn der Bohrer an einem Oehre hängt, nach III., §. 142 zu berechnen. Was aber die Arbeit zum Herausziehen des ganzen Bohrgestänges aus dem Bohrloch anlangt, so ist diese dem Producte aus dem Gewichte des Gestänges und aus der Erhebung seines Schwerpunktes gleich zu setzen.

Beispiel. Um einen Erdbohrer von 2000 Pfund Gewicht 1 Fuß hoch zu heben, ist eine Arbeit von 2000 Fußpfund nöthig. Verwendet man aber hierzu drei Arbeiter und läßt man dieselben an einer Kurbel wirken, so liefern diese täglich 3 . 1'175040 = 3'525120 Fußpfund Arbeit, und es können dieselben folglich den Bohrer in dieser Zeit $\frac{3'525120}{2000} = 1762$ mal anheben.

Wäre das Zähnezahlverhältniß des Bohrhaspels $\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{4}$, das Armlängenverhältniß $\frac{b_1}{a_1} = \frac{3}{4}$, das Armlängenverhältniß $\frac{b_2}{a_2} = \frac{1}{4}$, die Anzahl der Druckbaumen $n_3 = 4$ und die Kurbelarmlänge $a = 1$ Fuß, so hätte man, nach dem Obigen, die erforderliche Kraft an den Kurbelspillen:

$$P = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{b_2}{a_2} \cdot \frac{n_3 h}{2 \pi a} Q = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot 1}{3 \pi} \cdot 2000$$
$$= \frac{2000}{16 \pi} = 39{,}8 \text{ Pfund};$$

so daß auf jeden der drei Arbeiter nur 13,3 Pfund käme.

Zweites Kapitel.

Von den Maschinen zum Heben der Lasten auf größere Höhen.

Schacht-förderung.

§. 238. Das Heben der Lasten auf größere Höhen kommt vorzüglich bei der Förderung in Schächten (franz. puits, engl. shafts), d. i. auf den mehr oder weniger senkrechten Wegen vor, wodurch die Grubenbaue entweder unter einander oder mit der Tagesoberfläche verbunden sind. Deshalb soll denn auch in diesem Kapitel nur von der Schachtförderung die Rede sein. Der wesentlichste Theil einer Schachtförderungsmaschine ist eine Radwelle in Verbindung mit Seilen, an deren Enden zwei zur Aufnahme der Lasten dienende Fördergefäße befestigt sind. Je nachdem diese Maschine nach der einen oder nach der an-

deren Richtung umgedreht wird, wickelt sich das eine oder das andere Seil auf die Welle auf oder von derselben ab, wobei natürlich allemal das gefüllte Fördergefäß mit emporgehoben und das entleerte Fördergefäß niedergelassen werden kann. Durch diese Einrichtung unterscheiden sich die Schachtförderungsmaschinen vorzüglich von den Aufzügen, bei welchen in der Regel nur ein Seil mit einem Fördergefäße angewendet wird. Kommt es nur darauf an, kleinere Fördermassen aus kleineren Tiefen emporzuschaffen, so bedient man sich in der Regel des gewöhnlichen Haspels als Fördermaschine, und läßt denselben durch zwei Arbeiter, die sogenannten Haspelknechte, in Umdrehung setzen. Um größere Förderquanta auszufördern, wendet man aber die stehende Welle oder den Göpel an, und zwar entweder den sogenannten Handgöpel, oder den Ochsen- oder Pferdegöpel (s. II., §. 84 und §. 85). Ist es endlich nöthig, in einer gegebenen Zeit ein bedeutendes Förderquantum zu Tage zu fördern, so muß man entweder von der Wasserkraft oder von der Dampfkraft Gebrauch machen. In Deutschland nennt man auch diese durch Wasser oder Dampf in Bewegung gesetzten Fördermaschinen Göpel, und unterscheidet hiernach noch die Wasser- und Dampfgöpel von einander. Schachtförderung.

Die Umtriebsmaschine eines Wassergöpels kann entweder in einem vertikalen oder in einem horizontalen Wasserrade oder gar in einer Wassersäulenmaschine bestehen, und es ist hiernach dieselbe entweder ein sogenannter Wasserradgöpel oder ein Turbinengöpel oder ein Wassersäulengöpel.

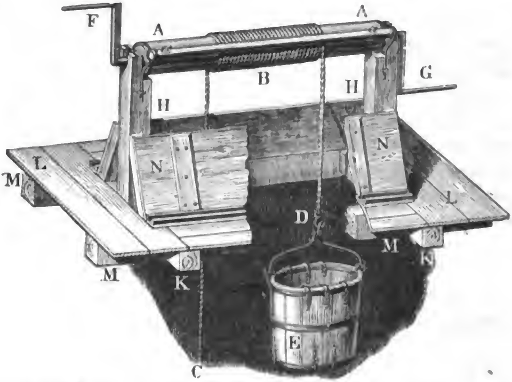
Hiernach ist denn auch in diesem Kapitel von folgenden Arbeitsmaschinen die Rede:

1) der Haspel (Zieh- oder Berghaspel),
2) der Handgöpel,
3) der Pferdegöpel (Treibegöpel),
4) der Wasserradgöpel,
5) der Turbinengöpel,
6) der Wassersäulengöpel und
7) der Dampfgöpel.

§. 239. Die Einrichtung eines Ziehhaspels nach Freiberger Construction ist aus Fig. 494 (a. f. S.) zu ersehen. AA ist die Welle oder der sogenannte Rundbaum, um welche ein Seil B gewickelt ist, an dessen Enden C und D die in mit Eisen beschlagenen Kübeln bestehenden Fördergefäße angehängt sind. In dieser Figur ist nur der eine Kübel E, und zwar derjenige, welcher entweder soeben gefüllt an der Schachtmündung ankommt oder im Schachte leer niedergeht, abgebildet; der andere Kübel Berghaspel.

Bergbaspel. ist nicht sichtbar, da er sich noch in der Nähe des Füllortes, d. i. nahe

Fig. 494.



über dem Punkte befindet, von wo aus die Förderung und wo also auch die Füllung der Kübel erfolgt. Die in die Kurbeln oder sogenannten Haspelhörner F und G auslaufenden Zapfen des Rundbaumes ruhen auf den sogenannten Haspelstützen H, H, welche unten auf über der Schachtmündung wegliegenden Querschwellen oder sogenannten Pfühlbäumen K, K festsitzen und oben mit Schlitzen versehen sind, die zur Aufnahme der Zapfen dienen und zu diesem Zwecke mit eisernen Bändern, den sogenannten Pfadeisen, ausgefüttert werden. Die Haspelknechte stehen bei der Arbeit oder bei der Umdrehung der Kurbeln auf einer Bühne LL, welche auf dem über dem Schacht wegliegenden Schwellengeviere KK, MM ruhen. Die Stange aa, welche längs des Rundbaumes hinläuft und durch Eisenhaken fest mit den Haspelstützen verbunden ist, dient dem sogenannten Ausläufer als Handhabe beim Abziehen des gefüllten Kübels von der Schachtmündung und beim Einhängen des leeren Kübels. Um endlich das Hineinstürzen fremder Körper in den Schacht am Ende des Ziehens oder Ausförderns zu verhindern, werden noch die Thüren NN und OO an die Streben angelehnt, welche zur Befestigung der Haspelstützen mit den Pfühlbäumen dienen.

Ist der Schacht seiger (lothrecht), so hängen die Kübel frei, ist er aber flach, so liegen sie auf einer aus Brettern, Stangen oder Schwarten gebildeten Bahn, dem sogenannten Tonnenfache, das nicht allein in der Mitte, sondern auch zu beiden Seiten mit aufrecht gestellten Brettern versehen ist, damit die Kübel weder mit einander, noch mit anderen Gegenständen im

Schachte zusammenstoßen können. Jede Abtheilung der dadurch erhaltenen Kübelleitungen erhält eine Breite, welche die Länge eines Kübels reichlich doppelt enthält, damit sich das Seil auf dem Rundbaume möglichst lang fort und weniger über sich selbst aufwickele. Durch das allerdings bei größeren Schachtteufen unvermeidliche Uebersichwickeln des Seiles wird eine Veränderlichkeit des Hebelarms der Last und folglich auch eine Veränderlichkeit der Kraft herbeigeführt, wodurch allerdings die Leistung der Arbeiter herabgezogen werden kann. Der mittlere Hebelarm b der Last bestimmt sich aus dem Halbmesser r des Rundbaumes, der Länge s des aufzuwickelnden Seiles, der Länge l desjenigen Rundbaumstückes, auf welchen sich das Seil eines Kübels aufwickelt, und aus der Stärke d des Seiles durch die in III., §. 81 gefundene Formel: Bergbaufpel.

$$b = \left(1 + \frac{s\,d^2}{4\,\pi\,l\,r^2}\right) r.$$

Die Kübel sind entweder aus Holzdauben zusammengesetzt, oder bestehen aus Eisenblech. Sie haben einen elliptischen Querschnitt, der vom Boden nach der Mündung zunimmt. Die beiden Axen des Bodens messen circa 9 und 15 Zoll, und die der Mündung 11 bis 18 Zoll, die Tiefe aber ist 15 Zoll, und hiernach der Inhalt ungefähr 2400 Cubikzoll. Rechnet man, daß das specifische Gewicht der Fördermasse = 2,5 ist, und daß die Fördermasse $^2/_5$ des ganzen Kübelraumes ausfüllt, so beträgt hiernach das Gewicht der Fördermasse eines Kübels

$$= 0{,}4 \,.\, 2{,}5 \,.\, 66 \,.\, \frac{2400}{1728} = \frac{6600}{72} = \frac{1100}{12} = 92 \text{ Pfund}.$$

Bei dem Freiberger Bergbau rechnet man, daß zwei Arbeiter in einer achtstündigen Schicht aus einem Schachte von 20 Lachter Seigerteufe (lothrechter Tiefe) zwei Schock Kübel Berge ziehen. Da 20 Lachter = 40 Meter = 40 . 3,1862 = 127,448 Fuß beträgt, so ist hiernach die tägliche Leistung dieser Arbeiter

$$127{,}448 \,.\, 92 \,.\, 120 = 1'407020 \text{ Fußpfund},$$

also die eines einzigen Arbeiters 703510 Fußpfund. In II., §. 84 wurde dagegen das tägliche Arbeitsquantum eines Menschen an der Kurbel 1'175040 Fußpfund angegeben. Die Differenz von 473530 Fußpfund hat ihren Grund nicht allein in den Nebenhindernissen des Ziehhaspels, sondern auch noch darin, daß die Haspelknechte in einer achtstündigen Schicht höchstens sechs Stunden lang arbeiten und dabei ihr tägliches Arbeitsvermögen nicht erschöpfen.

§. 240. In der Absicht, den Kraft- und Arbeitsaufwand bei der Förderung mittels eines einfachen Haspels zu finden, setzen wir

Bergbaspel. die Förderlast eines Kübels $= Q$,
das Gewicht eines leeren Kübels $= G$,
das Gewicht des armirten Rundbaumes sammt Seil $= G_1$,
das Fallen, oder den Neigungswinkel des Schachtes oder der Kübelleitung gegen den Horizont, $= \alpha$,
den mittleren Lastarm des Rundbaumes $= b$,
die Kurbelhöhe oder den Kraftarm $= a$, und
die Stärke des Ziehseiles $= d$.

Die Kraft zum Herausziehen des gefüllten Kübels ist nach I., §. 159
$$S_1 = (G + Q)\,(sin.\,\alpha + \varphi\,cos.\,\alpha),$$
und die Kraft, mit welcher der leere Kübel dem Aufsteigen des gefüllten Kübels zu Hülfe kommt,
$$S_2 = G\,(sin.\,\alpha - \varphi\,cos.\,\alpha);$$
folglich ist die Kraft zur Bewegung beider Kübel:
$$W_1 = S_1 - S_2 = Q\,sin.\,\alpha + \varphi\,(Q + 2\,G)\,cos.\,\alpha,$$
oder, wenn man den Coefficienten der Reibung des Kübels in seiner Leitung, $\varphi = 0,3$ annimmt,
$$W_1 = Q\,sin.\,\alpha + 0,3\,(Q + 2\,G)\,cos.\,\alpha.$$

Zu diesem Widerstande kommt nun noch der Widerstand W_2, welcher beim Umlegen des Seiles um den Rundbaum zu überwinden ist, sowie die Reibung W_3 der Zapfen des Rundbaumes in seinen Lagern.

Der Steifigkeitswiderstand eines Hanfseiles ist nach I., §. 179 durch die Formel:
$$W_2 = \frac{d^{1,4}}{b}\,(6,83 + 0,141\,Q)$$
$$= \frac{d^{1,4}}{b}\,[6,83 + 0,141\,(G + Q)\,(sin.\,\alpha + \varphi\,cos.\,\alpha)] \text{ bestimmt.}$$

Die auf den Lastpunkt reducirte Zapfenreibung wird nach I., §. 177 durch die Formel:
$$W_3 = \varphi_1\,\frac{r}{b}\,R,$$
worin φ_1 den Coefficienten der Zapfenreibung und R den Zapfendruck bezeichnet, berechnet.

Der letztere ist die Mittelkraft aus der Summe $S_1 + S_2$ der beiden Seilspannungen und aus dem Gewichte G_1 des armirten Rundbaumes, und berechnet sich daher durch die Formel:
$$R = \sqrt{[(S_1 + S_2)\,sin.\,\alpha + G_1]^2 + [(S_1 + S_2)\,cos.\,\alpha]^2}$$
$$= \sqrt{(S_1 + S_2)^2 + 2\,(S_1 + S_2)\,G_1\,sin.\,\alpha + G_1^2},$$
wofür indessen, zumal bei Schächten mit größeren Fallen, annähernd:

$$R = S_1 + S_2 + G_1 \sin.\alpha$$ Bergbaspel.
$$= (Q + 2G + G_1)\sin.\alpha + \varphi Q \cos.\alpha$$

gesetzt werden kann.

Nimmt man $\varphi_1 = 0{,}1$ an, so hat man hiernach:

$$W_3 = 0{,}1\,\frac{r}{b}\,[(Q + 2G + G_1)\sin.\alpha + \varphi Q \cos.\alpha].$$

Setzen wir nun das Moment der Umdrehungskraft P dem Momente der Gesammtlast $W_1 + W_2 + W_3$ gleich, so erhalten wir folgende Kraftformel:

$$Pa = (W_1 + W_2 + W_3)\,b, \text{ oder}$$
$$Pa = [Q\sin.\alpha + 0{,}3\,(Q + 2G)\cos.\alpha]\,b$$
$$+ d^{1,4}\,[6{,}83 + 0{,}141\,(Q + G)\,(\sin.\alpha + \varphi\cos.\alpha)]$$
$$+ 0{,}1\,r\,[(Q + 2G + G_1)\sin.\alpha + \varphi Q\cos.\alpha].$$

Hat man mit Hülfe dieser Formel die Kraft P eines Haspels bestimmt, so berechnet sich nun auch mit Hülfe der bekannten Kraftformel (s. II., §. 80) die entsprechende Geschwindigkeit des Kraftpunktes oder der Haspelspille:

$$v = \left(2 - \frac{P}{K}\right)c,$$

und hieraus wieder die mittlere Geschwindigkeit der Last:

$$w = \frac{b}{a}\cdot v.$$

Ist s die flache Schachtteufe oder der ganze Lastweg, so hat man die Zeit zum Herausziehen eines Kübels:

$$t_1 = \frac{s}{w} = \frac{as}{bv},$$

und ist t_2 die Stillstandszeit oder Zeit zum Anfüllen und Ausleeren eines Kübels, t aber die ganze Schichtzeit, so folgt endlich die Anzahl der pro Schicht auszufördernden Kübel:

$$n = \frac{t}{t_1 + t_2}.$$

Der obigen Kraftformel kann man auch folgende Form geben:

$$P = \left(1 + 0{,}141\,\frac{d^{1,4}}{b} + 0{,}1\,\frac{r}{b}\right)(1 + 0{,}3\,cotg.\alpha)\,\frac{b}{a}\,Q\sin.\alpha$$
$$+ \left[0{,}6\,G\,cotg.\alpha + \frac{d^{1,4}}{b}\left(\frac{6{,}83}{\sin.\alpha} + 0{,}141\,G\,(1 + 0{,}3\,cotg.\alpha)\right)\right.$$
$$\left. + 0{,}1\,.\,\frac{r}{b}\,(2G + G_1)\right]\frac{b\sin.\alpha}{a},$$

oder

Bergbaspel. $P = [(1 + \delta)(1 + 0{,}3\ cotg.\ \alpha)\ Q + W]\ \frac{b\ sin.\ \alpha}{a}$, wofern man

$0{,}141\ \frac{d^{1,4}}{b} + 0{,}1\ \frac{r}{b}$ durch δ und

$$0{,}6\ G\ cotg.\ \alpha + \frac{d^{1,4}}{b}\left(\frac{6{,}83}{sin.\ \alpha} + 0{,}141\ G\ (1 + 0{,}3\ cotg.\ \alpha)\right)$$

$$+ 0{,}1\ .\ \frac{r}{b}\ (2\,G + G_1)$$ durch W bezeichnet.

Es ist aus II., §. 82 und §. 84 bekannt, daß die Leistung am größten ausfällt, wenn

$$P = K + \frac{b}{a}\ \frac{W\ sin.\ \alpha}{2}$$ ist,

folglich das Hebelarmverhältniß:

$$\frac{b}{a} = \frac{K}{\left((1 + \delta)(1 + 0{,}3\ cotg.\ \alpha)\ Q + \frac{W}{2}\right) sin.\ \alpha}$$

in Anwendung gebracht wird.

Beispiel. Es sei das Förderquantum eines Kübels $Q = 90$ Pf., das Gewicht eines leeren Kübels $G = 35$ Pf., das Gewicht des Rundbaumes sammt Seil $G_1 = 100$ Pf., das Fallen des Schachtes $\alpha = 60$ Grad, die Länge des Kraftarmes $a = 16$ Zoll, die Stärke des Rundbaumes = 7 Zoll, die Länge der Fortwickelung des Seiles auf demselben = 2 Fuß, der Zapfenhalbmesser $r = \frac{3}{8}$ Zoll und die Seilstärke $d = \frac{3}{4}$ Zoll; man fragt nach der Anzahl der Kübel, welche mittels dieses Haspels durch zwei Arbeiter aus einer flachen Teufe von 150 Fuß täglich zu Tage gefördert werden.

Die Formel $b = \left(1 + \frac{s\,d^2}{4\,\pi\,l\,r^2}\right) r$, worin r nicht den Zapfen- sondern den Rundbaumhalbmesser bezeichnet, giebt uns zunächst die Länge des mittleren Lastarmes:

$$b = \tfrac{7}{2}\left(1 + \frac{150}{2}\,(\tfrac{3}{4}\cdot\tfrac{2}{7})^2\cdot\frac{1}{4\pi}\right) = \tfrac{7}{2}\left(1 + \frac{1350}{1568\,\pi}\right) = \tfrac{7}{2}\ .\ 1{,}274$$
$$= 4{,}459 \text{ Zoll.}$$

Nun ist

$[Q\ sin.\ \alpha + 0{,}3\ (Q + 2\,G)\ cos.\ \alpha]\ b$
$= (90\ sin.\ 60^0 + 0{,}3\ .\ 160\ .\ cos.\ 60^0)\ .\ 4{,}459 = 454{,}6$ Zollpf.

$d^{1,4}\ [6{,}83 + 0{,}141\ (Q + G)\ (sin.\ \alpha + \varphi\ cos.\ \alpha)]$
$= (6{,}83 + 0{,}141\ .\ 125\ .\ 1{,}016)\ .\ 0{,}6685 = 16{,}5$ Zollpf.,

$\varphi_1 r\ [(Q + 2\,G + G_1)\ sin.\ \alpha + \varphi\ Q\ cos.\ \alpha]$
$= 0{,}1\ .\ \frac{3}{8}\ (260\ sin.\ 60^0 + 27\ cos.\ 60^0) = 8{,}9$ Zollpf.,

daher folgt das Kraftmoment:

$$Pa = 454{,}6 + 16{,}5 + 8{,}9 = 480,$$

und daher die Kraft an der Kurbel:

$$P = \frac{480}{a} = \frac{480}{16} = 30 \text{ Pfund.}$$

Ferner ist nach II., §. 84, die mittlere Kraft eines Arbeiters an der Kurbel $K = 17$ Pfund, also die von zwei Arbeitern = 34 Pfund, und die mittlere

Geschwindigkeit desselben $c = 2{,}4$ Fuß; folglich ist in dem vorliegenden Falle die Geschwindigkeit der Kraft: Berghaspel.

$$v = \left(2 - \frac{P}{K}\right) c = \left(2 - \frac{30}{34}\right) . 2{,}4 = \frac{19}{17} . 2{,}4 = 2{,}68 \text{ Fuß};$$

also die der Last:

$$w = \frac{b}{a} v = \frac{4{,}459}{16} . 2{,}68 = 0{,}747 \text{ Fuß},$$

und daher die Zeit zum Herausziehen eines gefüllten Kübels aus der Tiefe $s = 150$ Fuß,

$$t_1 = \frac{s}{w} = \frac{150}{0{,}747} = 193{,}8 \text{ Sec.} = 3 \text{ Min. } 13{,}8 \text{ Sec.}$$

Der bei mittleren Arbeitszeit von $t = 8$ Stunden $= 28800$ Secunden entsprechende Weg der Last ist

$$s_1 = s v t = 0{,}747 . 28800 = 21514 \text{ Fuß},$$

und folglich die von zwei Arbeitern täglich auszufördernde Kübelzahl:

$$n = \frac{s_1}{s} = \frac{21514}{150} = 143.$$

Erfordert die Zeit zum Füllen und Leeren eines Kübels 1 Minute, so ist die ganze Stillstandszeit 143 . 1 = 143 Min. = 2 Stunden 23 Min. und daher die ganze Schichtzeit 10 Stunden 23 Min.

§. 241. Aus der Formel Vorgelegshaspel.

$$\frac{b}{a} = \frac{K}{\left((1 + \delta)(1 + 0{,}3 \, cotg. \alpha) \, Q + \frac{W}{2}\right) sin. \, \alpha}$$

ist zu ersehen, daß der mittlere Hebelarm b der Last und also auch die Stärke des Rundbaumes

$$d_1 = \left(1 - \frac{s d^2}{4 \pi l b^2}\right) . 2 b$$

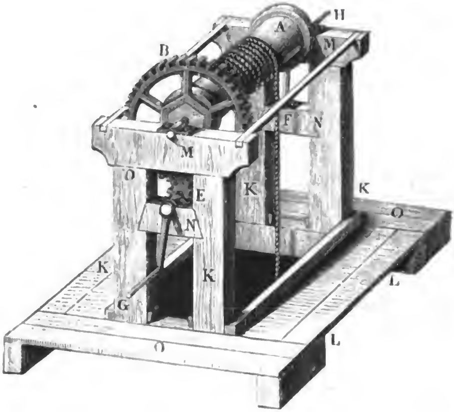
um so schwächer ausfallen muß, je größer die Förderlast Q eines Kübels ist. Nun erfordert aber das Tragvermögen des Rundbaumes und die unvollkommene Biegsamkeit des Seiles, zumal wenn dasselbe, wie in neuerer Zeit sehr gewöhnlich, aus Eisendraht besteht, daß die Stärke des Rundbaumes unter eine gewisse Größe nicht herabgehe; deshalb ist es daher nöthig, zum Ausfördern größerer oder untheilbarer Lasten **Haspel mit Vorgelege** in Anwendung zu bringen. Einen transportablen Vorgelegshaspel, welcher hierzu anwendbar wäre, kennen wir schon aus III., §. 215, Fig. 442; bei dem hiesigen Bergbau hat man aber den Vorgelegshaspeln folgende Einrichtung gegeben.

Der Rundbaum A, Fig. 495 (a. f. S.), ist hier 12 bis 16 Zoll stark, und trägt ein größeres eisernes Zahnrad BD von 40 bis 60 Zähnen, während auf der eisernen Kurbelwelle EF (in der Figur verdeckt) ein kleineres eisernes Zahnrad E von 12 bis 15 Zähnen festsitzt. In der Regel läßt man an jedem der beiden Kurbelhörner G und H einen

Vorgelegs-haspel.

Haspelknecht arbeiten; bei größerer Länge der Spillen ist es jedoch auch

Fig. 495.



möglich, drei oder vier Arbeiter an diesem Haspel anzustellen. Es läßt sich zumal die Einrichtung treffen, daß zwei Arbeiter regelmäßig dem Umdrehen der Kurbel obliegen und ein dritter Arbeiter nicht allein das Ausstürzen der Kübel besorgt, sondern auch noch eine Zeit lang mit an einem Haspelhorne dreht. Die Drahtseile, welche man bei solchen Haspeln anwendet, werden aus vier Litzen zu je vier Drähten zusammengedreht. Die Stärke des hierzu verwendeten Drahtes ist $^1/_{32}$ bis $^1/_{16}$ Zoll. Zur Unterstützung des Rundbaumes und der Kurbelwelle dienen zwei Paar Haspelstützen $K, K \ldots$, welche in den quer über dem Schachte wegliegenden Pfühlbäumen L, L eingelassen sind und den Rundbaum mittels der Querhäupter $M_1 M$, die Kurbelwelle aber mittels der Fröschchen NN tragen. Durch die Bänke O, O wird den Arbeitern ein fester Standpunkt verschafft.

Setzen wir bei diesem Haspel, wie im vorigen Paragraphen, das Moment der Last:

$$[(1 + \delta)(1 + \varphi\, cotg.\, \alpha)\, Q + W]\, b\, sin.\, \alpha,$$

so haben wir hier unter der Voraussetzung, daß n_1 die Anzahl der Zähne des Treibrades auf der Kurbelwelle, n_2 die Anzahl der Zähne des Getriebrades auf der Lastwelle, und φ_2 den Coefficienten der Zahnreibung bezeichnet, dem Paragraphen 52 entsprechend die erforderliche Kraft an der Kurbelspille:

$$P = \left[1 + \varphi_2 \pi \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\right] [(1 + \delta)(1 + \varphi\, cotg.\, \alpha)\, Q + W] \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a}\, sin.\, \alpha,$$ Vorgelegshaspel.

wobei jedoch noch die Zapfenreibung an der Kurbelwelle u. s. w. außer Acht geblieben ist.

Ist a_2 der Halbmesser des Zahnrades auf der Lastwelle, so hat man den Druck zwischen den Zähnen beider Räder annähernd:

$$R = \frac{b}{a_2}\, Q\, sin\ \alpha,$$

und ist noch r_2 der Halbmesser der Zapfen der Last- und der Kraft- oder Kurbelwelle, so hat man die auf den Kraftpunkt reducirte Zapfenreibung der Kurbelwelle:

$$F = \varphi_1 \frac{r_2}{a} \sqrt{G_2^2 + R^2} = \varphi_1 \frac{r_2}{a} \sqrt{G_2^2 + \left(\frac{b}{a_2}\, Q\, sin.\, \alpha\right)^2}.$$

Der aus dem Seitendrucke R hervorgehende Zuwachs der Zapfenreibung der Lastwelle kann wegen seiner Kleinheit außer Acht gelassen werden. Bei Haspeln für einen seigeren Schacht ist $\alpha = 90^0$, folglich $sin.\ \alpha = 1$ und $cos.\ \alpha = cotg.\ \alpha = 0$, daher einfacher:

$$P = \left[1 + \varphi_2 \pi \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\right] [(1 + \delta)\, Q + W] \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{b}{a} + F, \text{ und}$$

$$F = \varphi_1 \frac{r_2}{a} \sqrt{G_2^2 + \left(\frac{b\,Q}{a_2}\right)^2}.$$

Die erste Formel ist vorzüglich anzuwenden, wenn es darauf ankommt, das einer gegebenen Last Q entsprechende vortheilhafteste Umsetzungsverhältniß $\psi = \frac{n_1}{n_2}$ zu bestimmen. Da für diesen Fall

$$P = K + \frac{F}{2} + \frac{n_1}{n_2} \frac{b}{a} \left[1 + \varphi_2 \pi \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\right] \frac{W}{2}$$

sein soll, so folgt, indem man P eliminirt:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{K - \frac{F}{2}}{\left(\left[1 + \varphi_2 \pi \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\right] (1 + \delta)\, Q + \frac{W}{2}\right) \frac{b}{a}}, \text{ oder annähernd}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{a\,K}{b\,Q}.$$

Beispiel. Ist für einen Vorgelegshaspel zu einem seigeren Schachte gegeben: die Last $Q = 200$ Pfund, die Kurbelhöhe $a = 16$ Zoll, und der mittlere Hebelarm der Last $b = 8$ Zoll, so hat man zunächst bei Anstellung von zwei Haspelknechten mit je 17 Pfund Kraft das Umsetzungsverhältniß annähernd

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{a\,K}{b\,Q} = \frac{16\,.\,34}{8\,.\,200} = \frac{34}{100}, \text{ also ungefähr } 1/3.$$

Bergelegshaspel. Setzen wir hiernach vorläufig die Anzahl der Zähne des Rades auf der Kurbelwelle, $n_1 = 17$ und die des Rades auf der Lastwelle, $n_2 = 52$, sowie $\varphi_2 \pi = \frac{1}{3}$, so erhalten wir den Factor:

$$1 + \varphi_2 \pi \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) = 1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{17} + \frac{1}{52}\right) = 1{,}026.$$

Wäre die Stärke des etwa anzuwendenden Hanfseiles $\frac{3}{4}$ Zoll, so würde der Werth

$$0{,}141 \cdot \frac{d^{1,4}}{b} = 0{,}141 \cdot \frac{0{,}668}{8} = 0{,}141 \cdot 0{,}0835 = 0{,}012$$

betragen; bei Anwendung eines $\frac{1}{4}$ Zoll dicken Drahtseiles ist hingegen der Steifigkeitswiderstand nur halb so groß, d. i. $\frac{1}{2} \cdot 0{,}141 \frac{d^{1,4}}{b} = 0{,}006$.

Setzt man noch den Zapfenhalbmesser der Lastwelle $r = \frac{1}{2}$ Zoll und den Reibungscoefficienten $\varphi_1 = 0{,}1$, so erhält man

$$\frac{\varphi_1 r}{b} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{16} = 0{,}006,$$

und daher den Factor:

$$1 + \delta = 1 + 0{,}006 + 0{,}006 = 1{,}012.$$

Ist ferner das Gewicht eines Kübels, $G = 70$ Pfund und das Gewicht der Lastwelle 500 Pfund, so hat man die constante Nebenlast:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{d^{1,4}}{b}(6{,}83 + 0{,}141\ G) + \frac{\varphi_1 r}{b}(2\ G + G_1)$$

$$= 0{,}04175\ (6{,}83 + 9{,}87) + 0{,}006 \cdot 640 = 4{,}45 \text{ Pf.}$$

Endlich ist die Zapfenreibung an der Kurbel, wenn der Halbmesser des Zapfens $r_2 = \frac{3}{8}$ Zoll, das Gewicht der Kurbelwelle, $G_2 = 150$ Pfund und der Halbmesser des Zahnrades auf dieser Welle, $a_2 = 18$ Zoll angenommen wird:

$$F = \varphi_1 \frac{r_2}{a} \sqrt{G_2^2 + \left(\frac{b\,Q}{a_2}\right)^2} = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{8 \cdot 16} \sqrt{150^2 + \left(\frac{200 \cdot 8}{18}\right)^2}$$

$$= 0{,}00234 \sqrt{22500 + 7901} = 0{,}408 \text{ Pfund.}$$

Hiernach erhalten wir genauer das Umsetzungsverhältniß:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{K - \frac{F}{2}}{\left(\left[1 + \varphi_2 \pi \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{\ }\right)\right](1+\delta)Q + \frac{W}{2}\right)\frac{b}{a}} = \frac{34 - 0{,}204}{(1{,}026 \cdot 1{,}012 \cdot 200 + 4{,}45)} \cdot \frac{16}{8}$$

$$= \frac{33{,}796}{106{,}05} = 0{,}319;$$

wonach man angemessener die Zähnezahlen $n_1 = 17$ und $n_2 = 54$ in Anwendung bringen kann.

Hand- und Pferdegöpel. §. 242. Die allgemeine Einrichtung der Hand- und Pferdegöpel ist bereits aus II., §. 85 bekannt; es bleibt daher nur noch von den besonderen Einrichtungen der Göpel, wodurch dieselben zum Fördern geschickt werden, zu handeln übrig. Ein zu diesem Zwecke sehr nöthiger Theil ist der sogenannte Korb (s. III., §. 81) oder die Trommel, um welche sich das Seil wickelt, wodurch die Last emporgezogen wird. Die Körbe sind entweder cylindrisch oder conisch geformt. Im letzteren Falle nennt man sie gewöhnlich Spiralkörbe. Sie sind ferner fest oder beweg-

lich auf ihrer Welle. Letztere erhalten eine Aus- und Einrückvorrichtung, ähnlich wie Fig. 410 vor Augen führt, und leisten ihre Dienste, wenn es darauf ankommt, die Förderteufe zu verändern. In diesem Falle wird der Korb, an welchem die oben angekommene Tonne hängt, von seiner Welle abgelöst, und durch Bremsen in seiner Umdrehung gehindert, während die unten angekommene leere Tonne von dem seitherigen Füllorte nach dem neuen Füllorte getrieben wird. Ist dies geschehen, so wird dieser Korb wieder fest mit der Welle verbunden, und es kann nun das Fördern von dem neuen Fassungspunkte aus ohne Weiteres vor sich gehen. Der Halbmesser des Korbes ist gewöhnlich ein Viertel der Schwengellänge, und die Länge desselben 1 bis 2 Fuß. Durch die sogenannten Korbscheiben, welche den Korb begrenzen, wird ein 1 bis 2 Fuß tiefes Seilfach zum Aufwickeln des Seiles gebildet. Eine der Korbscheiben dient zugleich als Bremsrad für einen Brems, dessen wesentliche Einrichtung aus §. 166, Fig. 343 bekannt ist. Hand- und Pferdegöpel.

Die horizontale Richtung des sich um den Korb wickelnden Seiles wird durch Leitrollen oder sogenannte Seilscheiben, welche etwa 20 Fuß hoch über der Schachtmündung hängen, in die Schachtrichtung umgeändert. Man macht diese Scheiben 6 bis 10 Fuß hoch und giebt ihnen eine rinnenförmige Vertiefung für das Seil. Eine solche Scheibe aus Gußeisen ist bereits aus §. 23, Fig. 66 bekannt. Damit sich das Seil regelmäßig auf den Korb aufwickeln könne, darf der Abstand der Seilscheiben vom Korbe nicht unter dem Zwanzigfachen der Seilfachhöhe messen, auch ist zu diesem Zwecke das Seilstück zwischen dem Korbe und der Seilscheibe durch sogenannte Balanciergewichte zu unterstützen. Die Ebene einer Seilscheibe ist durch die Richtung des Seiles im Schachte und durch die des Seilstückes vom Korbe nach dieser Scheibe bestimmt. Ist der Schacht seiger, so erhält hiernach auch jede der beiden Seilscheiben eine seigere Lage; ist hingegen der Schacht flachfallend und der Horizontalabstand der beiden Seile im Schachte nicht gleich dem Korbdurchmesser (in der Regel kleiner), so sind die Seilscheiben, und folglich auch ihre Axen, schief gegen den Horizont zu legen.

In der neueren Zeit wendet man fast nur Drahtseile (s. §. 18) zur Göpelförderung an. Dieselben sind in der Regel möglichst rund zusammengedreht und bestehen aus 3 bis 6 Litzen zu je 4 bis 6 Drähten. Die Verbindung des Seiles mit dem Fördergefäße oder der Treibetonne wird durch Ketten, der sogenannten Schurz- und Quenzelkette, bewirkt. Bei der Förderung in seigeren Schächten haben die Fördergefäße nicht selten die gewöhnliche faßförmige Gestalt; zur Förderung in flachen Schächten, wo das Fördergefäß in einer Leitung gehen muß, sind hingegen kastenförmige Treibetonnen nöthig. Um das nachtheilige Drehen der Ton-

Hand- und Pferdegöpel.

nen in seigeren Schächten zu verhindern, wendet man an manchen Orten noch sogenannte Bandseile an, welche aus mehreren Rundseilen zusammengenäht werden; weit besser ist es jedoch auch hier eine Tonnenleitung anzuwenden. Die Treibetonnen für seigere Schächte sind parallelepipedische Kästen mit vier Seitenwalzen, wovon je zwei an einer Seitenwand der Tonne sitzen und zwischen zwei in dem Fallen des Schachtes niedergehenden Streichbäumen beweglich sind. Die Treibetonnen für flache Schächte sind prismatische Kästen mit trapezoidalen Seitenwänden, und erhalten außer den Seitenwalzen noch vier Räder oder Bauchwalzen, womit sie auf den in neueren Zeiten meist mit Eisenschienen belegten Straßbäumen laufen. Um so wenig wie möglich Aufenthalt beim Füllen und Leeren der Fördergefäße zu haben und das Fördern möglichst zu beschleunigen, hängt man, zumal bei seigeren Schächten, statt der Treibetonnen ein mit einer Schale versehenes Gestelle an das Treibeseil und fördert gleich die Wagen, in welchen die Fördermassen dem Schachte zugefördert werden, nachdem man sie auf die Schale geschoben hat, zu Tage.

Damit sich das Treib- oder Förderseil nicht auf dem Liegenden des Schachtes abreibe, werden von Distanz zu Distanz Seilwalzen angebracht, über welche das Seil hinläuft.

Um endlich das aus dem Schachte gekommene Fördergefäß zu leeren, muß noch eine besondere Sturzvorrichtung angebracht werden, welche aus Haken, den sogenannten Sturzhaken, und aus zwei Bolzen, den sogenannten Sturzaxen, besteht. Jene sitzen auf den Streichbäumen über der Schachtbrüstung, diese hingegen ragen aus den Seitenwänden der Tonne etwas unter dem Mittel derselben hervor. Soll die Tonne gestürzt werden, so läßt man die Sturzhaken mittels eines Hebels herab, damit sich die Sturzaxen der niederzulassenden Tonne in dieselben einlegen können. Werden statt der Tonnen die Förderwagen auf Schalen empor getrieben, so müssen zwar die letzteren durch niederzulassenden Haken vor dem unzeitigen Niedergehen gesichert werden, dagegen kommt es dann nur noch darauf an, den gefüllten Wagen von der Schale abzuziehen und ihn durch einen leeren zu ersetzen.

§. 243. Die Einrichtung eines Handgöpels für einen flachen Schacht kann man aus der monodimetrischen Zeichnung desselben in Fig. 496 ersehen. A ist die stehende Welle und B, B, B sind die drei auf derselben befestigten Schwengel, deren Enden von den Arbeitern ergriffen und von denselben fortgeschoben werden. Diese Welle ruht mit ihrem unteren Zapfen oder Stifte in einer Pfanne, welche in dem sogenannten Göpelstock C eingelassen ist, und wird mit ihrem oberen Zapfen durch ein an einen Balken D des Göpelhauses angeschraubtes Lager gestützt. Die

beiden Körbe E und E_1 dieses Göpels sitzen fest auf der stehenden Welle und bilden daher ein Ganzes. Die Seile EFG und $E_1 F_1 G_1$ laufen über die neben und über einander hängenden Seilscheiben F und F_1, wodurch sie die dem Fallen des Schachtes entsprechenden Richtungen er- Hand- und Pferdegöpel.

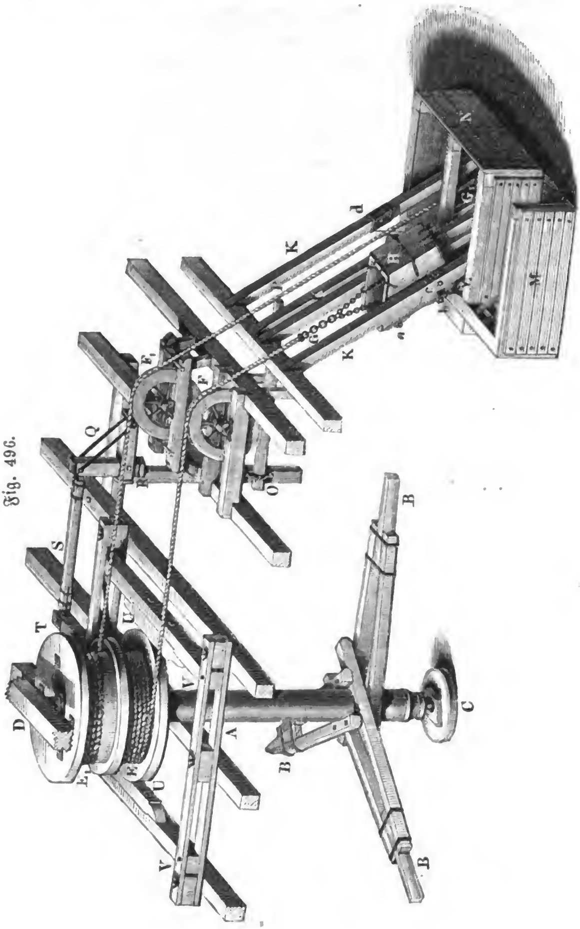


Fig. 496.

Hand- und Pferdegöpel.

halten. Die eine Tonne *H* ist soeben über Tage angekommen und von den Stürzhaken erfaßt, die andere Tonne ist dagegen am Füllorte angelangt, und deshalb in der Zeichnung nicht angegeben. Von der Tonnenleitung sind nur die Streichbäume *K*, *K*, ꝛc. sichtbar; von den Straßbäumen, worauf die Tonne mit ihren Rädern oder Walzen *a*, *b* . . läuft, ist bei *L* nur das Ende des einen bemerkbar. Ebenso bemerkt man von den vier Stürzhaken, welche in den Streichbäumen eingelassen sind, in *c* und *d* deren nur zwei. *MN* ist die sogenannte Schachtbrüstung, welche bei *M* den Fahr- und bei *N* die beiden Abtheilungen des Treibschachtes von außen umgiebt. Die untere Korbscheibe dient zugleich als Bremsrad, wenn es darauf ankommt, die Maschine zu sistiren. Dieses Bremsen wird durch Niederdrücken eines um *O* drehbaren Hebels *OP*, des sogenannten Bremsdrückels, hervorgebracht. Dieser wirkt mittels einer vertikalen (in der Figur kaum sichtbaren) Zugstange auf ein um *R* drehbares Kreuz *QR*, welches mit dem schon aus §. 170, Fig. 351 bekannten Bremswerk *TUV* durch eine horizontale Zugstange *S* in Verbindung gesetzt ist.

Die Einrichtung eines sächsischen Pferdegöpels ist aus Figur 497 zu entnehmen. Es ist auch hier *A* die stehende Welle, *B* der Schwengel und *C* der die erstere unterstützende Göpelstock, dessen specielle Zusammensetzung aus Figur 498 (S. 530) ersehen werden kann. Hier ist *a* ein durch Anker mit dem aufgemauerten Göpelstocke verbundenes Lager aus Holz, durch welches die Gegenkeile *b*, *b* hindurchgehen, welche die Pfannen tragen, in welchen der in dem unteren Zapfen *d* der stehenden Welle *A* eingesetzte Stahlstift läuft. (Vergl. §. 9, Fig. 24—26.) Von den beiden Körben *D* und D_1, Fig. 497, ist der untere fest auf der stehenden Welle, der obere aber beweglich auf derselben. Für gewöhnlich ruht der erstere auf dem letzteren und ist mit demselben durch Bolzen verbunden, die aus dem oberen Armgeviere des unteren Korbes hervorragen und in entsprechende Löcher im unteren Armgeviere des oberen Korbes eingreifen. Kommt es aber darauf an, die leere Tonne im Schachte fortzurücken, so dreht man an einer Winde *a*, welche durch eine Kette *b* und einen Arm *c* mit der Horizontalwelle *d* in Verbindung gesetzt ist, von welcher zwei den oberen Korb tragende Ketten, wie *e*, herabhängen. Dadurch wird der obere Korb von dem unteren abgehoben, und es kann nun die stehende Welle mit dem unteren Korbe umlaufen, folglich die mit demselben verbundene leere Tonne beliebig höher oder tiefer gerückt werden, ohne daß der obere Korb umläuft und die an ihm hängende volle Tonne ihren Ort ändert. Der untere Korb *D* wird durch Knaggen *E* und Streben *F* von unten unterstützt, und der Schwengel *B* ist oben in die stehende Welle eingezapft und verschraubt, übrigens aber auch noch in dem unteren Korbe festgekeilt, und

an demselben durch Streben *f* und an der stehenden Welle unten durch Hand- und Pferdegöpel.

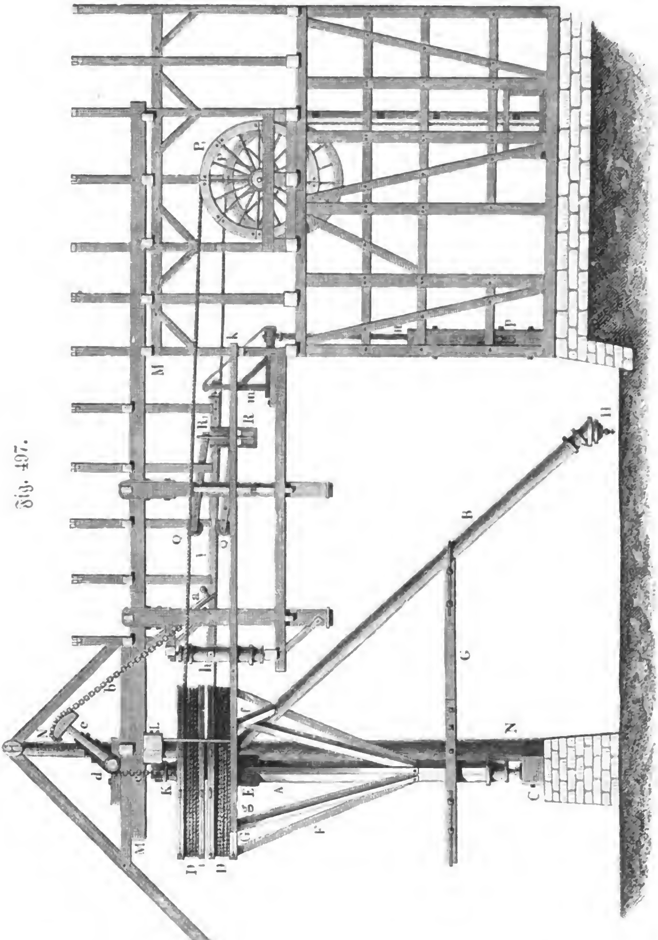


Fig. 497.

einen Spannriegel *G* abgesteift. Die 10 Fuß lange Deichsel, woran die

Hand- und Pferdegöpel.

Pferde ziehen, ist durch einen Stecknagel H an das untere Ende des Schwengels angehangen und läßt sich um diesen Nagel frei drehen. Noch sind an dem Schwengel zwei Schleppspieße angehangen, welche sich in die Rennbahn einstemmen, wenn die Kraft nachläßt, und welche dadurch das Zurückgehen der vollen Tonne verhindern. Der obere Zapfen K der stehenden Welle liegt in einem Lager, welches an einem doppelten Querbalken L angeschraubt ist, der zwei Strebbalken wie M trägt und sich gegen die über die ganze Rennbahn weggreifenden Sparren oder Spießbäume NN stemmt. Diese Spießbäume stützen sich unten auf eine Mauer O, wie aus Fig. 499 zu ersehen ist, und sind entweder oben in einander, oder an einer Hängesäule, dem sogenannten Mönch, eingezapft. Die Seile erhalten durch die Seilscheiben P und P_1 die Richtung nach dem Schachte und sind bei Q und Q_1 von Rollen unterstützt, die durch Gegengewichte R und R_1 mittels Hebel von unten nach oben gedrückt werden. Endlich hat die Maschine noch ein Bremswerk, wie wir bereits kennen gelernt haben. Die Fig. 496 zeigt in gk einen von den beiden Hebeln, an welchen die auf den unteren Kranz des oberen oder unteren Korbes zu drückenden Bremsbacken befestigt sind. Um das Bremsen ohne Anstrengung und von dem Treibehause aus bewirken zu können, ist noch eine Wendedocke h (vergl. §. 13) angebracht, welche durch, in der Figur nicht sichtbare, Zugstangen an die Bremshebel und durch die hölzerne Zugstange l mit einem Kreuze m in Verbindung steht, von dem eine dritte Zugstange n herabhängt, welche mittels eines Drückels p niedergezogen werden kann. Um den Brems in der einen oder der anderen Stellung zu erhalten, ist zur Seite des Drückels eine gezahnte Stange angebracht und der Drückel selbst mit einem Zahne versehen, womit man denselben in diese Stange einschieben kann.

Fig. 498.

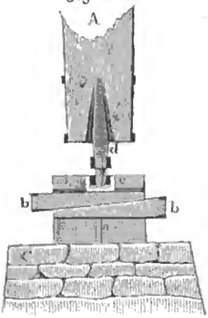
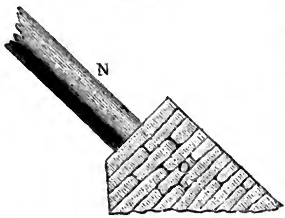


Fig. 499.



§. 244. Der Arbeitsaufwand, welchen die Bewegung eines Pferdegöpels nöthig macht, ist mit Hülfe des in II., §. 85 über die stehenden

Wellen überhaupt Gesagten leicht zu beurtheilen, zumal da hier viele Verhältnisse dieselben sind, wie bei der Haspelförderung. Bezeichnen wir auch hier durch Q die Förderlast in einer Tonne, durch G das Gewicht einer leeren Tonne, dagegen durch G_1 das Gewicht der Seilwalzen im Liegenden des Schachtes, durch G_2 das Gewicht einer Seilscheibe und durch G_3 das Gewicht der armirten stehenden Welle; setzen wir ferner den Fallwinkel des Schachtes $= \alpha$, den Halbmesser einer Tonnenwalze $= r$, den Halbmesser des Zapfens derselben $= \varrho$, ferner den Halbmesser einer Seilwalze $= r_1$ und den ihres Zapfens $= \varrho_1$, sowie den Halbmesser einer Seilscheibe $= r_2$ und den ihres Zapfens $= \varrho_2$; bezeichnen wir noch den Halbmesser des Stiftes der stehenden Welle durch ϱ_3 und den des Zapfens durch ϱ_4. Setzen wir ferner die Länge der stehenden Welle, vom Stift bis zum oberen Zapfen gemessen, $= l$, den mittleren Abstand der beiden Körbe von dem Stifte $= l_1$ und den von dem oberen Zapfen $= l_2$, die mechanische Schwengellänge, vom Schwengelnagel rechtwinkelig zur Axe der stehenden Welle gemessen, $= a$, die Deichsellänge $= d$, den mittleren Lastarm des Korbes $= b$, die flache Schachtteufe $= s$, die Seilstärke $= \delta$, endlich das Gewicht des laufenden Fußes Treibeseil $= \gamma$ und das Gewicht des ganzen Treibeseiles, d. i. $s\gamma$, $= S$. Hand- und Pferdegöpel.

Die reine Last ist auch hier, da sich die beiden Tonnen das Gleichgewicht halten, $W = Q \sin. \alpha$.

Die beiden Tonnen drücken mit der Kraft $(Q + 2G) \cos. \alpha$ gegen die Tonnenleitung, und würden hier die gleitende Reibung $\varphi (Q + 2G) \cos. \alpha$ zu überwinden haben, wenn sie ohne Räder wären; durch diese Räder wird aber die gleitende Reibung in eine zu vernachlässigende rollende und in folgende Zapfenreibung verwandelt:

$$W_1 = \varphi \frac{\varrho}{r} (Q + 2G) \cos. \alpha.$$

Die Treibeseile drücken mit dem Gewichte $S = s\gamma$ gegen die Seilwalzen im Schachte, und geben hier eine Zapfenreibung, welche sich annähernd

$$W_2 = \varphi \frac{\varrho_1}{r_1} (S + G_1) \cos. \alpha$$

setzen läßt.

Die Gesammtspannung der beiden Seile ist $(Q + 2G + S_1) \sin. \alpha$ anzunehmen, weshalb nach I., §. 181 der Steifigkeitswiderstand des Seiles an den Seilscheiben

$$W_3 = K + \frac{\nu (Q + 2G + S) \sin. \alpha}{r_2}$$

zu setzen ist.

Die Seilscheiben wirken durch ihr Gewicht $2G_2$ vertikal abwärts, und

Hand- und Pferdegöpel.

mittels der Seile sowohl nach dem Schachtfallen abwärts als auch nach dem Korbe horizontal mit der Kraft $(Q + 2G + G_1)\ sin.\alpha$, folglich kann man den Zapfendruck bei diesen Scheiben (s. I., §. 169)
$0,96[2G_2+(Q+2G+S)(sin.\alpha)^2]+0,40(Q+2G+S)sin.\alpha(1-cos.\alpha)$,
und daher die entsprechende Zapfenreibung

$$W_4 = \varphi\ \frac{\varrho_2}{r_2}\Big(0,96\ [2\ G_2 + (Q + 2\ G + S)\ (sin.\alpha)^2] + 0,40\ (Q + 2\ G + S)\ sin.\alpha\ (1 - cos.\alpha)\Big)$$

$$= \varphi\ \frac{\varrho_2}{r_2}\Big(1,92\ G_2 + [0,96\ sin.\alpha + 0,40\ (1 - cos.\alpha)]\ (Q + 2\ G + S)\ sin.\alpha\Big)$$

setzen.

Die mittlere Spannung des sich auf den Korb aufwickelnden Seiles läßt sich $(Q + G + \frac{1}{2}S)\ sin.\alpha$ annehmen, weshalb der entsprechende Seilsteifigkeitswiderstand ist

$$W_5 = K + \frac{\nu\ (Q + G + \frac{1}{2}S)\ sin.\alpha}{b}.$$

Zu diesen Widerständen kommen endlich die aus II., §. 85 bekannten Zapfenreibungen an der stehenden Welle, nämlich die Reibung an der Basis des unteren Zapfens

$$W_6 = \frac{2}{3}\ \varphi\ \frac{\varrho_3}{b}\ G_3$$

und die Seitenreibung an beiden Zapfen

$$W_7 = \varphi\left(\frac{r_3 l_2 + r_4 l_1}{b\, l}\right)(Q + 2\ G + S)\ sin.\alpha.$$

Der Summe $W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 + W_6 + W_7$ dieser Widerstände ist durch die vom Schwengelarme auf den mittleren Lastarm reducirte Kraft das Gleichgewicht zu halten. Nach II., §. 85 ist der Hebelarm a_1 der Kraft wenig kleiner als die mechanische Schwengellänge, nämlich

$$a_1 = \sqrt{a^2 - \frac{d^2}{4}},\ \text{annähernd} = a - \frac{d^2}{8a},$$

daher das Moment der Zugkraft der Pferde zu setzen:

$$Pa_1 = P\left(a - \frac{d^2}{8a}\right)$$

und die reducirte Kraft selbst

$$\frac{Pa_1}{b} = \frac{P\left(a - \frac{d^2}{8a}\right)}{b} = W + W_1 + \ldots + W_7.$$

Sind die Last, die beweglichen Gewichte und die Dimensionen eines Göpels gegeben, so kann man nun leicht die erforderliche Zugkraft der Pferde Hand- und Pferdegöpel.

$$P = \frac{b(W + W_1 + \ldots + W_7)}{a - \frac{d^2}{8a}}$$

finden.

Auch ist nun hieraus wieder die zu fordernde Geschwindigkeit der Kraft und Last zu berechnen. Die bekannte Formel $P = \left(2 - \frac{v}{c}\right) K$, wo K die mittlere Kraft und c die mittlere Geschwindigkeit bezeichnet, giebt uns die gesuchte Geschwindigkeit der Kraft

$$v = \left(2 - \frac{P}{K}\right),$$

woraus die mittlere Geschwindigkeit der Last

$$w = \frac{b}{a_1} v = \frac{b v}{a - \frac{d^2}{8a}}$$

folgt.

Die Zeit zum Ausfördern einer Tonne und die Anzahl der in einer gegebenen Schichtzeit auszufördernden Tonnen ist genau nach den schon in §. 240 gegebenen Formeln zu berechnen.

Uebrigens kann man auch bei den Treibegöpeln wie bei den Haspeln, wenn R die constante Nebenlast bezeichnet,

$$P = [(1 + \delta)(1 + \varphi \frac{\varrho}{r} cotg. \alpha) Q + \frac{1}{2} R] \frac{b \sin. \alpha}{a_1}$$

setzen und hiernach den zweckmäßigsten Hebelarm der Last berechnen. Es ist nämlich

$$b = \frac{a_1 K}{\left((1 + \delta)(1 + \varphi \frac{\varrho}{r} cotg. \alpha) Q + \frac{R}{2}\right) \sin. \alpha},$$

und folglich der entsprechende Korbhalbmesser, nach §. 81:

$$r_5 = \left(1 + \frac{s d^2}{4 \pi l b^2}\right) b.$$

Beispiel. Wie viel gefüllte Tonnen können mittelst eines Pferdegöpels durch zwei Pferde aus einem Schachte von 800 Fuß Tiefe und 70 Grad Fallen getrieben werden, wenn das Gewicht der Fördermasse $= 1000$ Pfund, das Gewicht einer Treibetonne $G = 400$ Pfund; ferner das Gewicht der Seilwalzen im Schachte $G_1 = 120$ Pfund, das Gewicht einer Seilscheibe $G_2 = 500$ Pfund, das Gewicht der stehenden Welle $G_3 = 9000$ Pfund und der laufende Fuß der anzuwendenden Drahtseile $\gamma = \frac{1}{2}$ Pfund, also jedes Seil $800 \cdot \frac{1}{2} = 400$ Pfund wiegt, und wenn die Dimensionen des ganzen Treibezeuges folgende sind: $\varrho = \frac{1}{2}$, $r = \frac{5}{2}$, $\varrho_1 = \frac{1}{4}$, $r_1 = 2$, $\varrho_2 = \frac{3}{2}$, $r_2 = 36$, $\varrho_3 = 1$, $\varrho_4 = \frac{5}{8}$ Zoll,

Hand- und Pferdegöpel. $\delta = \frac{1}{2}$ Zoll, ferner $l_1 = 20$ Fuß, $l_2 = 5$ Fuß, also $l = l_1 + l_2 = 25$ Fuß, $a = 24$ Fuß, $d = 10$ Fuß, $r_3 = 5$ Fuß?

Die reine Last ist

$$W = Q \; sin. \; \alpha = 1000 \; sin. \; 70^0 = 939{,}69 \text{ Pfund},$$

die Reibung an den Axen der Tonnenwalzen, $\varphi = 0{,}1$ gesetzt,

$$W_1 = \varphi \frac{\varrho}{r} (Q + 2G) \; cos. \; \alpha = 0{,}1 \; . \; \frac{1}{6} \; . \; 1800 \; cos. \; 70^0 = 12{,}31 \text{ Pfund},$$

die Reibung an den Axen der Seilwalzen, $\varphi_1 = 0{,}1$ angenommen,

$$W_2 = \varphi_1 \frac{\varrho_1}{r_1} (S + G_1) \; cos. \; \alpha = 0{,}1 \; . \; \frac{1}{8} \; . \; 520 \; cos. \; 70^0 = 2{,}22 \text{ Pfund},$$

der Steifigkeitswiderstand des Seiles beim Umbiegen um die Göpelscheiben, wenn man für diese Seile, Versuchen des Verfassers entsprechend,

$K = 0{,}77$ und $\nu = 0{,}0907$ annimmt,

$$W_3 = K + \nu \; (Q + 2G + S) \; . \; \frac{sin. \; \alpha}{r_2} = 0{,}77 + 0{,}0907 \; . \; 2200 \; \frac{sin. \; 70^0}{36} = 5{,}21 \text{ Pf.},$$

und die Zapfenreibung an den Seilscheiben, $\varphi_2 = 0{,}1$ angenommen,

$$W_4 = \varphi_2 \frac{\varrho_2}{r_2} \left(1{,}92 \; G_2 + [0{,}96 \; sin. \; \alpha + 0{,}40 \; (1 - cos. \; \alpha)] \; (Q + 2G + S) \; sin. \; \alpha\right)$$

$$= 0{,}1 \; . \; \frac{1}{24} \; [1{,}92 \; . \; 500 + (0{,}9021 + 0{,}2632) \; . \; 2067] = 14{,}04 \text{ Pfund}.$$

Um die übrigen Nebenhindernisse berechnen zu können, ist die Kenntniß des mittleren Hebelarmes b der Last nöthig. Die Länge dieses Armes ist durch die Formel

$$b = \left(1 + \frac{(s + 2\sigma) \; \delta^2}{4 \pi \; l \; r^2}\right) r$$

bestimmt, in welcher

s die abzuwickelnde Seillänge = 800 Fuß,
σ die auf dem Korbe zurückbleibende Reserveseillänge, etwa 200 Fuß,
δ die Seilstärke = $\frac{1}{2}$ Zoll,
l die Seilfachhöhe = $\frac{3}{2}$ Fuß, und
r den Korbhalbmesser = 5 Fuß

bezeichnen.

Es ist für diesen Fall

$$b = \left(1 + \frac{1200}{4 \pi \; . \; \frac{3}{2} \;\; 25 \; . \; 24^2}\right) \; . \; 5 = 5{,}022 \text{ Fuß} = 60{,}264 \text{ Zoll}.$$

Der Steifigkeitswiderstand des Seiles beim Umwickeln um den Korb ist nun

$$W_5 = K + \frac{\nu (Q + G + \frac{1}{2} S) \; sin. \; \alpha}{b} = 0{,}77 + 0{,}0907 \; . \; \frac{1600 \; sin. \; 70^0}{60{,}264} = 2{,}98 \text{ Pfund},$$

die Reibung an der Grundfläche des Stiftes, $\varphi = 0{,}1$ gesetzt:

$$W_6 = \frac{2}{3} \varphi \frac{\varrho_3}{b} G_3 = \frac{2}{3} \; . \; \frac{1}{10} \; . \; \frac{1}{60{,}264} \; . \; 9000 = 9{,}95 \text{ Pfund},$$

und endlich die Seitenreibung an beiden Zapfen dieser Welle

$$W_7 = \varphi \left(\frac{r_3 \, l_2 + r_4 \, l_1}{b \, l}\right) (Q + 2G + S) \; sin. \; \alpha$$

$$= 0{,}1 \; . \left(\frac{1 \; . \; 5 + \frac{1}{2} \; . \; 20}{60{,}264 \; . \; 25}\right) 2200 \; sin. \; 70^0 = 2{,}74 \text{ Pfund}.$$

Nun folgt die ganze Göpellast

$$W + W_1 + W_2 + \ldots + W_7 = 939{,}69 + 12{,}31 + 2{,}22 + 5{,}21$$
$$+ 14{,}04 + 2{,}98 + 9{,}95 + 2{,}74 = 989{,}14 \text{ Pfund}.$$

Der Hebelarm der Kraft ist Hand- und Pferdegöpel.

$$a_1 = a - \frac{d^2}{8a} = 24 - \frac{100}{192} = 23{,}48 \text{ Fuß},$$

folglich die erforderliche Pferdekraft:

$$P = \frac{b}{a_1}(W + W_1 + \ldots + W_7) = \frac{5{,}022}{23{,}48} \,.\, 989{,}12 = 211{,}56 \text{ Pfund}.$$

Nun ist nach II., §. 85 die mittlere Zugkraft zweier Pferde $K = 2 \,.\, 95 = 190$ Pfund und die mittlere Geschwindigkeit derselben $c = 2{,}9$ Fuß, demnach hat man die zu fordernde Geschwindigkeit der Pferde:

$$v = \left(2 - \frac{K}{P}\right) c = \left(2 - \frac{190}{211{,}56}\right) . \, 2{,}9 = 3{,}195 \text{ Fuß},$$

und die mittlere Geschwindigkeit der Tonne:

$$w = \frac{b}{a_1}\, v = \frac{5{,}022}{23{,}48} \cdot 3{,}195 = 0{,}683 \text{ Fuß}.$$

Die Zeit zum Ausfördern einer Tonne ist:

$$t_1 = \frac{s}{w} = \frac{800}{0{,}683} = 1171 \text{ Sec.} = 19', 31''.$$

Rechnet man hierzu noch 5 Minuten = 300 Secunden Stillstandszeit, so kommt auf das Treiben einer Tonne im Ganzen die Zeit 1471 Secunden, und es folgt daher die Anzahl der in einer Schichtzeit von 8 Stunden auszufördernden Tonnen:

$$n = \frac{8 \,.\, 60 \,.\, 60}{1471} = 20.$$

Um die ganze tägliche Arbeitskraft der Pferde zu verbrauchen, müßte dagegen die Anzahl der Tonnen:

$$n = \frac{P v t}{Q s} = \frac{w t}{s} = \frac{0{,}683 \,.\, 8 \,.\, 60 \,.\, 60}{800} = 24{,}6, \text{ d. i. 24 bis 25 sein.}$$

Die entsprechende tägliche Leistung des Göpels ist:

$$1000 \,.\, 800 \sin. 70^0 \,.\, 24{,}6 = 12'212000 \text{ Fußpfund},$$

die Maximalleistung der beiden Pferde dagegen, nach II., §. 85:

$$2 \,.\, 7'734400 = 15'868800 \text{ Fußpfund},$$

folglich der Wirkungsgrad der Maschine:

$$\eta = \frac{12'212}{15'869} = 0{,}770.$$

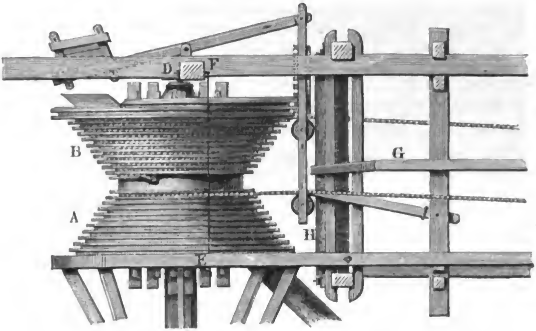
§. 245. Da sich das Treibeseil, woran die volle Tonne hängt, während des Aufsteigens dieser Tonne allmälig auf den Korb auf- und sich das Treibeseil, woran die leere Tonne hängt, allmälig von dem Korbe abwickelt, so ist die Gesammtlast während des Ausförderns einer Tonne nicht constant, sondern sie ist anfangs $Q + S$, nimmt allmälig ab, ist ferner auf dem halben Wege der Tonne, wo sich die beiden Seilgewichte $\frac{S}{2}$ und $\frac{S}{2}$ das Gleichgewicht halten, Q und sinkt nun immer mehr und mehr, bis sie zuletzt, wenn die volle Tonne oben ankommt, $Q - S$ ausfällt. Es beträgt folglich die größte Veränderung der Last $= \frac{2S}{Q}$ der letzteren. Die- Spiralkorb.

Spiralkorb. selbe wächst also mit dem Seilgewichte, d. i. mit der Schachttiefe s und mit dem Gewichte γ einer laufenden Längeneinheit Seil, und ist deshalb bei den Drahtseilen, die bei gleicher Tragkraft ungefähr halb so schwer sind, als die Hanfseile, viel kleiner als bei den Hanfseilen. Ueberträfe das Gewicht $S = s\gamma$ eines Seiles das der Fördermasse, was bei Anwendung von Hanfseilen und beim Treiben aus tiefen Schächten vorkommen kann, so würde die Gesammtlast, bevor die volle Tonne über Tage ankommt, Null betragen, und auf dem übrigen Wege dieser Tonne sogar negativ ausfallen, also eine Ueberwucht vorhanden sein. Dieser Zustand der Göpelförderung ist mit dem Abwärtsfahren eines Wagens auf einer stark geneigten Straße zu vergleichen; so gut man hier durch Einhemmen oder Bremsen das beschleunigte Herabrollen des Wagens verhindern muß, ebenso hat man bei der Göpelförderung einen Widerstand anzubringen, so wie die Last negativ wird, und folglich der Göpel von selbst zu gehen anfängt Dieses Hemmen des Göpels kann entweder durch Anziehen des Bremses, oder durch Anhängen eines Schlittens oder sogenannten Schlepphundes, welchen der Schwengel, woran die Pferde ziehen, mit herum führt, bewirkt werden. Da die mechanische Arbeit, welche diese Hülfsmittel consumiren, für die Maschine ganz verloren geht, so greift man natürlich sehr ungern zur Anwendung derselben und giebt den Gegengewichten und den Spiralkörben den Vorzug. Da es hier darauf ankommt, ein veränderliches Gewicht während der Durchlaufung eines größeren Weges auszugleichen, so bietet die Anwendung von Gegengewichten, wie wir in §. 178 und §. 179 bei den Zugbrücken kennen gelernt haben, Schwierigkeiten dar. Am leichtesten möchte noch ein sogenannter Ausgleichungswagen anwendbar sein, welcher während des Ausförderns der Tonne auf einer kurzen krummlinigen Bahn ein Mal herauf- und herabsteigt und hierbei die volle Tonne in ihrem Aufgange auf der ersten Hälfte ihres Weges eben so viel unterstützt, als sie auf der zweiten Hälfte hindert. Weit zweckmäßiger ist allerdings die Anwendung eines Spiralkorbes, eines Korbes von veränderlichem Halbmesser. Bei demselben nimmt der Hebelarm der vollen Tonne immer mehr und mehr zu, je weiter dieselbe herauskommt, und dagegen der Hebelarm der leeren Tonne immer mehr und mehr zu, je tiefer dieselbe hineinkommt, so daß das Moment der erforderlichen Umdrehungskraft trotz der Veränderlichkeit der Last während des Ausförderns der vollen Tonne nahe dasselbe bleibt.

Die Einrichtung eines Spiralkorbes nach v. Gerstner ist aus Figur 500 zu ersehen. A stellt das untere und B das obere Seilfach des ganzen Korbes, CD aber das obere Ende der stehenden Welle vor, worauf der ganze Korb befestigt ist, E ist der in F aufgehangene Brems, welcher durch das hölzerne Gestänge G und die Wendedocke H mittels eiserner

Arme und Stangen auf den unteren Korbkranz aufgedrückt werden kann. Spiralkorb.

Fig. 500.



Der Korb selbst wird aus Pfostenstücken und zwischenliegenden Brettstücken zusammengesetzt und ist durch Armgeviere u. s. w. mit der stehenden Welle fest verbunden. Die Dicke der Pfostenstücke, welche die erste oder größte Spiralwindung geben, ist nicht eine und dieselbe, sondern dieselbe wächst nach und nach um reichlich die Stärke des Seiles. Auf diese Spiralwindung kommt zunächst die aus dünnen Brettstücken zusammengesetzte Spiralwindung zu liegen, welche als Scheidewand zwischen den Seilwindungen dient. Hierauf kommt weiter eine aus Pfostenstücken zusammengesetzte Spiralwindung, welche wiederum von einer aus schwachen Brettchen gebildeten Spiralwindung bedeckt wird u. s. w.

Bei dem Spiralkorbe bewegt sich die volle Tonne beschleunigt und die leere Tonne verzögert; es ist daher der Weg x_1 der ersten von dem gleichzeitigen Wege x_2 der anderen, also das Gewicht $X_1 = x_1 \gamma$ des aufgewickelten Seiles der vollen Tonne von dem Gewichte $X_2 = x_2 \gamma$ des abgewickelten Seiles der leeren Tonne verschieden. Setzen wir den constanten Widerstand der vollen Tonne $= R_1$ und die constante Kraft der leeren Tonne $= R_2$, und bezeichnen wir durch μ einen die Einheit überschreitenden Coefficienten, so können wir den ganzen Widerstand der vollen Tonne durch

$$R_1 + \mu (S - X_1)$$

und dagegen die ganze Kraft der leeren Tonne durch

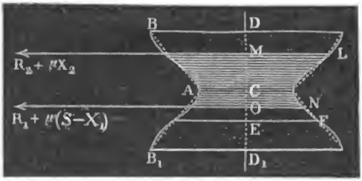
$$R_2 + \mu X_2$$

ausdrücken.

Ist noch z_1 der entsprechende Lastarm ON, Fig. 501 (a. f. S.), der

Spiralkorb. vollen und z_2 der entsprechende Lastarm ML der leeren Tonne, so haben wir das ganze Last- oder Kraftmoment der Maschine:

Fig. 501.



$$Pa = [R_1 + \mu(S - X_1)]z_1 - (R_2 + \mu X_2)z_2.$$

Soll nun der Spiralkorb vollständig ausgleichen, so muß dieses Moment, wie auch die gleichzeitigen Werthe von z_1, z_2, X_1 und X_2 bei den verschiedenen Tonnenständen ausfallen, stets dasselbe bleiben. Man hat also auch für den entgegengesetzten Tonnenstand, wo der Widerstand der vollen Tonne $R_1 + \mu X_2$ und die Kraft der leeren Tonne $R_2 + \mu(S - X_1)$ ist:

$$Pa = (R_1 + \mu X_2)\, z_2 - [R_2 + \mu(S - X_1)]\, z_1.$$

Die Addition dieser beiden Gleichungen giebt:.

$$2\, Pa = (R_1 - R_2)\,(z_1 + z_2),$$

und es folgt hiernach der mittlere Korbhalbmesser oder mittlere Lastarm:

$$1) \quad EF = r = \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{Pa}{R_1 - R_2}.$$

Setzen wir in den beiden Momenteformeln $X_1 = X_2 = 0$, nehmen wir also an, daß sich die eine Tonne am Tage und die andere am Füllorte befinde, so gehen dieselben in folgende über:

$$Pa = (R_1 + \mu S)\, z_1 - R_2\, z_2 \text{ und}$$
$$Pa = R_1\, z_2 - (R_2 + \mu S)\, z_1;$$

und es ist hierin $z_1 = r_1$, der kleinste Lastarm CA, sowie $z_2 = r_2$, der größte Lastarm DB.

Subtrahiren wir nun diese beiden Gleichungen von einander und führen wir statt z_1 und z_2 die Buchstaben r_1 und r_2 ein, so erhalten wir Folgendes:

$$(R_1 + R_2 + 2\mu S)\, r_1 = (R_1 + R_2) r_2, \text{ und daher}$$

$$2) \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + 2\mu S}.$$

Nun ist aber nach Gleichung 1) auch

$$\frac{r_1 + r_2}{2} = r;$$

daher folgt nun der kleinste Lastarm:

$$CA = r_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + \mu S} \cdot r = \left(1 - \frac{\mu S}{R_1 + R_2 + \mu S}\right) r,$$

der größte Lastarm: Spiralkorb.

$$DB = r_2 = \left(\frac{R_1 + R_2 + 2\mu S}{R_1 + R_2 + \mu S}\right) r = \left(1 + \frac{\mu S}{R_1 + R_2 + \mu S}\right) r.$$

Will man von der Ausgleichung in den Zwischenständen absehen, so giebt man jedem Korbe die Form eines abgekürzten Kegels und den Grundflächen desselben die soeben gefundenen Halbmesser r_1 und r_2. Die der ganzen Seillänge s entsprechende Anzahl der Windungen ist:

$$n = \frac{s}{2\pi r};$$

und folglich die Höhe eines Seilfaches oder der einen Korbhälfte, wenn jede Seilwindung die Höhe λ in Anspruch nimmt:

$$l = n\lambda.$$

In der Regel kann man bei diesen Dimensionsbestimmungen

für $R_1 = (Q + G)\, sin.\, \alpha$,

für $R_2 = G\, sin.\, \alpha$, und

für $\mu = sin.\, \alpha$

setzen, so daß sich

$$r = b = \frac{Pa}{Q sin.\, \alpha},$$

$$r_1 = \left(1 - \frac{S}{Q + 2G + S}\right) r \text{ und}$$

$$r_2 = \left(1 + \frac{S}{Q + 2G + S}\right) r \text{ herausstellt.}$$

Beispiel. Wäre für einen Spiralkorb der mittlere Halbmesser $r = 5$ Fuß, so würde bei der Tonnenlast $Q = 1000$ Pfund, dem Tonnengewicht $G = 400$ Pfund und dem Seilgewicht $S = 400$ Pfund der erforderliche kleinste Halbmesser desselben

$$r_1 = \left(1 - \frac{400}{1000 + 800 + 400}\right) r = \left(1 - \frac{2}{11}\right) r = \frac{9\,.\,5}{11} = 4^1/_{11} \text{ Fuß},$$

und dagegen der größte Halbmesser

$$r_2 = (1 + {}^2/_{11}\, r) = \frac{13\,.\,5}{11} = 5^{10}/_{11} \text{ Fuß}$$

betragen müssen.

Bei der Schachtteufe $s = 800$ Fuß wäre die erforderliche Anzahl der Windungen eines Seilfaches:

$$n = \frac{s}{2\pi r} = \frac{800}{2\pi\,.\,5} = \frac{80}{\pi} = 25^1/_2,$$

und rechnet man auf jede Windung $\lambda = 1^1/_2$ Zoll Höhe, so würde die Höhe einer Korbhälfte:

$$l = 25^1/_2\,.\,{}^3/_{24} = 25^1/_2\,.\,{}^1/_8 = 3{,}2 \text{ Fuß ausfallen.}$$

Anmerkung. Wenn der Spiralkorb bei allen Tonnenständen ausgleichen soll, so muß er die Form eines Rotationskörpers erhalten, dessen Erzeugungslinie dem Querschnitt der sogenannten Karniesleisten, wie auch Fig. 501 vor Au-

Spiralkorb. gen führt, ähnlich ist. Geht man dann vom mittleren Halbmesser $EF = r$ aus, so hat man für die dem Umdrehungsbogen β entsprechende Veränderung des Radius oder Lastarmes:

$$z = \pm \frac{2 r^2 \beta}{\sqrt{\left(\frac{R_1 + R_2}{\mu \gamma} + s\right)^2 + s^2 - 4 r^2 \beta^2}}, \text{ oder annähernd:}$$

$$z = \pm \frac{2 r^2 \beta}{\sqrt{\left(\frac{Q + 2G}{\gamma} + s\right)^2 + s^2 - 4 r^2 \beta^2}}.$$

Wegen der Entwickelung dieser Formel ist in des Verfassers Bergmaschinenmechanik Bd. II. sowie Gerstner's Mechanik Bd. I. nachzusehen.

Wassergöpel. §. 246. Die **Wassergöpel** sind durch die Kraft des Wassers in Bewegung gesetzte liegende Radwellen; bei ihnen ist also die **Korbwelle** nicht vertikal, sondern horizontal. Am häufigsten kommen die durch vertikale Wasserräder in Bewegung gesetzten Wassergöpel oder sogenannten **Wasserradgöpel** zur Anwendung. Sie sind meist ohne Vorgelege, d. h. das Wasserrad sitzt hier mit den Körben, wovon der eine stets beweglich ist, auf einerlei Welle. Die Treibeseile können natürlich hier von den über den Schachtmündungen hängenden Seilscheiben nicht horizontal nach dem Korbe geführt werden. Hängt das Wasserrad tief unterirdisch, so müssen die Seile durch je zwei Seilscheiben nach einem besonderen Seilschachte geleitet werden, in welchem sie nach dem Korbe herabgehen. Die Treibeseile sind natürlich dann um die Teufe dieses Schachtes länger zu machen, als wenn sich der Korb über Tage befindet. Wenn auch dadurch die Zapfenreibungen vergrößert werden, so ist der hieraus erwachsende Arbeitsverlust nicht so groß, als bei einem Stangenvorgelege, welches den über Tage befindlichen Korb mit der Welle des unter Tage hängenden Wasserrades verbindet. Die wesentliche Einrichtung eines solchen Stangenvorgeleges ist schon aus III., §. 36, Fig. 110 bekannt. Da die Stangen dieser Zwischenmaschine nicht bloß auf- und niedergehen, sondern auch an der Kreisbewegung der Krummzapfen Antheil nehmen, so kann man sie nicht mit einer Leitung (s. §. 121) versehen und deshalb auch dieselben nicht durch Schub, sondern nur durch Zug wirken lassen. Aus diesem Grunde besteht denn auch ein solches Vorgelege nicht bloß aus zwei Gestängen und aus zwei Paar auf das Viertel gestellten einfachen Krummzapfen, wie Fig. 110 vor Augen führt, sondern aus vier Gestängen und zwei Paar doppelten Krummzapfen mit gegenüber liegenden Warzen, wie Fig. 228. Damit von diesen vier Gestängen regelmäßig zwei niedergehen und arbeiten, stellt man die beiden doppelten Krummzapfen einer und derselben Welle so gegen einander, daß ihre Warzen um je einen Viertelkreis von einander abstehen.

Eine Haupteigenthümlichkeit des Wasserradgöpels ist das **Kehrrad**.

Um abwechselnd die eine oder die andere Tonne auszutreiben, muß die Korbwelle ein Mal in der einen und das andere Mal in der anderen Richtung umgehen; da nun aber ein einfaches Wasserrad nur nach der einen Richtung umläuft, so ist bei Anwendung desselben als Umtriebsmaschine eines Göpels eine leicht lösbare Kuppelung (s. §. 204, Fig. 412 und 413) nöthig, durch deren Umrücken die entgegengesetzte Umdrehung der Korbwelle hervorgebracht wird. Der größeren Sicherheit wegen leistet man aber auf die Anwendung einer solchen Kuppelung Verzicht und bedient sich lieber zweier ein Ganzes, das sogenannte Kehrrad, ausmachenden Wasserräder mit entgegengesetzter Schaufelung und Beaufschlagung. Je nachdem man nun das Wasser auf die eine oder auf die andere Abtheilung des Kehrrades schlägt, nimmt natürlich dieses und folglich auch die Korbwelle, auf welcher es entweder festsitzt, oder mit welcher es durch Gestänge verbunden ist, die eine oder die andere Umdrehungsbewegung an, und treibt hierbei entweder die eine oder die andere Tonne aus dem Schachte. Wassergöpel.

Das Aufziehen und Niederlassen der Schutzbretter für die beiden Aufschläge des Kehrrades erfolgt durch einen Doppelhebel, dessen Axe zwischen beiden Schutzbrettern liegt und dessen Arme durch die zu diesem Zwecke der Länge nach geschlitzten Schützenstangen hindurchgehen. Zur Bewegung dieses Doppelhebels dient der Schützendrückel, d. i. ein über Tage befindlicher einarmiger Hebel und ein Schützengestänge, welches von diesem Drückel nach jenem Doppelhebel herabgeht. Um die Maschine in Ruhe zu versetzen, nachdem die volle Tonne über Tage angekommen ist, wird nicht allein durch Niederlassen der einen Schütze der Aufschlag abgeschnitten, sondern auch der Brems angezogen, welcher den die Scheidewand zwischen beiden Abtheilungen des Kehrrades bildenden Rad- oder Bremskranz umgiebt. Die Einrichtung dieser Bremsvorrichtung weicht von der eines Pferdegöpels nicht ab; der hierzu nöthige Bremsdrückel befindet sich neben dem Schützendrückel und neben Drückeln zum Auf- und Niederlassen der Stürzhaken.

Die Tonnen sind hier in der Regel größer als bei den Pferdegöpeln und bewegen sich auch schneller als diese; während die letzteren 8 bis 10 Kübel fassen und mit 1 bis $1^1/_2$ Fuß Geschwindigkeit getrieben werden, giebt man jenen einen Fassungsraum von 12 bis 15 Kübel und läßt sie mit $1^1/_2$ bis 3 Fuß Geschwindigkeit aufsteigen.

Die Art und Weise, wie das Füllen einer Tonne in sehr kurzer Zeit und mit der kleinsten Gefahr bewirkt wird, ist aus Figur 502 (a. f. S.) zu ersehen. Es ist A die zu füllende Tonne, welche mit ihren Walzen a, a zwischen den Streichbäumen BB, CC läuft, und während des Füllens auf den über den Einstrichen wegliegenden Hölzern D, E ruht; FH ist ein Wagen oder Hund, durch welchen auf einer Eisenbahn G die För-

Wassergöpel. dermasse herbeigestoßen wird, welche in dem Kasten F enthalten ist, der um eine Axe im vorderen Radgestelle gekippt wird, wenn es darauf ankommt, die Fördermasse in die Tonne zu schütten, wobei jedenfalls der kleinste Zeitaufwand nöthig ist, wenn dieser Wagenkasten mit der Treibetonne einerlei Inhalt hat.

Fig. 502.

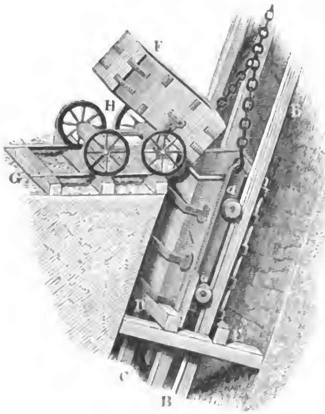
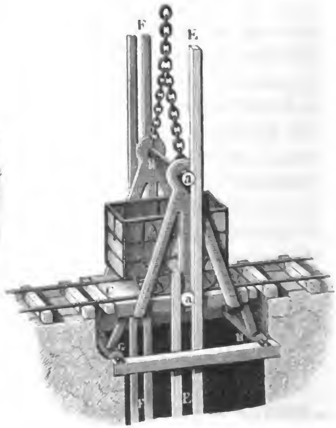


Fig. 503.

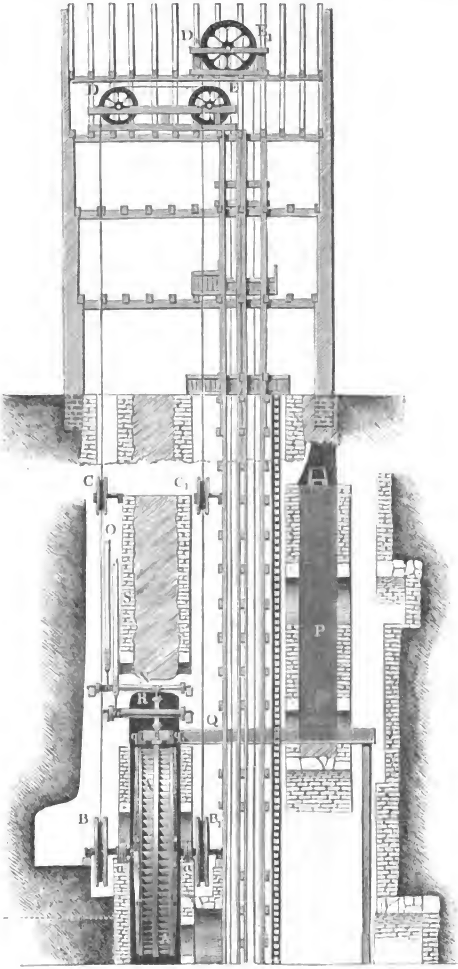


Noch weniger aufhältig ist die in Fig. 503 abgebildete Einrichtung, wo der Wagen A, durch welchen die Fördermasse auf einer Eisenbahn herbeigefördert wird, auf ein Gestelle BCD gefahren wird, welches statt der Treibetonne an dem Seile hängt und mittels der Seitenwalzen a, a zwischen den Streichbäumen EE, FF läuft. Zur Unterstützung dieses Gestelles während des Stillstandes der Maschine dienen die Streben G und H, welche um horizontale Axen drehbar und zurückzuschlagen sind, wenn aus einer größeren Tiefe gefördert werden soll.

§. 247. Die allgemeine Einrichtung eines **Wasserradgöpels ohne Vorgelege** ist aus den beiden Ansichten in Fig. 504 und Fig. 505 (a. S. 544) zu ersehen. AA ist das Kehrrad, B, B_1 sind die beiden Körbe, welche zwar auf ihren Wellen festsitzen, jedoch mit der Wasserradwelle durch leicht lösbare, aus je zwei Scheiben und einem diametral durchgehenden Bolzen bestehende Kuppelungen a, a verbunden sind. Das Seil, welches sich um den Korb B wickelt, läuft über die Seilwalze C im Seilschachte und über die beiden Seilscheiben D und E unter dem Dache des Treibehauses, von wo es in der Richtung EF in den Treibe-

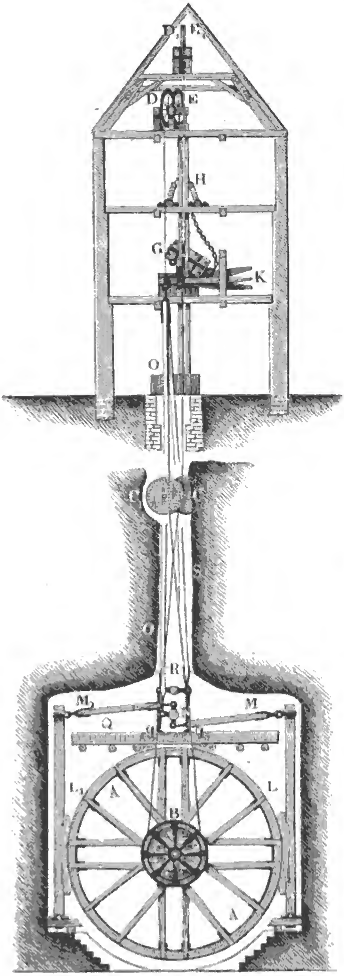
schacht herabhängt; das Seil des Korbes B_1 hingegen geht über die Seiltrommel C_1 und über die Seilscheibe $D_1 E_1$, an welcher es in der Rich- Wassergöpel.

Fig. 504.



Wassergöpel. tung $E_1 F_1$ nach dem Treibeschachte herabhängt. Fig. 505 zeigt in *G* eine ausgestürzte Treibetonne und in *H* die sogenannten Fangböcke, welche in dem Falle, wenn die Maschine zu spät aufgehalten wird, die Treibetonne zwar bis zu den Seilscheiben aufsteigen, aber nicht zurückfallen lassen; in *K* sind noch die Drückel zum Schützen, Bremsen und Aus- und Einrücken der Stürzhaken zu sehen. Die letzte Figur führt in *L*, L_1 auch noch den auf den mittleren Radkranz aufzudrückenden Doppelbrems vor Augen, welcher durch die Zugstangen *M*, M_1, sowie durch den dreiarmigen Hebel *N* und durch das Gestänge *O* mit dem Bremsdrückel über Tage verbunden ist. Fig. 504 zeigt endlich in *P* die Radstube des Kunstrades, in *Q* das Gerinne, in welchem das Wasser aus dieser Radstube nach der des Kehrrades *AA* geführt wird; auch führen beide Figuren in q, q_1 die Schützen für beide Kehrradabtheilungen, in *R* den Schwengel und in *S* die Zugstange dieser Schützen vor Augen.

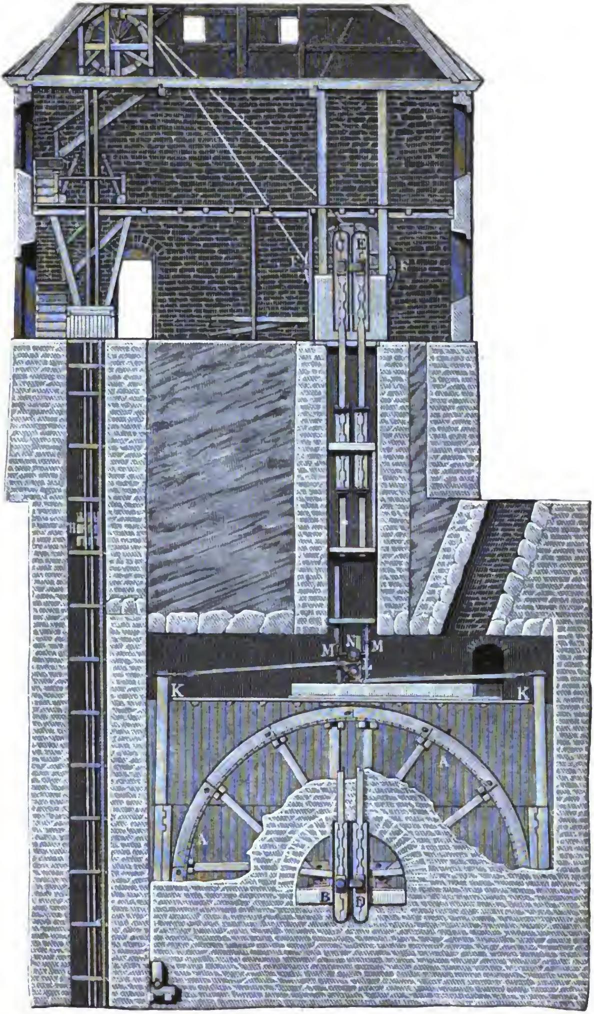
Fig. 505.



Eine Seitenansicht von einem Wasserradgöpel mit Stangenvorgelege zeigt Fig. 506. Hier ist *AA* das Kehrrad, und man sieht in *BC* und *DE* die zwei Gestänge auf der einen Seite

Fig. 506.

Wassergöpel.

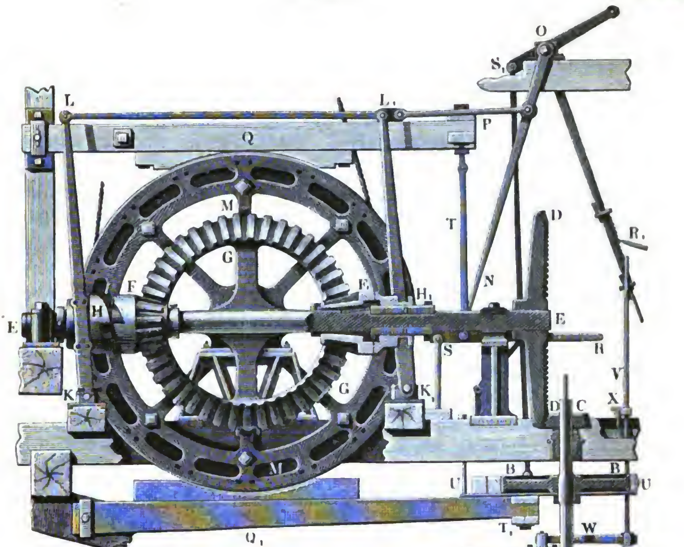


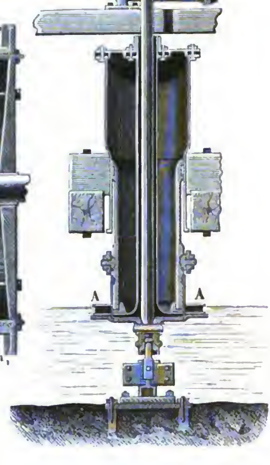
Wassergöpel. des Rades, welche mit diesem durch den doppelt gekröpften Krummzapfen *BD* und mit dem Seilkorbe *FF* durch den doppelten Krummzapfen *CE* verbunden sind. Ferner bemerkt man in *G* die eine Seilscheibe, über welche das Seil vom Korbe nach dem Schachte geführt wird, und in *H* die an diesem Seile hängende Treibetonne. Der Brems *KLK* und der Schützenzug *MNM* sind genau dieselben wie bei dem in den letzten Figuren abgebildeten Wassergöpel ohne Vorgelege.

Da die Turbinen selbst bei kleinen Gefällen eine ansehnliche Anzahl von Umdrehungen pr. Minute machen, aber der Korb eines Wassergöpels für eine Tonnengeschwindigkeit von $1^1/_2$ bis 3 Fuß und bei einem Durchmesser von 7 bis 9 Fuß in der Minute nur 4 bis 8 Umdrehungen macht, so erfordert ein Turbinengöpel stets ein oder mehrere Zahnradvorgelege, welche die Umdrehung der Turbine auf die erforderliche Umdrehungszahl des Korbes herabziehen. Wie die Anordnung eines solchen Göpels zu treffen ist, läßt sich recht gut aus Figur 507 entnehmen, welche die Abbildung eines vom Herrn Oberkunstmeister Braunsdorf construirten Turbinengöpels auf der Grube »Gesegnete Bergmannshoffnung bei Freiberg« zeigt. Es ist hier *AA* die Turbine, auf der Welle derselben sitzt das gußeiserne Bremsrad *BB* und das kleine conische Treibrad *C* mit 20 Zähnen, welches in das große Getriebrad *DD* mit 108 Zähnen eingreift. Obgleich diese Turbine nur ein Gefälle von 14 Fuß hat, so ist dennoch die Umsetzung von $\frac{108}{20} = 5{,}4$ für einen vortheilhaften Gang der Maschine noch lange nicht hinreichend und ein zweites Vorgelege nöthig, welches die Umdrehungszahl noch weiter herabzieht, und aus den kleinen conischen Rädern *F* und F_1 mit je 13 Zähnen und dem größeren Zahnrade *GG* mit 56 Zähnen besteht. Das erstere Räderpaar sitzt jedoch nicht fest auf der Welle *EE* des conischen Rades *DD*, sondern ist mit seiner conischen Höhlung um einen conischen Mantel drehbar, welcher auf dieser Welle festgekeilt ist; um aber die feste Verbindung zwischen *EE* und *F*, F_1 herzustellen, dienen die Muffen *HH*, welche sich mittels der Rückgabeln *KL*, $K_1 L_1$ über die auf *EE* festsitzenden Federn *a*, *a* verschieben und mit ihren ausgezackten Stirnen in die ebenfalls ausgezackten Köpfe der Räder *F*, F_1 einrücken lassen. Je nachdem nun der Muff *H* in das Rad *F* oder der Muff H_1 in das Rad F_1 eingerückt ist, wird das Zahnrad *G*, und folglich auch der mit demselben auf derselben Welle sitzende Korb *MM* nach der einen oder nach der anderen Richtung umgedreht. Durch diese, übrigens schon aus III., §. 204 bekannte Kuppelung wird die Anwendung eines Doppelrades mit entgegengesetzten Schaufelungen erspart. Das Rücken dieser Kuppelung erfolgt durch einen Drückel *N*, welcher um die feste Axe *O* drehbar und durch die Stange *P*

Fig. 507.

Wassergöpel.





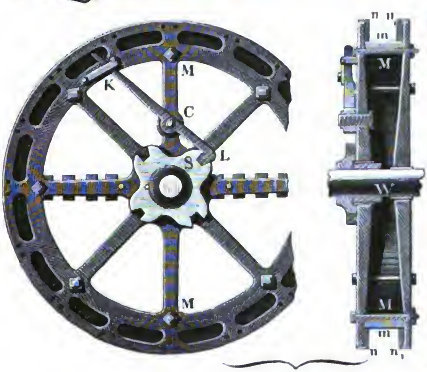


Fig. 508.

Wassergöpel. mit den Rückgabeln verbunden ist. Der Brems Q des festen Korbes MM wird mittelst des Drückels RS und der Zugstange T auf die zu beiden Seiten dieses Korbes angebrachten Bremsscheiben aufgedrückt; der Brems Q_1 des beweglichen Korbes hingegen läßt sich mittelst des Drückels $R_1 O$ und der Zugstange $S_1 T_1$ andrücken. Zum Ein- und Ausrücken des Bremses UU der stehenden Welle dient endlich noch der Drückel V, welcher sich um die liegende Welle W dreht und mit einer Klinke X versehen ist, die in eine horizontale Sperrstange eingreift.

In Fig. 508 (auf vorhergehender Seite) ist noch eine Seitenansicht und der Durchschnitt eines beweglichen Korbes abgebildet, wie er auch bei den Göpeln mit vertikalem Kehrrade in Anwendung kommt. Ein solcher Korb besteht aus zwei durch Schraubenbolzen mit einander verbundenen Rädern MM, aus den einen Cylindermantel bildenden Korbstecken m, m und der auf die inneren Stirnflächen dieser Räder aufgeschraubten Holzfütterung $n\,n\,n_1\,n_1$, welche die Korbstecken in der ihnen vorgeschriebenen Lage erhalten und mit denselben das sogenannte Seilfach bilden. Dieser Korb ist mit seinem Auge auf der runden Welle W drehbar; um ihn mit derselben fest zu verbinden, dient die vier Klauen bildende und auf der Welle W festsitzende Scheibe S, sowie die Klinke KCL, welche um den Bolzen C drehbar ist, mit dem hakenförmigen Ende L in eine der Klauen der Scheibe eingreift und durch die Klammer K in diesem Eingriffe fest erhalten wird.

§. 248. Wenn es darauf ankommt, die Kraftverhältnisse eines Wassergöpels auszumitteln, so können wir diejenigen Widerstände, welche den Pferde- und Wassergöpeln gemeinschaftlich sind, als bekannt voraussetzen. Wir haben auch hier (wie in §. 244):
die reine Last: $Q \sin. \alpha$,

die Reibung an den Axen der Tonnen: $W = \varphi \dfrac{\varrho}{r}(Q + 2\,G) \cos. \alpha$,

die Reibung an den Axen der Seilwalzen: $W_1 = \varphi \dfrac{\varrho_1}{r_1}(S + G_1) \cos. \alpha$, und

den Steifigkeitswiderstand an der Seilscheibe:

$$W_2 = K + \nu (Q + 2\,G + S) \frac{\sin. \alpha}{r_2}.$$

Die Zapfenreibung der Seilscheiben fällt jedoch hier etwas anders aus, als bei den Pferdegöpeln, weil das Seil nicht horizontal von der Seilscheibe über dem Schachte nach dem Korbe geführt werden kann, sondern mit einer gewissen Neigung nach dem Korbe herabgeht oder wohl gar noch über eine zweite Seilscheibe läuft, ehe es sich auf den Korb wickelt. Wenn der Korb über oder nicht tief unter Tage hängt, so reicht in der

Regel für jedes Seil eine Scheibe aus, und es zieht sich dasselbe unter einem mittleren Fallwinkel β nach dem Korbe herab. Der vertikale Component des Zapfendruckes ist hier: Wassergöpel

$$(Q + 2\,G + S)\ sin.\alpha\ (sin.\alpha + sin.\beta) + 2\,G_2,$$

und der horizontale Component:

$$(Q + 2\,G + S)\ sin.\alpha\ (cos.\beta - cos.\alpha);$$

folglich die Zapfenreibung an beiden Seilscheiben zusammen:

$$W_3 = \varphi\,\frac{\varrho_2}{r_2}\Big((Q + 2\,G + S)\ sin.\alpha\ [0{,}96\ (sin.\alpha + sin.\beta) + 0{,}40\ (cos.\beta - cos.\alpha)] + 1{,}92\ G_2\Big),$$

wofür aber in den meisten Fällen:

$$W_3 = \varphi\,\frac{\varrho_2}{r_2}\,[(Q + 2\,G + S)\ (sin.\alpha + sin.\beta)\ sin.\alpha + 2G_2]$$

gesetzt werden kann.

Der Steifigkeitswiderstand des sich auf den Korb aufwickelnden Seiles ist wieder wie bei dem Pferdegöpel:

$$W_4 = K + \nu\,(Q + G + {}^1\!/_2\ S)\ \frac{sin.\alpha}{b}.$$

Hat man es nun mit einem Wasserradgöpel ohne Vorgelege zu thun, so kommt zu diesen Hindernissen nur noch die Zapfenreibung des Wasserrades, welche sich aus dem Gewichte G_3 dieses Rades und aus dem Halbmesser ϱ_3 seiner Zapfen durch den Ausdruck:

$$W_5 = \varphi\,\frac{\varrho_3}{b}\Big(0{,}96\ [G_3 - (Q + 2\,G + S)\ sin.\alpha\ sin.\beta] + 0{,}40\ (Q + 2\,G + S)\ sin.\alpha\ cos.\beta\Big)$$

$$= \varphi\,\frac{\varrho_3}{b}\,[0{,}96\,G_3 - (Q + 2\,G + S)\,sin.\alpha\,(0{,}96\,sin.\beta - 0{,}40\,cos.\beta)],$$

oder annähernd durch:

$$W_5 = \varphi\,\frac{\varrho_3}{b}\,[G_3 - (Q + 2\,G + S)\ sin.\alpha\ sin.\beta]$$ bestimmt ist.

Es ist nun die Arbeit der gesammten Last

$$Q\ sin.\alpha + W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5,$$

wenn w die mittlere Tonnengeschwindigkeit bezeichnet:

$$L = (Q\ sin.\alpha + W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5)\,w,$$

und setzen wir dieselbe der Arbeit des Wasserrades gleich (s. II., §. 121), so erhalten wir folgende Kraftformel für einen Wasserradgöpel ohne Vorgelege:

$$\left(\frac{(c_1 cos.\mu_1 - v_1)\,v_1}{g} + h_1 + \xi h_2\right) Q_1\gamma = (Q\,sin\,\alpha + W + W_1 + .. + W_5)\,w,$$

Wassergöpel. worin Q_1 das Aufschlagsquantum pr. Secunde, c_1 die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in das Rad, μ_1 den Eintrittswinkel, v_1 die mittlere Geschwindigkeit des Rades im Theilrisse, h_1 die Höhe des wasserhaltenden, h_2 die Höhe des Ausguß-Bogens und ξ einen Coefficienten bezeichnet. Ist noch a_1 der Halbmesser des Theilkreises, so haben wir:

$$w = \frac{b v_1}{a_1}$$

und daher das zum Ausfördern der Last Q erforderliche Aufschlagsquantum pr. Secunde:

$$Q_1 = \frac{(Q \sin.\alpha + W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5)\, b v_1}{\left(\frac{(c_1 \cos.\mu_1 - v_1)\, v_1}{g} + h_1 + \xi h_2\right) a_1 \gamma}$$

Geht jedes Treibeseil noch über eine zweite Seilscheibe oder über eine Seilwalze, so hat man zu den obigen Widerständen noch den wie W_2 und W_3 zu berechnenden Seilsteifigkeits- und Zapfenreibungswiderstand an diesen Leitrollen hinzuzufügen.

Bei einem Wasserradgöpel mit Stangenvorgelege ist statt W_5 Zapfenreibung der Korbwelle einzusetzen. Da während einer halben Umdrehung der Welle die Seillänge πb aufgewickelt wird und die Gestängkraft R um den Durchmesser $2 r_4$ des Warzenkreises fortrückt, so ist für diese Kraft:

$$R = \frac{\pi b}{2 r_4} (Q \sin.\alpha + W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4).$$

Wiegen nun noch die vier Stangen, welche an den beiden doppelten Krummzapfen der Korbwelle hängen, zusammen G_4, während das Gewicht der armirten Korbwelle G_3 beträgt, so haben wir folglich die Componenten des Zapfendruckes dieser Welle:

$G_3 + G_4 + R - (Q + 2G + S) \sin.\alpha \sin.\beta$ und $(Q + 2G + S) \sin.\alpha \cos.\beta$

und daher die entsprechende Zapfenreibung:

$$W_5 = \varphi \frac{\varrho_3}{b} [0{,}96\, (G_3 + G_4 + R)$$
$$- (Q + 2G + S) \sin.\alpha\, (0{,}96 \sin.\beta - 0{,}40 \cos.\beta)].$$

Der Druck zwischen den Stangen und den Warzen der Krummzapfen des Korbes ist $R + G$, dagegen der Druck, mit welchem die Warzen der Krummzapfen des Wasserrades auf die Stangenenden wirken, ist nur R; messen nun noch die sämmtlichen Warzenhalbmesser $= \varrho_4$, so haben wir demnach die auf den Lastpunkt reducirte Warzenreibung:

$$W_6 = \varphi \frac{\varrho_4}{b} (G_4 + 2R).$$

Endlich ist noch die Zapfenreibung des Wasserrades, wenn dasselbe das Gewicht G_5 und den Zapfenhalbmesser ϱ_5 hat:

$$W_7 = \varphi \frac{\varrho_5}{b} (G_5 - R).$$ Wassergöpel.

Die Summe $W_5 + W_6 + W_7$ der letzten drei Widerstände ist in der obigen Kraftformel statt W_5 einzusetzen, wenn dieselbe auf Göpel mit Stangenvorgelege angewendet werden soll.

Da in das Zahnrad $G G$ auf der Korbwelle des Turbinengöpels in Figur 507 die Zahnräder F und F_1 abwechselnd eingreifen und das eine dieser Räder von oben nach unten, das andere aber von unten nach oben wirkt, so wird durch die Kraft, mit welcher F oder F_1 auf G wirkt, die Reibung der Korbwelle und der Vorgelegswelle im Mittel nicht vergrößert, und es ist daher die Zapfenreibung der Korbwelle, wenn dieselbe das Gewicht G_3 und den Zapfenhalbmesser ϱ_3 hat:

$$W_5 = \varphi_3 \frac{\varrho_3}{b} [0{,}96\, G_3 - (Q + 2\, G + S) \sin.\alpha (0{,}96 \sin.\beta - 0{,}40 \cos.\beta)].$$

Um nun noch die übrigen Widerstände finden und die ganze Kraftformel aufstellen zu können, nehmen wir an, daß das Zahnrad auf der Turbinenwelle den Halbmesser a_1 und die Zähnezahl m_1, das Getriebrad auf der Vorgelegswelle den Halbmesser b_1 und die Zähnezahl n_1, daß ferner jedes der beiden Treibräder auf der letzten Welle den mittleren Halbmesser a_2 und die Zähnezahl m_2 und endlich das Zahnrad auf der Korbwelle den Halbmesser b_2 und die Zähnezahl n_2 habe. Bezeichnen wir nun noch den Coefficienten für die Zahnreibungen beider Räder durch φ_4, so erhalten wir die Gesammtlast mit Rücksicht dieser Reibungen (vergl. III., §. 52 und §. 53):

$$(Q \sin.\alpha + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5) \left[1 + \varphi_4 \pi \sqrt{\left(\frac{1}{m^2_1} + \frac{1}{n^2_1}\right)}\right]$$
$$\cdot \left[1 + \varphi_4 \pi \sqrt{\left(\frac{1}{m^2_2} + \frac{1}{n^2_2}\right)}\right],$$

wozu jedoch noch die Zapfenreibungen der Vorgelegswelle und der Turbinenwelle zu rechnen sind.

Ist G_4 das Gewicht und ϱ_4 der Zapfenhalbmesser der ersteren Welle, so hat man die auf den Lastpunkt reducirte Zapfenreibung derselben:

$$W_6 = 0{,}96\, \varphi \frac{\varrho_4}{a_2} \cdot \frac{b_2}{b} G_4 + 0{,}40\, \varphi \frac{\varrho_4}{b_1} (Q \sin.\alpha + W_1 + W_2 + \cdots + W_5)$$
$$= 0{,}96\, \varphi \frac{\varrho_4}{b} \cdot \frac{n_2}{m_2} G_4 + 0{,}40 \varphi \frac{\varrho_4}{b_1} (Q \sin.\alpha + W_1 + W_2 + \cdots + W_5).$$

Ist ferner G_5 das Gewicht der Turbinenwelle, ϱ_5 der Halbmesser ihres Halses und ϱ_6 der ihres Stiftes, so folgt noch die auf den Lastpunkt reducirte Seitenreibung dieser Welle:

Wassergöpel.

$$W_6 = \varphi \frac{\varrho_5}{a_1} (Q \sin.\alpha + W_1 + W_2 + \ldots + W_5)$$

und die Reibung an der Basis derselben:

$$W_7 = \varphi \frac{\varrho_6}{b} \cdot \frac{n_1}{m_1} \cdot \frac{n_2}{m_2} \cdot G_5.$$

Ist endlich w die mittlere Geschwindigkeit der Tonne oder Last und L die nach II., §. 191 u. s. w. zu berechnende Leistung der Turbine, so hat man:

$$L = (Q \sin.\alpha + W + W_1 + W_2 + \ldots + W_7)\, w,$$

woraus sich wieder entweder das Gefälle oder Aufschlagwasserquantum berechnen läßt.

Beispiele. 1) Es ist das Aufschlagwasserquantum für einen Wasserradgöpel ohne Vorgelege zu berechnen, für welchen die Dimensionen und Gewichte folgende sind:

Förderlast pr. Tonne	Q	$= 1500$ Pfund,
Gewicht einer leeren Tonne	G	$= 500$ Pfund,
Fallen des Schachtes	α	$= 90^0$,
Schachtteufe	s	$= 1500$ Fuß,
Gewicht von einer Seilscheibe	G_2	$= 1500$ Pfund,
Halbmesser derselben	r_2	$= 42$ Zoll,
mittlerer Halbmesser ihrer Walzeisen	ϱ_2	$= 2$ Zoll.
Gewicht des Kehrrades sammt Korb u. s. w.	G_3	$= 45000$ Pfund,
mittlerer Halbmesser dieses Rades	a_1	$= 15$ Fuß,
Halbmesser des Korbes	r	$= 5$ Fuß $= 60$ Zoll,
Seilfachlänge	l	$= 12$ Zoll,
Seilstärke	d	$= \frac{3}{4}$ Zoll,
Zapfenhalbmesser der Korb- und Wasserradwelle	ϱ_3	$= 5$ Zoll.

Nehmen wir ferner an, daß das Treibeseil von der Seilscheibe über dem Treibeschachte nach einer zweiten Seilscheibe über dem Seilschachte horizontal fortgeführt, und daß es von der letzteren aus $s_1 = 150$ Fuß seiger nach dem Korbe herabgeführt sei. Wiegt nun noch der laufende Fuß Treibeseil $\frac{2}{3}$ Pfund, so ist das Gewicht des Seiles im Treibeschachte:

$$S = s\gamma = 1500 \cdot \tfrac{2}{3} = 1000 \text{ Pfund},$$

und das Gewicht des Seiles im Seilschachte:

$$S_1 = 150 \cdot \tfrac{2}{3} = 100 \text{ Pfund}.$$

Der mittlere Lastarm ist:

$$b = \left(1 + \frac{s\,d^2}{4\,\pi\,l\,r^2}\right) r = \left[1 + \frac{1500}{4\pi \cdot 1} \cdot \left(\frac{3}{4 \cdot 60}\right)^2\right] \cdot 60 = 61{,}11 \text{ Zoll}.$$

Die reine Last ist hier $Q = 1500$ Pfund. Die Axenreibungen der Tonnen und Seilwalzen, also W und W_1, fallen ganz aus, da der Schacht seiger, also $\cos.\alpha = 0$ ist. Der Steifigkeitswiderstand des Seiles beim Umbiegen desselben um die vier Seilscheiben ist:

$$W_2 = 2\left(K + \frac{\nu}{r_2}(Q + 2\,G + S)\right) = 2\left(1{,}04 + \frac{0{,}091 \cdot 3500}{42}\right) = 17{,}2 \text{ Pfd.}$$

Der Vertikaldruck sämmtlicher vier Seilscheiben ist:

$$V = 2\,[Q + (2\,G + G_2) + S] = 2\,.(1500 + 4000 + 1000) = 13000 \text{ Pfund},$$

und der Horizontaldruck: Wassergöpel.

$H = 2(Q + 2G + S) = 2 \,.\, (1500 + 1000 + 1000) = 7000$ Pfund,

folglich der entsprechende Zapfendruck annähernd:

$R = 0{,}96\,V + 0{,}40\,H = 12480 + 2800 = 15280$ Pfund,

und die hieraus erwachsende Zapfenreibung sämmtlicher Seilscheiben:

$$W_3 = \varphi \frac{\varrho_2}{r_2} R = 0{,}075 \frac{2}{42} \,.\, 15280 = \frac{1146}{21} = 54{,}6 \text{ Pfund}.$$

Der Steifigkeitswiderstand des Seiles beim Aufwickeln auf den Korb ist im Mittel:

$$W_4 = K + \frac{\nu}{b}(Q + G + \tfrac{1}{2}S) = 1{,}04 + \frac{0{,}091 \,.\, 2500}{61{,}11} = 3{,}8 \text{ Pfund},$$

und die Zapfenreibung der Korb- und Wasserradwelle:

$$W_5 = \varphi \frac{\varrho_3}{b}[G_3 - (Q + 2G + S - 2S_1)]$$

$$= 0{,}075 \,.\, \frac{5}{61{,}11}(45000 - 3300) = 255{,}9 \text{ Pfund}.$$

Endlich folgt die gesammte Last:

$Q + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 = 1831{,}5$ Pfund.

Soll die Tonne mit einer mittleren Geschwindigkeit $w = 4$ Fuß ausgefördert werden, so ist hiernach die Leistung der Maschine:

$L = 1831{,}5 \,.\, 4 = 7326$ Fußpfund $= 14{,}35$ Pferdekräfte.

Beträgt das nutzbar gemachte Gefälle des Wasserrades 20 Fuß, so ist endlich die erforderliche Aufschlagmenge pr. Secunde während des Ausförderns der Tonne:

$$Q_1 = \frac{7326}{20 \,.\, 66} = 5{,}55 \text{ Cubikfuß}.$$

Die Zeit zum Ausfördern einer Tonne ist $t = \frac{s}{w} = \frac{1500}{4} = 375$ Sec. $= 6$ Minuten 15 Sec., folglich die hierbei verbrauchte Wassermenge $5{,}55 \,.\, 375 = 2081{,}25$ Cubikfuß. Beträgt die Stillstandszeit beim Stürzen und Füllen der Tonne, $t_1 = 5$ Minuten $= 300$ Sec., und wird die während dieser Zeit zugeführte Wassermenge angesammelt, so ist das im Mittel zuzuführende Wasserquantum pr. Sec. nur:

$$\frac{2081{,}25}{t + t_1} = \frac{2081{,}25}{675} = 3{,}08 \text{ Cubikfuß},$$

und die mittlere effective Leistung des Göpels:

$$\frac{Qwt}{t + t_1} = \frac{1500 \,.\, 4 \,.\, 375}{675} = 3333 \text{ Fußpf.} = 6{,}53 \text{ Pferdekräfte}.$$

2) Bei Anwendung eines Stangenvorgeleges reichen in der Regel zwei Seilscheiben aus, weil man hier das Seil unter einem schiefen Winkel β nach dem Korbe herabführen kann. Der vertikale Seilscheibendruck ist daher hier, wenn man z. B. $\beta = 45$ Grad nimmt:

$$V = (Q + 2G + S)(1 + \sin.\beta) + 2G_2 = 3500\,(1 + \sin.45^0) + 3000 = 8974{,}89 \text{ Pfund},$$

und der horizontale Druck:

$H = (Q + 2G + S)\cos.\beta = 3500 \,.\, \cos.45^0 = 2475$ Pfund,

folglich die Zapfenreibung an den Seilscheiben:

$$W_3 = \varphi \frac{\varrho_2}{r_2}(0{,}96\,V + 0{,}40\,H) = 0{,}075\tfrac{1}{21}\,(8615{,}9 + 990) = 34{,}3 \text{ Pfund}.$$

Wassergöpel

Der Steifigkeitswiderstand bleibt wie oben:

$$W_4 = K + \frac{\nu}{b}(Q + G + \tfrac{1}{2}S) = 3{,}8 \text{ Pfund.}$$

Die Spannung der Stangen, welche die Umdrehungskraft des Wasserrades auf die Korbwelle übertragen, ist:

$$R = \frac{\pi b}{2 r_4}(Q + W + W_1 + \ldots),$$

und beträgt bei dem Warzenkreishalbmesser $r_4 = 20$ Zoll:

$$R = \frac{\pi \,.\, 61{,}11}{40} \,.\, 1555{,}4 = 7465 \text{ Pfund.}$$

Ist nun noch das Gewicht der armirten Korbwelle $G_3 = 10000$ Pfund, das Gewicht der vier Zug- oder Korbstangen $G_4 = 20000$ Pfund, das Gewicht des Wasserrades $G_5 = 35000$ Pfund, und der Halbmesser der Warzen aller Krummzapfen $\varrho_4 = 4$ Zoll, so haben wir die Zapfenreibung der Korbwelle:

$$W_5 = \varphi \frac{\varrho_3}{b}\Big(0{,}96\,[G_3 + G_4 + R - (Q + 2\,G + S)\,sin.\,\beta]$$
$$+ 0{,}40\,(Q + 2\,G + S)\,cos.\,\beta\Big)$$

$$= 0{,}075 \,.\, \frac{5}{61{,}11}\,[0{,}96\,(37465 - 2475) + 0{,}40 \,.\, 2475] = 212{,}2 \text{ Pfund,}$$

ferner die Reibung an den Warzen der Krummzapfen:

$$W_6 = \varphi \quad (G_4 + 2\,R) = 0{,}075 \,.\, \frac{4}{61{,}11} \,.\, 35038 = 172{,}0 \text{ Pfund,}$$

und die Zapfenreibung des Wasserrades:

$$W_7 = \varphi \frac{\varrho_5}{b}(G_5 - R) = 0{,}075 \,.\, \frac{5}{61{,}11} \,.\, 27481 = 170{,}0 \text{ Pfund.}$$

Nun folgt die gesammte Last des Wassergöpels mit Vorgelege:

$$Q + W_2 + W_3 + \ldots + W_7 = 2109{,}6 \text{ Pfund,}$$

d. i. um $2109{,}6 - 1831{,}5 = 278{,}1$ Pfund oder um $\frac{278{,}100}{1831{,}5} = 15$ Procent größer als beim Wassergöpel ohne Vorgelege.

3) Bestände die Umtriebsmaschine in einer Turbine und wäre die Seilführung dieselbe wie bei dem ersteren Göpel ohne Vorgelege, so hätte man die Widerstände W_2, W_3 und W_4 auch den dort gefundenen gleich, also $Q_1 = Q + W_2 + W_3 + W_4 = 1500 + 17{,}2 + 54{,}6 + 3{,}8 = 1575{,}6$ Pfund zu setzen. Nehmen wir aber noch an, daß das Gewicht der armirten Korbwelle $G_3 = 10000$ Pfund, das Gewicht der armirten Vorgelegswelle $G_1 = 4000$ und das Gewicht der armirten Turbinenwelle $G_5 = 3000$ Pfund betrage; setzen wir die Anzahl der Zähne der beiden Triebräder (vergl. Fig. 507) $m_1 = 19$ und $m_2 = 13$, und die der Getriebräder $n_1 = 100$ und $n_2 = 60$, ferner die Zapfenhalbmesser $\varrho_3 = 4$, $\varrho_4 = 3$, $\varrho_5 = 2$ und $\varrho_6 = 1\tfrac{1}{2}$ Zoll, und die Halbmesser des Turbinenvorgeleges $a_1 = 6\tfrac{1}{2}$ und $b_1 = 30$ Zoll, so haben wir noch folgende Widerstände.

Die Zapfenreibung der Korbwelle:

$$W_5 = \varphi \frac{\varrho_3}{b}\,[G_3 - (Q + 2\,G + S - 2\,S_1)] = 0{,}075 \,.\, \frac{4}{61{,}11}(10000 - 3300)$$
$$= 32{,}9 \text{ Pfund,}$$

die Zapfenreibung der Vorgelegswelle:

$$W_6 = \varphi \varrho_4 \left(0{,}96 \cdot \frac{\psi G_4}{b} + 0{,}40 \cdot \frac{Q_1}{b_1}\right) = 0{,}075 \cdot 3 \left(0{,}96 \cdot \frac{100}{19} \cdot \frac{4000}{61{,}11} + 0{,}40 \cdot \frac{1576}{30}\right)$$ Wassergöpel.

$$= 0{,}225 \cdot (330{,}7 + 21) = 79{,}1 \text{ Pfund},$$

die Reibung am oberen Zapfen der Turbinenwelle:

$$W_7 = \varphi \frac{\varrho_5}{a_1} Q_1 = 0{,}075 \cdot \frac{2 \cdot 2}{13} \cdot 1576 = 36{,}4 \text{ Pfund},$$

und die am unteren Zapfen oder Stifte dieser Welle:

$$W_8 = \varphi \frac{\varrho_6}{b} \cdot \psi_1 \cdot \psi_2 G_6 = 0{,}075 \cdot \frac{3}{2 \cdot 61{,}11} \cdot \frac{100}{19} \cdot \frac{60}{13} \cdot 3000 = 134{,}2 \text{ Pf.}$$

Es folgt nun die Summe dieser Widerstände, auf den Umfang des Korbes reducirt:

$$Q + W_2 + W_3 + \ldots + W_8 = 1575{,}6 + 32{,}9 + 79{,}1 + 36{,}4 + 134{,}2 = 1858{,}2 \text{ Pfund},$$

wozu jedoch noch die Zahnreibungen beider Radvorgelege kommen, welche

$$W_9 = \varphi \pi \sqrt{\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{n_1^2}} \cdot (Q + W_2 + W_3 + W_4 + W_5)$$

$$= \tfrac{1}{3} \sqrt{\frac{1}{19^2} + \frac{1}{100^2}} \cdot 1608{,}5$$

$$= 0{,}01785 \cdot 1608{,}5 = 28{,}7 \text{ Pfund}$$

und

$$W_{10} = \varphi \pi \sqrt{\frac{1}{m_2^2} + \frac{1}{n_2^2}} (Q + W_2 + W_3 + \ldots + W_8)$$

$$= \tfrac{1}{3} \sqrt{\frac{1}{13^2} + \frac{1}{60^2}} \cdot 1687{,}6$$

$$= 0{,}02624 \cdot 1687{,}6 = 44{,}2 \text{ Pfund betragen.}$$

Endlich ist die gesammte Last $Q + W_2 + W_3 + \ldots + W_{10} = 1931{,}1$ Pfund, d. i. um $1931{,}1 - 1831{,}5 = 100$ Pfund, oder um $\frac{10000}{1831{,}5} = 5\tfrac{1}{2}$ Procent größer als beim Wassergöpel ohne Vorgelege.

Anmerkung. Durch vielfache Versuche an Wasserradgöpeln in hiesigem Bergrevier hat der Verfasser gefunden, daß diese Göpel unter den günstigsten Umständen, d. i. wenn dieselben ohne Vorgelege sind und aus seigern Schächten von einer mittleren Teufe von 1000 Fuß fördern, im Ganzen einen Wirkungsgrad $\eta = 0{,}75$, und daß sie unter den ungünstigsten Umständen, d. i. wenn dieselben lange Vorgelege haben und aus größeren flachen Teufen fördern, nur einen Wirkungsgrad $\eta = 0{,}30$ liefern.

§. 249. Wassersäulengöpel sind bis jetzt nur selten angewendet worden. Um eine möglichst gleichförmige Umdrehung zu erhalten, läßt man diese Maschinen nicht bloß aus zwei doppelt wirkenden Treibecylindern bestehen, sondern man versieht dieselben auch noch mit einem großen Schwungrade. Ein vorzüglicher Göpel dieser Art ist die vom Herrn Oberkunstmeister Adriany construirte Fördermaschine des Andreas-Schachtes zu Schemnitz. Die Einrichtung und Wirkungsweise dieser Wassersäulengöpel.

Waſſerſäulen-göpel.

Maſchine iſt aus der monodimetriſchen Zeichnung in Fig. 509 vollſtändig zu erſehen. *A* iſt ein ſogenannter Vierwegehahn, in welchen bei *B*

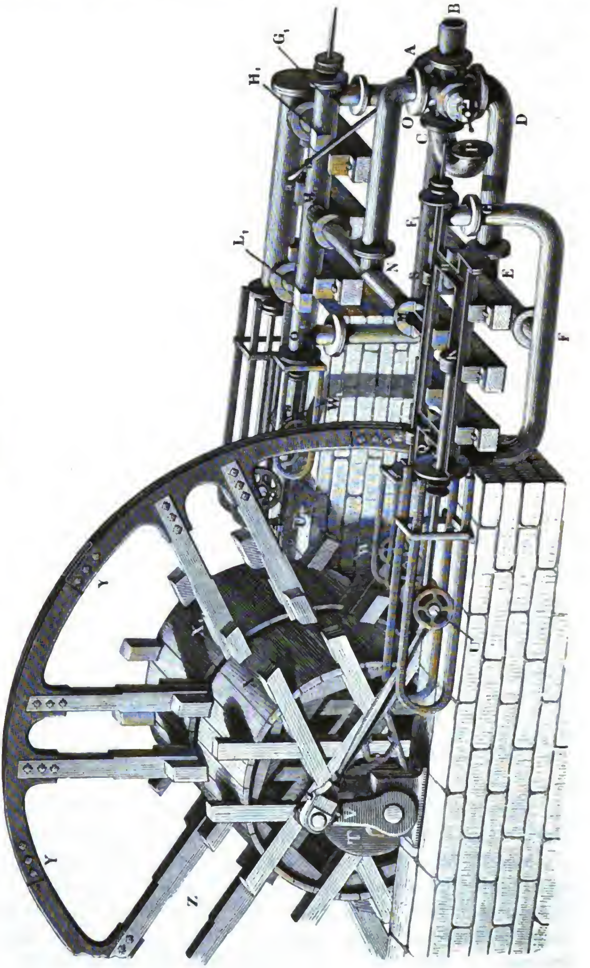


Fig 509.

das Einfall- und bei C das Austragerohr, bei D und O aber die nach den Treibecylindern führenden Communicationsröhren einmünden. Die letzteren Röhren DE und NO sind bei E und N gegabelt und führen bei M und M_1 unmittelbar in die beiden Steuercylinder LMH und $L_1 M_1 H_1$, dagegen aber bei F und F_1 in andere Communicationsröhren, welche bei G und Q und bei G_1 und Q_1 in die Steuercylinder einmünden. Von den Steuercylindern HLM und $H_1 L_1 M_1$ ist der erstere der Länge nach halb zerschnitten und abgedeckt gezeichnet, und ebenso von den Treibecylindern LKH und $L_1 K_1 H_1$ der erstere zur Hälfte geöffnet dargestellt. Kurze Röhren H und L sowie H_1 und L_1 setzen die Treibecylinder mit den Steuercylindern in Verbindung. Jede Steuerkolbenstange trägt zwei Steuerkolben R und S und wird durch ein Excentrik T in Bewegung gesetzt. Jeder Treibekolben K trägt seine Kraft mittelst der Kolbenstange KU und der Kurbelstange UV auf einen Krummzapfen V über, dessen Zapfen zugleich die Umdrehungsaxe der Korbwelle abgiebt. Die Querhäupter der Stangenköpfe sind mit Frictionsrädern U, U_1 und W, W_1 ausgerüstet, welche innerhalb hufeisenförmiger Leitungen laufen. Die Construction der Körbe X und X_1, sowie die Verbindung des gußeisernen Schwungringes YY mit der Korbwelle durch hölzerne Arme Z, Z u. s. w., ist aus der Figur deutlich zu ersehen. Wassersäulengöpel.

Der Gang und die Wirkungsweise dieser Maschine ist folgender. Das Kraftwasser, welches durch die Einfallröhre bei B dem Regulator zugeführt wird und von da in die Communicationsröhre DE gelangt, theilt sich bei E und strömt von da theils nach F und theils nach F_1. Der Theil des Wassers, welcher nach F kommt, gelangt mittelst der Röhre FG bei G in den Steuercylinder und von da durch die kurze Röhre H in den Treibecylinder, wo es den Treibekolben K zurücktreibt. Das Wasser hingegen, welches diesen Kolben vorher ausgeschoben hat, strömt durch das kurze Rohr L zurück in den Steuercylinder und von da durch das Rohr MNO nach dem Regulator oder doppeltgebohrten Hahn A zurück, und wird von da mittelst der zweiten Bohrung nach dem Ausgußrohre CP geleitet. Gegen Ende dieser Bewegung schiebt das Excentrik T mittelst der Excentrikstange TW und der Steuerkolbenstange WRS die Steuerkolben R und S so weit vorwärts, daß dieselben auf die anderen Seiten der kurzen Communicationsröhren L und H treten, und nun das Kraftwasser auf der Seite von G vom Treibecylinder abgesperrt, dagegen aber auf der Seite von Q zugelassen wird. In Folge dessen macht nun das Kraftwasser den Weg $FQLK$ und schiebt den Treibekolben K auswärts, während das todte Wasser auf dem Wege $KHMNOP$ zum Ausgusse gelangt. Kurz, ehe der Treibekolben seinen Ausschub zurücklegt, hat das Excentrik T die Steuerkolbenstange wieder zurückgezogen, so daß nun nach

Wassersäulen-göpel. Beendigung des Ausschubes die Communication zwischen *G* und *H*, sowie zwischen *L* und *M* wieder hergestellt ist und ein neues Treibkolbenspiel beginnen kann.

Das Kolbenspiel der zweiten Maschine $L_1 M_1 H_1$ ist ganz dasselbe wie das soeben erklärte Kolbenspiel der ersten Maschine *LMH*, da beide Maschinen ganz gleich construirt sind und die Zu- und Ableitungsröhren *BDE* und *NOP* gemeinschaftlich haben. Damit die Umdrehungskraft, welche aus beiden Maschinen resultirt, während einer Umdrehung des Korbes möglichst wenig variire, stellt man die Krummzapfen und Excentrik dieser Maschinen auf das Viertel gegen einander, so daß die eine Maschine der anderen um einen halben Schub vorausgeht. Dreht man den Vierwegehahn *A* durch einen Hebel *Aa* um einen Winkel von 45 Grad, so wird aller Zu- und Abfluß des Wassers aus den Treibecylindern aufgehoben, und dreht man ihn um einen Rechtwinkel, so wird der Zufluß in einen Abfluß und der Abfluß in einen Zufluß verwandelt. Kommt es daher darauf an, den Göpel, nachdem die volle Tonne über Tage angekommen ist, in Stillstand zu bringen, so hat der Treibemeister den Steuerhebel *Aa* um 45 Grad zu drehen, und soll später, nachdem man die volle Tonne geleert und die leere gefüllt hat, die Maschine in der umgekehrten Richtung umlaufen, so ist dieser Hebel noch weiter um 45 Grad zu drehen.

Ein wichtiger Gegenstand bei den Wassersäulenmaschinen zur Erzielung einer rotirenden Bewegung und folglich auch bei den Wassersäulengöpeln ist, daß man den Steuerkolben *R* und *S* eine Länge oder Höhe gebe, welche ganz knapp die Weite der Communicationsröhren *L* und *H* erreicht, damit beim Umsteuern, und zwar in der Zeit, wenn diese Kolben vor den Einmündungen dieser Röhren vorbeigehen, das Wasser im Treibecylinder nicht vollständig abgesperrt wird, was bei dem großen Widerstande des Wassers gegen Ausdehnung und Zusammendrückung höchst nachtheilige Stöße veranlassen würde (vergl. II., §. 224). Damit die Steuerkolben dieser Maschinen nicht zu kurz oder niedrig ausfallen, bedient man sich auch hier der cylindrischen Communicationsröhren, obgleich es aus in II., §. 241 angegebenen Gründen zweckmäßig wäre, diesen Röhren einen rectangulären Querschnitt zu geben. Ohne dies ist hier ein kleiner Verlust an Kraftwasser durch den unvollständigen Abschluß der Steuerkolben unvermeidlich, zumal da diese Kolben bei ihrer mittleren Stellung einen Augenblick lang die Einfallröhre mit der Austrageröhre in Communication setzen.

Anmerkung. Der Wassersäulengöpel auf dem Andreas-Schachte zu Schemnitz benutzt ein Gefälle von 355 Fuß, hat einen Kolbendurchmesser von 6,2 Zoll und einen Hub von 38,2 Zoll und macht während des Treibens im Mittel pr. Min. $4\frac{1}{4}$ Spiel, wobei die Tonne eine mittlere Geschwindigkeit von $1\frac{1}{2}$ Fuß hat.

§. 250. Die Widerstände eines Wassersäulengöpels sind zum großen Theil dieselben wie die eines Wasserradgöpels mit Stangenvorgelege. Behalten wir die schon oben gebrauchten Beziehungen bei, so bleiben nicht allein die reine Last Q und die Widerstände W und W_1 (§. 248) im Schachte, sondern auch die Widerstände W_2 und W_3 an den Seilscheiben und der Steifigkeitswiderstand W_4 des sich auf den Korb aufwickelnden Seiles dieselben, während dagegen die Zapfenreibung W_5 des Korbes, die Warzenreibung W_6 des Krummzapfens und die Reibung W_7 der Stangenköpfe in die Geradführung sich ändern und nach III., §. 99 zu beurtheilen sind. Die Stangenkraft ist auch hier Wassersäulengöpel.

$$R = \frac{\pi b}{2 r_4} (Q + W + W_1 + \cdots)$$

zu setzen, wenn r_4 den Warzenkreishalbmesser und b den mittleren Lastarm bezeichnet.

Aus dem Gewichte G_3 des Korbes, der Größe $Q + 2G + S$ der Seilspannungen und der Stangenkraft R bestimmt sich die Zapfenreibung des Korbes:

$$W_5 = \varphi \frac{\varrho_3}{b} \left(0{,}96 \left[G_3 - (Q + 2\,G + S) \sin.\beta\right] + 0{,}40\,R\right).$$

Wenn man die Beziehungen in III., §. 99 dem Vorstehenden entsprechend umändert und überdies den Halbmesser eines Frictionsrades der Stangenführung durch r_5, den Zapfenhalbmesser desselben durch ϱ_5 und die Länge der Kurbelstangen durch l bezeichnet, so folgt die erforderliche Kolbenkraft der Dampfmaschine:

$$P = \left[1 + \varphi \frac{\pi}{2} \left(\frac{\varrho_4}{r_4} + \frac{\varrho_5}{r_5} \cdot \frac{r_4}{2l}\right)\right] \frac{\pi b}{2 r_4} (Q + W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5).$$

Kennt man nun noch den Wirkungsgrad η der Wassersäulenmaschine allein, so kann man auch

$$P = \eta F h \gamma,$$

und folglich die Größe der Kolbenfläche

$$F = \frac{P}{\eta h \gamma}$$

berechnen, wonach sich endlich der erforderliche Kolbendurchmesser eines Cylinders

$$d = \sqrt{\frac{2F}{\pi}}$$

ergiebt.

Die Bewegung der Steuerkolbenstange erfordert natürlich noch einen kleinen Kraftaufwand, weshalb man d noch etwas größer zu nehmen hat, als diese Formel angiebt. Macht man, um Reservekraft zu haben, d an-

Wassersäulen-Göpel.

sehnlich größer, so muß man die überflüssige Kraft durch Regulirungshähne tödten.

Beispiel. Behalten wir Angaben des Beispieles 2) zu §. 248 bei, nehmen wir also auch an, daß die reine Last $Q = 1500$ Pfund, und daß sich dieselbe durch die Nebenhindernisse W_2, W_3 und W_4 auf 1555,4 Pfund steigere. Die Stangenkraft bleibt $R = 7465$ Pfund, und nehmen wir wieder $G_3 = 10000$ Pfund, und $\beta = 45$ Grad, so erhalten wir die Zapfenreibung des Korbes:

$$W_5 = \varphi \frac{\varrho_3}{b} \left(0{,}96 \left[G_3 - (Q + 2\,G + S) \sin.\ \beta\right] + 0{,}40\ R\right)$$

$$= 0{,}075 \cdot \frac{5}{61{,}11} \left[0{,}96\,(10000 - 2475) + 0{,}40\ .\ 7465\right] = 62{,}7 \text{ Pfund.}$$

Ist der Halbmesser einer Warze $\varrho_4 = 3\frac{1}{2}$ Zoll, der Halbmesser des Bolzens im Stangenkopfe $\varrho_5 = 2$ Zoll, der Warzenkreishalbmesser $r_4 = 20$ Zoll, der Halbmesser der Frictionsräder $r_5 = 6$ Zoll und die Länge der Kurbelstange $l = 5\,r_4 = 100$ Zoll, so haben wir nun die erforderliche Kolbenkraft der Wassersäulenmaschine:

$$P = \left[1 + \varphi\,\frac{\pi}{2}\left(\frac{\varrho_4}{r_4} + \frac{\varrho_5}{r_5}\ \frac{r_4}{2\,l}\right)\right] \frac{\pi\,b}{2\,r_4}\,(Q + W + \ldots + W_5)$$

$$= \left[1 + 0{,}075\ .\frac{\pi}{2}\left(\frac{7}{40} + \frac{2}{6}\ .\ \frac{20}{200}\right)\right] \frac{\pi\ .\ 61{,}11}{40}\,.\ (1555{,}4 + 62{,}7)$$

$$= 1{,}0245\ .\ 1{,}5275\ .\ 1618{,}1\,\pi = 7955 \text{ Pfund.}$$

Ist nun das Gefälle der Maschine $h = 300$ Fuß und der Wirkungsgrad derselben $\eta = 0{,}70$, so folgt der Durchmesser eines Treibekolbens:

$$d = \sqrt{\frac{2\,F}{\pi}} = \sqrt{\frac{2\,P}{\pi\,\eta\,h\,\gamma}} = \sqrt{\frac{2\ .\ 7955}{0{,}7\ .\ 300\ .\ 66\ .\ \pi}} = \sqrt{\frac{7955}{6930\,\pi}} = 0{,}6045 \text{ Fuß}$$

$$= 7{,}254 \text{ Zoll,}$$

wofür aber mindestens 8 Zoll zu nehmen sein möchte.

Ist v die mittlere Kolbengeschwindigkeit und w die der Tonne, so hat man:

$$w = \frac{\pi\,b}{2\,r_4}\,v,$$

folglich für $v = 1$ Fuß:

$$w = \frac{61{,}11\ .\ \pi}{40} = 1{,}5275\ .\ \pi = 4{,}80 \text{ Fuß,}$$

und die effective Leistung der Maschine pr. Secunde:

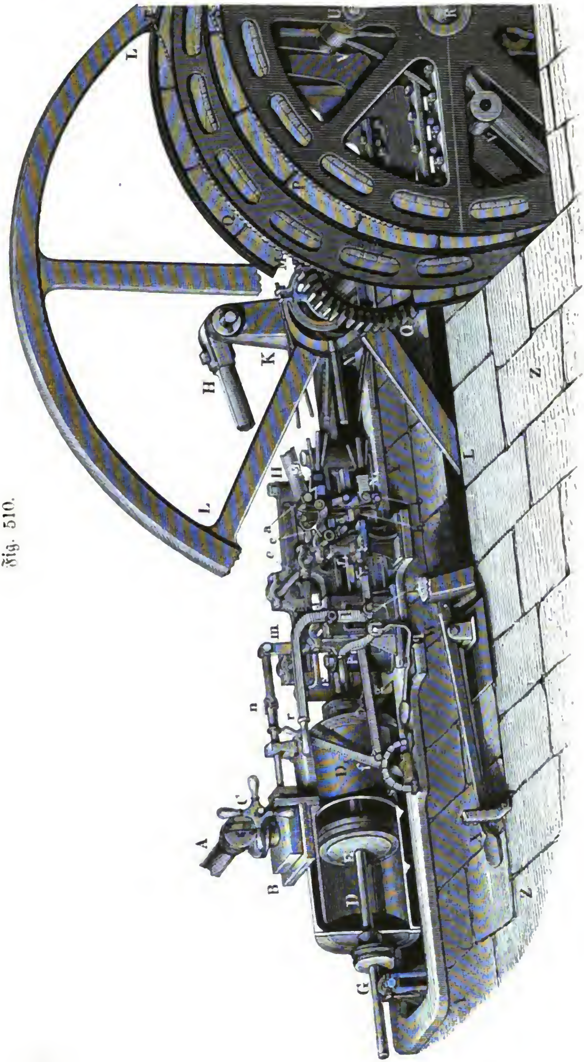
$$L = Q\,w = 1500\,.\ 4{,}8 = 6000 \text{ Fußpfd.} = 11^3/_4 \text{ Pferdekraft.}$$

Dampfgöpel.

§. 251. Die Einrichtung eines **Dampfgöpels** ist aus der monodimetrischen Abbildung in Fig. 510, welche den Dampfgöpel auf Davidschacht auf Himmelfahrt Fundgrube nahe bei Freiberg vorstellt, zu ersehen. Der Dampf wird durch das Rohr A zugeführt, und der Zutritt desselben in die Steuerkammer B läßt sich durch ein Ventil reguliren, welches von dem Maschinenwärter (Treibemeister) mittels einer Schraube durch ein vierarmiges Kreuz C bewegt wird. Aus der Dampfkammer strömt der Dampf in zum Theil sichtbaren Kanälen nach dem zur Hälfte im Durchschnitte gezeichneten horizontal liegenden Dampf- oder Treibecylinder $D D_1$ und treibt darin den Treibekolben E abwechselnd hin und

Dampfgöpel.

Fig. 510.



Dampfgöpel zurück. Um dem einseitigen Druck des letzteren auf die Cylinderfläche soviel wie möglich zu begegnen, ist derselbe außer der Hauptkolbenstange EF, welche die Kraft fortpflanzt, noch mit einer Hülfskolbenstange EG ausgerüstet, welche über einer Leitrolle G liegt und während des Kolbenspieles auf derselben hin- und herläuft. Auf dem äußeren Ende der Kolbenstange EF sitzt eine (nicht sichtbare) Queraxe fest, welche von dem gabelförmigen Ende der in der Figur abgebrochen gezeichneten Kurbelstange HH ergriffen wird und mittelst nur zum Theil sichtbarer Schlitten J, J_1 in horizontalen Leitungen läuft. Mittelst der Kurbelstange HH und der Kurbel K wird eine horizontale Welle in Umdrehung gesetzt, auf welcher ein großes Schwungrad LLL, zwei Excentriks M und N und ein Zahnrad O befestigt sind, und das letztere greift in ein größeres, jedoch unsichtbares Zahnrad, welches mit den beiden Seilkörben P und Q auf einer Welle R sitzt. Die Construction dieser Körbe ist aus §. 247 bekannt. Die Treibeseile lösen sich bei S und T von ihren Körben ab und gehen von da nach den Seilscheiben, von wo sie sich nach dem Schachte hinabziehen. Die Körbe sind beweglich (vergl. §. 242) und zu diesem Zwecke nur mittelst eines lösbaren Bolzens U an einen der drei Arme eines Kreuzes VV angeschlossen, das auf der Welle R festsitzt. Die untere Hälfte des Schwungrades ist noch mit einem schmiedeeisernen Bandbrems umgeben, welcher sich mittelst eines Hebels WX durch einen Fußtritt auf das breite Ende X auf das Schwungrad aufdrücken läßt.

Die eigentliche Dampfmaschine ruht auf einer langen eisernen Sohlplatte YY, welche mittelst Schrauben auf dem Fundamente ZZ aufgebolzt ist.

Die beiden Excentriks M und N, wodurch die Steuerung bewirkt wird, stehen einander entgegengesetzt, und ihre Stangen MM_1 und NN_1 sind nahe an dem entgegengesetzten Ende einer bogenförmigen Coulisse ab angeschlossen, welche in ihrer Mitte an einem gegabelten Hebel c aufgehangen ist, der von dem Maschinenwärter mittelst eines Mechanismus $edgf$, welcher aus den Armen f und d, einer Zugstange g und einer horizontalen Welle e besteht, nach Belieben gehoben oder gesenkt werden kann. Die Coulisse ab, welche von den Excentriks in eine oscillirende Bewegung versetzt wird, zieht die Stange hk, welche mit ihrem Kopfe bei h in die Rinnen der Coulisse eingreift, hin und her und diese Bewegung wird mittelst der Arme l und m und einer sie verbindenden Welle auf die Stange n des Dampfschiebers übergetragen. Leicht ist die Wirkungsweise der von R. Stephenson bei Locomotiven zuerst in Anwendung gebrachten Coulisse ab einzusehen. Ist die Coulisse mittelst des Hebels f herabgelassen und folglich das Stangenende M_1 in die Nähe des Stangenendes h gebracht worden, so folgt die Stange hk, und folglich auch der

Dampfgöpel.

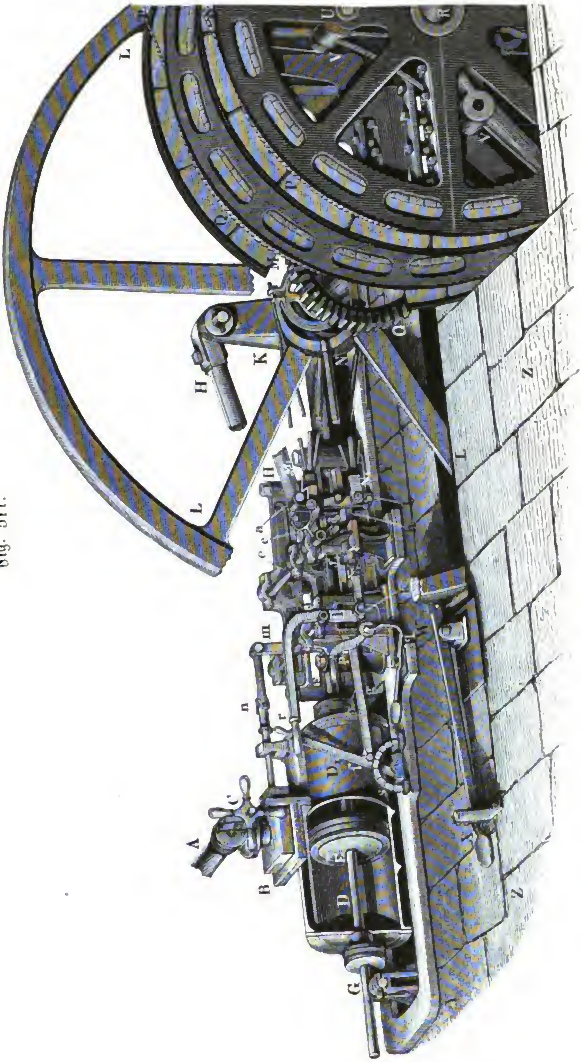


Fig. 511.

Dampfgöpel. Dampfschieber dem Excentrik M; ist aber die Coulisse gehoben und folglich das Stangenende N_1 in die Nähe von h gebracht worden, so folgt die Stange hk, und mit ihr auch der Dampfschieber dem zweiten Excentrik N. Es kann also durch Verrückung des Armes f, wenn dieselbe beim mittleren Stande des Dampfkolbens E vorgenommen wird, sehr leicht die Umdrehungsrichtung der Maschine in die entgegengesetzte verwandelt werden. Hängt man die Coulisse ab so, daß die beiden Stangenenden M_1 und N_1 gleichviel vom Stangenende h abstehen, so fällt die Schwingungsaxe von ab mit h zusammen, es bleibt daher hk in Ruhe, und es tritt folglich Stillstand der Maschine ein. Giebt man endlich der Coulisse eine Stellung zwischen den soeben angegebenen, so folgt zwar der Schieber dem einen oder dem anderen Excentrik, jedoch ist der Weg desselben kleiner, als wenn der eine oder der andere der Aufhängepunkte M_1 und N_1 mit h zusammenfiele; es findet folglich dann eine längere Bedeckung des Schiebers und nach Befinden eine längere Absperrung des Dampfes statt. Um die Verbindung des Schiebers mit der Coulisse ab aufzuheben, ergreift man die Handhabe p, hebt das eine Ende der Stange hk, welches durch ein Scharnier mit dem anderen Ende desselben verbunden ist und mittelst eines Bügels auf einem Bolzen im Arme l ruht, empor und legt es auf eine etwas höher stehende Rolle, welche durch den Kopf einer durch den Fuß leicht zu drehenden Stütze q gebildet wird. Durch eine Handhabe r, in welche eine bügelförmige Verlängerung des Armes l ausläuft, kann man den Schieber beliebig mit der Hand dirigiren. Mit dem eingetheilten Halbkreis s, welcher die Größe des Schieberweges anzeigt, ist noch ein gezahnter Bügel verbunden und an dem Arme f ein Riegel angebracht, welcher in die Verzahnung dieses Bügels eingerückt wird, wenn der Gang des Schiebers b unverändert und folglich der Arm f fixirt werden soll.

Anmerkung. Der hier beschriebene Dampfgöpel hat eine Leistungsfähigkeit von 30 Pferdekräften, und fördert Tonnen von 27 Cubikfuß, enthaltend eine Fördermasse von 2000 Pfund Gewicht, mit einer Geschwindigkeit von 7 bis 8 Fuß zu Tage. Hierbei arbeitet der Dampf mit $2\frac{1}{2}$ Atmosphäre Ueberdruck und es macht die Dampfmaschine in der Minute 24 Spiele. Das kleine Zahnrad auf der Kurbelwelle hat 45 Zähne, und das auf der Korbwelle 75 Zähne, folglich macht letztere in der Minute

$$\frac{45}{75} \cdot 24 = \frac{3}{5} \cdot 24 = \frac{72}{5} = 14{,}4 \text{ Umdrehungen.}$$

Bei dem mittleren Korbdurchmesser von $10\frac{1}{2}$ Fuß ist die mittlere Geschwindigkeit der Last $= \frac{10{,}5 \, . \, 14{,}4 \, \pi}{60} = 7{,}9$ Fuß. Der Durchmesser des Dampfkolbens ist $28\frac{1}{2}$ Zoll und der Schub desselben 47 Zoll. Das Schwungrad hat eine Höhe von 32 Fuß und wiegt circa 80 Centner.

§. 252. Die Berechnung der Leistung eines Dampfgöpels ist auf ähnliche Weise wie die eines Wassersäulengöpels zu vollziehen, nur ist hier

noch wegen des Vorgeleges, welches die Umdrehungszahl der Kurbelwelle Dampfgöpel
in die kleinere Umdrehungszahl der Korbwelle umsetzt, eine weitere Reduction der Kraft nöthig. Ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse wäre das Verhältniß der Kolbenkraft P zur Förderlast Q, bei dem Kolbenhube oder Warzenkreisdurchmesser $= s$, dem mittleren Lastarme des Korbes $= b$, und den Zähnezahlen m und n des Treib- und des Getriebrades:

$$\frac{P}{Q} = \frac{m}{n} \cdot \frac{\pi b}{s};$$

mit Rücksicht auf Nebenhindernisse ist aber, wenn man den Wirkungsgrad η der ganzen Maschine als bekannt voraussetzt:

$$\frac{\eta P}{Q} = \frac{m}{n} \frac{\pi b}{s},$$

folglich:

$$P = \frac{1}{\eta} \frac{m}{n} \cdot \frac{\pi b}{s} Q.$$

Ist d der Durchmesser der Kolbenfläche, p der Dampfdruck und q der Gegendruck auf den Quadratzoll, so hat man auch:

$$P = \frac{\pi d^2}{4} (p - q),$$

und es ist folglich:

$$d = \sqrt{\frac{4}{\eta} \frac{m}{n} \cdot \frac{b Q}{s(p-q)}},$$

wobei der Sicherheit wegen, $\eta = {}^1/_4$ anzunehmen sein möchte. (Vergl. II., §. 379.)

Will man schärfer rechnen, so muß man von den schon oben (§. 248) gefundenen Formeln für die einzelnen Widerstände Gebrauch machen Die ganze Last, auf den mittleren Korbumfang reducirt, ist hiernach:

$$Q + W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \text{ (s. §. 248).}$$

Hierzu kommt nun aber noch die Zapfenreibung der Korbwelle, ferner die Reibung zwischen den Zahnrädern, die Zapfenreibung der Kurbelwelle, die Warzenreibung und die gleitende Reibung des Stangenkopfes in der Führung. Die Kolbenreibung gehört der Dampfmaschine an und läßt sich dem Gegendrucke q (s. II., §. 374) einverleibt annehmen, weshalb sie hier nicht weiter in Betracht kommt.

Wenn wir die seither gebrauchten Bezeichnungen beibehalten und einen seigern Schacht voraussetzen, so haben wir zunächst die Zapfenreibung der Korbwelle, auf den mittleren Korbumfang reducirt:

$$W_5 = \varphi \frac{\varrho_3}{b} \Big(0{,}96\, [G_3 - (Q + 2G + S) \sin.\beta] + 0{,}40\, (Q + 2G + S) \cos.\beta\Big),$$

Dampfgöpel. wofür in der Regel einfacher

$$W_5 = \varphi \frac{\varrho_3}{b} [G_3 - (Q + 2\,G + S)]$$

gesetzt werden kann.

Die Zahnreibung ist, wie bekannt:

$$W_6 = \varphi\, \pi \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)(Q + W + W_1 + \ldots).$$

Ist ϱ_4 der Halbmesser der Zapfen der Kurbelwelle und G_4 das Gewicht dieser Welle sammt dem Gewichte des auf ihr sitzenden Schwungrades u. s. w., so hat man die Zapfenreibung dieser Welle:

$$W_7 = \varphi \frac{n}{m} \frac{\varrho_4}{b} (0{,}96\, G_4 + 0{,}40\, P)$$

$$= \varphi \frac{\varrho_4}{b} \left(0{,}96 \frac{n}{m} G_4 + 0{,}40 \frac{\pi b}{s} (Q + W + W_1 + \ldots)\right).$$

Diese Formel setzt voraus, daß die Dampfmaschine eine liegende, und daß das Gewicht G_4 größer als die Stangenkraft P sei. Der Druck R zwischen den Zähnen ist weder bei W_5 noch bei W_7 in Betracht zu ziehen, da die Maschine abwechselnd in der einen oder in der anderen Richtung umläuft, wobei die Vertikaldrücke G_3 und G_4 abwechselnd um R vergrößert oder verkleinert werden.

Die Warzenreibung ist nach III., §. 99, wenn ϱ_5 den Warzenhalbmesser bezeichnet:

$$W_8 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\varrho_4}{{}^1/_2\, s} \varphi (Q + W + W_1 + \cdots)$$

$$= \varphi\, \pi \frac{\varrho_5}{s} (Q + W + W_1 + \cdots)$$

und die gleitende Reibung in der Führung des Stangenkopfes, wenn l die Länge der Kurbelstange bezeichnet:

$$W_9 = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{{}^1/_2\, s}{l} \varphi (Q + W + W_1 + \cdots)$$

$$= \varphi \frac{\pi}{8} \cdot \frac{s}{l} (Q + W + W_1 + \cdots).$$

Versteht man nun unter η den Wirkungsgrad der eigentlichen Dampfmaschine ($\eta = {}^1/_3$ bis ${}^1/_2$), so hat man endlich die Dampfkraft:

$$P = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{\pi b}{s} (Q + W + W_1 + \cdots + W_9),$$

und den entsprechenden Durchmesser des Dampfkolbens:

$$d = \sqrt{\frac{4}{\eta} \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{b\,(Q + W + W_1 + \cdots + W_9)}{s\,(p - q)}}.$$

Beispiel. Es ist für einen Dampfgöpel, dessen Förderlast Q sammt den sämmtlichen Nebenhindernissen im Schachte, an den Seilscheiben und an den Körben, $Q + W + W_1 + \cdots + W_5 = 2200$ Pfund beträgt, die erforderliche Dampfkraft P und der entsprechende Dampfkolbendurchmesser d zu finden. Dampfgöpel.

Geben wir dem Treibrad 45 und dem Getriebrad 75 Zähne, machen wir also $m = 45$ und $n = 75$, so haben wir zunächst die Zahnreibung:

$$W_6 = \varphi \pi \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)(Q + W + W_1 + \cdots) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{45} + \frac{1}{75}\right) . 2200$$

$$= 0{,}01185 . 2200 = 26 \text{ Pfund}.$$

Ist ferner das Gewicht der Kurbelwelle sammt Schwungrad, $G_4 = 10000$ Pfund, der Kolbenschub $s = 4$ Fuß, der mittlere Lastarm $b = 5$ Fuß und der Zapfenhalbmesser $\varrho_4 = 5$ Zoll, so folgt die Zapfenreibung der letztgenannten Welle:

$$W_7 = \varphi \varrho_4 \left(0{,}96\,\frac{n}{m} \cdot \frac{G_4}{b} + 0{,}40 \cdot \frac{\pi}{s}(Q + W + W_1 + \cdots)\right)$$

$$= 0{,}075 . 5\left(0{,}96 \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{10000}{60} + 0{,}40 \cdot \frac{\pi}{48} \cdot 2226\right)$$

$$= 0{,}375 . (266{,}7 + 58{,}3) = 122 \text{ Pfund}.$$

Ist nun noch der Halbmesser des Warzenkreises $\varrho_5 = 2$ Zoll, so hat man die Warzenreibung:

$$W_8 = \varphi \pi \frac{\varrho_5}{s}(Q + W + W_1 + \cdots) = 0{,}075 \cdot \frac{2}{48}\, 2348\,\pi = 7{,}33\,\pi = 23 \text{ Pfund};$$

ist endlich die Kurbelstangenlänge $l = \frac{5}{2}s$, und nimmt man den Coefficienten der gleitenden Reibung $\varphi = 0{,}09$ an (s. I. §. 161), so hat man die Reibung an den Schlitten des Stangenkopfes:

$$W_9 = \varphi \frac{\pi}{8}\frac{s}{l}(Q + W + W_1 + \cdots) = 0{,}09 \cdot \frac{2}{5.8} . 2371\pi = 10{,}67\pi = 34 \text{ Pfund}.$$

Hiernach ist nun die gesammte Korblast:

$$Q + W + W_1 + \cdots + W_9 = 2371 + 34 = 2405 \text{ Pfund},$$

und die entsprechende Stangenkraft:

$$P = \frac{m}{n} \cdot \frac{\pi b}{s}(Q + W + W_1 + \cdots) = \frac{3}{5} \cdot \frac{5\pi}{4} . 2405 = 5670 \text{ Pfund}.$$

Nimmt man den Wirkungsgrad der Dampfmaschine allein $\eta = \frac{1}{3}$, so erhält man bei einem Ueberdruck von $2\frac{1}{4}$ Atmosphäre, $p - p = 2{,}25 . 15{,}1 = 34$ Pfund, den Durchmesser des Dampfkolbens:

$$d = \sqrt{\frac{4P}{\eta \pi (p - q)}} = \sqrt{\frac{4 . 5670}{\frac{1}{3}\pi . 34}} = \sqrt{\frac{12 . 5670}{34\,\pi}} = 25{,}24 \text{ Zoll}.$$

Drittes Kapitel.

Von dem Fortschaffen der Lasten auf ganz oder nahe horizontalen Wegen.

Förderungsmethoden. §. 253. Das Fortschaffen (franz. und engl. transport) der Lasten (franz. fardeaux; engl. loads) auf mehr oder weniger horizontalen Wegen kann auf folgende Weise erfolgen:

1) Durch das Tragen der Menschen oder Thiere auf dem Rücken;
2) durch Schlitten oder Schleifen auf dem Schnee oder Pflaster u. s. w.;
3) durch ein- oder zweiräderige Karren auf Laufbrettern oder auf dem Fußboden;
4) durch vier- oder mehrräderige Wagen auf Straßen und Eisenbahnen, und
5) durch Kähne, Schiffe u. s. w. auf dem Wasser.

Unter allen diesen Förderungsmethoden ist in der Regel das Tragen (franz. le portage; engl. the bearing) die unvortheilhafteste, weil hier das ganze Gewicht der Förderlast von dem Arbeiter aufgenommen und bei jedem Schritte mit dem Gewichte desselben zugleich um eine gewisse Höhe, welche (nach II., §. 81, Anmerkung) 0,09375 der Schrittlänge gleich zu setzen ist, gehoben werden muß. Ist die Last $= Q$, so hat man folglich die ihr entsprechende Kraft oder Anstrengung des Arbeiters beim Tragen derselben:

$$P = 0{,}09375\, Q.$$

Die Kraft zum Fortschaffen der Lasten mittelst Fuhrwerke (franz. voitures; engl. carriages) ist zwar ebenfalls der Last Q proportional, allein sie ist in der Regel ein viel kleinerer Theil derselben, als beim Tragen, wenigstens nähert sich diese Kraft dem angegebenen Werth P nur erst dann, wenn der Wagen auf einer sehr schlechten Straße mit vielem Kothe und tiefen Gleisen fortzuziehen ist. Hier kann, wie weiter unten angegeben wird, $P = {}^1/_{13}\, Q = 0{,}077\, Q$ betragen. Etwas anders ist allerdings das Verhältniß bei ansteigenden Wegen, wo außer der gewöhnlichen Zugkraft auf horizontalen Straßen, der Theorie der schiefen Ebene zu Folge (s. I., §. 134), noch das sinuirte Gewicht des Arbeiters und der Last zu überwinden ist. Bezeichnet α das Ansteigen der Straße, μ einen Erfahrungscoefficienten und G das Gewicht des Arbeiters, so haben wir:

$$P = \mu Q + (Q + G)\, sin.\, \alpha$$

zu setzen.

Da nun der Theil $(Q + G) \sin. \alpha$ bei allen Förderungsweisen einer und derselbe ist, so folgt, daß der Kraftunterschied bei denselben verhältnißmäßig um so kleiner ausfällt, je größer der Steigwinkel α der Straße ist, auf welcher die Last fortgeschafft wird. Die Förderung in Karren (franz. brouettes; engl. carts, wheel-barrows) steht zwischen dem Tragen auf dem Rücken und dem Fortschaffen in Wagen inne, weil hier noch ein Theil der Last Q von dem Arbeiter unmittelbar aufgenommen wird. Die Kraft zur Förderung mittelst Schlitten oder Schleifen (franz. traineaux; engl. sledges) ist bekanntlich nach der Art und dem Zustande der sich reibenden Flächen sehr verschieden. Für die Bewegung eines Schlittens mit hölzernen Kufen auf einer glatten Holz- oder Steinbahn ist der Reibungscoefficient: Förderungsmethoden.

im ungeschmierten Zustande . . . . $\mu = 0,38$,
geschmiert mit trockener Seife . . . . $\mu = 0,15$,
geschmiert mit Talg . . . . $\mu = 0,07$.

Auf einer guten Schneebahn fällt die Reibung eines solchen Schlittens nur 0,035 aus, und für die Bewegung stählerner Schlittenkufen auf gefrorenem Schnee oder Eis ist $\mu = 0,02$. Bei der Bewegung der Wagen auf guten Straßen fällt $\mu = 0,02$ bis 0,04 aus, und für die Bewegung der Wagen auf Eisenbahnen ist μ gar nur 0,003 bis 0,005.

Was endlich das Fortschaffen der Lasten zu Wasser anlangt, so ist hier der Widerstandscoefficient μ gar nicht constant, sondern es wächst derselbe mit dem Quadrate der relativen Geschwindigkeit des Fahrzeugs (S. I., §. 428 u. s. w.). Ist diese Geschwindigkeit sehr klein, so fällt hier μ noch kleiner als 0,003 aus; es ist folglich dann das Fortschaffen der Lasten zu Wasser noch vortheilhafter als das auf Eisenbahnen.

§. 254. Bei der Förderung auf mehr oder weniger horizontalen Wegen wird der Arbeitsaufwand durch das Gewicht Q_1 des Fördergefäßes (franz. und engl. vehicule) nicht unansehnlich erhöht. Das Verhältniß $\frac{Q_1}{Q} = \nu$ des Gewichtes des Förderungsmittels zu dem der Last ist zugleich die relative Vergrößerung des Arbeitsaufwandes, welchen das Mitfortschaffen des Förderungsmittels erfordert; nun beträgt aber das Gewicht Q_1 meist $^1/_5$ bis $^1/_3$ der Last Q, folglich erfordert auch beim Tragen und Fördern in Wagen, Schlitten u. s. w. das Gewicht des Fördergefäßes eine Vergrößerung der Arbeit von $\nu = {}^1/_5$ bis $^1/_3$ der Nutzleistung. Muß das Förderungsmittel überdies noch leer zurückgeschafft werden, wie es z. B. bei wiederholtem Transport auf derselben Strecke nöthig ist, so ist diese Vergrößerung der Arbeit sogar das Doppelte, d. i. $2\nu = {}^2/_5$ bis $^2/_6$ der Nutzleistung. Förderungsmittel.

Förderungsmittel. Bei der Förderung durch Menschen und Thiere haben wir nach II., §. 80:

für die Geschwindigkeit v beim Hinwege, mit gefülltem Fördergefäße:

$$\left(2 - \frac{v}{c}\right) K = \mu (1 + \nu) Q,$$

und für die Geschwindigkeit v_1 beim Rückwege, mit leerem Förderungsmittel:

$$\left(2 - \frac{v_1}{c}\right) K = \mu \nu Q.$$

Es ist folglich:

$$v = c \left(2 - \mu (1 + \nu) \frac{Q}{K}\right) \text{ und}$$

$$v_1 = c \left(2 - \mu \nu \frac{Q}{K}\right),$$

wobei c die mittlere Geschwindigkeit und K die entsprechende mittlere Kraft des Arbeiters bezeichnet.

Wird nun der Förderungsweg s in der Schichtzeit t $n$mal hin und ebenso oft her zurückgelegt, so hat man:

$$n = \frac{t}{\frac{s}{v} + \frac{s}{v_1}}, \text{ oder } ns = \frac{t}{\frac{1}{v} + \frac{1}{v_1}} = \frac{v v_1 t}{v + v_1},$$

und daher die Nutzleistung pr. Schicht:

$$Q n s = \frac{Q v v_1 t}{v + v_1} = \frac{K v_1 t}{\mu (1 + \nu)} \frac{\left(2 - \frac{v}{c}\right) v}{v_1 + v}.$$

Die Geschwindigkeit v_1 ist nur wenig kleiner als $2c$ und läßt sich daher als constant ansehen. Dies vorausgesetzt, erhalten wir nun durch Differenziiren den vortheilhaftesten Geschwindigkeitswerth:

$$v = \sqrt{(2c + v_1) v_1} - v_1,$$

folglich als ersten Näherungswerth:

$$v_1 = 2c \text{ und}$$

$$v = 2c (\sqrt{2} - 1) = 0{,}828\, c,$$

woraus nun:

$$Q = \left(2 - \frac{v}{c}\right) \frac{K}{\mu (1 + \nu)} = 1{,}172 \frac{K}{\mu (1 + \nu)},$$

und ein zweiter Näherungswerth:

$$v_1 = c \left(2 - 1{,}172 \frac{\nu}{1 + \nu}\right)$$

folgt, und sich endlich auch v und Q genauer bestimmen lassen.

Setzen wir $\nu = 0$, nehmen wir also an, daß der Arbeiter nach jedem Transport ohne alle Last zurückgehe, so haben wir genau:

$$v_1 = 2\,c,\ v = 0{,}828\,c \text{ und } Q = 1{,}172\,\frac{K}{\mu},$$ Förderungsmittel.

und daher die tägliche Nutzleistung:

$$Qns = 1{,}172\,\frac{K}{\mu}\cdot\frac{0{,}828\,c\,.\,2\,ct}{2{,}828\,c} = 0{,}686\,\frac{K}{\mu}\,ct,$$

d. i. circa $^2/_3$ der Arbeitsfähigkeit des Arbeiters.

Die mittleren Werthe für K, c und t beim Tragen auf dem Rücken, wo $\mu = 1$ zu setzen ist, sind bereits Bd. II., §. 79 mitgetheilt worden.

Beispiel. Wenn die Kraft zum Fortschaffen einer Last $P = {}^1/_{20}\,Q$, also $\mu = {}^1/_{20} = 0{,}05$ ist und wenn das Gewicht des Förderungsmittels $Q_1 = {}^1/_4\,Q$, also $\nu = {}^1/_4$ beträgt, und dasselbe nach jedem Gange wieder leer mit zurückgebracht werden muß, so ist die vortheilhafteste Geschwindigkeit auf dem Rückwege:

$$v_1 = c\,(2 - 1{,}172\,.\,{}^1/_5) = 1{,}7656\,c,$$

ferner die auf dem Hinwege:

$$v = (\sqrt{1{,}7656\,.\,3{,}7656} - 1{,}7656)\,c = 0{,}8129\,c;$$

die reine Last:

$$Q = (2 - 0{,}8129)\,\frac{K}{{}^1/_{20}\,.\,{}^5/_4} = 18{,}99\,K,$$

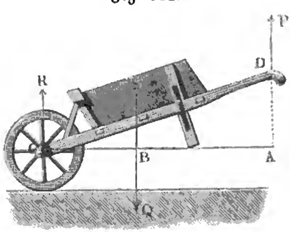
und die entsprechende Nutzleistung:

$$Qns = \frac{Q\,v\,v_1\,t}{v + v_1} = \frac{0{,}8129\,.\,1{,}7656\,.\,18{,}99\,Kct}{2{,}5785} = 10{,}57\,Kct$$
$$= 0{,}5285\,\frac{Kct}{\mu},$$

d. i. beinahe 53 Procent des Arbeitsvermögens.

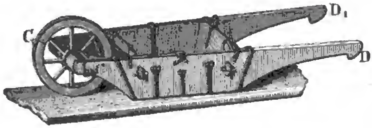
§. 255. Die durch Menschenkraft in Bewegung zu setzenden einräderigen Fuhrwerke sind der Schiebbock und der Schiebkarren. Beide bilden einen einarmigen Hebel, CSD, Fig. 512, dessen Stützpunkt C die Drehungsaxe des Rades und dessen Kraftpunkt D die Handhaben des Arbeiters bilden; sie unterscheiden sich jedoch dadurch von einander, daß die letztere mit einem vollständigen Kasten zur Aufnahme der Last ausgerüstet ist, wogegen der erstere nur eine über das Rad weggreifende Rücklehne hat. Fig. 512 führt einen Schiebkarren vor Augen, wie er zum Fortschaffen von Erdmassen beim Eisenbahnbau gebraucht wird; in Fig. 513 (a. f. S.) ist dagegen ein sogenannter Auslaufkarren abgebildet, welcher beim Bergbau zum Ausstürzen der zu Tage ausgeförderten Gesteinmassen auf die Halde dient. Bei dem ersten Karren sitzt das eigentliche Fördergefäß auf den Schiebkarren.

Fig. 512.



Schiebkarren. Karrenschenkeln auf, wogegen es bei dem zweiten mehr daran hängt, indem die Schenkel CD, $C_1 D_1$ zugleich die langen Seitenwände des Fördergefäßes bilden. Ist der Normalabstand CA der Axe C des Karrens (Fig. 512) von der Richtung der Kraft, $= a$, und der Horizontalabstand CB eben dieses Punktes von Vertikalen durch den Schwerpunkt S der Last Q sammt Gewicht des Karrengestelles, $= b$, so hat man $Pa = Qb$, und daher die Kraft:

Fig. 513.



$$P = \frac{b}{a} Q.$$

Der übrigbleibende Druck $R = Q - P = \frac{a-b}{a} Q$ in der Radaxe wird von dem Fußboden aufgenommen und erzeugt daselbst eine Reibung, welche nebst der untergeordneten Zapfenreibung ebenfalls von dem Karrenläufer zu überwinden ist. Bei gutem, festem Fußboden kann man annehmen, daß beide Reibungen zusammengenommen nicht mehr als $^1/_{30}$ des Druckes, das Gewicht Q_2 des Rades mit eingerechnet, betragen. Deshalb kann man auch bei approximativen Rechnungen, wie sie für den vorliegenden Fall nicht anders verlangt werden können, diese Reibungen ganz außer Betracht lassen, indem man reichlich

$$P = \frac{b}{a}(Q_1 + Q) = \frac{b}{a}(1 + \nu) Q$$

setzt, wo $\nu = \frac{Q_1}{Q}$, das Verhältniß des Karrengewichtes zur Last bezeichnet.

Dieses Kraftverhältniß wird jedoch ein anderes, wenn der Fußboden ansteigt oder abfällt. Man hat dann, wie bereits §. 253 angegeben worden ist, noch die Kraft $(Q + Q_1 + Q_2 + G) \sin. \alpha$ auszuüben nöthig, also im Ganzen:

$$P = \frac{b}{a}(Q + Q_1) + (Q + Q_1 + Q_2 + G) \sin. \alpha,$$

und zwar nicht allein beim Aufsteigen, sondern auch beim Abwärtslaufen, wo es darauf ankommt, die Beschleunigung des Karrens aufzuheben. Man rechnet beim Fördern auf einer horizontalen Strecke mittelst des Schiebkarrens, daß ein Arbeiter eine Last von 128 Pfund mit einer mittleren Geschwindigkeit von 1,6 Fuß während einer zehnstündigen Arbeitszeit fortschaffen könne, wobei er jedoch nach jedem Gang leer zurückfährt. Die entsprechende Arbeit pr. Sec. ist 128 . 1,6 = 204,8 Pfund, und

täglich 7'373000 Fußpfund. Bei dem hiesigen Bergbau fördert ein Arbeiter in der allerdings nur sechsstündigen Arbeitszeit 120 Kübel Berge (Steinstücke) auf 80 Meter horizontaler Entfernung. Die entsprechende tägliche Nutzleistung ist, wenn wir, wie oben (§. 239), den Kübel zu 92 Pfund Gewicht annehmen, nur 120 . 80 . 3,1862 . 92 = 2'814000 Fußpfund. Die Leistung der Karrenförderung verändert sich mit dem Hebelarmverhältniß $\frac{b}{a}$, welches meist innerhalb der Grenzen $^1/_5$ und $^1/_3$ liegt, und kann daher bei verschiedenen Karren und verschiedener Aufladung sehr verschieden ausfallen, zumal wenn der Weg nicht ganz horizontal ist. Schiebkarren.

Beispiel. Wenn bei einem Schiebkarren, dessen Gewicht sammt Last 200 Pfund beträgt, das Hebelarmverhältniß $\frac{b}{a} = \frac{1}{4}$ beträgt, so hat man für die Tragkraft des Arbeiters $P = \frac{b}{a}(Q + O_1) = \frac{1}{4} . 200 = 50$ Pfund. Vergleichen wir nun diese Anstrengung mit dem Tragen auf dem Rücken, wobei nach II., §. 79, $K = 85\frac{1}{2}$, $c = 2{,}4$ und $t = 7$, also $Qct = 5'171040$ angegeben worden ist, so finden wir die der Tragkraft $P = 50$ Pfund entsprechende Geschwindigkeit:

$$v = c\left(2 - \frac{P}{K}\right) = 2{,}4 \cdot \left(2 - \frac{50}{85{,}5}\right) = 2{,}4 \cdot \frac{242}{171} = 3{,}40 \text{ Fuß},$$

und nehmen wir an, daß die Fördermasse des Karrens $Q = 100$ Pfund beträgt, so haben wir die tägliche Leistung bei dieser Förderungsweise:

$$Qvt = 100 . 3{,}4 . 7 . 60 . 60 = 8448000 \text{ Fußpfund},$$

wobei jedoch noch nicht auf das leere Zurückfahren Rücksicht genommen worden ist. Wir wissen aus dem Obigen, daß hierdurch die Leistung circa ein Drittel kleiner wird; weshalb wir also auch die effective Leistung pr. Schicht nur

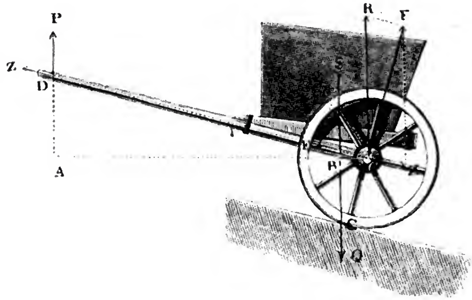
$$\frac{2}{3} . 8{,}448000 = 5'632000 \text{ Fußpfund setzen dürfen.}$$

§. 256. Die Förderung in zweiräderigen Wagen oder Karren ist ebenso zu beurtheilen wie die Förderung mittelst der sogenannten Schiebkarren. Sie werden sowohl durch Menschen als durch Pferde in Bewegung gesetzt, und haben zwei Deichseln (franz. timons; engl. poles), welche eine sogenannte Gabel (franz. limon; engl. thill), zwischen welche der Arbeiter oder das Zugpferd zu stehen kommt, bilden. Die Last wird auf diese Karren so aufgepackt, daß der Schwerpunkt derselben nahe vor der Radaxe zu liegen kommt, folglich nur ein kleiner Theil der Last mittelst der Gabel auf den Rücken des arbeitenden Geschöpfes zu übertragen ist. Ist die Länge CD eines solchen in Fig. 514 (a. f. S.) abgebildeten Karrens $= a$, ferner der Abstand des Schwerpunktes der Last Q des Karrens von der Radaxe C, in der Deichselaxe gemessen, d. i. $CE = b$, und der Abstand desselben Punktes von dieser Axe, d. i. $SE = c$. Nehmen wir an, daß der Weg unter dem Winkel α ansteige, und daß die Deichsel unter demselben Winkel $ACD = \alpha$ gegen den Horizont geneigt Zweiräderige Karren.

Zweiräderige Karren

sei, dann ist der Hebelarm der Tragkraft P des Arbeiters, $CA = a\cos.\alpha$

Fig. 514.



und der der Last Q, $CB = b\cos.\alpha - c\sin.\alpha$, demnach:

$Pa\cos.\alpha = Q\,(b\cos.\alpha - c\sin.\alpha)$, und folglich die Tragkraft:

$$P = \left(\frac{b\cos.\alpha - c\sin.\alpha}{a\cos.\alpha}\right) Q = \left(\frac{b - c\,tang.\,\alpha}{a}\right) Q.$$

Es nimmt also die Tragkraft P ab, wenn das Ansteigen des Weges ein größeres wird, und es fällt dieselbe sogar negativ aus, d. i. es wirkt der belastete Karren von unten nach oben auf den Arbeiter, wenn $c\,tang.\,\alpha > b$ ist. Damit dieser ungünstige Fall der Arbeitsverrichtung vermieden werde, muß immer der Schwerpunkt S der Last mindestens um den Abstand $CE = b = c\,tang.\,\alpha$, wo α den größten Steigwinkel des Weges bezeichnet, vor der Radaxe zu liegen kommen.

Außer der Tragkraft P hat der Arbeiter noch eine Zugkraft Z auszuüben, welche den einen Componenten der von dem Wege aufzunehmenden Kraft F ausmacht, während der andere Component die Differenz

$$R = Q - P = Q - \left(\frac{b - c\,tang.\,\alpha}{a}\right) Q = \left(1 - \frac{b}{a} + \frac{c}{a}\,tang.\,\alpha\right) Q \text{ ist.}$$

Man hat:

$$F = \frac{R}{\cos.\,\alpha} \text{ und } Z = R\sin.\alpha = F\,tang.\,\alpha.$$

Für die Bewegung auf einem horizontalen Boden ist $\alpha = 0$; daher die Tragkraft:

$$P = \frac{b}{a}\,Q \text{ und die Zugkraft } Z = 0.$$

Diese Kraftverhältnisse werden natürlich durch die Axenreibung und durch den Widerstand des Fußbodens noch abgeändert. Bezeichnet man die Summe dieser beiden Widerstände durch W, so ist daher die Zugkraft

$Z = R \sin. \alpha + W$, also für die Bewegung auf horizontalem Wege $Z = W$ zu setzen. Zweiräderige Karren.

Da sich das arbeitende Geschöpf beim Fortziehen oder Fortschieben einer Last durch die Reibung seiner Füße auf dem Fußboden festhalten muß, so ist natürlich nöthig, daß die Zugkraft Z diese Reibung nicht übertreffe. Ist ϱ der entsprechende Reibungswinkel und G das Gewicht des arbeitenden Geschöpfes, so kann man setzen:

$$tang.\, \varrho = \frac{G + P}{Z}.$$

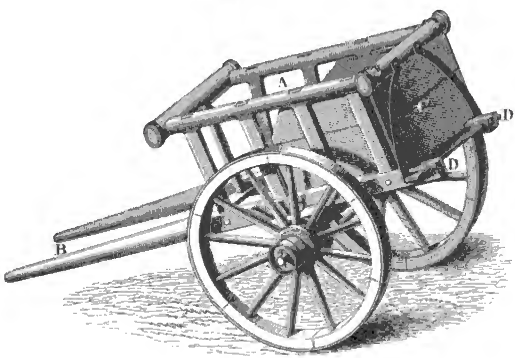
Es ist also das Verhältniß $\frac{P}{Z}$ der Tragkraft zur Zugkraft um so größer oder kleiner zu nehmen je größer oder kleiner der Reibungswinkel ϱ oder je rauher oder glatter der Fußboden ist. Für die Zugkraft der Pferde auf horizontalen Straßen ist z. B. erfahrungsmäßig die Leistung am größten, wenn $\frac{P}{Z} = \frac{1}{5}$ beträgt. Wenden wir diese Regel auf die zweiräderigen Fuhrwerke an, so haben wir

$$\frac{b\,Q}{a\,W} = \frac{1}{5}, \text{ also } \frac{b}{a} = \frac{1}{5}\,\frac{W}{Q}$$

zu nehmen.

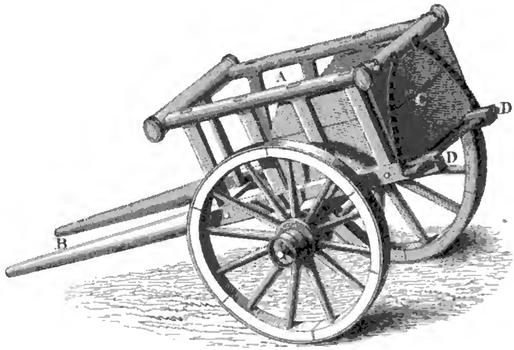
Die zweiräderigen Karren werden vorzüglich zum Erdtransport bei Eisenbahnanlagen gebraucht und hier entweder von einem Pferde oder von zwei bis drei Arbeitern fortbewegt. Der Kasten zur Aufnahme der Erde sitzt entweder fest auf der Radaxe oder er ist um eine besondere Axe drehbar, also zum Umkippen eingerichtet, weshalb auch solche Karren gewöhnlich Wippkarren genannt werden. In Figur 515 ist ein ge-

Fig. 515.



Zweiräderige Karren. wöhnlicher Erdtransport- (Roll- oder Hand-) Karren abgebildet. Der Wagenkasten *A* sitzt hier fest auf den Deichseln *B*, und ist zum Füllen

Fig. 516.



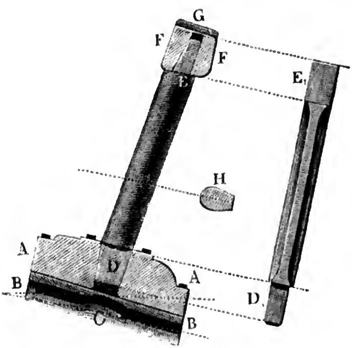
und Leeren mit einer lösbaren Hinterwand *C* versehen. Die Vorderwand und ein Theil der Seitenwände sind der Deutlichkeit wegen abgenommen gezeichnet. Um diese Karren nicht allein durch Schub, sondern auch durch Zug fortbewegen zu können, sind noch Haken *D*, *D* zum Einhängen eines Zugseiles angebracht.

Wagenräder. §. 257. Den wesentlichsten Theil aller Karren und Wagen bilden die **Räder** (franz. roues; engl. wheels) mit ihren **Axen** (franz. essieux; engl. axles). Die Räder bestehen aus dem **Kranze**, der **Nabe** und den **Armen** oder **Speichen** (vergl. §. 79). Die **Radkränze** der Karren und Wagen für gewöhnliche Straßen werden aus bogenförmigen Holzstücken, den sogenannten **Radfelgen** (franz. jantes; engl. fellies) zusammengesetzt, und mit einem schmiedeeisernen Bande, dem sogenannten **Radreifen** (franz. la bande; engl. the hoop), umgeben. Die **Nabe** (franz. le moyen; engl. the nave) eines Rades besteht in einem Holzkerne, welcher von außen mit eisernen Bändern umgeben ist und in seinem Inneren ein hohles Metallfutter enthält, durch welches die Radaxe hindurchgeht. Die **Radspeichen** (franz. les rais; engl. the spokes) verbinden den Radkranz mit der Nabe und sind deshalb in diesen beiden Radtheilen eingezapft. Sie sind in der Regel von Eichenholz und haben einen mehr oder weniger elliptischen Querschnitt. Meist hat ein Rad 12 Speichen.

Die Wagenaxen sind entweder aus Schmiedeeisen oder aus Holz und an der unteren Fläche mit Eisen beschlagen. Der mittlere Theil oder Körper einer Wagenaxe hat einen mehr oder weniger rectangulären Querschnitt, die Enden oder Zapfen desselben (franz. fusées d'essieu; engl. axle arms), welche durch die Radnabe hindurchgesteckt werden, sind dagegen cylindrisch oder wenig conisch geformt. Durch die Conicität der Radaxen wird nicht allein die Masse, sondern auch der Reibungswiderstand derselben vermindert. Wären die Fahrstraßen vollkommen eben, so würde man die Radebene in eine Ebene rechtwinkelig zu ihrer Axe legen und diese Axe selbst ganz gerade machen müssen; da aber dieselben meist uneben sind, Geleise und andere störende Erhöhungen und Vertiefungen enthalten, so giebt man gewöhnlich den Wagenrädern eine conische Form, legt also die Radspeichen in einen Kegelmantel und giebt auch den Zapfen oder Axenschenkeln eine kleine Neigung gegen den Horizont. Läßt man nun noch jeder Nabe einen kleinen Spielraum auf ihrem Zapfen längs der Axe, so kann sich das Rad beim Uebersteigen einer kleinen Erhöhung oder beim Einsinken in eine kleine Vertiefung in der Axenrichtung so verschieben, daß die Axe mit der auf ihr ruhenden Last nur wenig oder gar nicht steigt oder sinkt und sich daher auch die Zugkraft wenig verändert. Es ist eine längst bekannte Erfahrung, daß diese Conicität der Räder in Vereinigung mit einer gewissen Neigung der Axenschenkel und einem gewissen Spielraume des Rades längs seiner Axe um so größer sein muß, je schlechter und unebener die Fahrstraße ist. Wagenräder.

Fig. 517 führt die Zusammensetzung eines Wagenrades in einem Durchschnitte vor Augen. *AA* ist die eine Hälfte der Nabe und *BB* ihr metallenes Futter, welches in der Mitte bei *C* eine Höhlung zur Aufnahme der Schmiere enthält. *DE* ist eine Radspeiche, *FF* der Radkranz und *G* der eiserne Reifen um denselben. Bei *H* sieht man noch den Querschnitt eines Radarmes und D_1E_1 giebt die äußere Ansicht eines Radarmes.

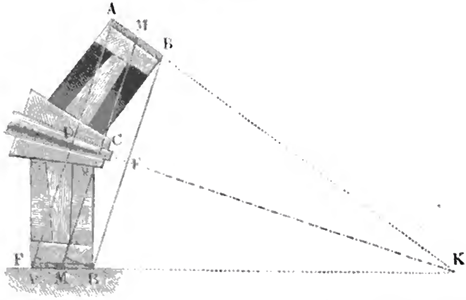
Fig. 517.



Die conischen Wagenräder haben den Nachtheil, daß sie sich nicht bloß auf dem Fußboden fortwälzen, sondern auch zum Theil auf demselben fortgleiten, da verschiedene, der Axe näher oder entfernter liegende Punkte des Radumfanges ver-

Wagenräder. schiedene Geschwindigkeiten besitzen. Ist r der mittlere Radhalbmesser CM, Fig. 518, rechtwinkelig zur Axe DE der Nabe gemessen, ferner b die

Fig. 518.



Reifenbreite AB und α der halbe Convergenzwinkel AKD des Radreifens, so hat man den größten Halbmesser des Rades:

$$DA = DF + FA = CM + FA = r + \frac{1}{2} b \sin.\alpha,$$

und dagegen den kleinsten Halbmesser desselben:

$$EB = CM - FA = r - \frac{1}{2} b \sin.\alpha.$$

Wenn folglich während einer Umdrehung das Rad um seinen mittleren Umfang $2\pi r$ fortrollt, muß der äußere Umfang $2\pi(r + \frac{1}{2} b \sin.\alpha)$ desselben um den Weg $2\pi(r + \frac{1}{2} b \sin.\alpha) - 2\pi r = \pi b \sin.\alpha$ gleitend zurück und der innere Umfang desselben um den Weg $2\pi r - 2\pi(r - \frac{1}{2} b \sin.\alpha) = \pi b \sin.\alpha$ gleitend vorwärts bewegt und hierbei die entsprechende gleitende Reibung überwunden werden. Es wachsen hiernach die gleitenden Wege der verschiedenen Punkte des Radumfanges wie die Abstände dieser Punkte vom mittleren Radumfang und es ist daher der mittlere Werth dieser Wege $\frac{1}{2}\pi b \sin.\alpha$. Ist nun Q die Belastung der Radaxe und φ der Coefficient der gleitenden Reibung des Rades auf dem Fahrwege, so hat man die Arbeit dieser gleitenden Reibung pr. Umdrehung $= \frac{1}{2}\pi b \sin.\alpha \,.\, \varphi Q$, und folglich die Kraft zur Ueberwindung derselben:

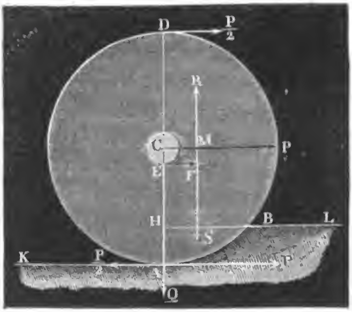
$$F = \frac{\frac{1}{2}\pi b \sin.\alpha \quad \varphi Q}{2\pi r} = \frac{1}{4}\frac{b}{r}\varphi Q \sin.\alpha.$$

Es wächst also die gleitende Reibung der conischen Räder auf der Fahrstraße mit der Breite der Radreifen und mit dem Convergenzwinkel, und nimmt dagegen ab, wenn der Radhalbmesser ein größerer wird.

Aus demselben Grunde schleifen sich auch die cylindrischen Räder auf der Fahrstraße, wenn die Radreifen derselben an den Kanten abgerundet sind.

§. 258. Die Kraft P zur Bewegung eines Wagens läßt sich genau so ermitteln, wie die Umdrehungskraft einer Radwelle. Dieselbe hat ihren Angriffspunkt in der Axe C eines Rades ABD und läßt sich ersetzen durch eine am Fußpunkte A des Rades angreifende Kraft P und durch ein am Radumfange wirkendes Kräftepaar $\left(-\frac{P}{2}, \frac{P}{2}\right)$. Widerstand der Fahrbahn.

Fig. 519.



Während nun die erstere Kraft $AP = P$ vom Widerstande der Fahrbahn aufgenommen wird, bringt das Kräftepaar die Umdrehung des Rades um seine Axe C hervor. Bezeichnen wir den Radhalbmesser $CA = DD$ durch r, so haben wir das Moment dieses Kräftepaares:

$$= \frac{P}{2} \quad 2r = Pr,$$

und setzen wir dieses der Summe der Momente der Widerstände gleich, welche der Umdrehung des Rades um C entgegenwirken, so erhalten wir dadurch eine Formel zur Bestimmung der Zugkraft P.

Die Widerstände, welche bei Umdrehung der Wagenräder um ihre Axen zu überwinden sind, bestehen nur zum kleineren Theil in der Axenreibung, vorzüglich aber in dem Hindernisse, welches die Fahrbahn darbietet.

Ist Q die Belastung der Radaxe, φ der Coefficient der Axenreibung und ϱ der Zapfenhalbmesser, so haben wir bekanntlich das Moment der Axenreibung $\varphi Q \varrho$, und folglich die auf den Radumfang reducirte Axenreibung $= \varphi \frac{\varrho}{r} Q$.

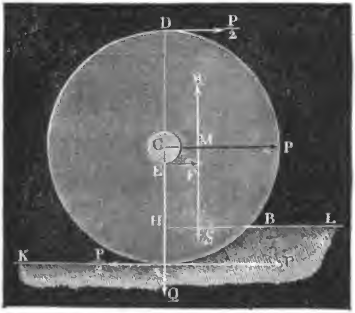
Das Hinderniß, welches die Fahrbahn der Umdrehung des Rades unmittelbar entgegensetzt, erwächst entweder aus der wälzenden Reibung, oder aus der Weichheit des Bodens, oder endlich aus dem Anstoßen des Rades an Steine oder an andere hervorragende Theile der Straße. Die wälzende Reibung in dem in I. §. 174 genommenen Sinne setzt eine glatte Fahrbahn voraus und ist so klein, daß sie in Ansehung der anderen Hindernisse außer Acht bleiben kann.

Rollt das belastete Wagenrad über weichem Boden hin, so drückt es eine Furche oder ein sogenanntes Geleis (franz. ornière; engl. rut) in denselben oder vergrößert, wenn dasselbe bereits vorhanden war, dessen Tiefe, wobei natürlich eine gewisse mechanische Arbeit zu verrichten ist.

Widerstand der Fahrbahn.

Setzen wir in Uebereinstimmung mit I. §. 173, Anmerkung, voraus, daß das eingedrückte Erdvolumen dem Drucke proportional sei, so können wir diesen Arbeitsverlust wie folgt beurtheilen. Das Rad ABD drücke ein Geleise von der Tiefe $AH = h$ ein, und ruhe mit dem Bogen AB auf der bei seinem weitern Fortrollen einzudrückenden Erdmasse ABL, während das Geleise AK auf der hinteren Seite des Rades bereits eingedrückt ist. Wird die Horizontalprojection BH des Bogens AB mit l und die Geleisbreite mit b bezeichnet, so kann man das Volumen V des eingedrückten Erdkörpers

Fig. 519.



$$ABH, = {}^2/_3\, bhl$$

setzen. Wenn nun aber der Widerstand R, welchen der Fußboden dem Einsinken des Rades entgegensetzt, diesem Volumen proportional ist, so kann man

$$R = \mu V = {}^2/_3\, \mu b h l$$

annehmen, wofern μ eine Erfahrungszahl bezeichnet, welche von der Beschaffenheit des Fußbodens abhängt. In der Regel ist die Geleistiefe h nur klein gegen den Radhalbmesser r, weshalb einfach $h = \frac{l^2}{2r}$, und daher

$$R = \frac{1}{3} \frac{\mu b l^3}{r}$$

gesetzt werden kann.

Da das Gewicht des belasteten Rades von dem Fußboden aufzunehmen ist, so ist R auch gleich diesem Gewichte, und daher umgekehrt aus demselben

$$l = \sqrt[3]{\frac{3 R r}{\mu b}}$$

zu berechnen.

Der Widerstand R ist ein Inbegriff von lauter parallelen Kräften und hat daher seinen Angriffspunkt in dem Schwerpunkte S des ihm proportionalen Volumens $V = ABH$. Der Abstand dieses Schwerpunktes von dem vertikalen Durchmesser AD oder der Hebelarm der Kraft R in Beziehung auf die Umdrehungsaxe C ist:

$$CM = \frac{3}{8}\, HB = \frac{3}{8} l$$

zu setzen, folglich hat man das Moment, mit welchem R der Umdrehung des Rades entgegenwirkt: Widerstand der Fahrbahn.

$$R \cdot CM = R \cdot \frac{3}{8}\sqrt[3]{\frac{3Rr}{\mu b}} = \frac{3}{8}\sqrt[3]{\frac{3R^4 r}{\mu b}}.$$

Da sich der Widerstand R mit dem Gewichte Q des belasteten Rades ins Gleichgewicht setzt, so haben wir auch $R = Q$, und folglich das ganze Widerstandsmoment:

$$Pr = \varphi Q \varrho + \frac{3}{8}\sqrt[3]{\frac{3Q^4 r}{\mu b}},$$

und die entsprechende Zugkraft an der Radaxe:

$$P = \varphi \frac{\varrho}{r} Q + \frac{3}{8r}\sqrt[3]{\frac{3Q^4 r}{\mu b}}$$

$$= \varphi \frac{\varrho}{r} Q + \frac{3}{8}\sqrt[3]{\frac{3Q^4}{\mu b r^2}} = \varphi \frac{\varrho}{r} Q + \psi \sqrt[3]{\frac{Q^4}{b r^2}}$$

$$= \left(\varphi \varrho + \psi \sqrt[3]{\frac{Qr}{b}}\right)\frac{Q}{r},$$

insofern ψ den Coefficienten $\frac{3}{8}\sqrt[3]{\frac{3}{\mu}}$ bezeichnet.

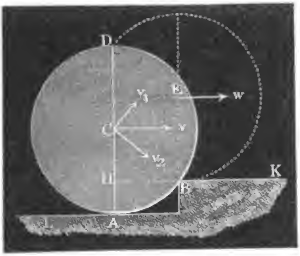
Während also der eine Theil der Zugkraft P einfach wie die Last Q und wie das Verhältniß $\frac{\varrho}{r}$ des Axenhalbmessers zum Radhalbmesser wächst, nimmt der andere Theil im Verhältniß von $Q^{4/3}$ zu und wächst umgekehrt wie die Cubikwurzel aus der Rad- oder Geleisbreite b und aus dem Quadrate des Radhalbmessers r. Es ist also vortheilhaft, hohe und breitfelgige Räder anzuwenden, und dieselbe Last auf mehrere Räder zu vertheilen.

§ 259 Auf eine ganz andere Weise ist der Widerstand zu beurtheilen, welchen größere Unebenheiten oder Hervorragungen des Weges, z. B. unverrückbare Steine, dem Fortrollen der Wagen entgegensetzen. Anstoß der Räder an Steine. Es tritt dann bei jedem Anstoßen an ein solches Hinderniß eine plötzliche Richtungsveränderung ein, womit bekanntlich alle Mal ein Verlust an lebendiger Kraft verbunden ist, zumal wenn das Wagengestelle fest auf der Radaxe sitzt, und folglich der Stoß ein fast unelastischer ist. Der diesem Bewegungshindernisse entsprechende Kraftverlust ist wie folgt zu beurtheilen. Das Wagenrad ABD, Fig. 520 (a. f. S.), welches auf dem Wege LA fortrollt, stoße bei B an eine Hervorragung BK von der Höhe $AH = h$, und sei durch Drehung um B auf dieselbe hinaufzubringen, wobei seine Axe C den Kreisbogen CE beschreibt. Die Geschwindigkeit v der mit der Axe fest verbundenen Last Q zerlegt sich bei dem Anstoße in die Seitengeschwindigkeiten v_1 und v_2, wovon diejenige (v_2), welche die

Anstoß der Räder an Steine.

Richtung CB hat, durch den Stoß gänzlich verloren geht, sofern den sich stoßenden Körpern alle Elasticität mangelt. Ist der Winkel ACB, um welchen die Stoßrichtung CB von der Vertikalen CA abweicht, $= \alpha$, so hat man die übrig bleibende Geschwindigkeit, mit welcher die Axe den Bogen CE zu beschreiben anfängt:

Fig. 520.



$$v_1 = v\,cos. v C v_1 = v\,cos. ACB = v\,cos. \alpha,$$

und dagegen die verlorne Geschwindigkeit:

$$v_2 = v\,cos. v C v_2 = v\,sin. ACB = v\,sin. \alpha.$$

Ist endlich w die Geschwindigkeit Ew, welche die Last Q nach Durchlaufung des Weges CE oder nach Ersteigung des Hindernisses BK erreicht hat, so kann man den durch Ueberwindung dieses Hindernisses herbeigeführten Arbeitsverlust setzen:

$$L_1 = Qh + Q\frac{w^2}{2g} - \frac{Qv_1^2}{2g} = Q\left(h + \frac{w^2 - v_1^2}{2g}\right).$$

Nun ist aber $v_1 = v\,cos. \alpha$ und $w = v$ zu setzen, wenn der Wagen mit Beharrung fortrollen soll; daher hat man:

$$L_1 = Q\left(h + (1 - cos. \alpha^2)\frac{v^2}{2g}\right) = Q\left(h + \frac{v^2 sin. \alpha^2}{2g}\right).$$

Noch hat man:

$$cos. \alpha = \frac{CH}{CB} = \frac{r-h}{r} = 1 - \frac{h}{r},$$

also:

$$cos. \alpha^2 = 1 - \frac{2h}{r} + \frac{h^2}{r^2}, \text{ oder annähernd } 1 - \frac{2h}{r};$$

daher ist einfacher:

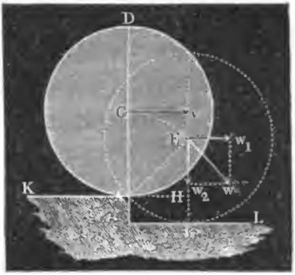
$$L_1 = Q\left(h + \frac{2h}{r}\cdot\frac{v^2}{2g}\right) = Qh\left(1 + \frac{v^2}{gr}\right)$$

zu setzen.

Rollt das Wagenrad AD, Fig. 521, von einer Erhöhung AK herab, so wird zwar einerseits durch das Niedersinken von der Höhe $BH = h$ an Arbeitsvermögen gewonnen, dagegen auch durch das Auffallen auf die Bahn BL wieder verloren. Hierbei geht die Geschwindigkeit w plötzlich in $w_1 = w\,cos. w E w_1$ über, während die Geschwindigkeit $w_2 = w\,sin. w E w_1$ rechtwinkelig gegen die Bahn BL verloren wird. Bezeichnen wir wieder den Winkel $CAE = AEB$, mit welchem sich die Wagenaxe während

des Niedersinkens um die Ecke A des Hindernisses dreht, mit α, so haben wir $w_2 = w_1 \; tang. \; \alpha$. Die gewonnene Arbeit am Ende des Aufschlagens auf B ist hier: Anstoß der Räder an Steine.

Fig. 521.



$$L_2 = Qh - \left(\frac{Q w^2}{2g} - \frac{Q v^2}{2g}\right),$$

oder, da der Beharrung wegen $w_1 = v$ sein muß und

$$w^2 = w_1^2 + w_2^2 \text{ ist:}$$

$$L_2 = Q\left(h - \frac{w_2^2}{2g}\right)$$

$$= Q\left(h - \frac{w_1^2 (tang. \, \alpha)^2}{2g}\right).$$

Ist die Höhe des Hindernisses, und also auch α klein, so können wir wieder $tang. \alpha^2 = sin. \alpha^2 = \frac{2h}{r}$ setzen, und es folgt nun:

$$L_2 = Qh\left(1 - \frac{v^2}{gr}\right).$$

Ziehen wir endlich diesen Arbeitsgewinn (L_2) von dem ersteren Arbeitsverlust (L_1) beim Aufsteigen des Rades ab, so folgt der Arbeitsverlust, welchen das Uebersteigen des Hindernisses im Ganzen veranlaßt:

$$L = Qh\left(1 + \frac{v^2}{gr}\right) - Qh\left(1 - \frac{v^2}{gr}\right) = 2\,Qh\,\frac{v^2}{gr} = 4\,Q\,\frac{h}{r} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Ist e die Entfernung von einem solchen harten Hinderniß bis zum andern, so hat man die entsprechende Vergrößerung der Zugkraft:

$$P = \frac{L}{e} = 4\,Q\,\frac{h}{e\,r} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Es wächst also der Kraftverlust, welchen das Anstoßen eines Wagens an harte Steine verursacht, direct wie die Last, wie die Höhe des Hindernisses und wie die Geschwindigkeitshöhe, dagegen aber umgekehrt wie der Radhalbmesser und wie die Entfernung der Steine von einander.

Der im Vorstehenden gefundene Arbeitsverlust beim Anstoßen an Steine wird vermindert, wenn der Wagenkasten mittels Stahlfedern mit den Radaxen verbunden ist. In diesem Falle wird die Stoßkraft auf die Biegung der Federn verwendet und daher ganz oder zum Theil wieder gewonnen, wenn sich die letzteren wieder ausbiegen. In Folge dieser Ein- und Ausbiegung der Federn beschreibt denn auch der Schwerpunkt des belasteten Wagenkastens bei der Bewegung des Wagens auf gepflastertem Wege eine gestreckte Schlangenlinie, während er ohne Anwendung von Federn ein Zickzack mit plötzlichen Richtungsänderungen durchläuft. Bewegt sich

Anstoß der Räder an Steine.

der Wagen auf einer Schlangenlinie, deren concave Theile weniger gekrümmt sind, als die Wagenräder, so findet gar kein Anstoß statt, und es fällt daher auch der zuletzt gefundene Arbeitsverlust ganz aus.

Beispiel. Wenn ein Wagen ohne Federn mit einer Geschwindigkeit von 10 Fuß auf einem unebenen Wege fortrollt und dabei in Abständen von je 1 Fuß an Erhöhungen von $^1/_8$ Zoll Höhe anstößt, so ist bei der Radhöhe von 5 Fuß der daraus erwachsende Verlust an Zugkraft:

$$P = 4\,\frac{Q\,h}{e\,r} \cdot \frac{v^2}{2g} = 4 \cdot \frac{1\,.\,2}{8\,.\,12\,.\,1\,.\,5} \cdot 0{,}016 \quad 100\,Q = \frac{1{,}6\,Q}{60} = 0{,}0267\,Q,$$

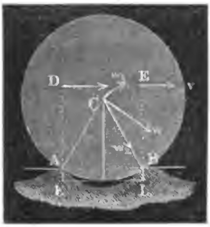
also reichlich $2^1/_2$ Procent der Last. Bei einer Fahrgeschwindigkeit von 5 Fuß wäre diese Kraft nur $\left(\frac{5}{10}\right)^2 \cdot 0{,}0267\,Q = 0{,}0067\,Q$.

Anmerkung. Wenn das Rad ACB, Fig. 522, auf einem Steinpflaster $AKLB$ fortrollt, dessen Höhlungen es nicht ausfüllt, so ist der Geschwindigkeitsverlust w_2 beim Anstoßen an den Stein B noch größer, da dann die plötzliche Richtungsänderung

$$w\,C\,w_1 = A\,C\,B = 2\,C\,A\,D = 2\,C\,B\,E = 2\,\alpha$$

eintritt. Deshalb hat man denn auch hier den entsprechenden Arbeitsverlust:

Fig. 522.



$$L = Q \cdot \frac{w_2^{\,2}}{2\,g} = Q\,\frac{(w\,sin.\,2\,\alpha)^2}{2\,g},$$

oder wenn man $w = v$ setzt:

$$L = Q\,\frac{v^2}{2g}\,(sin.\,2\,\alpha)^2, \text{ annähernd:}$$

$$L = 4\,Q\,\frac{v^2}{2g} \cdot \frac{2h}{r}.$$

Bezeichnet man noch die Weite AB des hohlen Raumes zwischen je zwei Steinen durch a, so hat man der Kreisgleichung zufolge:

$$h = \frac{a^2}{8\,r},$$

folglich:

$$L = Q\,\frac{a^2}{r^2} \cdot \frac{v^2}{2\,g},$$

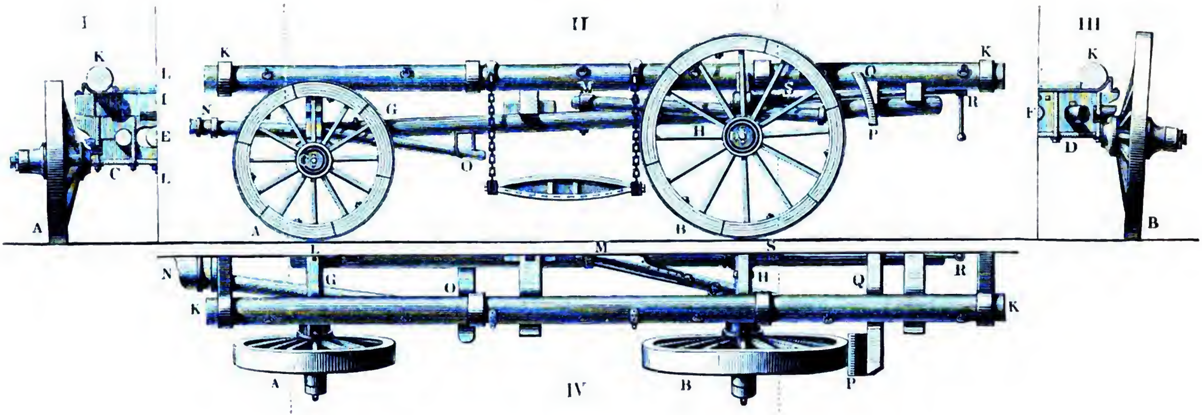
und die entsprechende Vergrößerung der Zugkraft, wenn e die Entfernung je zweier Steine von einander ist:

$$P = Q\,\frac{a^2}{r^2\,e} \cdot \frac{v^2}{2\,g}.$$

Vierräderiger Wagen.

§. 260. Die Einrichtung eines gewöhnlichen vierräderigen Lastwagens ist aus den Abbildungen I., II., III. und IV. in Fig. 523 zu ersehen. Die Abbildung II. ist eine Seitenansicht des Wagens ohne die Leitern oder den Kasten; die Abbildung IV. ist der Grundriß der einen Radhälfte; I. ist ferner die vordere Ansicht von der einen Hälfte des vorderen Radgestelles und III. die hintere Ansicht von der einen Hälfte des hinteren Radgestelles. Das Vorderrad A ist um ein Viertel kleiner als das Hinterrad B. Beide Räderpaare laufen um schmiedeeiserne Axen C

Fig. 523.

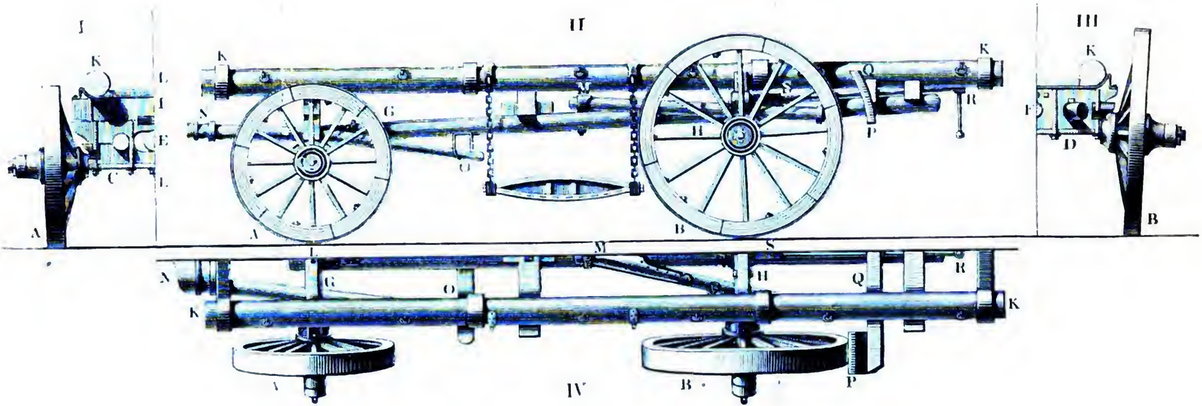


Vierräderiger Wagen. und D, auf welchen die sogenannten Tragschemel E und F befestigt sind, die durch den sogenannten Langbaum GH mit einander in Verbindung stehen. Ueber dem Tragschemel E liegt noch ein zweites Querholz, der sogenannte Lenkschemel J und dieser ist wieder mittels der Tragbäume, wie z. B. KK, mit dem Tragschemel F verbunden. Es bilden also die Schemel F und J mit den Tragbäumen ein Geviere, welches die Basis des Wagenraumes abgiebt. Um den Wagen lenken oder ihm mit Leichtigkeit eine andere Richtung geben zu können, ist es nöthig, daß man die vordere Radaxe unabhängig von dem übrigen Radgestelle in der Horizontalebene um einen gewissen Winkel drehen könne, und dies wird durch einen starken eisernen Stift, den sogenannten Reihnagel LL bewirkt. Derselbe geht senkrecht durch die Mitte der vorderen Radaxe, und zwar nicht allein durch den Tragschemel E und den Lenkschemel J, sondern auch noch durch das übrigens in E frei bewegliche Ende des Langbaumes. Durch den Tragschemel F geht ein Paar Arme hindurch, welche bei M mit dem Langbaum fest verbunden sind; und durch den Tragschemel E sind zwei andere Arme hindurchgesteckt, an welche sich bei N die Deichsel anschließt und die deshalb die Deichselarme genannt werden. Zur weiteren Unterstützung der Deichsel dient ein Querholz O, die sogenannte Brücke, welche sich in der Mitte gegen den Langbaum stemmt. Noch sieht man in $PQRS$ das aus §. 166 bekannte Brems- oder Schleifwerk, welches in der Hauptsache aus zwei eisernen Platten, wie z. B. P, besteht, die auf einem Querarm Q festsitzen, der mittels der Schraubenspindel RS hin- und zurückgeschoben werden kann.

Der Angriffspunkt der Zugkraft oder der Befestigungspunkt des sogenannten Ortscheites befindet sich im Niveau der vorderen Radaxe, und zwar am Ende der Deichsel, wo diese mit ihren Armen verbunden ist. Er liegt also auch ungefähr um den Halbmesser der Vorderräder über dem Fahrwege. Da es nun aber vortheilhaft ist, wenn die Zugkraft unter einem gewissen, der Größe des Widerstandes entsprechenden Winkel von unten nach oben wirkt, so giebt man in der Regel den Vorderrädern eines Wagens einen kleineren Durchmesser als den Hinterrädern, obgleich im Allgemeinen die Kraft zur Bewegung des Wagens kleiner ausfällt, wenn die Höhe der Räder eine größere ist. Dieses schiefe Ziehen der Kraft, und folglich die Anwendung von kleineren Vorderrädern, ist besonders bei schlechten Gebirgswegen von Wichtigkeit.

§. 261. Die in §. 258 gefundenen Formeln für die Bewegung eines belasteten Rades oder Räderpaares lassen sich auch dazu anwenden, die Zugkraft vierräderiger Fuhrwerke auf ebenen Fahrstraßen zu bestimmen. Es sei wieder die Größe der Förderlast $= Q$, die des Wagenkastens oder

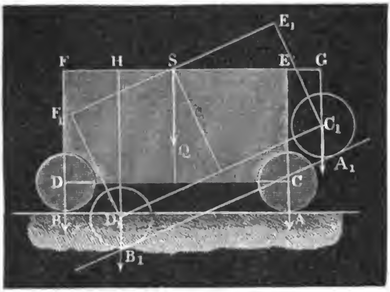
Fig. 524.



Vierräderiger Wagen.

Wagengestelles $Q_1 = \nu Q$, das Gewicht des vorderen Räderpaares $= R_1$, das des hinteren $= R_2$, ferner seien die Halbmesser dieser Räder r_1 und r_2, und die ihrer Axenschenkel ϱ_1 und ϱ_2. Nehmen wir ferner an, daß der Schwerpunkt S des belasteten Wagens während seiner Bewegung auf horizontaler Straße von den Radaxen C und D des Wagens $CDEF$, Fig. 525, in vertikaler Richtung um $CE = DF = a_1$, und in horizontaler Richtung um $ES = e_1$ und $FS = e_2$ abstehe, bezeichnen wir den Horizontalabstand $e_1 + e_2$ der beiden Radaxen von einander durch e und endlich noch die Radfelgenbreite durch b. Sehen wir auch von den Neigungen der Zugkräfte gegen den Horizont ab, denken wir uns also dieselben horizontal oder parallel zur Fahrbahn wirkend.

Fig. 525.



Der Theorie des Hebels zufolge sind die Belastungen der beiden Radaxen C und D:

$$\frac{e_2}{e}(Q + Q_1) = (1 + \nu)\frac{e_2}{e} Q \text{ und}$$

$$\frac{e_1}{e}(Q + Q_1) = (1 + \nu)\frac{e_1}{e} Q.$$

Ist nun wieder φ der Coefficient der Axenreibung, so erhalten wir den Theil der Zugkraft, welcher auf die Ueberwindung dieser Reibung verwendet wird:

$$P_1 = \varphi \frac{\varrho_1}{r_1}(1 + \nu)\frac{e_2}{e} Q + \varphi \frac{\varrho_2}{r_2}(1 + \nu)\frac{e_1}{e} Q$$

$$= \varphi (1 + \nu)\left(\frac{\varrho_1 e_2}{r_1} + \frac{\varrho_2 e_1}{r_2}\right)\frac{Q}{e}.$$

Bezeichnen wir auch wieder den Widerstandscoefficienten der Fahrstraße durch ψ, so haben wir für denjenigen Theil der Zugkraft, welcher die Ueberwindung des Widerstandes am Umfange der Räder beansprucht, da hier die Drücke noch durch die Radgewichte vergrößert werden:

$$P_2 \psi = \sqrt{\frac{\left((1+\nu)\frac{e_2}{e} Q + R_1\right)^4}{b r_1^2}} + \psi \sqrt{\frac{\left((1+\nu)\frac{e_1}{e} Q + R_2\right)^4}{b r_2^2}}$$

oder annähernd und einfacher, wenn wir $\psi \sqrt[3]{\frac{Qr}{b}}$, worin r das Mittel aus beiden Radhalbmessern bezeichnet, durch ψ_1 bezeichnen: Vierräderiger Wagen.

$$P_2 = \frac{\psi_1}{r_1}\left((1+\nu)\frac{e_2}{e}Q + R_1\right) + \frac{\psi_1}{r_2}\left((1+\nu)\frac{e_1}{e}Q + R_2\right)$$
$$= \psi_1\left[(1+\nu)\left(\frac{e_2}{r_1}+\frac{e_1}{r_2}\right)\frac{Q}{e} + \frac{R_1}{r_1} + \frac{R_2}{r_2}\right].$$

Hiernach ist nun die gesammte Zugkraft, wofern der Wagen keine Stein- oder andere Hervorragungen zu überschreiten hat:

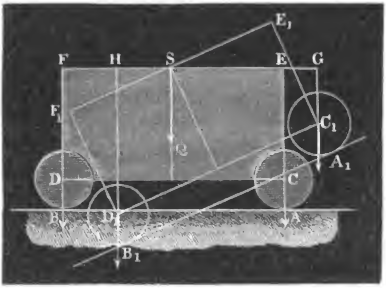
$$P = P_1 + P_2 = \varphi\ (1+\nu)\left(\frac{\varrho_1 e_2}{r_1}+\frac{\varrho_2 e_1}{r_2}\right)\frac{Q}{e}$$
$$+ \psi_1\left[(1+\nu)\left(\frac{e_2}{r_1}+\frac{e_1}{r_2}\right)\frac{Q}{e} + \frac{R_1}{r_1} + \frac{R_2}{r_2}\right]$$
$$= (1+\nu)\left[\varphi\left(\frac{\varrho_1 e_2}{r_1}+\frac{\varrho_2 e_1}{r_2}\right) + \psi_1\left(\frac{e_2}{r_1}+\frac{e_1}{r_2}\right)\right]\frac{Q}{e}$$
$$+ \psi_1\left(\frac{R_1}{r_1}+\frac{R_2}{r_2}\right).$$

Wenn die Straße unter dem Winkel α ansteigt, so ist zu dieser Kraft (vergl. §. 253) noch die Kraft
$(Q + Q_1 + R_1 + R_2 + G)\, sin.\alpha = [(1+\nu)\,Q + R_1 + R_2 + G]\, sin.\alpha$,
wo G das Gewicht des Motors bezeichnet, hinzuzufügen.

Außerdem verändert sich auch hierbei die Lage des Schwerpunktes der Last gegen die Radaxen, wobei die Verhältnisse $\frac{e_1}{e}$ und $\frac{e_2}{e}$, und folglich auch beide Theile P_1 und P_2 der Kraft eine Aenderung erleiden. Gelangt der Wagen auf eine ansteigende Straße, so bewegt sich der Schwerpunkt des Wagens einwärts und es nimmt folglich $\frac{e_2}{e}$ ab und $\frac{e_1}{e}$ zu, und kommt er dagegen auf einen abfallenden Weg, so tritt das Umgekehrte ein, es nimmt $\frac{e_2}{e}$ zu und $\frac{e_1}{e}$ ab. Dadurch erhält im ersten Falle die hintere und im zweiten die vordere Axe eine größere Belastung, und dies ist ein Grund mehr, daß man der ohnedies stärker belasteten Hinteraxe größere Räder giebt als der Vorderaxe. Die Armverhältnisse $\frac{e_1}{e}$ und $\frac{e_2}{e}$ bei einer geneigten Bahn lassen sich genau so berechnen, wie die einer gewöhnlichen Waage. (S. II., §. 69.) Denken wir uns den Wagenkasten $CDFE$ um seinen Schwerpunkt S gedreht, und dadurch in die Lage $C_1D_1F_1E_1$ gebracht; dadurch geht der Arm $SE = SE_1 = e_1$ in SG und der Arm $SF = SF_1$ in SH über. Bezeichnen wir nun den Drehungswinkel

Vierrädriger Wagen. $ESE_1 = FSF_1$ oder das Ansteigen der Straße durch α, so haben wir:

Fig. 525.



$SG = e_1 \cos.\alpha + a \sin.\alpha$ und

$SH = e_2 \cos.\alpha - a \sin.\alpha$; also

$GH = (e_1 + e_2) \cos.\alpha$
$= e \cos.\alpha$.

Während bei der Bewegung auf horizontalem Wege die Belastungen der Radaxen C und D

$$(1 + \nu)\frac{e_2}{e}Q \text{ und}$$

$$(1 + \nu)\frac{e_1}{e}Q$$

sind, hat man folglich dieselben bei einem Ansteigen von α^0:

$$(1 + \nu)\frac{SH}{GH}Q = (1 + \nu)\left(\frac{e_2 - a\, tang.\alpha}{e}\right)Q \text{ und}$$

$$(1 + \nu)\frac{SG}{GH}Q = (1 + \nu)\left(\frac{e_1 + a\, tang.\alpha}{e}\right)Q.$$

Bei abfallender Straße sind dagegen diese Belastungen:

$$(1 + \nu)\left(\frac{e_2 + a\, tang.\alpha}{e}\right)Q \text{ und } (1 + \nu)\left(\frac{e_1 - a\, tang.\alpha}{e}\right)Q.$$

Hiernach hat man endlich die ganze Zugkraft bei aufsteigendem Wege:

$$P = (1 + \nu)\left[\varphi\left(\frac{\varrho_1(e_2 - a\, tang.\alpha)}{r_1} + \frac{\varrho_2(e_1 + a\, tang.\alpha)}{r_2}\right)\right.$$
$$\left. + \psi\left(\frac{e_2 - a\, tang.\alpha}{r_1} + \frac{e_1 + a\, tang.\alpha}{r_2}\right)\right]\frac{Q}{e} + \psi_1\left(\frac{R_1}{r_1} + \frac{R_2}{r_2}\right)$$
$$+ [(1 + \nu)Q + R_1 + R_2 + G]\sin.\alpha,$$

und dagegen bei abfallendem Wege:

$$P = (1 + \nu)\left[\varphi\left(\frac{\varrho_1(e_2 + a\, tang.\alpha)}{r_1} + \frac{\varrho_2(e_1 - a\, tang.\alpha)}{r_2}\right)\right.$$
$$\left. + \psi\left(\frac{e_2 + a\, tang.\alpha}{r_1} + \frac{e_1 - a\, tang.\alpha}{r_2}\right)\right]\frac{Q}{e} + \psi_1\left(\frac{R_1}{r_1} + \frac{R_2}{r_2}\right)$$
$$- [(1 + \nu)Q + R_1 + R_2 + G]\sin.\alpha.$$

Ist der letzte oder subtractive Theil des letzten Ausdruckes größer als der vorhergehende, fällt also P negativ aus, so muß das Schleifwerk in Thätigkeit gesetzt oder ein Hemmschuh an das eine Rad angeschlossen werden.

§. 262. Die Kraftverluste, welche das Anstoßen vierräderiger Wagen an Steine oder andere harte Körper veranlaßt, sind mit Zugrundelegung des §. 259 wie folgt zu beurtheilen. Vierräderige Wagen.

In dem Augenblicke, wenn das eine Räderpaar an ein hartes Hinderniß anstößt, nimmt der ganze Wagenkasten eine drehende Bewegung an, deren Centrum O, Fig. 526 und Fig. 527, nach I., §. 96, der Durchschnitt

Fig. 526.

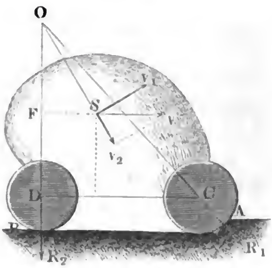
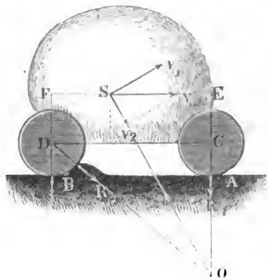


Fig. 527.



der Perpendikel zu den Bewegungsrichtungen der beiden Radaxen C und D ist. Stößt das vordere Räderpaar an ein Hinderniß A, Fig. 526, so liegt dieser momentane Drehungspunkt über den Radaxen; trifft hingegen das hintere Räderpaar an eine Hervorragung B, Fig. 527, so befindet sich dieser Punkt unter den Radaxen. Ist wieder α der Winkel DOC, um welchen die Stoßrichtung von der Vertikalen abweicht, so haben wir den senkrechten Abstand der Umdrehungsaxe O von der Linie CD durch die Radaxen

$$DO = CD \, cotang. \alpha = e \, cotang. \alpha \text{ (Fig. 526).}$$

Und sind die Coordinaten des Schwerpunktes S, wie oben $DF = a$ und $FS = e_2$, so haben wir für den Winkel β, welchen die Linie OS mit der Vertikalen einschließt:

$$tang. \beta = \frac{FS}{FO} = \frac{e_2}{e \, cotg. \alpha - a},$$

und hiernach die durch den Stoß verlorene Geschwindigkeit:

$$v_2 = v \sin. v S v_1 = v \sin. FOS = v \sin. \beta$$

$$= \frac{v e_2}{\sqrt{e_2^2 + (e \, cotg. \alpha - a)^2}}.$$

Für den Fall in Fig. 527 ist, wenn wir statt $FS = e_2$, $ES = e_1$ einführen:

$$tang. \beta = \frac{e_1}{e \, cotg. \alpha + a} \text{ und daher:}$$

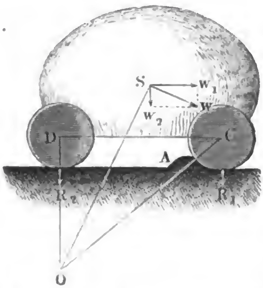
$$v_2 = v \sin. \beta = \frac{v e_1}{\sqrt{e_1^2 + (e \, cotg. \alpha + a)^2}}.$$

Vierrädriger Wagen.

Es hängen also die Geschwindigkeitsverluste nicht allein von den Horizontalabständen e_1 und e_2, sondern auch von dem Vertikalabstande a des Schwerpunktes S von den Radaxen C und D ab.

Auf ähnliche Weise läßt sich auch der Geschwindigkeitsverlust finden, wenn das eine Räderpaar, z. B. C in Fig. 528, von einem Hindernisse A herabrollt. Es ist hier die verlorene Geschwindigkeit:

Fig. 528.

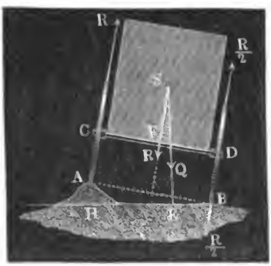


$$w_2 = w \sin. DOS = w \sin.\beta$$
$$= \frac{w\, e_2}{\sqrt{e_2^2 + (e \cot g.\alpha + a)^2}}.$$

Während bei den in Fig. 526 und Fig. 527 abgebildeten Fällen die Stoßkräfte R_1, R_2 einen Winkel COD zwischen sich einschließen, laufen in diesem Falle die Richtungen dieser Kräfte unter sich parallel.

Stoßen beide Räderpaare zugleich an gleich hohe Hindernisse, so ist $\beta = \alpha$ und daher $v_2 = v \sin.\alpha$, wie in dem Falle, wenn die trägen Massen an der Radaxe festsitzen. Das Verhältniß ist aber viel verwickelter, wenn, wie meist, nur ein Rad AC, Fig. 529, an ein hartes Hinderniß stößt. Ist d die Länge CD der Radaxe oder der Abstand der beiden Räder einer Axe von einander und h die Höhe AH des Hindernisses, so hat man für den Neigungswinkel $ABH = \delta$ der Radaxe gegen den Horizont:

Fig. 529.



$$\sin.\delta = \frac{h}{d}$$

Liegt der Schwerpunkt der Last Q um die Höhe $FS = a$ über der Radaxe, so hat man den Hebelarm dieser Last in Hinsicht auf den Fußpunkt des ungehobenen Rades:

$$BE = x = \frac{d}{2} \cos.\beta - (r + a) \sin.\beta.$$

Es nähert sich dieser Arm, und also auch die Stabilität des Wagens bei gleicher Axenneigung β um so mehr der Null, je höher die Räder sind, je höher der Schwerpunkt der Ladung liegt und je kürzer die Axenlänge d ist. Die letzten beiden Ausdrücke finden jedoch nur dann eine unmittelbare Anwendung, wenn beide Räder auf einer und derselben Seite

des Rades an ein Hinderniß zugleich stoßen, so daß jede Radaxe die Neigung $sin.\beta = \frac{h}{d}$ annimmt. Ist aber nur eine Radaxe geneigt, so hat man in dem Ausdrucke: Vierräderiger Wagen.

$$x = \frac{d}{2} cos.\beta - (a + r) sin.\beta$$

für das Maß der Stabilität des ganzen Wagens statt $sin.\beta = \frac{1}{2} \frac{h}{d}$ einzusetzen. Ist endlich $tang.\beta > \frac{d}{2(a+r)}$, so fällt der Wagen um.

Die Neigung β kann die eine oder können beide Radaxen auch dann annehmen, wenn die Fahrstraße nach der einen Seite hin abschüssig ist. Doch ist hier ein Umstürzen des Wagens weniger leicht möglich, als beim Anstoßen an Hervorragungen, weil dort auch noch die Wirkungen des Stoßes hinzutreten. Da in diesem Falle die Reaction ($-R$) des Hindernisses A nicht der im Schwerpunkte S_1 der Belastung angreifenden Trägheitskraft R direct entgegenwirkt, so bildet sich noch ein Kräftepaar $\frac{R}{2}, -\frac{R}{2}$, welches den Wagen um den Fußpunkt B des tieferstehenden Rades zu drehen sucht und folglich dem Momente des Gewichtes Q entgegenwirkt. Das Moment dieses Kräftepaares ist Rd, während das Moment vom Gewichte Q, Qx beträgt; wenn also

$$Rd > Q\left(\frac{d}{2} cos.\beta - (a + r)\, sin.\beta\right),$$

oder wenn

$$tang.\beta > \frac{d}{2(a+r)} - \frac{Rd}{Q(a+r)\, cos.\beta}$$

ist, so verliert der Wagen seine Stabilität.

Bei der gewöhnlichen, uns aus §. 260 bekannten Einrichtung der Wagen haben übrigens während der Neigung der einen Radaxe der Langbaum, sowie auch die beiden Tragbäume eine Torsion auszuhalten, wodurch die Haltbarkeit des ganzen Wagens sehr gefährdet sein kann.

§. 263. Nach den ausführlichsten Versuchen, welche in neuerer Zeit von Morin angestellt worden sind, ist der Widerstand, welchen ein gutes Steinpflaster oder eine festzusammengefahrene Schotterstraße der Bewegung der Wagen entgegensetzt, Widerstandscoefficienten.

1) nahe direct proportional der Last,
2) umgekehrt proportional der Radhöhe, und dagegen
3) beinahe unabhängig von der Anzahl der Räder und von der Felgen- oder Radreifenbreite.

Widerstands-coefficienten.

Auf weichem oder zusammendrückbarem Boden, sowie auch auf frisch beschotterten Straßen nimmt dagegen dieser Widerstand ab, wenn die Reifenbreite eine größere wird. Beim langsamen Fahren (unter 3 Fuß Geschwindigkeit) ist dieser Widerstand ziemlich unabhängig von der Geschwindigkeit und eben so groß bei Wagen mit Federn wie bei Wagen ohne Federn. Bei größerer Schnelligkeit wächst dagegen dieser Widerstand, zumal während des Fahrens auf harter Schotterstraße oder auf Steinpflaster, nahe proportional der Geschwindigkeit; auch ist hierbei die Kraft kleiner, wenn der Wagenkasten in Federn hängt, als wenn er fest auf den Radaxen aufsitzt. Je elastischer der Fahrweg und je elastischer der Wagen sowie die Last auf demselben ist, desto kleiner fällt in diesem Falle auch die Zugkraft aus.

Die Reifenbreite von 4 bis $4\frac{1}{2}$ Zoll ist bei Lastwagen die angemessenste, da schmälere Räder die Straße zu sehr angreifen, und breitere keine Kraftersparniß geben. Die Umstände und Verhältnisse, welche die Zugkraft steigern, verschlechtern natürlich auch die Fahrstraße.

Die ersten der im Vorstehenden angegebenen Regeln weichen besonders darin von der weiter oben entwickelten Theorie ab, als dieser zu Folge die Zugkraft dem Ausdrucke $\sqrt[3]{\frac{Q^4}{b\,r^2}}$ proportional ist, also direct wie $Q^{4/3}$ und umgekehrt wie $\sqrt[3]{r^2}$ und $\sqrt[3]{b}$ wächst. Nun ist aber:

$$\sqrt[3]{Q^4} = \sqrt[3]{Q}\,.\,Q,\ \sqrt[3]{r^2} = \sqrt[3]{\frac{1}{r}}\cdot r \text{ und } \sqrt[3]{1,1} = 1,032;$$

wenn folglich die Werthe von Q, r und b innerhalb enger Grenzen schwanken und von gewissen mittleren Werthen nicht um mehr als 10 Procent abweichen, so kann man annähernd $1,032 = 1$, also für $\sqrt[3]{Q}$, $\sqrt[3]{r}$ und $\sqrt[3]{b}$ constante mittlere Werthe setzen, und nach Morin rechnen, daß die Zugkraft der Last Q direct und dem Radhalbmesser r umgekehrt wachse, dagegen aber von der Reifenbreite b gar nicht abhänge. Diese Voraussetzung läßt sich noch besonders dadurch rechtfertigen, daß der Widerstand der Fuhrwerke nicht allein aus der Zusammendrückung des Bodens, sondern auch aus der Axenreibung und, namentlich beim Fahren auf einer harten Straße, aus einer Menge von Stößen entspringt, und daß bei den zuletzt genannten Hindernissen, der Theorie zu Folge, diese Proportionalität wirklich statt hat.

Folgende Tabelle enthält die verschiedenen Widerstandscoefficienten einiger Wagen auf verschiedenen Straßen. Um die Kraft P zum Fortziehen einer Last Q zu finden, muß man zu derselben noch das ganze Wagengewicht $(Q_1 + R_1 + R_2)$ addiren, und diese Summe mit dem aus der Tabelle entnommenen Widerstandscoefficienten ξ multipliciren, also

$$P = \xi\,(Q + Q_1 + R_1 + R_2)$$ Widerstands-coefficienten

setzen.

Hat die Straße ein Ansteigen α, und der Motor ein Gewicht G, so kommt hierzu noch die Kraft:

$$P_1 = (Q + Q_1 + R_1 + R_2 + G)\,sin.\,\alpha.$$

Tabelle der Widerstandscoefficienten für Fuhrwerke.

Die Reifenbreite ist 4 bis $4\frac{1}{2}$ Zoll, die Axenstärke $2\frac{1}{2}$ Zoll, der Coefficient der Axenreibung $\varphi = 0{,}065$.

Bezeichnung der Straße.	Frachtwagen.		Karren.		Eilwagen.
	Mittl. Radhöhe in Fußen		Radhöhe in Fußen.		Radhöhe in Fußen.
	4	$4\frac{1}{2}$	5	$6\frac{2}{5}$	$3\frac{2}{3}$
I. Schotterstraße:					
1) in sehr gutem Zustande, trocken und eben.	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{58}$	$\frac{1}{65}$	$\frac{1}{83}$	Schritt $\frac{1}{48}$ Trab $\frac{1}{41}$ scharf. Tr. $\frac{1}{40}$
2) wenig feucht, mit Staub und einigen freiliegenden Schotterstücken.	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{41}$	$\frac{1}{47}$	$\frac{1}{59}$	Schritt $\frac{1}{34}$ Trab $\frac{1}{27}$ sch. Trab $\frac{1}{24}$
3) sehr hart, grober Schotter, naß.	$\frac{1}{43}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{57}$	$\frac{1}{71}$	Schritt $\frac{1}{42}$ Trab $\frac{1}{27}$ sch. Trab $\frac{1}{23}$
4) hart, mit leichten Geleisen und weichem Koth.	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{38}$	$\frac{1}{45}$	Schritt $\frac{1}{26}$ Trab $\frac{1}{22}$ sch. Trab $\frac{1}{20}$
5) hart mit Geleisen und Koth.	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{26}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{37}$	Schritt $\frac{1}{21}$ Trab $\frac{1}{18}$ sch. Trab $\frac{1}{17}$
6) sehr verfahren und mit dickem Kothe.	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{31}$	Schritt $\frac{1}{18}$ Trab $\frac{1}{16}$ sch. Trab $\frac{1}{15}$
7) sehr aufgerissen, mit Koth und 2 bis 3 Zoll tiefen Geleisen.	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{24}$	Schritt $\frac{1}{14}$ Trab $\frac{1}{12}$ sch. Trab $\frac{1}{12}$
8) sehr schlecht, dicker Koth, harter und rauher Grund, 3 bis 4 Zoll tiefe Geleise.	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{21}$	Schritt $\frac{1}{12}$ Trab $\frac{1}{10}$
II. Sandsteinpflaster:					
1) sehr gutes.	$\frac{1}{65}$	$\frac{1}{75}$	$\frac{1}{88}$	$\frac{1}{108}$	Schritt $\frac{1}{62}$ Trab $\frac{1}{42}$ sch. Trab $\frac{1}{38}$
2) gewöhnliches, trocken.	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{70}$	$\frac{1}{80}$	$\frac{1}{100}$	Schritt $\frac{1}{57}$ Trab $\frac{1}{41}$ sch. Trab $\frac{1}{36}$

Widerstands-coefficienten.

Tabelle der Widerstandscoefficienten für Fuhrwerke.

(Fortsetzung von vorhergehender Seite.)

Bezeichnung der Straße.	Frachtwagen. Mittl. Radhöhe in Fußen		Karren. Radhöhe in Fußen.		Eilwagen. Radhöhe in Fußen.
	4	$4\frac{1}{2}$	5	$6\frac{2}{5}$	$3\frac{2}{3}$
3) gewöhnliches, naß und mit Koth.	1/46	1/54	1/74	1/76	Schritt 1/44 Trab 1/33 sch. Trab 1/29
III. Brückenbahn von Holz . . .	1/43	1/50	1/69	1/71	Schr. u. Tr. 1/41
IV. Erddamm:					
1) sehr gut und trocken . . .	1/27	1/32	1/36	1/45	» » » 1/26
2) mit einer 1 bis $1\frac{2}{3}$ Zoll hohen Kiesdecke	1/10	1/12	1/14	1/17	» » » 1/10
3) mit einer 2 bis $3\frac{1}{2}$ Zoll hohen Kiesdecke	1/9	1/10	1/12	1/15	» » » 1/9
4) mit einer 4 bis $5\frac{1}{2}$ Zoll hohen Kiesschicht	1/8	1/10	1/11	1/14	» » » 1/8
V. Straße m. ungebahntem Schnee	1/14	1/17	1/19	1/24	» » » 1/14

Beispiel. Welche Zugkraft erfordert ein belasteter Wagen von 8000 Pfund zu seiner Fortbewegung auf einer horizontalen Schotterstraße von mittlerer Güte? Nehmen wir an, daß die mittlere Radhöhe $4\frac{1}{2}$ Fuß betrage, so können wir der vorstehenden Tabelle zu Folge den Widerstandscoefficienten $\zeta = \frac{1}{41}$ und folglich die erforderliche Zugkraft:

$$P = \zeta \,.\, (Q + Q_1 + \,.\,.) = \frac{1}{41} \,.\, 8000 = 195 \text{ Pfund setzen.}$$

Nun ist aber nach II., §. 80, die mittlere Zugkraft eines Pferdes, $K = 120$ Pfund, und die mittlere Geschwindigkeit desselben $c = 4$ Fuß, folglich wären zum Fortziehen dieses Wagens 2 Pferde nöthig, und die zu fordernde Geschwindigkeit des Wagens:

$$v = \left(2 - \frac{P}{K}\right) c = \left(2 - \frac{195}{240}\right) . 4 = 4{,}75 \text{ Fuß.}$$

Hat dieselbe Straße ein Ansteigen von $\alpha = \frac{1}{50}$, so ist zu der gefundenen Kraft noch $P_1 = \alpha\,(Q + Q_1 + \,.\,.)$ zu addiren. Spannt man dann 4 Zugpferde vor, so wird dadurch die Belastung um 4 . 600 = 2400 Pfund größer; es ist folglich die Last:

$$Q + Q_1 + \,.\,. = 8000 + 2400 = 10400 \text{ Pfund,}$$

und

$$P_1 = \frac{1}{50} \cdot 10400 = 208 \text{ Pfund},$$ Widerstands-coefficienten.

also die ganze Zugkraft:

$$P = 195 + 208 = 403 \text{ Pfund},$$

und die entsprechende Fahrgeschwindigkeit:

$$v = \left(2 - \frac{403}{480}\right) \cdot 4 = 4{,}64 \text{ Fuß}.$$

Behält man dagegen nur 2 Pferde bei, so hat man:

$$P = 195 + \frac{1}{50} \cdot (8000 + 1200) = 195 + 184 = 379 \text{ Pfund},$$

und

$$v = \left(2 - \frac{379}{240}\right) \cdot 4 = 1{,}685 \text{ Fuß}.$$

Hätte endlich die Straße ein Fallen α von $\frac{1}{50}$, so würde bei zwei Zugpferden der Gewinn an Kraft

$$P_1 = \frac{1}{50} \cdot (8000 + 1200) = 184 \text{ Pfund}$$

betragen, und folglich die Zugkraft der Pferde nur

$$P = 195 - 184 = 11 \text{ Pfund},$$

und die entsprechende Geschwindigkeit

$$v = \left(2 - \frac{11}{240}\right) \cdot 4 = 7{,}817 \text{ Fuß betragen.}$$

Aus den Geschwindigkeiten v und den Weglängen s lassen sich die Fahrzeiten $\left(t = \frac{s}{v}\right)$ berechnen, und ist die Summe dieser Zeiten der täglichen Arbeitszeit $8 \cdot 60 \cdot 60 = 28800$ Secunden gleich, so hat man in der Summe der Weglängen den täglich zurückgelegten Weg. Wäre z. B. in dem vorliegenden Falle die Länge des ansteigenden Weges 20000 Fuß, und die des abfallenden 24000 Fuß, so hätte man mit Beibehaltung von zwei Pferden die entsprechenden Zeiten:

$$\frac{20000}{1{,}685} = 11869 \text{ Sec. und } \frac{24000}{7{,}817} = 3070 \text{ Sec.},$$

und es bliebe folglich für das Fahren auf dem horizontalen Theil der Straße die Zeit: $28800 - (11869 + 3070) = 13861$ Sec., also die Fahrweglänge $\frac{13861}{4{,}75} = 2918$ Fuß übrig.

Anmerkung I.*) Mit Hülfe der zuletzt angegebenen Formeln für die Zugkraft der Wagen läßt sich auch das vortheilhafteste Ansteigen der Straßen finden. Der Ausdruck $P = \zeta\,(Q + Q_1) + (Q + Q_1 + G)\,\sin.\alpha$ für die Zugkraft P geht, wenn man das Gewicht Q_1 des ganzen leeren Wagens $= \nu Q$ und das Gewicht G der Pferde $= \mu K$ setzt, in folgenden

$$\left(2 - \frac{v}{c}\right) K = (\zeta + \sin.\alpha)\,(1 + \nu)\,Q + \mu K \sin.\alpha$$

über, woraus die Last

$$Q = \frac{\left(2 - \frac{v}{c} - \mu \sin.\alpha\right) K}{(1 + \nu)\,(\zeta + \sin.\alpha)} \text{ folgt.}$$

Da es nur darauf ankommt, Q auf eine gewisse Höhe zu heben, so ist die Nutzlast $Q \sin.\alpha$, und die Nutzleistung:

Widerstands-coefficienten.

$$Q\,v\,sin.\,\alpha = \frac{\left(2 - \frac{v}{c} - \mu\,sin.\,\alpha\right) K\,v\,sin.\,\alpha}{(1 + \nu)\,(\zeta + sin.\,\alpha)}.$$

Damit diese ein Maximum werde, hat man diesen Ausdruck ein Mal in Hinsicht auf ν und ein anderes Mal in Hinsicht auf α zu differenziiren, und die so erhaltenen Differenzialquotienten Null zu setzen. Auf diese Weise findet man:

$$\frac{v}{c} = 1 - \frac{\mu\,sin.\,\alpha}{2} \text{ und } (sin.\,\alpha)^2 + 2\,sin.\,\alpha = \frac{\zeta}{\mu}\left(2 - \frac{\nu}{c}\right),$$

woraus sich $sin.\,\alpha = -\,{}^3\!/_4\,\zeta + \sqrt{\frac{\zeta}{\mu} + \frac{9}{16}\,\zeta^2}$ ergiebt, und hiernach das vortheilhafteste Ansteigen α bestimmt ist.

Z. B. für $\zeta = {}^1\!/_{30}$ und $\mu = 5$ hat man:

$$sin.\,\alpha = -\,{}^1\!/_{40} + \sqrt{\frac{1}{150} + \frac{9}{16}\;\frac{1}{900}} = -\,0{,}025 + 0{,}0882$$
$$= 0{,}0632 = {}^1\!/_{16}.$$

Anmerkung II. Versuche über die Widerstände der Straßen sind in früheren Zeiten von Rumford, Edgeworth, Bevan u. s. w. und in neueren Zeiten in sehr ausgedehntem Maße von Morin, nächstdem auch von Kossak, von der königl. baierischen Artillerie u. s. w. angestellt worden. Ausführlich über diese Versuche handelt Brix in der Schrift: Ueber die Reibung und den Widerstand der Fuhrwerke auf Straßen, Berlin 1850. Auch ist hierüber nachzulesen Gerstner's Mechanik, Band I, Kap. VII. Die oben §. 258 entwickelte Formel über den Widerstand des zusammendrückbaren Bodens wird in den letzten beiden Werken zuerst mitgetheilt. Die Theorie der Fuhrwerke wird ferner behandelt in der Théorie des affuts et des voitures d'artillerie, par Migout et Berchery, Paris 1840. Das Hauptwerk von Morin hat den Titel: Expériences sur le tirage des voitures et sur les effets destructeurs qu'elles s'exercent sur les routes, par A. Morin. Paris 1842. Die Hauptergebnisse der Morin'schen Versuche sind auch in Morin's Aide-mémoire de mécanique pratique enthalten.

Schienenbahnen. §. 264. Um den Widerstand, welchen die Straße der Umdrehung der Wagenräder entgegensetzt, so viel wie möglich herabzuziehen, läßt man die Räder auf besonderen Schienen (franz. und engl. rails) laufen. Zwei solcher Schienen liegen in parallelen Richtungen neben einander und bilden eine sogenannte Schienenbahn (franz. chemin à ornières; engl. railroad). Nur selten läßt man diese Schienen aus bloßen Holz- oder Steinschwellen bestehen, mit mehr Vortheil wendet man gußeiserne Schienen an, am zweckmäßigsten und deshalb am häufigsten sind aber die aus gefrischtem Eisen gewalzten Schienen, und die hiernach benannten Eisenbahnen (franz. chemins de fer; engl. [iron] railways). Der Widerstand dieser Schienen besteht fast nur aus der wälzenden Reibung, welche, wie wir wissen (s. I., §. 174), bei Rädern von einiger Höhe sehr klein ist in Hinsicht auf die Axenreibung. Während überhaupt bei dem Fortschaffen der Lasten auf Schotterstraßen (franz. chaussées en empierrement;

engl. broken-stone roads) der Widerstand an dem Umfange der Räder der größere und der an dem Umfange der Axen der kleinere ist, tritt bei dem Transport auf Eisenbahnen gerade das Gegentheil ein; es ist nämlich hier die Axenreibung der größere und die wälzende Reibung am Umfange der Räder der kleinere Widerstand. Für die Axenreibung ist der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}054$ (s. I., §. 164), und folglich, bei der Axenstärke von $2^1/_2$ Zoll und der Radhöhe von 50 Zoll, die auf den Radumfang reducirte Zapfenreibung: Schienenbahnen.

$$F_1 = \varphi \frac{\varrho}{r} Q = 0{,}054 \, . \, \frac{5}{100} Q = 0{,}0027 \; Q.$$

Für die wälzende Reibung ist hingegen $\varphi = 0{,}018$; ist daher der Radhalbmesser $r = 25$ Zoll, so hat man die Größe dieses Reibungswiderstandes:

$$F_2 = \varphi \frac{Q}{r} = 0{,}018 \frac{Q}{25} = 0{,}00072 \; Q,$$

d. i. $\frac{72}{270} = \frac{4}{15}$ mal so groß als die Zapfenreibung, oder circa $26^2/_3$ Procent der letzteren. Hiernach ist der gesammte Reibungswiderstand bei der Bewegung eines Wagens auf einer Schienenbahn:

$$F_1 + F_2 = 0{,}00270 \; Q + 0{,}00072 \; Q = 0{,}00342 \; Q,$$

d. i. circa ein Drittel Procent der Last. Beim Fahren auf einer sehr guten Chaussee ist dieser Widerstand (s. Tabelle §. 263) $^1/_{50}\, Q = 0{,}02 \; Q$, d. i. 2 Procent Q; diesem zu Folge wäre also die Kraft zum Fortschaffen der Lasten auf den besten horizontalen Straßen $\frac{0{,}02000}{0{,}00342} = 5{,}85$, also nahe 6mal so groß, als auf Eisenbahnen. Beim Transport auf schlecht unterhaltenen Straßen steigert sich der Widerstand auf $^1/_{20}\, Q = 0{,}05\, Q$, dann ist also die Kraft zum Transport auf Straßen $\frac{5000}{342} = 14{,}6$ mal so groß als auf Eisenbahnen. Hiernach ist nun der große Vortheil der Eisenbahnförderung im Vergleich zur Straßenförderung zu ermessen.

Dieses günstige Verhältniß der Eisenbahnen wird jedoch beim Ansteigen (α) derselben bedeutend gemäßigt, da hier für beide Arten des Fortschaffens in Folge der Schwerkraft überdies noch die Kraft $Q \sin. \alpha$ (vergl. §. 253) erfordert wird. Wäre nun z. B. das Ansteigen $\sin. \alpha = \frac{1}{100}$, hätte also sowohl die Eisenbahn als auch die Straße auf je 100 Fuß Erstreckung 1 Fuß Ansteigen, so würde zu den gefundenen Widerständen noch 0,01 Q zu addiren sein, also der Widerstand auf der Eisenbahn

$$0{,}0034 \; Q + 0{,}0100 \; Q = 0{,}0134 \; Q,$$

Schienenbahnen.

und dagegen auf der Straße, im ersten Falle:

$$0{,}02\ Q + 0{,}01\ Q = 0{,}03\ Q,$$

und im zweiten: $0{,}05\ Q + 0{,}01\ Q = 0{,}06\ Q$ betragen.

Es wäre also dann für den einen Fall die Zugkraft auf der Straße nur $\frac{0{,}0300}{0{,}0134} = 2^1/_4$, und für den zweiten dieselbe nur $\frac{0{,}060}{0{,}0134} = 4^1/_2$mal so groß als auf der Eisenbahn. Läuft die Straße oder Schienenbahn abwärts, so kommt natürlich die Schwerkraft mit der Größe $Q\ sin.\ \alpha$ der Kraft zur Ueberwindung der übrigen Widerstände zu Hülfe, und ist diese Kraft größer als die Reibungswiderstände, so tritt sogar ein Kraftüberschuß hervor, der nur durch Einhemmen oder Bremsen (vergl. §. 165) zu vernichten ist. Hätten wir z. B. $sin.\ \alpha = \frac{1}{100}$ (Fallen), so würde die Kraft zum Fortschaffen auf der Eisenbahn

$$0{,}0034\ Q - 0{,}01\ Q = -0{,}0066\ Q$$

sein, also ein Kraftüberschuß von circa $^2/_3$ Procent der Last durch Bremsen aufzuheben sein, dagegen hätte man die Kraft auf der Straße

im ersten Falle: $0{,}02\ Q - 0{,}01\ Q = 0{,}01\ Q$,

und im zweiten: $0{,}05\ Q - 0{,}01\ Q = 0{,}04\ Q$.

Wenn wir die Kraft zum Fortschaffen auf horizontalen Eisenbahnen wegen Hinzutritt anderer Nebenhindernisse, z. B. wegen der Seitenreibungen an den Schienen, wegen des Luftwiderstandes u. s. w., $P = 0{,}004\ Q$ setzen, so müssen wir dieselbe für das Fortschaffen auf einer Bahn von α Ansteigen $(0{,}004 + sin.\ \alpha)\ Q$ annehmen, und erhalten also für das Ansteigen $sin.\ \alpha = \frac{1}{250} = 0{,}004$, die doppelte Kraft, ferner für ein Ansteigen $sin.\ \alpha = \frac{1}{100}$, schon die $^{14}/_4 = 3^1/_2$fache Kraft, und für ein Ansteigen von $sin.\ \alpha = \frac{1}{50}$, sogar die 6fache Kraft. Es ist also im letzteren Falle der Arbeitsaufwand zum Fortschaffen einer Last auf 1 Meile Bahn ebenso groß als zum Fortschaffen derselben auf einer horizontalen Bahnstrecke von 6 Meilen Länge. Man ersieht hieraus, daß die Zugkraft der Wagen auf einer Eisenbahn mit verschiedenen Steigungsverhältnissen innerhalb sehr weiter Grenzen schwankt.

Schienen und Schwellen.

§. 265. **Die Eisenschienen**, welche man zu den Schienenbahnen verwendet, haben sehr verschiedene Querprofile. Wollte man Wagen mit gewöhnlichen Rädern auf einer Schienenbahn laufen lassen, so müßte man den Schienen einen nach oben vorstehenden Rand geben, welcher das Abgleiten der Wagen von der Bahn verhindert; solche **Spurschienen**

wurden früher bei Berg- und Hüttenwerken angewendet und sind in England unter dem Namen tram-roads bekannt. Da es aber viel einfacher und viel vollkommener ist, wenn man das Abgleiten der Wagen von der Bahn durch Ränder, welche an den Rädern selbst sitzen, verhindert, so wendet man jetzt in der Regel randlose Kantenschienen (franz. ornières saillantes; engl. egde-rails) an, und giebt den Wagenrädern an der inneren Seite ringsherum einen vorstehenden Rand, den sogenannten Spurkranz. Da das Rad auf der Drehbank abgedreht werden kann, so läßt sich natürlich auch der Spurkranz genauer herstellen als der Spurrand einer Spurschiene. Schienen und Schwellen.

Kantenschienen aus gewöhnlichem Flacheisen, mit rectangulärem Querschnitte, wendet man nur zum Transport kleinerer Lasten, wie z. B. in Bergwerken an; man legt dieselben entweder breit auf, oder stellt sie, und zwar mit Vortheil, auf's Hohe. Bei Eisenbahnen, auf welchen Dampfwagen fahren, wendet man dagegen meist sogenannte Stuhlschienen an, deren Querprofil einen breiten Kopf *A* von beinahe elliptischer Form haben. In Fig. 530 ist das Querprofil einer einfachen und in Fig. 531

Fig. 530.



Fig. 531.



Fig. 532.

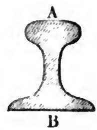
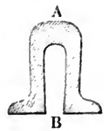


Fig. 533.



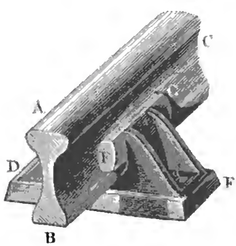
das einer doppelten Stuhlschiene abgebildet. Sehr zweckmäßig sind die Schienen mit einer breiten Grundfläche *B*, welche im Querprofile die Form von Fig. 532 haben und gewöhnlich unter dem Namen Vignolschienen bekannt sind. Nicht selten sind auch die Hohl- oder Brückenschienen in Anwendung gekommen, deren Querprofil in Fig. 533 abgebildet ist. Die gewöhnliche Höhe der Schienen ist 4 bis 5 Zoll, die Breite am Kopfe 2 bis $2^1/_2$ Zoll, die Breite am Fuße 2 bis 4 Zoll. Meist hat eine Schiene eine Länge von 15 bis 18 Fuß, und es wiegt der laufende Fuß derselben 15 bis 25 Pfund. Die größte Belastung einer Schiene durch ein Rad soll 120 Centner nicht übersteigen. Die gewöhnliche Spurweite, d. i. der lichte Abstand zwischen je zwei Schienen einer Bahn, ist 4 Fuß $8^1/_2$ Zoll engl. = 54,87 Zoll preuß., und der Spielraum der Räder auf den Schienen $^5/_8$ bis $^7/_8$ Zoll. Nur wenige Bahnen haben eine größere Spurweite, wie z. B. die Great-Western-Bahn in England, deren Spurweite sogar 7 Fuß engl. beträgt.

Schienen und Schwellen.

Die Schienen erhalten Unterlagen von Steinen, Gußeisen oder Holz; wegen ihrer Elasticität zieht man die hölzernen Unterlagen oder sogenannten **Holzschwellen** und zwar insbesondere die **Querschwellen** (franz. traverses; engl. sleepers) aus Eichen- und Nadelholz allen anderen Unterlagen vor. Diese haben eine Länge von 8 bis 9 Fuß und liegen in Abständen von $2^1/_2$ bis 3 Fuß von einander. Die Querschnitte dieser Schwellen sind entweder halbkreisförmig, rectangulär oder triangulär. Die Schwellen mit kreisförmigem Querschnitte haben circa 1 Fuß Durchmesser, die mit rectangulärem Querschnitte sind 1 Fuß breit und $^1/_2$ Fuß hoch und die mit triangulärem Querschnitte sind ungefähr 16 Zoll breit und 8 Zoll hoch. Die ersteren beiden Schwellenarten werden mit ihren breiten Flächen aufgelegt, die letztere aber mit ihren beiden schmalen, ungefähr $11^1/_4$ Zoll breiten Seitenflächen. Jene werden mittels eines, diese hingegen mittels zweier Diametralschnitte aus runden oder vierkantig bearbeiteten Holzstücken erhalten.

Die Schienen werden auf den Schwellen durch besondere gußeiserne Stühle, sowie durch Schrauben und Hakennägel befestigt. Sehr mannigfaltig ist die Form der **Schienenstühle** (franz. coussinets; engl. chairs), in der Hauptsache besteht aber jeder Stuhl aus einer Fußplatte DE, Fig. 534, womit er auf der Schwelle aufzuliegen kommt, und aus einem Sattel, in welchem die Schiene ABC ruht. Die Befestigung des Stuhles wird durch zwei Holzschrauben oder eiserne Bolzen bewirkt, zu welchem Zwecke die Fußplatte mit zwei Löchern (a) versehen ist. Die Schiene befestigt man durch trockene Holzkeile (FG) in dem Sattel. Man hat nicht nöthig, die Schienen auf jeder Schwelle mittels Stühle zu befestigen; es genügt, wenn nur an dem Zusammenstoß je zweier Schienenenden ein Stuhl in Anwendung kommt und die Befestigung auf den übrigen Schwellen mittels eiserner **Hakennägel** erfolgt. Man legt auch wohl die zusammenstoßenden Schienenenden (AB) bloß auf eine einfache eiserne **Unterlagsplatte** CD, wie Fig. 535, und befestigt dieselben sammt der Unterlagsplatte durch vier Hakennägel (wie a, b) mit der Schwelle. Um das Ausweichen der Schienen nach außen zu verhindern, bedient man sich nicht selten auch der **Krempelplatten**, d.i. der Unterlagsplatten mit umgebogenem Rande, Fig. 536. Endlich verbindet man auch jetzt sehr gewöhnlich die Schienenenden noch durch schmiedeeiserne **Laschen** von 1 Zoll Dicke, 2 Zoll Breite und 8 bis 12 Zoll Länge, die

Fig. 534.



man mittels 2 bis 4 starker Schraubenbolzen, welche durch die Schienen Schienen und Schwellen.

Fig. 535.

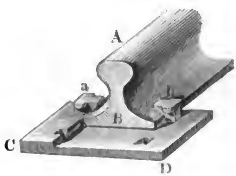
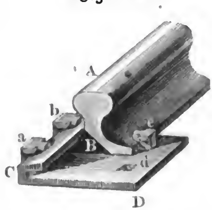
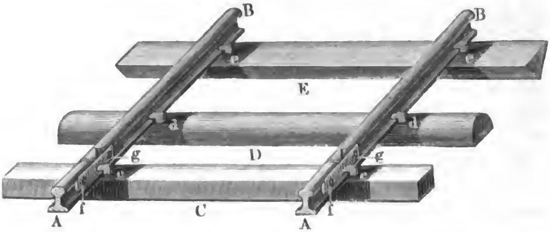


Fig. 536.



hindurchgehen, seitlich an die letzteren anschließt. In Fig. 537 ist die Auflagerung der Schienen auf dreierlei Querschwellen, sowie die Verbin-

Fig. 537.

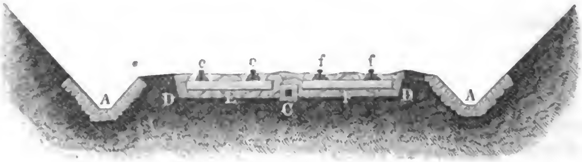


dung der Schienenenden mittels Laschen und die Befestigung derselben mittels Hakennägel auf den Schwellen vor Augen geführt. *AB*, *AB* sind die Schienen, *C*, *D*, *E* drei Schwellen, *F*, *F* die Laschen, welche die Schienenenden mit einander verbinden, *c*, *d*, *e* die Hakennägel zur Verbindung der Schienen mit den Schwellen und *f*, *g* stellen die Schrauben vor, womit die Laschen an die Schienen angeschlossen sind.

§. 266. Die Schwellen mit den Bahnschienen und ihren Verbindungs- Unterbau. theilen machen den sogenannten **Oberbau** einer Eisenbahn aus, wogegen die Bettung der Schwellen sammt den dazu nöthigen Dämmen, Einschnitten, Durchlässen u. s. w. den sogenannten **Unterbau** einer Schienenbahn bilden. Die Dämme, auf welche die Schwellen zu liegen kommen, haben, je nachdem sie für Bahnen mit einem einfachen Geleise oder für solche mit Doppelgeleisen bestimmt sind, eine Kronenbreite von mindestens 15 Fuß, oder eine solche von 24 bis 28 Fuß. Die Böschung der Dämme ist gewöhnlich $1^1/_2$- bis 2fußig. Zum Abziehen des Wassers sind nicht allein Gräben zu beiden Seiten des Dammes geführt, sondern es werden wohl

auch Kanäle durch den Damm selbst gelegt. In Fig. 538 ist das Quer-

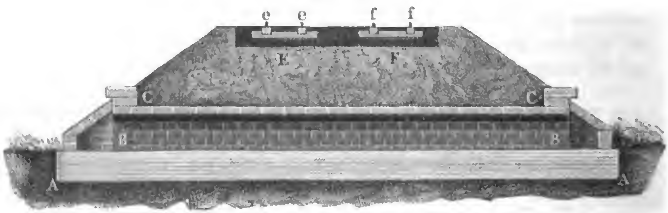
Fig. 538.



profil eines gewöhnlichen Eisenbahndammes abgebildet. *A*, *A* sind die Seitengräben, *C* ist eine Anzucht oder ein bedecktes Steingerinne im Dammkörper, *DD* ist die aus grobem Sande oder Gerölle oder kleinen Steinstücken bestehende Unterbettung der Schwellen, *E* und *F* sind die Querschwellen mit den Schienen *e*, *e* und *f*, *f*.

Zieht sich die Eisenbahn an einem Gehänge hin, oder überschreitet dieselbe Schluchten oder andere kleine Vertiefungen, so hat man zum Abführen des Wassers sogenannte Durchlässe quer durch den Dammkörper hindurch zu führen. Bei niedrigen Dämmen sind die Durchlässe in die Dammkrone eingeschnitten, und heißen dann Schienendurchlässe; die Durchlässe höherer Dämme hingegen liegen vollständig im Dammkörper. Sie sind entweder Röhren-, oder Platten- oder Brückendurchlässe. Im ersten Falle bestehen sie aus eisernen oder steinernen Röhren, im zweiten sind sie mit Steinplatten bedeckt und im dritten Falle sind sie überwölbt. Das Querprofil eines Dammes mit einem Plattendurchlaß zeigt Fig. 539. Es ist hier *AA* die Grundmauer, *BB* die eine Seiten-

Fig. 539.



mauer und *CC* die aus Steinplatten bestehende Decke des höchstens 3 Fuß breiten Durchlasses; auch sieht man über *E* und *F* die neben einander liegenden Querschwellen mit den Schienen *e*, *e* und *f*, *f*.

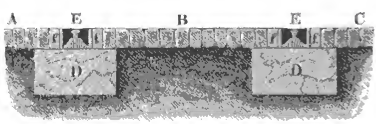
Bei Ueberschreitung eines Baches oder Flusses ist natürlich die Eisenbahn auf eine Brücke zu legen. Wenn es geht, so legt man die Bahn-

linie in gerader Linie rechtwinklig gegen die Stromrichtung; nicht selten ist man jedoch auch genöthigt, die Eisenbahnbrücke schief oder wohl gar in einer Curve über ein fließendes Wasser zu führen. Am häufigsten wendet man steinerne Eisenbahnbrücken oder solche aus Ziegeln an, nächstdem aber auch eiserne und insbesondere schmiedeeiserne Brücken. Röhrenbrücken und Röhrenträgerbrücken (s. II., §. 55) wird man vorzüglich dann anwenden, wenn die Bahnlinie nicht hoch über den höchsten Stand des fließenden Wassers gelegt werden kann. Für steinerne Brücken von 5 bis 60 Fuß innerer Weite ist die gewöhnliche Stärke des Schlußsteins 15 bis 40 Zoll, und die Auflagerung der Schwellen 15 bis 32 Zoll; folglich liegt die Bahn im Ganzen $2^1/_2$ bis 6 Fuß über dem innern Gewölbscheitel, wogegen bei eisernen Brücken die Höhe der Bahn über der Scheitelfläche der Brückenöffnung nur $1^1/_4$ bis 3 Fuß beträgt und ohnedies die Zusammenziehung der letzteren an den Seiten wegfällt. Unterbau.

Um die Beaufsichtigung einer Eisenbahn nicht zu erschweren, überschreitet man Wege und Straßen nicht gern im Niveau der Bahnlinie, sondern führt die Bahn lieber über oder unter anderen Wegen weg. Bei Unterführung eines Feldwegs rechnet man für die hierzu nöthige Eisenbahnbrücke 12 Fuß Breite und eben soviel Höhe, und bei Unterführung einer Chaussee 18 bis 24 Fuß Brückenbreite und 15 bis 16 Fuß Höhe. Bei Ueberführung einer Straße ist die Regel zu befolgen, daß die freie lichte Höhe längs der ganzen Bahnbreite mindestens 15 Fuß betragen soll.

In Fig. 540 ist die Ueberführung einer Straße im Niveau der Eisen-

Fig. 540.



bahn abgebildet. Es ist ABC die zu diesem Zwecke gepflasterte Fahrstraße, und es sind D, D die Tragsteine für die Stühle, auf welchen die Schienen E, E ruhen. Diese Stühle befinden sich in rinnenförmigen Vertiefungen, welche zum Schutze der Schienen gegen das Anstoßen der Wagenräder auf beiden Seiten mit Eisenplatten f, f ausgefüttert sind.

Man überschreitet in der Regel mit den Eisenbahnen nicht folgende Steigungsverhältnisse:

Unterbau.

im flachen Lande . . . . $\alpha = \frac{1}{200}$,

im hügeligen Lande . . . . . $\alpha = \frac{1}{100}$,

im Gebirge . . . . $\alpha = \frac{1}{40}$,

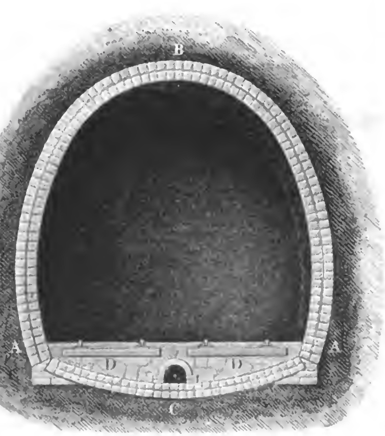
und geht nur ausnahmsweise unter folgende Curvenhalbmesser herunter:

im flachen Lande . . . . . $r = 3600$ Fuß,
im hügeligen Lande . . . $r = 2000$ »
im Gebirge . . . . . . $r = 1200$ »

Die kleinsten Radien sind 600 Fuß.

Diesen Forderungen einer zweckmäßigen Bahnlinie kann in vielen Fällen entweder nur durch längere Einschnitte und Tunnels, oder durch höhere Dämme und Viaducte Genüge geschehen. Es ist sehr zweckmäßig, wenn die Eisenbahnlinie in einer Höhe fortläuft, bei welcher das bei den Einschnitten oder Abträgen (franz. déblais; engl. cuttings) gewonnene Material zu Aufträgen oder zum Auffüllen der Dämme (franz. remblais; engl. embankments) in der Nähe wieder verwendet werden kann. Meist transportirt man die gewonnenen Erdmassen nicht über 2500 Fuß, und nur höchst selten 4000 bis 5000 Fuß. Die Tunnels (Stollen) oder gänzlich unterirdischen Schienenwege kommen nur dann zur Anwendung, wenn die Einschnitte wegen ihrer großen Tiefe und Weite zu kostspielig sind. Das Querprofil eines Tunnels zeigt Fig. 541.

Fig. 541.

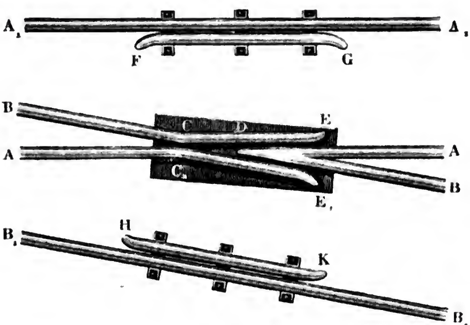


Man sieht in ABA die den Tunnelraum umschließende Mauer, und in ACA die Mauer zum Schutze der Sohle. Ueber der letzteren befindet sich die gewöhnliche Schwellenbettung DD, in welcher noch ein Abzugsgraben ausgemauert ist. Die Höhe und Weite des aus Kreisbögen zusammengesetzten Gewölbes ist meist 25 Fuß und die Mauerstärke $1^1/_2$ Fuß.

Die Viaducte oder Landbrücken kommen besonders dann in Anwendung, wenn die massiven Dämme sehr hoch und deshalb sehr kostbar ausfallen würden, oder dieselben ohnedies Futtermauern und Durchlässe erhalten müßten. Unterbau.

§. 267. Es ist oft nöthig, daß eine Eisenbahn eine andere durchschneide, oder daß sich eine und dieselbe Bahnlinie in zwei getrennte Schienenwege auflöse, oder daß endlich zwei getrennte Eisenbahnen durch eine dritte mit einander verbunden werden; in allen diesen Fällen sind gewisse Vorrichtungen oder Mechanismen nöthig, welche wir im Folgenden näher kennen lernen werden. Durchschneiden sich zwei Eisenbahnen, so kommen vier Punkte vor, wo sich je zwei einzelne Schienenstränge durchkreuzen. In diesen Kreuzpunkten ist, damit der Spurkranz an den Wagenrädern ungehindert laufen könne, jede der beiden Stränge auf eine kurze Distanz unterbrochen, und um bei Ueberschreitung eines solchen Punktes die richtige Bewegung der Räder auf der Bahn zu sichern, bringt man noch sogenannte Zwangschienen (franz. contre-rails; engl. guard-rails) an, welche in der Nähe dieser Kreuzpunkte ein Stück innerhalb der Hauptschienen fortlaufen, und die Spurkränze gegen diese andrücken. In Fig. 542 ist die Horizontalprojection eines solchen Eisenbahnschienenkreuzes Verbindung getrennter Schienenbahnen.

Fig. 542.



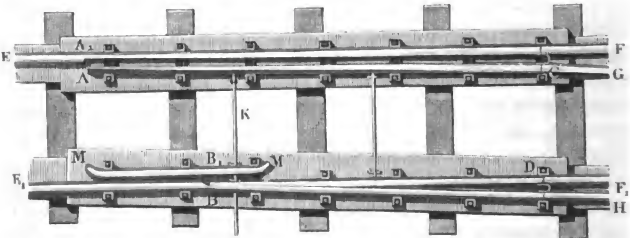
abgebildet. Die beiden inneren Stränge AA und BB durchkreuzen sich bei CD, wo also auch eine kurze Unterbrechung beider Schienen vorhanden ist; FG und HK sind die Zwangsschienen, welche an den inneren Seiten der äußeren Schienenstränge $A_1 A_1$ und $B_1 B_1$ hinlaufen; und als solche dienen auch die Schienenansätze CE und $C_1 E_1$, welche äußerlich

Verbindung getrennter Schienenbahnen.

ein Stück an den Schienenenden DA und DB hinlaufen und mit denselben auf einer Eisenplatte $C_1 D E_1$ festsitzen.

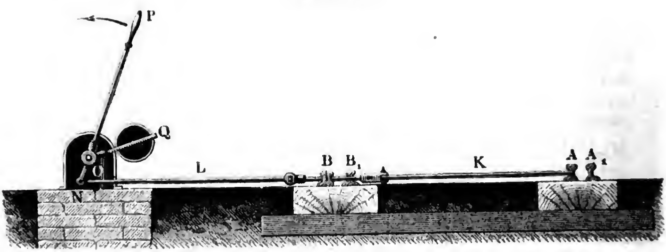
An den sogenannten Ausweicheplätzen, d. i. an denjenigen Stellen, wo zwei Bahnen auseinander gehen, oder wo von einer Bahn eine Seitenbahn abgeht, ist ein durch die Hand zu stellender Mechanismus nöthig, durch welchen es möglich gemacht wird, daß der Wagenzug nach Belieben auf der einen oder auf der anderen Bahn fortgeht. Die Einrichtung einer solchen Eisenbahnweiche (engl. switch) ist aus Fig. 543 zu er-

Fig. 543.



sehen. Die wesentlichen Theile derselben bestehen aus zwei Zungen (franz. aiguilles; engl. tongues) CA und DB, welche nach Belieben in die eine oder in die andere Bahnrichtung gestellt werden können und zu diesem Zwecke bei C und D entweder um Bolzen drehbar oder durch Stahlfedern an die nebenanliegenden Schienen angeschlossen sind. Bei der in der Figur angedeuteten Stellung der Zungen geht der Zug ungehindert auf dem Hauptgleise EF, $E_1 F_1$ fort; soll er dagegen in die Seitenbahn AG, BH einlaufen, so schiebt man die Zungen mittels der Stange KL auswärts, so daß A bei A_1 an den Hauptstrang und B bei B_1 an die Zwangschiene MM anzuliegen kommt. Den Mechanismus zur Stellung der Zungen führt Fig. 544 vor Augen. Es ist auch hier KL die Zug-

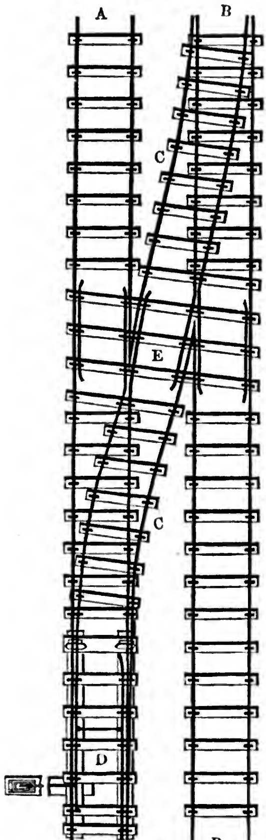
Fig. 544.



stange, und es sind A und B die Zungenenden, welche durch diese Stange nach Belieben an die festliegenden Schienen A_1, B_1 angeschoben oder von denselben abgezogen werden können. Zur Bewegung der Stange KL dient der um O drehbare Hebel NOP, welcher mit einer Handhabe P ausgerüstet ist und ein Gegengewicht Q trägt, welches die Zungen von selbst in die in der Figur angegebene Stellung bringt, wobei der Wagenzug der Hauptlinie folgt. Soll hingegen dieser Zug in die Seitenlinie einlaufen, so dreht man den Hebel in der Richtung des Pfeiles, wobei die Zungen ihre gewöhnliche Stellung verlassen und sich an A_1 und B_1 anlegen.

Verbindung getrennter Schienenbahnen.

Fig. 545.



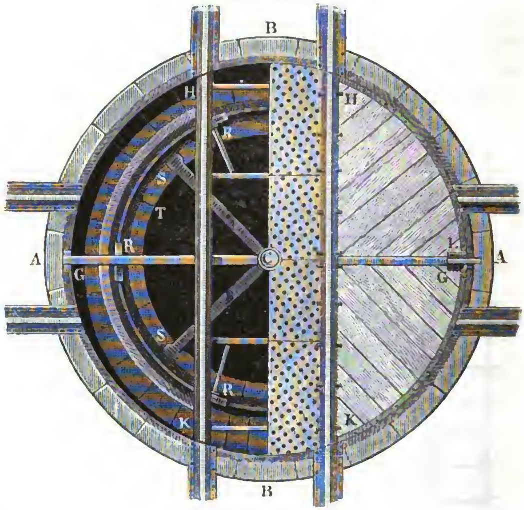
In Fig. 545 sind noch zwei nebeneinander laufende Hauptbahnen AA, BB, mit einer zwischenliegenden Seitenbahn CC, durch welche man von der einen Hauptbahn auf die andere übergehen kann, abgebildet. Diese Zwischenbahn ist mit jeder Hauptbahn durch eine Weiche mit beweglichen Zungen verbunden und durchschneidet mit ihren beiden Spuren die inneren Geleise der Hauptbahn. Eine solche Weiche ist bei D abgebildet und das gedachte Bahnlinienkreuz mit den nöthigen Zwangschienen ersieht man bei E.

In den Bahnhöfen (franz. gares; engl. stations), wo man wegen Mangel an Platz die verschiedenen Bahnstränge nicht unter so kleinen Winkeln zusammenstoßen lassen kann, als für die Anwendung gewöhnlicher Weichen nöthig ist, bedient man sich der sogenannten Drehscheiben (franz. plaques tournantes; engl. turntables), um einen Wagen von einer Schienenbahn auf die andere zu bringen. Diese Drehscheiben sind runde Tische von 12 bis 16 Fuß Durchmesser, welche um einen in ihrer Mitte angebrachten vertikalen Zapfen drehbar und dadurch geschickt sind, den auf ihnen stehenden

Verbindung getrennter Schienenbahnen.

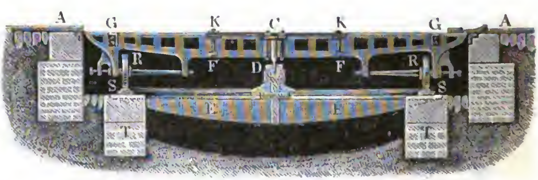
Wagen aus einer Bahnrichtung in die andere zu bringen. Fig. 546 ist

Fig. 546.



der Grundriß einer zur Hälfte aufgedeckten Drehscheibe, und Fig. 547 ein

Fig. 547.



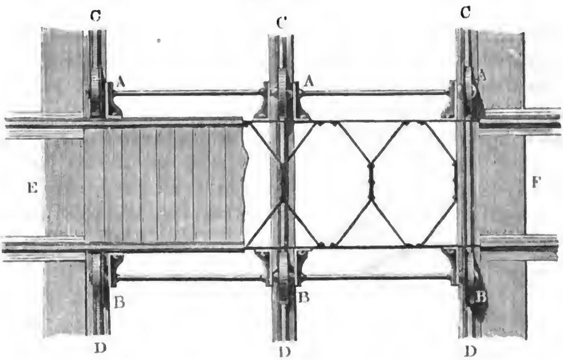
vertikaler Durchschnitt derselben. Die beiden Eisenbahnen AA und BB, welche durch die Drehscheibe mit einander in Verbindung gesetzt werden, schneiden sich hier unter einem Rechtwinkel. Der Stift C dieser Drehscheibe bewegt sich in einem Zapfenlager D, welches auf einem starken gußeisernen vierarmigen Träger EE ruht. Uebrigens besteht die Drehscheibe aus drei gußeisernen Rippen FK, FK und GG, wovon die ersten

beiden zugleich als Stütze der Schienen *HK*, *HK* dienen, und ist in der Mitte mit Gußeisenplatten und zu den Seiten mit Holzbohlen bedeckt. Um die Drehung der Scheibe sammt ihrer Belastung so leicht wie möglich zu bewirken, unterstützt man sie noch an ihrem Umfange durch sechs conische Räder *R*, *R*, *R* u. s. w., deren Umdrehungsaxen nach der Axe des Stiftes *C* gerichtet sind, und deren Zapfenlager theils unmittelbar, theils mittelbar an den drei Hauptrippen der Drehscheibe festsitzen. Diese Räder laufen auf einer kreisrunden Eisenbahn *SS*, welche den gußeisernen Träger *EE* umschließt und mit ihm auf demselben Fundamente *TT* ruht. Will man die Zapfenreibung der Rollen *R*, *R* . . auf ihr Minimum zurückführen, so kann man auch die Drehscheibe selbst mittels eines auf ihrer unteren Fläche aufgesetzten Kranzes auf den Frictionsrollen *R*, *R* . . aufruhen lassen. Dann ist hauptsächlich nur die rollende Reibung zwischen den Rollen und den sie umfassenden Kränzen zu überwinden.

Verbindung getrennter Schienenbahnen.

Die sogenannten Schiebebrücken erfüllen einen ähnlichen Zweck wie die Drehscheiben; es lassen sich durch dieselben die Wagen leicht aus den Remisen und von einer Bahn auf eine andere Parallelbahn bringen. Den Grundriß einer solchen Schiebebrücke führt Fig. 548 vor Augen.

Fig. 548.



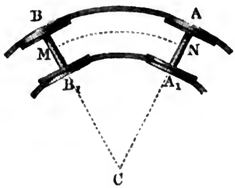
Sie ist aus Blechrippen zusammengesetzt und ruht auf sechs Rädern *A*, *A*, *A* und *B*, *B*, *B*, die auf drei parallelen in einer Grube liegenden Schienen *CD*, *CD*, *CD* laufen. Diese Grube durchschneidet das Eisenbahnsystem rechtwinkelig, und es läßt sich daher die Brücke leicht von einer Schienenbahn wie z. B. *EF*, nach der anderen schieben. Man hat kürzere und längere Schiebebrücken; erstere dienen zur Versetzung der Personen- und Güterwagen und letztere zur Verschiebung der Dampfwagen

sammt Tender. Jene lassen sich mit der bloßen Hand bewegen, diese erhalten hingegen ein durch eine Kurbel in Bewegung zu setzendes Triebwerk.

Eisenbahnwagenräder. §. 268. Die **Räder** der Eisenbahnwagen weichen in mehrfacher Beziehung von den gewöhnlichen Wagenrädern (s. §. 257) ab. Damit diese Räder nicht von der Schienenbahn abgleiten, erhalten sie an ihrem äußeren Umfange eine ring- oder wulstförmige Erhöhung, den sogenannten **Spurkranz** (franz. le boudin; engl. the flange) von circa $1^1/_2$ Zoll Breite und 1 Zoll Dicke, womit sie sich an die innere Seite der Schienen anlegen. Auch erfordert die Sicherheit der Bewegung auf der Schienenbahn, daß die zwei Räder einer jeden Axe fest und zwar genau im rechten Winkel mit dieser Axe verbunden seien, daß sich also die Eisenbahnwagenräder mit ihren Naben nicht um eine feste Axe drehen, sondern daß die letztere in Lagern läuft, welche mit dem Wagengestelle fest verbunden sind. Diese feste Verbindung der Wagenräder mit ihrer Axe macht, daß sich beide Räder mit einerlei Geschwindigkeit umdrehen, was auch dann, wenn die beiden Räder gleich hoch sind, bei der Bewegung in einer geraden Bahn ohne nachtheilige Folgen ist. Anders stellt sich aber das Verhältniß heraus, wenn sich das Räderpaar in einer Curve bewegt. Hier muß das Rad auf der äußeren Schiene einen größeren Weg machen als das Rad auf der inneren Schiene, und es müssen deshalb beide Räder außer ihrer wälzenden Bewegung auch noch eine kleine gleitende Bewegung auf den Schienen annehmen, und zwar das äußere Rad in und das innere Rad entgegengesetzt der Bewegungsrichtung des ganzen Wagens.

Ist $CM = CN = r$ der mittlere Curvenhalbmesser, $AA_1 = BB_1 = b$ der innere Abstand der beiden Schienen oder der Spurkränze beider Räder von einander, und $MN = s$ ein gewisser Weg der Radaxe, so haben wir für die entsprechenden Wege der Räder A und B:

Fig 549.



$$AB = \left(\frac{r + {}^1/_2 b}{r}\right) s = s + \frac{bs}{2r}$$

und

$$A_1B_1 = \left(\frac{r - {}^1/_2 b}{r}\right) s = s - \frac{bs}{2r},$$

und folglich den Weg des Schleifens eines jeden Rades:

$$AB - s = s - A_1B_1 = \frac{bs}{2r}.$$

Ist endlich Q die ganze Belastung der Radaxe und φ der Coefficient der gleitenden Reibung der Räder auf den Schienen, so haben wir die

Arbeit, welche auf diese Reibung während Durchlaufung des Weges s zu verwenden ist: Eisenbahnwagenräder.

$$L_1 = \varphi\, Q \,.\, \frac{b\,s}{2\,r},$$

und folglich die entsprechende Vergrößerung der Zugkraft, und zwar für beide Räder zusammen:

$$P = \frac{2\,L_1}{s} = \frac{b}{r}\,\varphi\, Q.$$

Dieser Widerstand wächst umgekehrt wie der Curvenhalbmesser; deshalb soll man den letzteren immer möglich groß zu machen suchen. Für die gewöhnliche Spurweite b von $56^1/_2$ Zoll und den Curvenhalbmesser $r = 600$ Fuß fällt, da φ im Mittel $= 0{,}18$ gesetzt werden kann, dieser Widerstand des Schleifens $\frac{56{,}5}{600\,.\,12}\,.\,0{,}18\,Q = 0{,}0014\,Q$ aus.

Um dieses Schleifen der Räder auf den Schienen zu vermeiden oder so viel wie möglich herabzuziehen, giebt man den Rädern einen Spielraum von circa $^3/_4$ Zoll zwischen den Schienen, giebt auch den Radkränzen an ihrem Umfange, mit welchem sie auf den Schienen laufen, eine Conicität von circa $^1/_{20}$, dergestalt, daß sie bei einer Breite von 4 Zoll in der Nähe des Spurkranzes einen Durchmesser erhalten, welcher den Durchmesser an der äußeren Seite um $2\,.\,4\,.\,^1/_{20} = 0{,}4$ Zoll übertrifft, und giebt endlich auch der Schienenoberfläche eine gleiche Neigung oder krümmt deren Querprofil nach einem Halbmesser von 5 bis 7 Zoll. Während sich nun das Räderpaar auf einer geraden Bahnstrecke so stellt, daß der Spielraum zwischen dem Spurkranze und der Schiene zu beiden Seiten gleich, also circa $^3/_8$ Zoll ist, rückt das Räderpaar beim Eintritte in eine Curve in der Richtung seiner Axe auswärts, so daß der Spielraum an der inneren Schiene ein größerer und der an der äußeren Schiene ein kleinerer wird, oder wohl gar ganz verschwindet, und folglich das äußere Rad mit einem größeren Umfange auf den Schienen fortrollt, als das innere Rad. Ist die Größe des mittleren Raddurchmessers d und die Veränderung desselben beim Eintritte in die Curve $= \pm\,\delta$, so haben wir für den Fall, daß die Räder bloß rollen, folgende leicht zu beweisende Proportion:

$$\frac{r}{b} = \frac{d}{2\,\delta},$$

und folglich den entsprechenden Curvenhalbmesser der Bahn:

$$r = \frac{d}{2\,\delta}\,b.$$

Für $d = 40$ Zoll, $\delta = {}^3/_4 \cdot {}^1/_4 \cdot 0{,}4 = 0{,}075$ Zoll, und $b = 56^1/_2$ Zoll ist folglich:

Eisenbahnwagenräder.

$$r = \frac{40 \;.\; 56{,}5}{0{,}15} = 15067 \text{ Zoll} = 1255 \text{ Fuß}.$$

Wenn also der Curvenhalbmesser einer solchen Eisenbahn unter 1255 Fuß ist, so findet trotz der Conicität der Räder noch ein, wenn auch bedeutend kleineres Schleifen der Räder auf den Schienen statt.

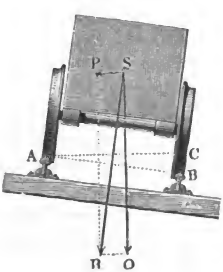
Uebrigens hat die Conicität der Räder noch den Vortheil, daß durch sie dem Andrücken der Spurkränze an die Schienenbahn vorgebeugt und die daraus entspringende Reibung vermieden oder wenigstens herabgezogen wird.

Eine Hauptrolle spielt bei der Bewegung eines Wagens oder eines Räderpaares in einer Curve noch die Centrifugalkraft der belasteten Radaxe. Ist c die Geschwindigkeit derselben in der Curve, so haben wir bekanntlich (s. I., §. 246) die Centrifugalkraft der Last Q:

$$P = \frac{c^2}{g\,r}\,Q.$$

Diese Kraft drückt nicht allein das äußere Rad mit seinem Spurkranze gegen die Schiene, sondern giebt auch der Last, da sie nicht in der Axe selbst, sondern über derselben liegt, ein Bestreben zum Umkippen, vermöge dessen der Vertikaldruck auf der äußeren Schiene vergrößert und der auf der inneren Schiene verkleinert wird. Um diese nachtheiligen Wirkungen der Centrifugalkraft zu beseitigen, hat man nur nöthig, die äußere Schiene B, Fig. 550, um eine gewisse Höhe $BC = h$ über der inneren Schiene A, und zwar so zu legen, daß die Mittelkraft R, welche aus dem Gewichte Q und aus der Centrifugalkraft P resultirt, rechtwinkelig gegen die normale Verbindungslinie AB der beiden Schienenflächen A und B steht. Dies bedingt aber die Proportion:

Fig. 550.



$$\frac{BC}{AB} = \frac{P}{Q}, \text{ d. i. } \frac{h}{b} = \frac{c^2}{g\,r};$$

es ist folglich die gesuchte Höhe $h = \frac{c^2 b}{g\,r}$.

Da diese Höhe mit dem Quadrate der Geschwindigkeit wächst, so kann natürlich auch nur bei einer gewissen Fahrgeschwindigkeit die Schienenlage die richtige sein. Die seitliche Verschiebung der an ihrem Umfange conisch abgedrehten Räder auf der äußeren Seite bewirkt eine Erhebung der Axe um $\frac{\delta}{2}$ und auf der inneren Seite eine gleichgroße Senkung, folglich wird

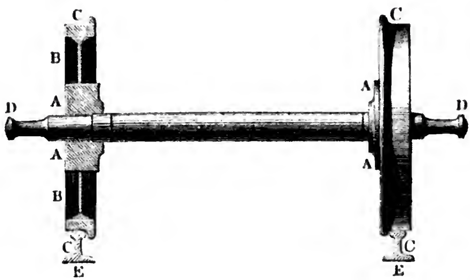
schon dadurch die Axe am äußeren Ende um $2 \cdot \frac{\delta}{2} = \delta$ über der inne- Eisenbahn-wagenräder.
ren Axe erhöht, und es bleibt demnach nur noch die erforderliche Erhebung der äußeren Schiene über der inneren:

$$h_1 = h - \delta = \frac{c^2 b}{g r} - \delta.$$

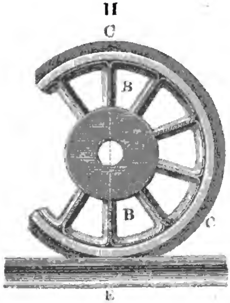
Was das Material anlangt, aus welchem die Eisenbahnräder bestehen, so wendet man nur noch bei Menschen- und Pferdeeisenbahnen aus dem Ganzen gegossene Räder von Gußeisen an, bei Eisenbahnen, welche mit Dampfkraft betrieben werden, macht man dagegen jetzt die Räder entweder ganz oder wenigstens größtentheils aus Schmiedeeisen. Die gewöhnliche Zusammensetzung solcher Räder ist folgende: *A A*, Fig. 551 und 552,

Fig. 551.

I



II

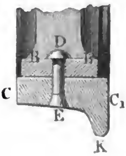


ist die gußeiserne Nabe, *B, B* u. s. w. sind die schmiedeeisernen Speichen und *CC* ist der die Speichenenden umschließende Radreifen oder Radkranz. Verwendet man gewalztes Eisen zu den Speichen, so setzt man das ganze Speichensystem aus lauter hufeisenförmigen Stücken mit T-förmigen Querschnitten zusammen, die zu je zweien zusammengenietet eine Speiche geben. Dieses Speichensystem wird im Guße mit der Nabe fest verbunden, wogegen man den Radkranz auf dem mittleren Theil der hufeisenförmigen Stücke aufnietet. Die Art und Weise dieser Verbindung ist aus Fig. 553 (a. f. S.) beson-

Eisenbahnwagenräder.

ders zu ersehen BB ist das Mittelstück zwischen je zwei Speichen, CC_1

Fig. 553.



der Radreifen mit seinem Spurkranze C_1K, und DE der Nietbolzen. Verwendet man bloßes Schmiedeeisen zu den Radspeichen, so giebt man diesen auch wohl bloß eine T-Form, und schweißt dieselben an ihren oberen Enden zusammen, während man die unteren Enden ebenfalls in die Nabe eingießt. Noch mehr Solidität erhält man endlich, wenn man an die inneren Speichenenden Eisenstücke anschmiedet und aus diesen die Nabe zusammenschweißt.

Die Fig. 551 zeigt noch in DD die schmiedeeiserne Radaxe mit ihren Zapfen oder Axenschenkeln D, D, auf welche das Wagengestelle mittels besonderer Lager zu ruhen kommt; auch bemerkt man in E, E die Schienen, worauf die beiden Räder laufen.

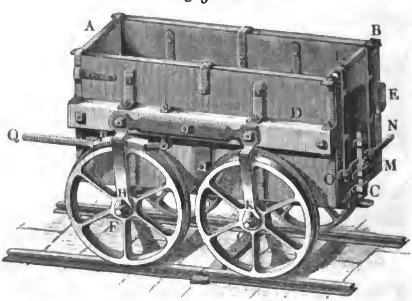
Die Höhe der Räder ist 3 bis $3^1/_2$ Fuß, die Stärke einer Axe innerhalb der Nabe 4 und in der Mitte $3^5/_8$ Zoll, ferner die Stärke eines Axenschenkels $2^5/_8$ Zoll und die Länge desselben 5 Zoll. Die größte Bruttobelastung einer Wagenaxe wird zu 90 Centnern angenommen.

Eisenbahnwagen.

§. 269. **Fracht- und Personenwagen** auf Eisenbahnen erhalten in der Regel je zwei Axen mit je zwei Rädern, dagegen Dampfwagen je drei Axen mit sechs Rädern. Diese Axen sind entweder fest mit dem Untergestelle des Wagens verbunden oder das letztere ruht mittels Stahlfedern auf den ersteren. Die erstere Verbindungsweise kommt nur bei Eisenbahnwagen vor, welche durch Menschen oder Pferde in Bewegung gesetzt werden und zum Fördern von Erd- oder Gesteinsmassen u. s. w. dienen.

In Fig. 554 ist ein derartiger Wagen abgebildet, welcher beim Bergbau zur Berg- oder Erzförderung gebraucht wird, und entweder durch einen Arbeiter fortgeschoben oder in Verbindung mit mehreren dergleichen Wa-

Fig. 554.

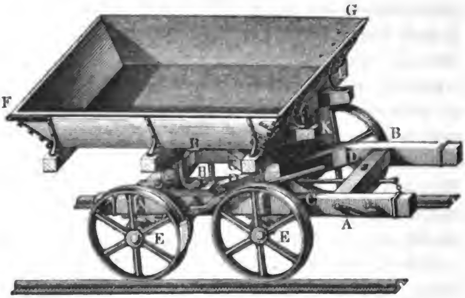


gen von einem Pferde fortgezogen werden kann. Das Gefäß zur Aufnahme der Fördermasse besteht in einem parallelepipedischen Holzkasten ABC, welcher am Boden und an den beiden Seiten durch Langschwellen C, D, E, sowie auch noch durch eine Menge von eisernen Schienen und Bändern verstärkt wird. Dieser Kasten ruht mit seinem Boden auf den Radaxen F und G, und ist auch noch durch die eisernen Schienen H und K mit den letzteren verbunden. Die Füllung desselben erfolgt von oben und zwar in der Regel aus einer sogenannten Rolle, d. i. aus einem Behältnisse, in welchem die Fördermasse angesammelt wird, und welches unten mit Thüren oder Schiebern versehen ist, die während der Füllung des Wagens offen zu erhalten sind. Das Entleeren des Wagens wird durch eine Thür bewirkt, welche die ganze Hinterwand des Wagenkastens bildet und um eine horizontale Axe L drehbar ist. Zum Verschließen dieser Thür dient ein eiserner Riegel M, der mittels eines Hebels NO aufgezogen oder niedergelassen werden kann. Um beim Abwärtsfahren die beschleunigte Bewegung des Wagens zu moderiren, ist endlich noch ein eiserner Brems P an den Wagenkasten angeschlossen, welcher mittels der Handhabe Q auf den Umfang des einen Rades aufgedrückt werden kann. Die Spurweite der Eisenbahnen, auf welchen diese Wagen laufen, ist 3 bis 4 Fuß, die Länge des Wagenkastens $4^1/_2$ bis 6 Fuß, die Höhe desselben $2^1/_2$ bis $3^1/_2$ Fuß, und seine Weite $2^1/_4$ bis $3^1/_4$ Fuß; die Höhe der gußeisernen Räder beträgt nur 2 bis 3 Fuß. Eisenbahnwagen.

Eine andere Art von Eisenbahnwagen sind diejenigen, welche bei Anlegung von Eisenbahnen zum Transport der Erdmassen auf einer sogenannten Dienst- oder Interimsbahn dienen. Die Kästen dieser Wagen sind in der Regel, um sie leicht und schnell entleeren zu können, um eine horizontale Axe drehbar, weshalb man auch diese Wagen gewöhnlich unter dem Namen **Wippwagen** kennt. Eine monodimetrische Abbildung von diesen Wagen zeigt Fig. 555 (a. f. S.). Das Untergestell dieses Wagens ist ein Rahmen, welcher aus zwei Langschwellen AA, BB, zwei Querhölzern AB, AB und zwei Diagonalhölzern CC, DD zusammengesetzt ist. Auf den ersteren sind die gußeisernen Lager E, E für die schmiedeeisernen Radaxen festgeschraubt. Der Wagenkasten FG ist pyramidalisch geformt, ist unten circa 5 bis 6 Fuß lang und breit und hat eine Tiefe von $1^1/_2$ Fuß, und einen Fassungsraum von circa 70 Cubikfuß, oder circa 40 Centner Erdmasse. Zum Umschlagen oder Wippen dieses Kastens dienen zwei starke Charniere, wie z. B. H, welche theils durch eiserne Fußgestelle, die auf dem Untergestelle festsitzen, und theils durch eiserne Backen, welche auf einem Querholze im Boden des Kastens festgeschraubt sind, gebildet werden. Zur weiteren Unterstützung des Kastens dienen ferner noch zwei Querschwellen K und L, wovon die eine auf dem Untergestelle

Eisenbahnwagen. und die andere auf dem Boden des Kastens befestigt ist. Damit der Ka-

Fig. 555.



sten während des Transportes nicht umkippe, ist an der Schwelle *K* eine Schloßhaspe und an der Schwelle *L* ein Schloßband befestigt; wird nun das letztere mit seinem Auge über die Haspe weggelegt und durch dieselbe ein Bolzen gesteckt, so ist dadurch die feste Verbindung des Kastens mit dem Untergestelle bewirkt. Man bedient sich der Dienstbahnen nur dann, wenn die Förderwege mindestens 3000 Fuß betragen. Gewöhnlich ziehen auf denselben zwei Pferde drei beladene Wagen, wogegen ein Dampfwagen deren zwanzig auf ein Mal fortschafft.

Bei den Eisenbahnwagen, welche durch Dampfkraft in Bewegung gesetzt werden, sind die Zapfenlager nicht mit dem Untergestelle fest verbunden, sondern sie tragen das Untergestelle mittels der sogenannten Druckfedern, welche in ihrer Mitte mit dem Zapfenlager und an ihren Enden mit dem Untergestelle fest verbunden sind. Um die seitliche Verrückung der Lager zu verhindern, werden dieselben noch von einer schmiedeeisernen Senkrechtführung eingeschlossen, welche an das Untergestelle festgeschraubt ist. Dieselbe Verbindungsweise kommt auch bei den Dampfwagen vor, weshalb hier die specielle Behandlung derselben übergangen werden kann.

Seilbahnen. §. 270. Die Dampfmaschinen, welche zum Fortschaffen der Eisenbahnwagen dienen, sind entweder stationäre oder locomotive. In der Regel bedient man sich, der Einfachheit wegen, der letzteren oder sogenannten Dampfwagen (franz. und engl. locomotives) und nimmt nur dann zu den stehenden Dampfmaschinen seine Zuflucht, wenn die Eisenbahn ein starkes Ansteigen hat oder eine sogenannte schiefe Ebene (franz. rampe; engl. ramp) bildet, auf welcher der Dampfwagen nicht hinaufsteigen kann. Die stehenden Dampfmaschinen sind uns schon aus Band II., Abschn. II., Kap. IV. u. s. w. bekannt. Je nach der Art und Weise, wie sie die Wagen fortbewegen, hat man entweder sogenannte

Seilbahnen.

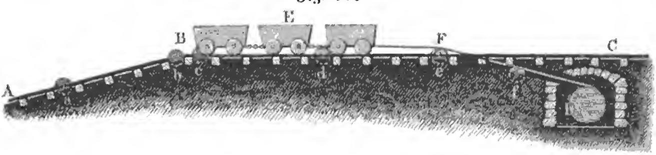
Seileisenbahnen oder atmosphärische Eisenbahnen.

Bei den Seileisenbahnen werden die Wagen mittels eines starken Seiles fortgezogen, welches sich um eine große Trommel wickelt, die durch die stehende Dampfmaschine in Bewegung gesetzt wird. Es ist daher auch eine solche Eisenbahn im Wesentlichen nichts weiter als ein Dampfgöpel (s. §. 238 und 251).

Bei der bekannten Eisenbahn von London nach Blackwall wickelt sich jedes Ende des Zugseiles auf eine große eiserne Trommel von 23 Fuß Höhe, welche durch zwei starke Schiffsdampfmaschinen in Umdrehung gesetzt wird. Zur Unterstützung dieses 40 Tonnen schweren Seiles sind längs der ganzen Bahn 3 Fuß hohe gußeiserne Seilscheiben angebracht. Die Wagen sind, ohne daß die Bewegung aufgehalten wird, mit Leichtigkeit an das Seil anzuhängen und von demselben abzulösen.

Damit die Trommel, auf welche sich das Seil aufwickelt, der Fortsetzung der Bahn nicht hinderlich sei, muß man dieselbe entweder in einer Curve um dieselbe herumführen, oder man muß, wie es meist geschieht, die Trommel unterirdisch legen, und das Seil nicht allein ein großes Stück horizontal, sondern auch noch nach dieser Trommel zu abfallend leiten. In Fig. 556 hat man ein ideales Bild von einer Seilbahn. AB ist das

Fig. 556.

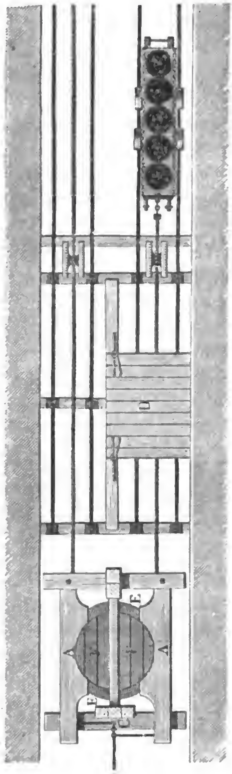


obere Ende der schiefen Ebene oder Rampe, auf welcher der Wagenzug durch eine stehende Maschine hinaufgezogen wird, BC ist die horizontale Fortsetzung der Bahn, und D ist der in einem unterirdischen Gewölbe eingeschlossene Seilkorb, welcher durch eine zur Seite stehende Dampfmaschine in Bewegung gesetzt werden kann. Zwischen den Schienen liegen von Distanz zu Distanz die Seilrollen a, b, c, d, e, f, welche das Zugseil, woran der Wagenzug E angehangen ist, längs der Bahn unterstützen und von einem Punkte F der horizontalen Bahnstrecke BC nach dem Korbe D führen. Sowie der Wagenzug vollständig auf der horizontalen Bahnstrecke angekommen ist, wird derselbe vom Seile abgehangen und durch eine Locomotive weiter befördert. Beim Herabgehen von der schiefen Ebene hat man natürlich die Ueberwucht durch Bremsen der Wagen und des Korbes aufzuheben.

Sehr zweckmäßig ist es, wenn die Ueberwucht eines niedergehenden

Seilbahnen. Wagenzuges zur Unterstützung eines gleichzeitig aufgehenden Wagenzuges verwendet werden kann. In diesem Falle hat man nur die Seile der beiden Wagenzüge, wovon sich jeder auf einem besonderen Geleise bewegen muß, in entgegengesetzten Richtungen auf den Seilkorb aufzulegen, so daß sich bei der Umdrehung des Korbes das eine Seil auf denselben auf- und das andere Seil von demselben abwickelt.

Fig. 557.



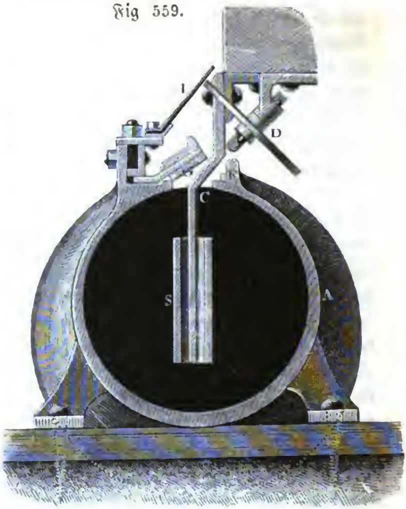
Ist der niedergehende Wagenzug schwerer als der aufgehende, so hat man vielleicht bei dieser Fortbewegung gar keinen Arbeitsaufwand, also auch keine besondere Umtriebsmaschine nöthig, und es ist nur die etwa vorhandene Ueberwucht durch Bremsen aufzuheben.

Wenn durch eine Eisenbahn bei weitem die meisten Lasten abwärts zu transportiren sind, so kann man dieselbe als schiefe Ebene herstellen, ohne daß man zum Betrieb derselben eine Umtriebskraft nöthig hat, indem man die ganz oder zum Theil leeren Wagen von den niedergehenden belasteten Wagen aufziehen läßt. Solche selbstwirkende schiefe Ebenen oder Rampen kommen vorzüglich auch beim Kohlenbergbau vor, wo sie unter den Namen der Bremsberge bekannt sind. Den Auf- und Grundriß einer solchen selbstthätigen Rampe führt Fig. 557 vor Augen. Das Seil, an dessen Enden die beiden Kohlenwagen angehangen sind, legt sich um eine horizontale Scheibe *EE*, und bildet mit der Trommel *FF*, gegen welche sich die Backen des schon aus §. 166 bekannten Bremses *AABC* drücken lassen, ein Ganzes. Durch diesen Brems wird die Ueberwucht des belasteten Wagens über den leeren aufgehoben. Das Belasten des auf dem horizontalen Theil der Bahn angekommenen leeren Wagens wird von dem beweglichen Fußboden *D* aus bewirkt.

§. 271. Bei den atmosphärischen Eisenbahnen werden die Wagen durch den Druck der Luft in Bewegung gesetzt. Zu diesem Zwecke legt man längs der ganzen Bahnlinie zwischen die beiden Schienen eine eiserne Röhre von circa 18 Zoll Weite, in welcher ein Kolben eingeschlossen ist, dessen Stange mit dem ersten Wagen in fester Verbindung steht; wird nun durch eine große Luftpumpe die Luft entweder auf der einen Seite des Kolbens verdünnt oder auf der anderen Seite desselben verdichtet, so erhält die eine Fläche des Kolbens einen kleineren oder größeren Druck als die andere und es setzt der Ueberschuß dieser beiden Drücke den Kolben sammt den daran angeschlossenen Wagenzug in Bewegung. Wegen des leichteren luftdichten Abschließens der Röhre hat man bis jetzt nur das Princip des Saugens oder der Luftverdünnung (nach Clegg und Samuda) in Anwendung gebracht, wiewohl auch das Forttreiben des Kolbens durch comprimirte Luft in Vorschlag (von Piatti) gebracht worden ist. Wenn man bei einer atmosphärischen Eisenbahn der ersten Art durch die Luft- oder Saugpumpe das Volumen der Luft nur auf das Doppelte ausdehnt, so sinkt der Druck derselben gegen die entsprechende Kolbenfläche auf die Hälfte seines ursprünglichen Werthes. Nimmt man folglich den Atmosphärendruck zu 15 Pfund auf den Quadratzoll an, so hat man den Druck der verdünnten Luft $= 15 . \frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$ Pfund und daher die Treibkraft pr. Quadratzoll Kolbenfläche ebenfalls nur $15 - 7\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$ Pfund. Nun entspricht aber dem Kolbendurchmesser von 18 Zoll eine Kolbenfläche von $9^2 . \pi = 81 . \pi = 254{,}5$ Quadratzoll, demnach ist der gesuchte Ueberschuß des Luftdruckes $= 254{,}5 . 7{,}5 = 1908{,}75$ Pfund, und folglich, wenn man noch 10 Procent desselben als die Kraft zur Ueberwindung der Kolbenreibung in Abzug bringt, die übrig bleibende Betriebskraft des Wagenzuges $1908{,}75 - 190{,}87 = 1717{,}88$ Pfund. Atmosphärische Eisenbahnen.

Die allgemeine Einrichtung einer atmosphärischen Eisenbahn läßt sich aus dem Längendurchschnitte in Fig. 558 (a. f. S.) ersehen. Man sieht in AA_1 die Treibröhre, welche mit der Schienenbahn auf denselben Querschwellen befestigt ist, in B den Treibekolben, in S dessen Stange und in T ein Gegengewicht am Ende der letzteren. In der Mitte der Kolbenstange ist ein breiter Querarm C von starkem Eisenblech aufgesattelt, welcher durch den Längenschlitz in der Treibröhre hindurchgeht und zur Verbindung der Kolbenstange mit dem darüber stehenden Wagen W dient. Auf dem Schlitz längs der ganzen Treibröhre liegt ein Lederventil G, welches zur Verstärkung mit Eisenplatten bedeckt und mit der einen Seite auf der Treibröhre befestigt ist, wie aus den Querschnitten der Treibröhre in Fig. 559 und Fig. 560 ersehen werden kann. In dem gewöhnlichen Zustande ist natürlich dieses Ventil geschlossen, wie Fig. 560 vor Augen führt; wenn aber der Kolben durch die Verdünnung der Luft

Fig. 559.



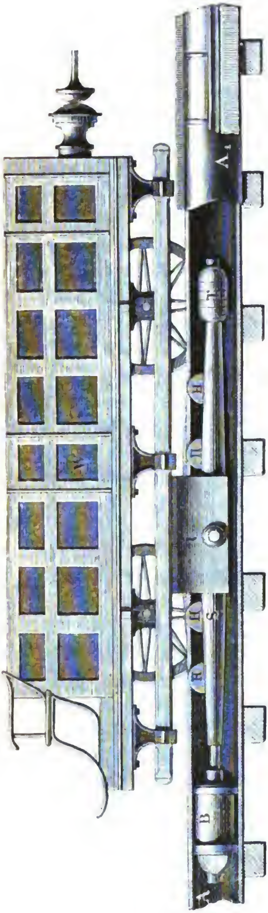
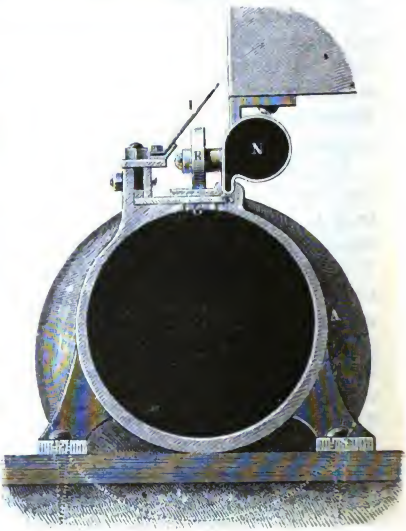


Fig. 558.

Fig. 560.



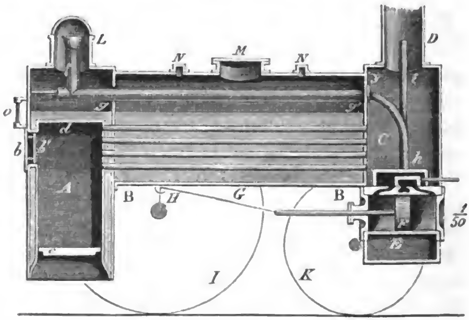
auf der Seite *A* in progressive Bewegung geräth, so wird das Ventil nahe hinter demselben durch vier Räder *H, H* . ., welche auf der Kolbenstange festsitzen, aufgehoben, wie in Fig. 559 zu ersehen ist, und es kann folglich der Querarm *C* ungehindert mit dem Kolben fortgehen und den Wagen *W* mit sich fortnehmen. Die Auflagerungsflächen des Ventiles sind vollkommen glatt abgehobelt, auch wird zum luftdichten Verschluß noch eine Composition von Wachs und Talg zwischen das Ventil und die Röhre (bei *F*) eingelegt. Nachdem der Querarm eine Stelle der Röhre verlassen hat, fällt das Ventil hinter demselben wieder zu, und wird durch eine Rolle *R*, welche am hinteren Ende des Wagens *W* befestigt ist, auf seinen Sitz fest aufgedrückt; den hermetischen Abschluß bewirkt aber endlich noch ein erwärmtes Bügeleisen *N*, welches über der Composition *F* hingleitet, und dieselbe auf kurze Zeit erweicht. Noch ist das Ventil *G* vor Beschädigung von außen durch eine Klappe *J* aus dünnem Eisenblech geschützt, welche mittels Lederohren mit der Röhre verbunden ist und durch Rollen wie *D*, welche am Wagengestelle festsitzen, an der Stelle aufgehoben wird, welche der Querarm der Kolbenstange zu passiren hat. Atmosphärische Eisenbahnen.

Ein Hauptvorzug der atmosphärischen Eisenbahnen vor den Bahnen mit Dampfwagenbetrieb besteht in der Ersparniß des Dampfwagens, durch dessen Gewicht von 20 bis 30 Tonnen das Gewicht des ganzen Wagenzuges leicht um 20 Procent vergrößert werden kann. Dagegen sind aber auch die atmosphärischen Eisenbahnen viel kostbarer als die gewöhnlichen Eisenbahnen, zumal da sie zur Herstellung des luftverdünnten Raumes eine Menge stehender Maschinen erfordern, welche in Abständen von 3 bis 5 engl. Meilen längs der Bahn aufzustellen sind. Ohnedies sind die atmosphärischen Eisenbahnen öfteren Unterbrechungen ausgesetzt, da durch einen unvollkommen luftdichten Abschluß die Bewegung des ganzen Wagenzuges aufgehoben werden kann. Es ist deshalb auch die Anwendung einer atmosphärischen Eisenbahn nur eine exceptionelle (wie z. B. die zu St. Germain), und möchte nur dann zu rechtfertigen sein, wenn es darauf ankommt, den Betrieb auf einer stark ansteigenden kurzen Eisenbahnstrecke herzustellen, wo die Dampfwagen nicht im Stande sind, größere Wagenzüge mit sich empor zu nehmen.

§. 272. Das gewöhnliche Förderungsmittel auf Eisenbahnen sind die sogenannten Locomotiven oder Dampfwagen. Sie bestehen in der Hauptsache aus einem Wagen, welcher eine Dampfmaschine sammt Kessel trägt, die mittels Umdrehung der einen Radaxe das Ganze in fortschreitende Bewegung setzt. Folgendes ist die wesentliche Einrichtung eines Dampfwagens, wovon Fig. 561 (a. f. S.) einen Längendurchschnitt zeigt. *A* ist der sogenannte Feuerkasten (franz. foyer, boite à feu; engl. firebox), in welchem das Brennmaterial verbrannt wird, welches man durch Locomotiven.

Locomotiven. die mit einer Schutzplatte b' versehene Heizthür b einträgt. Dieser

Fig. 561.



Kasten ist unten durch den Rost c und an den Seiten durch doppelte, mittels Stehbolzen unter einander verbundene Blechwände, zwischen welchen Wasser enthalten ist, umgrenzt. An den Feuerkasten schließt sich der cylindrische Theil BB des Kessels an, welcher ein System von Röhren, die sogenannten Heizröhren (franz. tubes; engl. pipes) einschließt, und übrigens mit dem zu verdampfenden Wasser angefüllt ist. Das Feuer oder die erhitzte Luft durchströmt die Feuerröhren und setzt hierbei so viel Wärme an das dieselben umgebende Wasser ab, daß dieses in Dampf verwandelt wird. Von da gelangt die erhitzte Luft in den sogenannten Rauchkasten (franz. boite à fumée; engl. smoke box) C, und dieser führt sie endlich in den Schornstein D. Der Dampf, welcher sich aus dem Wasser entwickelt, das den Heizraum und die Heizröhren umschließt, füllt den oberen Theil des cylindrischen Kessels B, sowie auch den sogenannten Dampfdom L aus, welcher sich unmittelbar über dem Feuerkasten befindet, und tritt von oben in das Dampfrohr $f g g'$. Die Dampfmaschine besteht aus zwei Cylindern, wovon jedoch in der Figur, und zwar in E, nur der eine sichtbar ist; deshalb theilt sich auch das Dampfrohr bei y in zwei Zweige, wovon jeder den Dampf nach einer besonderen Dampfkammer h führt. Nachdem der Dampf in dem Cylinder gewirkt, also dessen Kolben F hin- oder zurückgeschoben hat, gelangt er in das beiden Maschinen gemeinschaftliche Blaserohr i und tritt endlich aus demselben in den Schornstein, wo er vorzüglich noch den wesentlich nothwendigen Luftzug erzeugt.

Die ganze Maschine ruht auf den Axen von zwei (oder drei) Paar Rädern J und K, und je nachdem sich die beiden Dampfcylinder zwischen den Rädern befinden, oder außerhalb derselben liegen, ist entweder die eine Axe H

doppelt gekröpft, oder jedes ihrer Räder mit einer Warze versehen, in jedem Falle aber jeder der beiden auf die eine oder die andere Weise gebildeten Krummzapfen durch eine Kurbelstange G mit dem einen oder dem anderen Treibekolben F in Verbindung gesetzt. Diese Krummzapfen sind gegen einander auf das Viertel gestellt, d. h. ihre Warzen stehen um 90 Grad von einander ab, und dem entsprechend sind auch die Stellungen der beiden Treibekolben stets um den halben Schub von einander verschieden. Hierbei wirkt der eine Kolben mit seiner vollen Kraft auf den Krummzapfen, wenn die Warze des anderen Kolbens im todten Punkte steht, also die Kolbenkraft gar nichts zur Umdrehung des Krummzapfens beiträgt; es variirt daher die Umdrehungskraft der Triebaxe in ziemlich engen Grenzen und erfordert zu ihrer Ausgleichung kein besonderes Schwungrad (vergl. §. 106). Locomotiven.

Die Bewegung der Schieber h erfolgt durch Excentriks, welche auf der Triebaxe H festsitzen.

In der Figur sieht man noch bei M das Mannloch, bei N, N die Löcher für die Sicherheitsventile und bei O den Wasserstandszeiger mit Glasröhre

Dem Dampfwagen unmittelbar folgt noch ein Munitionswagen, der sogenannte Tender (franz. und engl. tender), welcher zum Transport des Feuerungsmaterials und des Speisewassers dient. Zur Speisung des Kessels dient eine Saug- und Druckpumpe, welche vermittels eines Schlauches u. s. w. das Wasser aus dem Tender in den Kessel bringt. An den Tender ist der eigentliche Wagenzug (franz. convoi; engl. train) angeschlossen. Zum Befahren kürzerer Bahnstrecken wendet man in neuerer Zeit auch Locomotiven an, welche das Wasser und Brennmaterial gleich mit sich führen, indem man dem hinteren Theil dieser Wagen die Einrichtung der Tender giebt. In England sind die Dampfwagen unter dem Namen „Tank-engines" bekannt.

§. 273. Wir werden im Folgenden die einzelnen Theile einer Locomotive etwas specieller beschreiben. Locomotivenkessel.

Der Feuerraum eines Dampfwagens wird durch einen umgestürzten, also unten offenen, parallelepipedischen Kasten gebildet. Man verwendet hierzu drei Stück Eisen-, oder noch besser Kupferbleche von $1/2$ bis 1 Zoll Dicke, welche durch dichte Nietung mit einander verbunden werden. Dieser sogenannte innere Feuerkasten wird in einem Abstande von $3 1/2$ bis 4 Zoll von einem zweiten Blechkasten, dem sogenannten äußeren Feuerkasten, umgeben, und mit diesem durch kupferne Stehbolzen (franz. entretoises; engl. stays) verbunden. Die Stärke dieser Bolzen beträgt circa $3/4$ Zoll und ihr Abstand von einander 4 Zoll.

Locomotivenkessel. Die Decke des inneren Feuerkastens ist durch starke schmiedeeiserne Brückenstäbe von circa 4 Zoll Höhe und 1 Zoll Dicke verstärkt. Diese Stäbe liegen in Abständen von 5 bis 6 Zoll der Länge des Kessels nach neben einander und sind in Abständen von 5 bis 6 Zoll auf die innere Blechdecke aufgebolzt und wohl auch mit dem äußeren Feuerkasten an einigen Stellen verstrebt.

Damit durch die Oeffnung für die Heizthür der wasserdichte Verschluß in dem Raume zwischen beiden Feuerkasten nicht unterbrochen werde, ist ein eiserner Ring eingesetzt, welcher rings um diese Oeffnung herum die inneren und äußeren Blechwände mit einander verbindet. Der Theil der vorderen Seitenwand, in welchem die Heizröhren in den Feuerraum einmünden, wird, da an dieser Stelle der äußere Feuerkasten unterbrochen ist, bloß dadurch verstärkt, daß man zu ihm stärkeres Blech verwendet.

Der mit Wasser angefüllte Raum, welcher den ganzen Feuerheerd umgiebt, wird von unten durch einen mit beiden Blechwänden mittels Nieten verbundenen Kranz geschlossen, an welchem ein anderer Kranz befestigt ist, auf den die Roststäbe zu liegen kommen. Diese Stäbe bestehen aus geschmiedetem oder gewalztem Eisen, sind 4 Zoll hoch, oben $^3/_4$ bis 1 Zoll und unten $^3/_8$ bis $^5/_8$ Zoll dick. Je nach der Güte des Brennstoffes läßt man diese Stäbe $^3/_4$ bis $^5/_4$ Zoll von einander abstehen. Die unverbrannten Ueberreste der Verbrennung, welche zwischen den Roststäben hindurchfallen, werden durch den sogenannten Aschenfall aufgefangen, damit sie nicht zu Feuersbrünsten Veranlassung geben. Ein solcher Aschenfall besteht in einem Blechkasten, welcher die Grundfläche des Rostes vollständig einschließt und an der vorderen Seite mit einer Thür versehen ist, welche der Maschinenwärter zur Regulirung des Luftzuges nach Belieben mehr oder weniger eröffnen kann.

Um eine möglichst große Heizfläche zu erhalten, müssen Rauch- oder Heizröhren von kleiner Weite und in großer Anzahl angewendet werden; damit dieselben aber durch die Ueberreste der Verbrennung nicht verstopft und dem Luftzug nicht zu viel Hindernisse in den Weg gelegt werden, giebt man diesen Röhren eine Weite von $1^1/_2$ bis 2 Zoll. In der Regel verwendet man zu denselben Messingblech von circa 1 Linie Dicke. Diese Röhren werden in entsprechende Löcher in der Vorderwand des Feuer- und in der Hinterwand des Rauchkastens eingesetzt, und darin durch eingetriebene Stahlringe mit conischem Rande befestigt. Den kürzesten Abstand je zweier Röhren von einander nimmt man 7 bis 8 Linien, so daß bei dem äußeren Röhrendurchmesser von 2 Zoll die Axenabstände der benachbarten Röhren 2 Zoll 7 bis 8 Linien betragen. Gewöhnlich ist die Anzahl dieser Röhren 70 bis 150 und die Länge derselben 6 bis 12 Fuß. Während die directe Heizfläche oder die Fläche des inneren Feuer-

kastens 40 bis 60 Quadratfuß beträgt, ist die indirecte Heizfläche oder die der Heizröhren 400 bis 800 Quadratfuß. Die Heizröhren werden von einem cylindrischen Kessel aus Eisenblech umgeben, welcher sich einerseits an den Feuer- und andererseits an den Rauchkasten anschließt und eine Weite von 3 bis 4 Fuß hat. Um die Wärme so viel wie möglich in dem Kessel zurückzuhalten, umgiebt man ihn entweder mit einem Mantel aus Filz und mit einem Mantel aus Holzdauben; oder man legt um denselben nur einen von dünnem Eisenbleche umhüllten Mantel aus Holzdauben. Locomotivenkessel.

Der obere Theil oder die Haube des äußeren Feuerkastens erhält sehr verschiedene Formen. Am einfachsten ist es, diese Fläche halbcylindrisch zu gestalten, so daß sie eine Fortsetzung der oberen Hälfte des cylindrischen Kessels bildet.

Der **Rauchkasten** hat im Ganzen dieselbe Form wie der äußere Feuerkasten, nur ist er niedriger als dieser und unten durch eine ebene oder halbcylindrische Fläche begrenzt. Während in der Hinterfläche desselben die vorderen Enden der Heizröhren festsitzen, enthält die Vorderfläche eine Thür, welche zum Reinigen und zu Reparaturen der Heizröhren u. s. w. dient. Dieser Rauchkasten ist einfach aus Blech zusammengenietet, welches eine Stärke von 2 bis 3 Linien hat. Nur zur Hinterfläche, durch welche die Heizröhren hindurchgehen, und welche den Dampf- oder Wasserdruck auszuhalten hat, verwendet man Blech von circa $^3/_4$ Zoll Dicke. Um den Luftzug so viel wie möglich zu begünstigen, giebt man dem Dampfkasten einen möglichst kleinen Raum, namentlich macht man seine Länge nur $1^1/_2$ bis 2 Fuß, wogegen die des Feuerkastens 3 bis 4 Fuß beträgt.

Vom Rauchkasten aus steigt die **Esse** empor, welche aus Eisenblech von 2 Linien Dicke zusammengenietet ist. Sie ist cylindrisch und hat bei einer Höhe von 5 bis 7 Fuß eine Weite von 1 bis $1^1/_4$ Fuß. Ihr Querschnitt ist meist nahe 0,7 von dem sämmtlicher Heizröhren. In der Esse befindet sich ferner noch ein Drahtgitter, durch welches das Auswerfen der glühenden Kohlenstücke verhindert wird, auch ist noch eine Klappe angebracht, durch welche sich die Esse während des Stillstandes der Maschine verschließen läßt.

Ferner versieht man noch den Rauchkasten mit einem **Register** oder **Schieber**, durch dessen Eröffnung äußere Luft in den Rauchkasten eingelassen und der Zug in den Röhren regulirt werden kann. Endlich erhalten zu demselben Zwecke auch wohl die sämmtlichen Austrittsmündungen der Heizröhren Blechdeckel, welche sich, wie die Fensterjalousien, in beliebigem Grade eröffnen lassen.

§. 274. Der Dampf, welcher sich auf der Oberfläche des Wassers im Kessel bildet, wird durch das sogenannte **Dampfrohr** der Dampfkammer

Locomotivenkessel. zugeführt. Damit so wenig wie möglich Wasser von dem Dampfe in das Dampfrohr u. s. w. mit fortgerissen werde, legt man die Einmündung des Dampfrohres möglichst hoch über den Wasserspiegel, und versieht zu diesem Zwecke den Dampfkessel mit einem kesselförmigen Aufbau aus Messingblech, dem sogenannten Dome, innerhalb dessen das Einmündungsstück des Dampfrohres senkrecht emporsteigt. Man setzt den Dom entweder auf den Feuerkasten oder auf den cylindrischen Theil des Kessels. Da sich über dem inneren Feuerkasten in Folge der größeren Hitze mehr Dämpfe entwickeln, so möchte allerdings der Dampfsdom über demselben anzubringen sein; da aber auch an dieser Stelle die stärksten Wallungen des kochenden Wassers und folglich auch das stärkste Fortreißen des Wassers durch den sich bildenden Dampf erfolgt, so ist es zweckmäßiger, den Dom über den cylindrischen Theil des Dampfkessels, jedoch näher dem Feuer- als dem Rauchkasten zu legen.

Das Dampfrohr ist in der Regel aus Kupferblech und hat einen Querschnitt von $^1/_{12}$ bis $^1/_{10}$ des Querschnittes eines Dampfcylinders. Der Regulator, durch welchen die Dampfmenge, welche das Dampfrohr nach der Maschine führt, regulirt wird, besteht entweder in einem Schieber oder in einer kreisrunden Scheibe mit ausgestoßenen Sectoren. Die Bewegung dieses Apparates erfolgt in der Regel mit Hülfe einer Kurbel, deren Welle mittels einer Stopfbüchse durch die Hinterwand des äußeren Feuerkastens geführt ist. Bei den Locomotiven von Crampton erfolgt der Eintritt des Dampfes in das Dampfrohr durch einen Spalt, welcher auf der oberen Seite längs des ganzen Rohres hinläuft, und es ist hier der regulirende Dampfschieber nahe über den Dampfcylindern angebracht. Um das Fortreißen des Wassers u. s. w. so viel wie möglich zu vermindern, ist es zweckmäßig, den Dampf mittels Mäntel, welche die Einmündung des Dampfrohres umgeben, einige Mal fallend und steigend zu führen, ehe er in das Dampfrohr eintritt, weil hierbei dem fortgerissenen Wasser zum Zurückfallen Gelegenheit gegeben wird.

Die beiden Zweigröhren, welche den Dampf nach den Dampfkammern der beiden Dampfcylinder führen, sind mit dem einfachen Dampfrohre durch ein gußeisernes Zwischenstück verbunden, welches sich oben im Inneren des Rauchkastens befindet und an der Hinterwand dieses Kastens festsitzt.

Die Röhren, welche den verbrauchten Dampf aus den Cylindern führen, werden ebenfalls durch ein gußeisernes Zwischenstück mit dem Ausblaserohre vereinigt; dasselbe befindet sich entweder nahe über den Cylindern oder unmittelbar unter der Einmündung in die Esse. Die Ausmündung des Ausblaserohres ist conisch zusammengezogen, um eine größere Geschwindigkeit des austretenden Dampfes und dadurch wieder einen stär-

keren Luftzug in der Esse zu erzeugen. Uebrigens hat jede der beiden Austrageröhren, wie das Einmündungsstück des Dampfrohres, ein Zehntel der Kolbenfläche, und dagegen das Ausblaserohr ein Fünftel derselben zum Querschnitte. Um die Geschwindigkeit des austretenden Dampfes zu reguliren, wendet man auch wohl eine veränderliche Ausmündung an, indem man in das Ausmündungsstück zwei Klappen einsetzt, zwischen welchen der Dampf ausbläst. Diese Klappen lassen sich mittels einer Zugstange und einer Kurbel zugleich stellen. Locomotivenkessel.

Das Speisen des Kessels erfolgt durch zwei Speisepumpen. Die Kolbenstangen derselben werden entweder an die Querhäupter der Dampfkolbenstangen, oder an die Steuerungsexcentriks angeschlossen; im ersten Falle haben diese Pumpen den Schub von 18 bis 27 Zoll mit dem Dampfkolben gemeinschaftlich, und es ist der Kolbendurchmesser derselben nur $1^1/_2$ bis $2^1/_2$ Zoll; im zweiten Falle hingegen ist der Schub 5 bis $6^1/_2$ Zoll und der Kolbendurchmesser 4 Zoll. Der Pumpencylinder ist aus Gußeisen oder Messing und hat nur wenig mehr Weite ($1^1/_2$ Linie) als der Kolben. Der letztere ist ein langer abgedrehter Cylinder und wird durch eine Stopfbüchse abgelidert, welche an das eine Ende des Pumpencylinders festgeschraubt ist. Die Ventile dieser Pumpen sind entweder Kegel- oder Kugelventile; jene gleiten mittels Flügel, welche an der unteren Ventilfläche festsitzen, in dem oberen Theile der Saugröhren; diese bewegen sich in glockenförmigen Gehäusen, welche über den Ventilsitzen angebracht sind. In der Regel hat jede Speisepumpe ein Saugventil und zwei nahe über einander stehende Druck- oder Steigventile; und überdies noch ein Ventil oder einen Hahn nahe bei der Einmündung des Steigrohres in den Kessel, welcher das Wasser in dem Kessel zurückhält, während die Pumpe geprüft oder reparirt wird. Um die Wirksamkeit der Pumpe zu prüfen und die etwa in derselben angesammelte Luft fortzuschaffen, läßt man noch ein kurzes Proberohr in den Raum zwischen beiden Steigventilen einmünden, welches für gewöhnlich durch einen Hahn verschlossen wird. Man verlangt nicht nur, daß eine Speisepumpe allein den Dampfkessel hinreichend mit Wasser zu versorgen vermöge, sondern man fordert auch, daß sie effectiv das dreifache Speisewasserquantum zu liefern im Stande sei.

Das Wasser wird den Speisepumpen aus dem Tender mittels kupferner Röhren von $1^1/_2$ bis 2 Zoll Weite zugeführt, deren Einmündungen nach Belieben durch Ventile verschlossen werden können. Damit sich diese Verbindungsröhren kleinen Veränderungen in dem Abstande des Tenders von der Locomotive ohne Nachtheil accommodiren, versieht man dieselben mit Kugelgelenken und mit Stopfbüchsen, wie in Band II., Seite 200, Fig. 214 und Fig. 215 vor Augen geführt worden ist. Aus

Locomotivenkessel. jeder dieser Röhren läßt man noch eine sogenannte Wärmeröhre emporsteigen, welche ganz oben in den Kessel einmündet, und die dazu dient, den Dampf während des Stillstandes zurück in den Tender zu führen, und dadurch das Wasser in demselben anzuwärmen. Die Steigröhre ist, wie auch das Communications- und Saugrohr, aus Kupferblech und hat auch die nämliche Weite wie jene Röhre. Man hat diese Röhre an verschiedenen Stellen in den Kessel ausmünden lassen; jedoch läßt sich leicht einsehen, daß es zweckmäßiger ist, die Einmündungsstelle so entfernt wie möglich vom Brennheerde zu legen.

Die im Vorstehenden behandelten Speisepumpen speisen natürlich nur während der Bewegung des Dampfwagens; will man aber die Füllung des Kessels mit Wasser ohne Bewegung des Dampfwagens bewirken, so muß man noch eine besondere Speisepumpe, und zwar entweder eine sogenannte Handpumpe oder eine Dampfpumpe, anbringen, je nachdem man dieselbe durch die Hand oder durch eine besondere Dampfmaschine in Bewegung setzen lassen will. Es ist endlich ein sehr zu beachtender Gegenstand, daß man zum Speisen der Locomotivenkessel möglichst reines Wasser verwende.

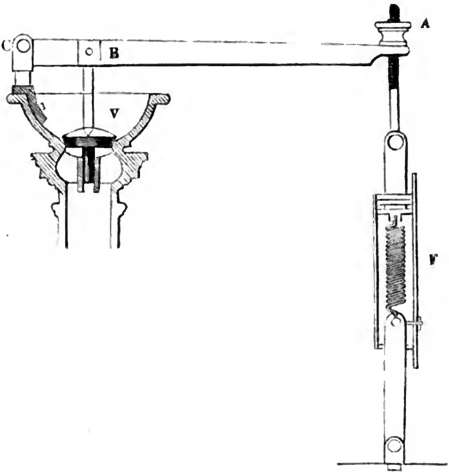
Um den inneren Zustand des Dampfkessels anzuzeigen, und um die Dampfspannung und den Wasserstand in demselben innerhalb gewisser Grenzen zu erhalten, sind noch Sicherheitsventile, Manometer, Wasserstandszeiger u. s. w. angebracht. Jeder Locomotivenkessel erhält zwei Sicherheitsventile, und zwar am besten eins im Vorder- und eins im Hintertheil des Kessels. Diese Ventile können wegen des Schwankens der Dampfwagen nicht durch Gewichte belastet werden, sondern werden mittels Stahlfedern auf ihren Sitz aufgedrückt. Man bedient sich hierzu gewöhnlich einer schraubenförmig gewundenen Drahtfeder F, Figur 562 (auf nebensteh. S.), und läßt dieselbe mittels eines einarmigen Hebels ABC auf das Ventil V wirken. Die übrige Einrichtung der Sicherheitsventile ist aus II., §. 317 bekannt.

Was das Messen des Dampfdruckes in Locomotivkesseln anlangt, so wendet man hierzu die Differentialmanometer von Richard, sowie auch die von Galy-Cazalat an; auch sind in neuerer Zeit Metallmanometer in Anwendung gekommen. S. II., §. 315 und 316. Auch kann man sich einfacher Kolbenmanometer bedienen, welche die Einrichtung eines gewöhnlichen Dampfindicators haben (s. II., §. 366).

Der Wasserstandszeiger (s. II., §. 312) besteht in einer 15 Zoll langen und 1/2 Zoll weiten Glasröhre, welche oben in den Dampfraum und unten in den Wasserraum des Kessels einmündet und durch Hähne nach Belieben mit diesen Räumen in und außer Communication gesetzt werden kann. Außerdem versieht man den Locomotivenkessel noch mit

drei Probehähnen, welche in verschiedenen Höhen über einander ausmünden. Locomotivenkessel.

Fig. 562.



Endlich gehört zu einem vollständigen Locomotivenkessel noch eine Dampfpfeife (franz. sifflet à vapeur; engl. steam-wistle). Dieselbe besteht 1) aus einem Reservoir, welches durch einen Hahn mit dem Dampfraume in Verbindung gesetzt werden kann und mit einer schmalen ringförmigen Mündung versehen ist, und 2) aus einer Metallglocke, welche nahe über der Mündung des genannten Reservoirs hängt und durch den aus dieser Mündung strömenden Dampf in Schwingungen versetzt wird. Man wendet die Dampfpfeife an, um damit die Ankunft und den Abgang eines Dampfwagenzuges anzuzeigen, oder dadurch das An- und Abziehen der Bremse anzuordnen u. s. w.

§ 275. Die vorstehende Beschreibung der Locomotivenkessel wird durch folgende Abbildungen einer sechsrädrigen Locomotive mit außenliegenden Cylindern noch besonders illustrirt. Es zeigt: Beschreibung einer abgebildeten Locomotive.

Fig. 563 die äußere Seitenansicht,

Fig. 564 den Längendurchschnitt,

Fig. 565 den Querdurchschnitt durch den Feuerkasten, und

Fig. 566 den Querdurchschnitt durch den Rauchkasten und Schornstein.

Beschreibung einer abgebildeten Locomotive.

Man sieht in M den Feuerkasten mit der Heizthür g, und in NN den eigentlichen Dampfkessel mit seinen 125 Rauchröhren; ferner zeigt O den Dampfdom oder die Dampfhaube und PP das Dampfrohr, welches den Dampf bei U aufnimmt und in die Dampfkammer oder den Dampfschieberkasten L (Fig. 563 und 566) leitet. Die Blaserohre, welche den verbrauchten Dampf in den Schornstein führen und daselbst den nöthigen Zug erzeugen, sind in QQ_1 und QQ_1 abgebildet, und in R und R sieht man die beiden Sicherheitsventile mit den oben beschriebenen Federspannungen S, S abgebildet. Der Dampfregulator an der Einmündung U der Dampfröhre besteht in zwei durchbrochenen Scheiben, wovon die eine mit

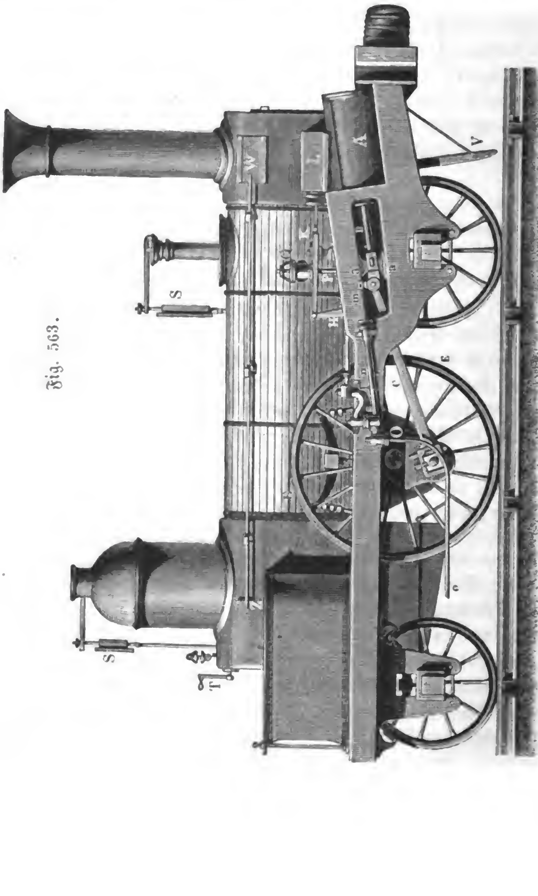


Fig. 563.

dem Dampfrohre fest verbunden und die andere um ihre Axe drehbar ist. Je nachdem die Oeffnungen dieser beiden Scheiben ganz, oder nur zum Theil, oder gar nicht über einander stehen, wird das Einströmen des Dampfes in das Dampfrohr in größerem oder kleinerem Maaße erfolgen oder ganz unterbrochen werden. Die entsprechenden Drehungen der äußeren Scheibe werden durch die Kurbel T bewirkt, deren Welle mittels Hebel und Zugstangen an diese Scheibe angeschlossen ist. In W sieht man auch den Schieber, welcher eine Oeffnung im Rauchkasten bedeckt und mittels der Stange ZW aufgezogen wird, wenn zur Ermäßigung des Zuges, Luft in den Rauchkasten gelassen werden soll.

Beschreibung einer abgebildeten Locomotive.

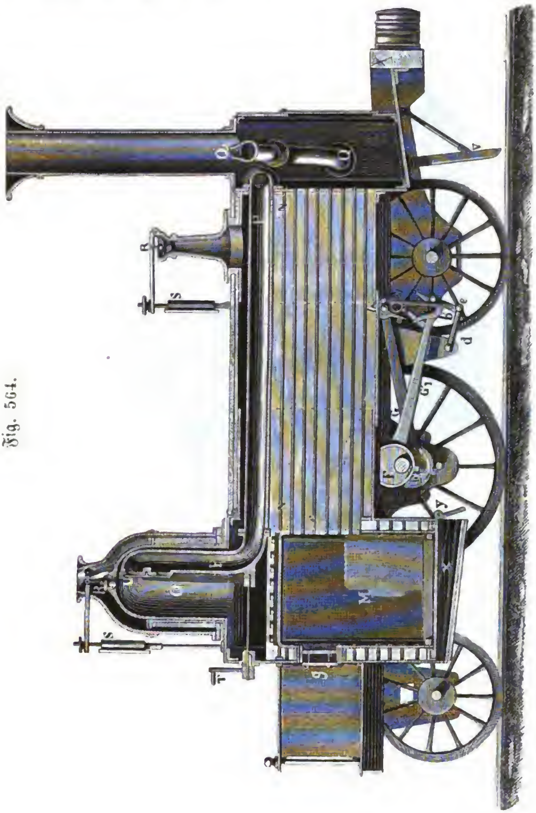


Fig. 564.

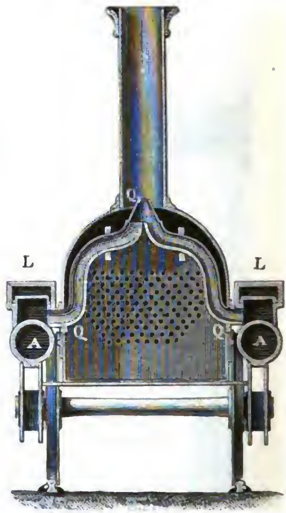
Beschreibung einer abgebildeten Locomotive.

Dem im Folgenden näher zu beschreibenden Bewegungsmechanismus der Locomotive gehören folgende Theile an. *A*, *A* sind die beiden Dampfcylinder, welche außerhalb des Rauchkastens an dem Gestellrahmen festsitzen und eine etwas geneigte Lage haben; ferner sieht man in *B* eine Kolbenstange und in *C* die an sie angeschlossene Lenk- oder Triebstange; endlich zeigt *D* die dazu gehörige Kurbelwarze, welche auf der zu diesem Zwecke verstärkten Nabe des Triebrades *EE* festsitzt. Auf der Axe der beiden Triebräder sitzen noch die Excentriks F, F_1 . . . fest, durch welche die Steuerung bewegt oder das regelmäßige Zu- und Ablassen des Dampfes zu den Triebcylindern bewirkt wird. Zu diesem Zwecke sind die

Fig. 565.



Fig. 566.



Schubstangen G, G_1 . . . der Excentriks mit gabel- oder hufeisenförmigen Endstücken b, b_1 . . . ausgerüstet, womit ein Hebel *H* erfaßt werden kann, an welchem die Dampfschieberstange *K* angeschlossen ist. Zum Ein- und Ausrücken der Klauen b und b_1 dient ein Winkelhebel *cde*, welcher mittels einer langen Stange *cf* vom Locomotivenführer um seine Axe *d* gedreht werden kann. An dem Arme *de* dieses Hebels sind mittels kurzer Stangen die Enden der Schieberstangen G, G_1 angeschlossen, und es läßt sich folglich mittels dieses Hebels die Schieberstangenverbindung beliebig heben und senken, und dadurch nach Willkür entweder die eine oder

die andere Klaue mit dem Hebel *H* zum Eingriff bringen. Wenn bei dem Eingriffe der einen Klaue der Dampfschieber hingeschoben wird, so bewirkt dagegen der Eingriff der anderen Klaue das Zurückgehen des Dampfschiebers; und wenn in dem einen Falle die Triebaxe nach der einen Richtung gedreht und hierbei der Dampfwagen vorwärts bewegt wird, so nimmt dagegen im zweiten Falle die Triebaxe die entgegengesetzte und folglich auch der Dampfwagen eine rückwärtsgehende Bewegung an (vergl. II., §. 334). Beschreibung einer abgebildeten Locomotive.

In Fig. 563 ist auch noch eine Speisepumpe *o p* vor Augen geführt. Die Kolbenstange *m* dieser Pumpe ist an das Querhaupt *a a* der Treibekolbenstange *B* angeschlossen und der an ihr sitzende Kolben bewegt sich in dem Cylinder *n* hin und zurück, wobei das Speisewasser durch das Rohr *o O* aus dem Tender angesaugt und durch das Rohr *p P* bei *q* in den Kessel eingedrückt wird.

Noch sieht man bei *V* den sogenannten Eiskratzer oder Schneeschuh, wodurch etwa auf den Schienen liegende Körper von diesen herabgestoßen werden. Endlich zeigt die Fig. 564 in *X* den Aschenfall und in *Y* die an demselben angebrachte und zum Reguliren des Luftzuges dienende Klappe.

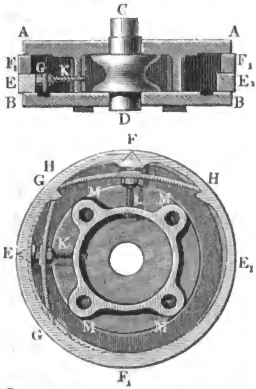
§. 276 In Betreff des Bewegungsmechanismus der Dampfwagen müssen noch folgende Specialitäten angegeben werden. Locomotivenmechanismen.

Die Dampfcylinder sind aus Gußeisen und befinden sich entweder im Rauchkasten oder unter oder neben demselben, zuweilen aber auch, wie z. B. bei den Locomotiven von Crampton, an den Seiten des cylindrischen Kesselraumes. Wenn sie außerhalb des Rauchkastens angebracht sind, so muß man ihrer Abkühlung durch Filz- und Holz- oder Blechmäntel so viel wie möglich entgegenwirken. Jeder der beiden Dampfwege erhält den zehnten Theil der Kolbenfläche zu seinem Querschnitte, dagegen der zwischen beiden befindliche Kanal, durch welchen der verbrauchte Dampf dem Ausblaserohre zugeführt wird, den fünften Theil dieser Fläche. Zum Ablassen des sich beim Stillstehen der Maschine in den Cylindern niederschlagenden Wassers sind kleine Hähnchen an den Enden der Cylinder angebracht, auch versieht man die Cylinder noch mit Oel-Hähnen zum Schmieren der Kolben und Schieber. Von den beiden Deckplatten, wodurch die Dampfcylinder verschlossen werden, erhält die hintere zur Durchführung der Kolbenstange eine messingene Stopfbüchse mit Hanfliderung.

Die Dampfkolben erhalten eine schon aus Band II., §. 325 bekannte Metallliderung. Die letztere liegt zwischen zwei den eigentlichen Kolbenkörper ausmachenden Tellern aus Gußeisen und besteht aus zwei über

Locomotiven-mechanismen. einander liegenden Ringen aus Bronze, Gußeisen oder Stahl, welche mittels Stahlfedern gegen den inneren Umfang des Dampfcylinders angedrückt werden. Zu diesem Zwecke wird jeder der Ringe ein- oder mehrmals so durchschnitten, daß sich trianguläre Zwischenräume bilden, in welche dann noch Metallkeile eingesetzt werden, die von den Federn mittels eingeschraubter Bolzen radial auswärts gedrückt werden. Die Teller werden mit ihren Augen in der Mitte über die Kolbenstange weggesteckt und mittels vier Schraubenbolzen fest mit einander verbunden. Den horizontalen und vertikalen Durchschnitt eines solchen Kolbens von circa 14 Zoll Durchmesser zeigt Fig. 567. Man sieht hier in AA und BB die beiden Kolbenteller, in CD die zwischen beiden Tellern wulstförmig verstärkte Kolbenstange, ferner zeigen EE_1 und FF_1 die Liberungsringe, welche bei E und F zerschnitten sind und durch Keile mittels der Federn GG und HH gespannt werden; endlich sind in K und L die Schraubenbolzen abgebildet, wodurch diese Federn gespannt werden, und in M, M.. die Löcher für die Bolzen zum Zusammenschrauben der beiden Teller zu sehen. Die Kolbenstange macht man entweder aus Schmiedeeisen oder aus Stahl, und sie erhält im ersten Falle eine Stärke von circa $1^3/_4$ und im zweiten eine solche von $1^1/_4$ Zoll.

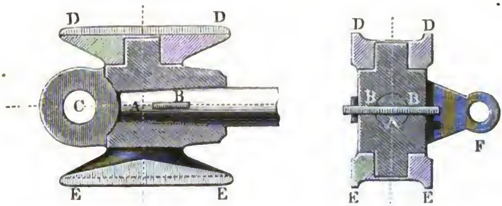
Fig. 567.



Das Querhaupt der Kolbenstange hat eine Hülse zum Aufstecken auf das zu diesem Zwecke conisch geformte Ende der Kolbenstange, und ein Auge zum Anschließen der Kurbelstange, und ist mit Leitungsbacken versehen, womit es in einem an dem Wagengestelle befestigten Leitungsrahmen beweglich ist. Man verwendet zu dem Querhaupte geschmiedetes Eisen, und dagegen zu den an dasselbe anzuschraubenden Leitungsbacken Gußeisen oder Bronze. Fig. 568 giebt zwei Abbildungen eines Querhauptes; es ist hier A das Kolbenstangenende, BB der Splint zur Befestigung desselben im Querhaupte, C das Auge zum Anschließen der Kurbelstange, und es sind DD, EE die Leitungsbacken. Der Arm F dient zum Anschluß der Kolbenstange der Speisepumpe. Was die Leitungsrahmen anlangt, so bildet man sie in der Regel aus zwei Stahl- oder gehärteten Schmiedeeisenstäben, und schließt dieselben einerseits an die Stopfbüchsen der Cylinder und andererseits an schmiedeeiserne Stützen an, welche auf

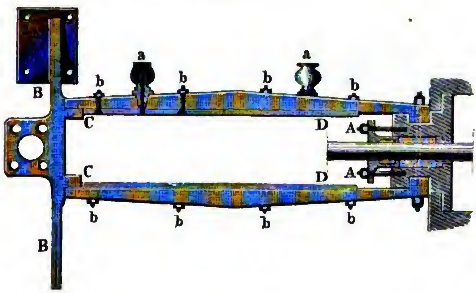
den Langschwellen des Wagengestelles festgeschraubt werden. Sehr ge- Locomotiven-mechanismen.

Fig. 568.



wöhnlich bekleidet man auch die Reibungsflächen mit besonderen Stahlschienen, die man mittels Schrauben auf die Innenflächen des Leitungsrahmens aufschraubt. In Fig. 569 sieht man das Längenprofil eines

Fig. 569.



solchen Leitungsrahmens, und zwar in *AA* die Stopfbüchse und in *BB* den Support, woran die Leitungsschienen *CD*, *CD* angeschraubt sind; auch werden in *a*, *a* die Oelbecher und in *b*, *b*.. die Schrauben, womit die Reibungsschienen auf die Leitungsschienen aufgeschraubt werden, vor Augen geführt.

Die Kurbel- oder Triebstangen, welche die Kraft der Dampfkolben auf die Triebaxe übertragen, sind von Schmiedeeisen und haben mindestens fünfmal so viel Länge als die Kurbelarme. Man hat einfache und gabelförmige Triebstangen. Die einfachen Kurbelstangen sind Eisenstäbe von rectangulärem Querschnitte und laufen an beiden Enden in Köpfen aus, womit sie einerseits an die Querhäupter der Kolbenstange und andererseits an die Kurbelwarzen angeschlossen werden. Der kleinere Kopf umfaßt den Bolzen im Querhaupt der Kolbenstange, und der grö-

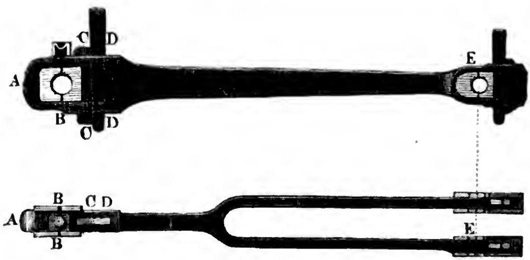
Locomotiven-mechanismen. fere ergreift die eine Warze der Triebaxe; beide sind zu diesem Zwecke mit Lagern aus Bronze ausgefüttert. Die gabelförmigen Triebstangen bilden an dem einen Ende zwei Köpfe, welche die Bolzen im Querhaupte der Kolbenstange von beiden Seiten erfassen. In Fig. 570 ist die Längenansicht

Fig. 570.



einer einfachen und in Fig. 571 ist die Längenansicht und der Grundriß

Fig. 571.



einer gabelförmigen Triebstange abgebildet. Man sieht in A den großen Kopf mit dem Metalllager BB für die Kurbelwarze und die Klammer CC und Keil DD zum Stellen derselben, und ebenso in E die Augen u. s. w. für den Bolzen im Querhaupte.

Damit der, zumal bei stark ansteigenden Gebirgsbahnen bedeutend anwachsende Widerstand des Wagenzuges von der Locomotive überwunden werden könne, muß die Reibung derselben auf der Schienenbahn möglichst vergrößert werden, weshalb man in solchen Fällen noch eine zweite oder beide anderen Radaxen mit der Triebaxe kuppelt. Dieses Kuppeln der Radaxen erfolgt durch sogenannte Kuppelstangen, welche mit ihren Köpfen an Warzen angeschlossen werden, die in die Nabe der Triebräder eingesetzt sind.

Die Triebaxe oder diejenige Wagenaxe, welche durch die Dampfkraft mittels der Kurbelstangen in Umdrehung gesetzt wird, ist entweder gerade, oder gekröpft; und zwar ersteres bei Dampfmaschinen mit

außenliegenden Cylindern, und letzteres bei solchen mit innen- liegenden Cylindern. Bei den Triebaxen der ersteren Art werden die Kurbeln durch die Triebräder selbst gebildet, indem man die schmiede- eisernen Warzen in die zu diesem Zwecke verstärkten Radnaben einsetzt; bei den Axen der zweiten Art sind es dagegen die Kröpfe, wodurch die Kurbeln gebildet werden. Locomotiven-mechanismen.

Die Zapfen oder Axenschenkel, womit das Wagengestelle auf den Axen ruht, sind entweder zwischen oder außerhalb beider Räder, je nachdem der Gestellrahmen zwischen den Rädern oder außerhalb derselben liegt. Eine gewöhnliche Radaxe der zweiten Art kennen wir schon aus §. 268, Fig. 551, Triebaxen der ersten Art hingegen sind in den Figuren 572 und 573

Fig. 572.

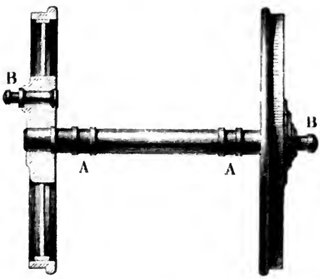
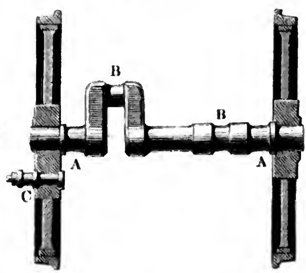


Fig. 573.



nebst den Triebrädern vor Augen geführt, und zwar in Fig. 572 eine gerade und in Fig. 573 eine gekröpfte Triebaxe. Es sind hier AA die Axenschenkel, B, B die Kurbelwarzen und es ist C, Fig. 573, eine Kuppelwarze. Das Nähere über die Construction der Räder ist aus §. 268 bekannt. Uebrigens soll man die Axenschenkel so stark machen, daß der Druck auf den Quadratzoll nicht mehr als 300 bis 400 Pfund beträgt.

§. 277. Die Steuerung oder das regelmäßige Zulassen und Absperren des Dampfes zum Dampfcylinder erfolgt durch den schon aus Band II. bekannten Dampfschieber und mittels der in II., §. 334 beschriebenen Kreisexcentriks. Was zunächst die Dampfschieber anlangt, so macht man dieselben, der größeren Dauerhaftigkeit wegen, gewöhnlich aus Gußeisen. Man giebt denselben entweder eine horizontale, oder eine vertikale, oder eine geneigte Lage, und bringt dieselben entweder über oder unter den Dampfcylindern an. Zur Bewegung des Dampfschiebers dient eine genau rund abgedrehte Stange aus Stahl oder Locomotiv-steuerung.

Locomotiv-steuerung.

Schmiedeeisen, welche den Schieber mittels eines Rahmens umfaßt und in einer Stopfbüchse läuft. Der Schieberrahmen ist entweder an seine Stange angeschweißt, oder er wird mit derselben durch Schrauben oder Keile fest verbunden. Obgleich der Schieber durch den Dampf, welcher den Schieberkasten anfüllt, gegen seine Lagerfläche angedrückt wird, so ist es doch noch nöthig, die Schieberstange nach der entgegengesetzten Seite des Schiebers zu verlängern und das Ende derselben entweder durch eine einfache Hülse oder durch eine zweite Stopfbüchse zu führen. Die Schieberstange wird entweder direct oder erst mittels eines Hebels von der Excentrikstange in Bewegung gesetzt. Im ersteren Falle erhält sie ihre Führung entweder durch eine einfache Leitungsbüchse mit quadratischem Auge, oder durch einen Lenkarm, dessen Drehungsaxe an den Dampfkessel angeschlossen ist; im zweiten Falle hat die Schieberstange nicht allein eine Leitungsbüchse, sondern auch eine zweischienige Lenkstange, welche mittels Bolzen sowohl einerseits an das Schieberstangenende als auch andererseits an den oberen Arm des Zwischenhebels angeschlossen ist.

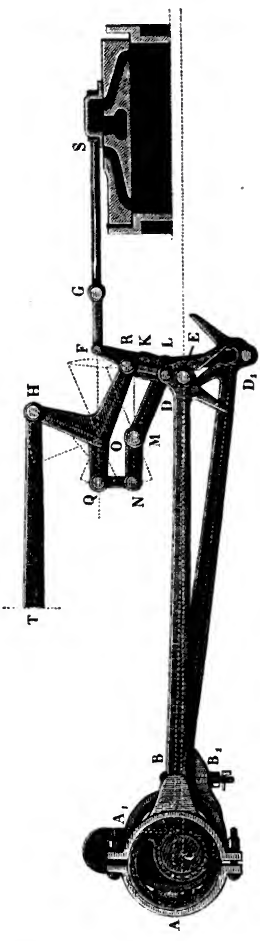
Zu jedem Dampfschieber gehören zwei Excentriks, von welchen wieder jedes aus einer Excentrikscheibe, einem Excentrikband und einer Excentrikstange besteht. Die beiden Excentrikscheiben sind dicht neben einander auf der Triebaxe festgekeilt oder festgeschraubt; man setzt sie aus zwei Theilen zusammen, wovon jeder die eine Hälfte der Triebaxe umfaßt, und verbindet dieselben mittels Keile oder Stifte fest mit einander. Um das seitliche Verrücken des Excentrikringes zu verhindern, bringt man in dem Umfang der Excentrikscheibe eine Spur an, in welche dann theilweise der Excentrikring zu liegen kommt. Die Excentrikringe werden ebenfalls aus zwei Stücken zusammengesetzt; dieselben erhalten diametral gerichtete Ohren, um sie mit einander durch Schraubenbolzen verbinden zu können. Die Excentrikstange macht entweder mit der einen Hälfte des Excentrikringes ein Ganzes aus, oder es sind diese Stücke durch Schrauben mit einander verbunden. Im letzteren Falle macht man den Excentrikring aus Messing, während man die Excentrikstangen aus Schmiedeeisen bestehen läßt. Wenn man die Speisepumpe durch die Excentrikstange in Bewegung setzen läßt, so giebt man der anderen Hälfte des Excentrikringes eine Nase, welche durchlocht ist, um einen Bolzen hindurchstecken zu können. Die Länge einer Excentrikstange ist $4^1/_2$ bis 7 Fuß, ihre Dicke $^3/_4$ bis 1 Zoll und ihre Höhe nahe am Excentrikring 3 bis 4 Zoll und dagegen am Ende 2 bis 3 Zoll. Die Excentriks haben einen Durchmesser von 10 bis 12 Zoll und eine Dicke von 2 bis 3 Zoll.

Es sind bei den Locomotiven zwei wesentlich verschiedene Umsteuerungssysteme in Anwendung; nämlich die ältere mittels Klauen oder Gabeln und die neuere mittels der Stephenson'schen Coulisse. Die allgemeine

Einrichtung der Gabelsteuerung ist zum Theil schon aus II., §. 334, Fig. 486 bekannt; ihre specielle Einrichtung aber aus Fig. 574 zu entnehmen. Man sieht hier bei AB und $A_1 B_1$ die beiden Excentriks, welche in entgegengesetzten Stellungen auf der Triebwelle C befestigt sind; ferner sind BD und $B_1 D_1$ die Excentrikstangen mit entgegengesetzt gerichteten Gabeln D und D_1, und es ist EKF der um die Axe K drehbare Hebel, welcher zur Verbindung der Excentrikstangen mit der Schieberstange FGS dient. Der nach unten gerichtete Arm KE dieses Hebels hat bei E eine Warze, welche genau in die halbkreisförmigen Vertiefungen der Excentrikgabeln paßt, wogegen der nach oben gerichtete Arm KF durch einen Bolzen mit dem Gelenke FG am Ende der Schieberstange verbunden ist. Um nach Belieben die Warze E mittels der einen oder der anderen Gabel erfassen zu können, ist die eine Gabel D mittels einer einfachen Lenkstange, und die andere Gabel D_1 mittels zweier solcher Stangen und eines Hebels LMN an einen Hebel HOR dergestalt angeschlossen, daß beim Drehen des letzteren nach der einen oder der anderen Richtung stets beide Gabeln zugleich gehoben oder gesenkt werden. Dieses Drehen des Hebels wird von dem Locomotivenführer durch einen **Rückhebel** bewirkt, der mittels einer in der Figur nur zum Theil abgebildeten Stange T an den dreiarmigen Hebel

Locomotivsteuerung.

Fig. 574.



Locomotiv-steuerung.

HOB angeschlossen ist. Es ist leicht zu ermessen, daß das Aus- und Einrücken einer Gabel nur dann erfolgen kann, wenn die Warze *E*, und folglich auch der Schieber *S*, sich in der Mitte ihres Laufes befinden, und daß nach einem solchen Wechsel des Eingriffes, die Bewegung des Schiebers die entgegengesetzte Richtung annehmen muß.

Bei dem Steuerungsmechanismus mittels der Stephenson'schen Coulisse sind die Enden *D* und D_1 der beiden Excentrikstangen fest an der Coulisse oder dem Steuerrahmen DD_1, Fig. 575, angeschlossen, und

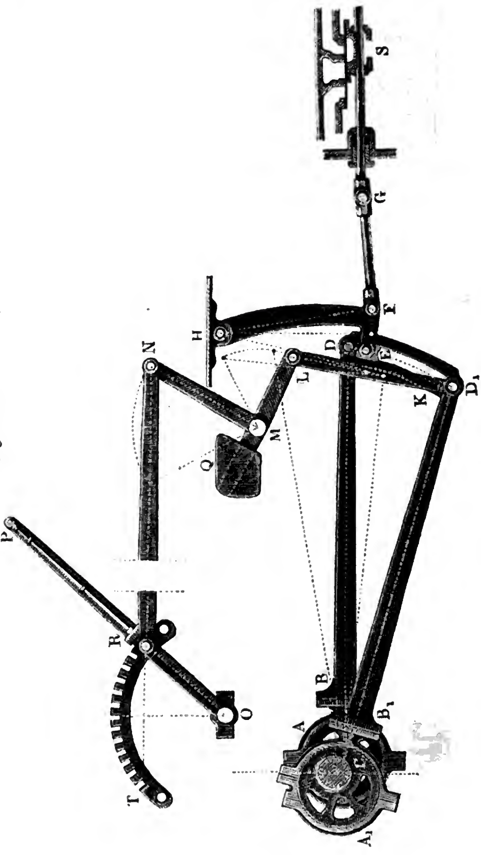


Fig. 575.

derselbe ist mittels einer Stange KL an einen Winkelhebel LMN aufgehangen, wodurch er innerhalb gewisser Grenzen aufgezogen und niedergelassen werden kann. Die Coulisse hat die Form eines langgezogenen Ringes oder Kettengliedes (vergl. III., §. 251) und ist mit einer rinnenförmigen Leitung ausgerüstet, in welcher ein verschiebbarer Kopf E liegt, der von dem Ende der Dampfschieberstange FGS ergriffen wird. In Fig. 575 sieht man auch einen Theil des von dem Locomotivführer commandirten Rückhebels OP und die Stange NR, welche denselben mit dem Winkelhebel NML verbindet, woran der Steuerrahmen aufgehangen ist. Der Rückhebel bewegt sich an einem mit Kerben versehenen Kreissector RT, worin er durch einen Riegel PR in verschiedenen Stellungen fixirt werden kann; zur leichteren Bewegung desselben ist der Winkelhebel LMN noch mit einem Gegengewichte Q ausgerüstet. Es ist leicht einzusehen, daß sich, da das Ende der Schieberstange in einer Leitung liegt, oder an einem Lenkarme FH aufgehangen ist, während der Bewegung des Rückhebels der Steuerrahmen über den Kopf E hinschiebt, und daß dadurch dieser Kopf bald dem einen, bald dem anderen Ende des Steuerrahmens näher gebracht werden kann. Steht der Kopf in der Mitte zwischen den Angriffspunkten der beiden Excentrikstangen, so fällt die Bewegung des Schiebers fast Null aus; je näher hingegen derselbe dem Angriffspunkt der einen oder der anderen Excentrikstange kommt, desto mehr folgt er natürlich auch der Bewegung derselben. Da nun aber die eine Excentrikstange rückwärts geht, während sich die andere vorwärts schiebt, so nimmt daher auch der Schieber die entgegengesetzte Bewegung an, so wie man den Steuerrahmen aus einer Stellung in die entgegengesetzte bringt.

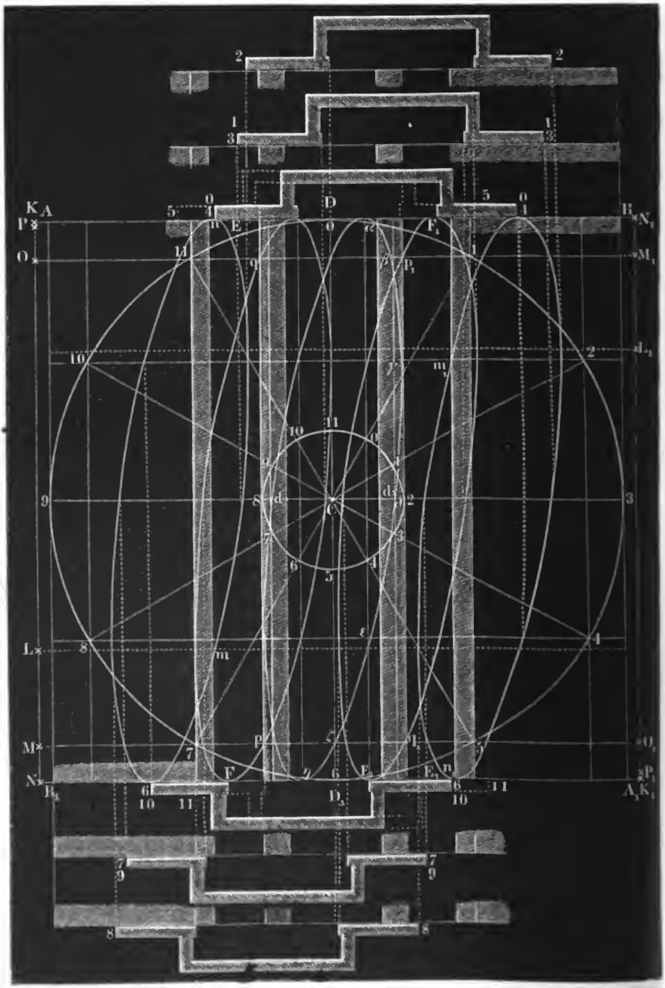
Locomotivsteuerung.

§. 278. Der Stephenson'sche Steuerrahmen ist nicht allein ein bequemes Hülfsmittel zum Umsteuern einer Dampfmaschine, sondern auch ein höchst einfacher und nützlicher Mechanismus zur Erzielung einer variablen Dampfexpansion. Um die Wirkungsweise dieser Vorrichtung vollständig beurtheilen zu können, ist es nöthig, sich das in II., §. 336 u. s. w. über das Verhältniß der Schieberbewegung zur Dampfkolbenbewegung Abgehandelte genau wieder zu vergegenwärtigen, wozu insbesondere noch die Betrachtung der graphischen Darstellung in Figur 576 (a. f. S.) zweckdienlich sein wird. Wir haben schon in II., §. 338 die Wege des Dampfkolbens als Abscissen und die entsprechenden Schieberwege als Ordinaten einer Curve aufgetragen und bewiesen, daß diese Curve eine Ellipse ist. Um diese Curve ohne Weiteres finden zu können, haben wir bei der Darstellung in Fig. 576 angenommen, daß diese beiden Wege rechtwinkelig gegen einander stehen, daß sich z. B. der Dampfkolben nicht in der Richtung AB oder BA des Dampfschiebers, sondern in der Richtung DD_1 rechtwinkelig gegen AB bewege. Ist $CD = CD_1$ die Armlänge des

Schieberbewegung.

Schieberbewegung. um die Axe C umlaufenden Krummzapfens und $Cd = Cd_1$ die Excentricität oder Armlänge des ebenfalls um C drehbaren Excentriks, so wird

Fig. 576.



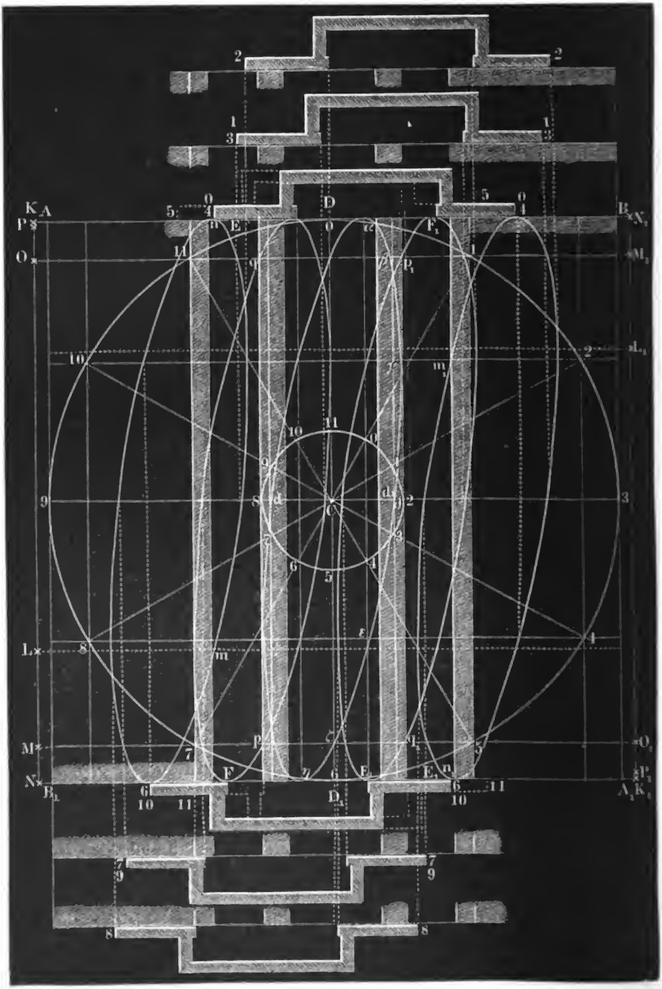
folglich während einer Umdrehung um C der Kolben den Weg $D D_1$ und dagegen der Schieber den Weg $d d_1$ hin und zurück durchlaufen. Da der Schiebermechanismus in Folge seiner hin- und rückgängigen Bewegung in Kurzem einen, wenn auch nur kleinen todten Gang erhält, und da ohnedies der Dampf nicht momentan zu- und abströmen kann, so muß man nicht allein den Weg, auf welchem der Dampf dem Cylinder zugeführt, sondern auch den Weg, auf welchem er aus demselben abgeleitet wird, schon etwas eher eröffnen, als der Dampfkolben seinen Weg vollendet hat. Dieses Vorgehen oder **Voreilen** des Dampfschiebers wird theils dadurch erlangt, daß man die Dampfwege mittels einer gewissen Fläche vom Dampfschieber bedeckt, und theils dadurch, daß man dem Excentrik eine besondere Stellung gegen den Krummzapfen giebt. Steht der Dampfkolben in $A B$ oder $A_1 B_1$, d. i. am Ende seines Weges, so müßte der Dampfschieber die Mitte seines Weges, also die Stellung 5 ÷ 5 einnehmen, und die Dampfwege $E F$ und $F_1 E_1$ mit seiner Breite bedecken, wenn kein Voreilen stattfinden sollte. Wird aber ein Voreilen des Dampfschiebers verlangt, so muß der Schieber bei der angenommenen Stellung des Dampfkolbens die Stellung 0 ÷ 0 einnehmen, wobei nicht nur einerseits der Dampfweg $E F$ zur Zuleitung des Dampfes über den Kolben, sondern auch andererseits der Kanal $F_1 E_1$ zum Abströmen des Dampfes in den Raum $D D_1$ eröffnet wird, welcher entweder in den Condensator oder in die freie Luft führt. Theilt man den Warzenkreis $D D_1$ des Krummzapfens, und ebenso den Excentrikkreis $d d_1$ in gleiche Theile, wie z. B. in der Figur, jeden in zwölf gleiche Theile, und zieht man durch die Theilpunkte des einen Parallellinien zu $A B$ oder $A_1 B_1$, und durch die des zweiten Parallellinien zu $A B_1$ oder $A_1 B$, so schneiden diese Parallelen die entsprechenden Kolbenwege auf $D D_1$ und die entsprechenden Schieberwege auf $A B = A_1 B_1$ ab, und es ist nun leicht, die Curve zu construiren, welche den Zusammenhang zwischen diesen Wegen graphisch darstellt. Zur Erreichung eines gewissen Voreilens ist es natürlich nöthig, daß das Excentrik um einen gewissen Winkel dem Krummzapfen vorausgestellt sei, daß also auch Null des Excentriks um einen gewissen Winkel, z. B. in der Figur um 30 Grad, dem Nullpunkt D des Krummzapfens vorausgehe. Dies vorausgesetzt, haben wir nur die Durchschnitte $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ . . zwischen den Parallelen zu $A B$ durch 0, 1, 2, 3 . . des Warzenkreises und den Parallelen zu $A B_1$ durch 0, 1, 2, 3 . . des Excentrikkreises aufzusuchen, um beliebige Punkte in der Schiebercurve zu bestimmen. Diese Curve $\alpha \beta \gamma \delta$ . . entspricht nur dem Mittelpunkte des Schiebers; verschiebt man aber dieselbe rechts und links um die Abstände der Endpunkte der beiden Schieberdecken von diesem Mittelpunkte, so führt dieselbe auch den Zusammenhang zwischen den Kolbenständen und den verschiedenen Ex-

Schieberbewegung.

Schieber-bewegung.

öffnungen und Bedeckungen des Schiebers vor Augen. Verfolgt man den Lauf der linken Curve, welche dem linken Schieberende zukommt, so

Fig. 577.



sieht man, daß dieselbe die linke Begrenzung des Dampfweges EF in m und n durchschneidet, und es ist hieraus zu schließen, daß bei den entsprechenden Stellungen des Dampfkolbens der Dampf das eine Mal abgesperrt und das andere Mal von Neuem zugelassen wird. Die folgende Curve, welche dem inneren Ende der linken Schieberdecke entspricht, schneidet die rechte Begrenzung des Dampfweges EF in den Punkten p und q, und es ist hieraus zu folgern, daß bei den zugehörigen Kolbenstellungen das eine Mal der Dampfabfluß beginnt und das andere Mal derselbe wieder unterbrochen wird. Faßt man nun beide Curven zusammen, so ergiebt sich, daß bei der Bewegung des Kolbens von K nach L Dampfzufluß, daß ferner auf dem weiteren Wege LM Dampfabsperrung, also auch Expansion des Dampfes statt hat, und daß bei Zurücklegung des letzten Wegtheiles MN der Dampf im Ausblasen begriffen ist; auch läßt sich ersehen, daß beim Rückgange des Kolbens während der Durchlaufung des Weges NO der im vorigen Spiele zur Wirkung gelangte Dampf noch fernerhin ausbläst, daß ferner auf dem Wege OP eine Compression des Dampfes statt hat, und daß endlich während der letzten ganz kleinen Aufgangsbewegung schon wieder Dampf zufließt. Dieselben Verhältnisse kommen natürlich auch bei der rechten Schieberdecke, jedoch in umgekehrter Ordnung vor, wo die eine Curve die rechte Seite des Dampfkanales $E_1 F_1$ in m_1 und n_1 und die andere Curve die linke Seite desselben in p_1 und q_1 schneidet, woraus daher folgt, daß beim Aufgange des Kolbens während der Durchlaufung des Weges $K_1 L_1$, Dampfzufluß, während der des Weges $L_1 M_1$, Absperrung und während der Zurücklegung des letzten Wegtheiles $M_1 N_1$, Dampfabfluß, daß endlich beim Rückgange des Kolbens auf dem Wege $N_1 O_1$ weiterer Dampfabfluß, auf dem Wege $O_1 P_1$ Dampfcompression und auf dem ganz kleinen Wege $P_1 K_1$ wieder Dampfzutritt statt hatt. Schieberbewegung.

§. 279. Es ist nun auch noch nöthig, die Beziehungen zwischen den Kolbenwegen und den Wegen des Dampfschiebers algebraisch auszudrücken und insbesondere die Momente des Dampfzutrittes, Dampfabsperrens u. s. w. zu bestimmen. Ist r die Armlänge $CD = CD_1$ des Krummzapfens, l die Länge der Kurbelstange und φ der Umdrehungswinkel desselben, von dem Nullpunkte 0 oder D ausgegangen, so hat man den entsprechenden Weg des Dampfkolbens, von D aus gemessen:

$$s = r\,(1 - cos.\,\varphi) \mp \frac{r^2\,(sin.\,\varphi)^2}{2\,l}$$ (s. II., §. 338, und III., §. 95).

Mißt man dagegen die Schieberwege (s_1) vom Mittelpunkte der Schieberstellung aus, so hat man für dieselben den Ausdruck:

$$s_1 = r_1\,sin.\,(\alpha + \varphi),$$

wenn r_1 die Excentricität oder die Armlänge $Cd = Cd_1$ des Excentriks, und

Schieberbewegung.

α den Winkel bezeichnet, um welchen das Excentrik dem Krummzapfen vorgestellt ist, und wenn vorausgesetzt wird, daß die Excentrikstange sehr lang sei.

Bezeichnen wir nun noch den Abstand der inneren Seitenwand der Schiebermündungen von der Mittellinie DD_1 durch a, die Breite dieser Mündungen durch b, also den Abstand der äußeren Seitenwand derselben von eben dieser Axe durch $a + b$, drücken wir endlich die halbe innere Weite des Schiebers durch a_1 und die Breite einer Schieberdecke durch b_1, also die halbe äußere Schieberbreite durch $a_1 + b_1$ aus, so haben wir:

1) die dem Schieberwege s_1 entsprechende äußere Schieberöffnung:

$$z_1 = a + b + s_1 - (a_1 + b_1) = s_1 - [b_1 - b - (a - a_1)],$$

und dagegen

2) die dem Schieberweg s_2 entsprechende innere Schieberöffnung:

$$z_2 = a_1 + s_2 - a = s_2 - (a - a_1).$$

Geht das äußere Schieberende durch die äußere Mündungswand mn, so ist $z_1 = 0$, und folglich der entsprechende Schieberweg:

$$s_1 = b_1 - b - (a - a_1),$$

und geht dagegen das innere Ende der Schieberdecke durch die innere Mündungswand pq, so hat man $z_2 = 0$, und folglich den entsprechenden Schieberweg:

$$s_2 = a - a_1.$$

Nun ist aber

$$s_1 = r_1 \sin.(\alpha + \varphi_1) \text{ und}$$
$$s_2 = r_1 \sin.(\alpha + \varphi_2)$$

zu setzen, wenn man unter φ_1 und φ_2 die den Wegen s_1 und s_2 entsprechenden Stellwinkel der Krummzapfenwarze versteht; folglich hat man umgekehrt:

$$\sin.(\alpha + \varphi_1) = \frac{b_1 - b - (a - a_1)}{r_1}$$

und

$$\sin.(\alpha + \varphi_2) = \frac{a - a_1}{r_1}.$$

Jede dieser beiden Formeln giebt zwei Winkelwerthe, nämlich einen spitzen und einen stumpfen Winkel, und allen diesen vier Winkeln entsprechen die Punkte m, n, p und q, welche die Anfänge des Absperrens, des Ablassens, des Comprimirens und des Zulassens angeben, und zwar giebt der spitze Werth von φ_1 in m den Anfang des Absperrens,

» » » » φ_2 in p den Anfang des Ablassens,

» stumpfe » » φ_2 in q den Anfang des Comprimirens, und

» » » » φ_1 in n den Anfang des Dampfzulassens an.

Aus diesen vier Winkelwerthen bestimmen sich nun auch mittels der Formel:

$$s = r\,(1 - cos.\ \varphi) \mp \frac{r^2}{2\,l}\,(sin.\ \varphi)^2$$ Schieberbewegung.

die entsprechenden Kolbenwege, wenn man darin statt φ die angegebenen Werthe für φ_1 und φ_2 einsetzt. Auch ist es nun leicht, hieraus wieder das bei jedem Kolbenspiele verbrauchte Dampfquantum und den Expansionsgrad der Maschine zu bestimmen.

Beispiel. Es sei bei einer Locomotivmaschine der Abstand der inneren Kanalwand von der Mittellinie, $a = 1{,}2\,r_1$, die Breite der Kanalmündung $b = 0{,}8\,r_1$, ferner die halbe innere Schieberweite $a_1 = 1{,}1\,r_1$ und die Breite einer Schieberdecke $b_1 = 1{,}3\,r_1$; man soll für ein Voreilen des Excentriks von $\alpha = 30$ Grad die Bewegungsverhältnisse des Dampfschiebers angeben.

Es ist zunächst für die Dampfadmission:

$$sin.\ (\alpha + \varphi_1) = \frac{b_1 - b - (a - a_1)}{r_1} = -\ 0{,}5 - 0{,}1 = 0{,}4$$

und daher:

$$\alpha + \varphi_1 = 23^0, 35' \text{ oder } 156^0, 25',$$

hiernach:

$$\varphi_1 = -\ 6^0, 25' \text{ oder } 126^0, 25';$$

es tritt also bei dem Drehungswinkel des Krummzapfens von $126^0, 25'$ die Dampfabsperrung ein, und es erfolgt dagegen die neue Admission des Dampfes, wenn die Krummzapfenwarze noch $6^0, 25'$ vor ihrem todten oder Anfangspunkte steht.

Dann haben wir:

$$sin.\ (\alpha + \varphi_2) = \frac{a - a_1}{r_1} = -\ 0{,}1,$$

und hiernach:

$$\alpha + \varphi_2 = -\ \ 5^0, 45' \text{ oder } 185^0, 45',$$

daher:

$$\varphi_2 = -\ 35^0, 45' \text{ oder } 155^0, 45';$$

wonach also das Dampfablassen bei $155^0, 45'$ Warzenstellung und die Compression des Dampfes $35^0, 45'$ vor der völligen Umdrehung der Warze beginnt.

Nehmen wir nun noch an, daß die Länge der Kurbelstange $l = 5\,r$ sei, so haben wir:

1) den Kolbenweg während des Dampfzuflusses oder beim Eintritt der Dampfabsperrung:

$$s_1 = (1 - cos.\ \varphi_1)\ r - 0{,}1\ (sin.\ \varphi_1)^2\ r$$
$$= [1 - cos.\ 126^0, 25' - 0{,}1\ (sin.\ 126^0, 25')^2]\ r$$
$$= (1 + 0{,}5937 + 0{,}0648)\ r = 1{,}5289\ r \text{ oder } 1{,}6585\ r.$$

2) den Kolbenweg beim Eintritt des Dampfausblasens:

$$s_2 = (1 - cos.\ \varphi_2)\ r - 0{,}1\ (sin.\ \varphi_2)^2\ r$$
$$= [1 - cos.\ 155^0, 45' \mp 0{,}1\ (sin.\ 155^0, 45')^2]\ r$$
$$= (1 + 0{,}9118 \mp 0{,}0169)\ r = 1{,}8949\ r \text{ oder } 1{,}9287\ r.$$

Es ist folglich der Weg während der Expansion:

$$s_2 - s_1 = 1{,}8949\ r - 1{,}5289\ r = 0{,}3660\ r,$$

oder:

$$= 1{,}9287\ r - 1{,}6585\ r = 0{,}2702\ r,$$

und das Expansionsverhältniß:

$$\varepsilon = \frac{s_2}{s_1} = \frac{1{,}8949\ r}{1{,}5289\ r} = 1{,}239 \text{ oder } \frac{1{,}9287}{1{,}6585} = 1{,}163.$$

Schieberbewegung.

Ferner ist für den Rückgang des Kolbens:

3) der Kolbenweg beim Eintritt der Compression:

$$s_1 = [(1 + \cos. 35^0, 45') \pm 0{,}1 (\sin. 35^0, 45')^2]\, r$$
$$= (1 + 0{,}8116 \pm 0{,}0342)\, r = 1{,}8458\, r \text{ oder } 1{,}7774\, r$$

und der Kolbenweg bei Eröffnung des Dampfweges:

4) $$s_2 = [1 + \cos. 6^0, 25' \pm 0{,}1 (\sin\ 6^0, 25')^2]\, r$$
$$= (1 + 0{,}9937 \pm 0{,}0012)\, r = 1{,}9949\, r \text{ oder } 1{,}9925\, r.$$

Es ist folglich der Weg während der Compression:

$$s_2 - s_1 = 1{,}9949\, r - 1{,}8458\, r = 0{,}1487\, r$$

oder:

$$1{,}9925\, r - 1{,}7774\, r = 0{,}2151\, r,$$

und das Compressionsverhältniß:

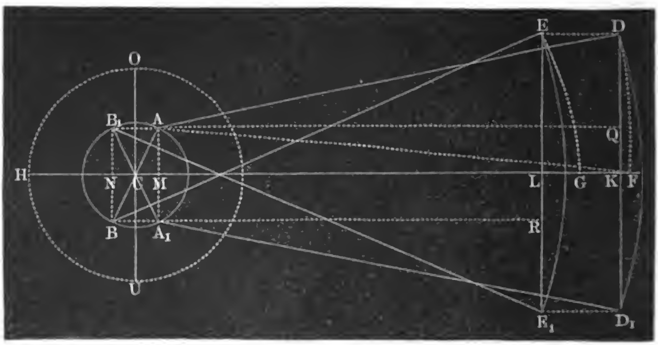
$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{1{,}9949}{1{,}8458} = 1{,}082, \text{ oder } = \frac{1{,}9925}{1{,}7774} = 1{,}21.$$

Der Arbeitsverlust, welchen die Vergrößerung des Gegendrucks in Folge dieser Compression verursacht, wird dadurch fast ganz wieder ausgeglichen, daß er eine ihm entsprechende Dampfersparniß veranlaßt.

Stephenson'sche Coulisse.

§. 280. Die Bewegungsverhältnisse eines Dampfschiebers mittels der Stephenson'schen Coulisse und doppelter Excentriks erfordern eine besondere Untersuchung. In Fig. 578 sei C die Triebaxe, HOU der

Fig. 578.



Warzen- und $AA_1\,B_1B$ der Excentrikkreis. Denken wir uns die Axe des Dampfcylinders um 90 Grad gedreht, nehmen wir also wieder an, daß der Dampfkolben auf- und niedergehe, während sich der Schieber hin- und herbewegt. Dann sind O und U die todten Punkte des Krummzapfens, wo sich die Krummzapfenwarze befindet, wenn der Dampfkolben an den Enden seines Weges steht, und sich der Schieber um das sogenannte Voreilen rechts oder links von seiner mittleren Stellung entfernt

hat. Trägt man den Winkel α des Voreilens in C zu beiden Seiten auf OU auf, so schneidet man von dem Excentrikkreise zwei Paar Punkte A und A_1, B und B_1 ab, in welchen die Mittelpunkte der beiden Excentriks stehen, wenn sich die Krummzapfenwarze in den todten Punkten befindet. Giebt man nun noch die Länge $l_1 = AD = A_1 D_1 = BE = B_1 E_1$ einer Excentrikstange und die halbe Länge $c = KD = KD_1 = LE = LE_1$ der Coulisse, so findet man die dieser Stellung des Krummzapfens entsprechende Coulissenstellung, wenn man in den Abständen $+ c$ und $- c$ zu beiden Seiten der Horizontalen CK Parallelen zu dieser Linie zieht und mit der Länge l_1 aus A und B die obere und aus A_1 und B_1 die untere Parallele durchschneidet. Verbindet man nun die oberen Durchschnittspunkte D und E mit den unteren Durchschnittspunkten D_1 und E_1, durch gerade Linien DD_1 und EE_1, so geben diese die Stellungen der Coulisse an, wenn die Warze des Krummzapfens in dem einen oder dem anderen todten Punkte O oder U ist. Stephenson'sche Coulisse.

Wenn beim Umsteuern die Coulisse so weit herabgelassen wird, daß D in die Horizontale CK kommt, so wird der in der Mitte K der Coulisse angreifende Schieberstangenkopf, und folglich auch der Schieber selbst, um einen gewissen Weg KF verschoben werden, wenn die Axe der Coulisse DKD_1 eine gerade Linie bildet. Dieser Weg ist:

$KF = CF - CK = CM + MF - (CM + AQ) = MF - AQ,$
insofern AM ein Perpendikel auf CK und AQ eine Parallele zu CK bezeichnet. Nun ist aber:

$$MF = \sqrt{\overline{AF^2} - \overline{AM^2}} = \sqrt{l_1^2 - (r_1 \cos.\alpha)^2} = l_1 - \frac{(r_1 \cos.\alpha)^2}{2\, l_1} + \cdots$$

und

$$AQ = \sqrt{\overline{AD^2} - \overline{DQ^2}} = \sqrt{l_1^2 - (DK - AM^2)} =$$
$$= \sqrt{l_1^2 - (c - r_1 \cos.\alpha)^2} = l_1 - \frac{(c - r_1 \cos.\alpha)^2}{2\, l_1} = l_1 - \frac{c^2}{2\, l_1} + \frac{c\, r_1 \cos.\alpha}{l_1} - \left(\frac{r_1 \cos.\alpha}{2\, l_1}\right)^2.$$

Daher haben wir annähernd:

$$KF = \frac{c^2}{2\, l_1} - \frac{c\, r_1 \cos.\alpha}{l_1}.$$

Denselben Werth für KF erhalten wir natürlich auch für das Aufziehen der Coulisse um c, wo dann D_1 nach F kommt. Anders ist es aber bei der gekreuzten Stellung der Excentrikstangen, wo die eine Stange die Lage BE und die andere die Lage $B_1 E_1$ hat. Wenn man hier E nach G herabläßt, so hat man den entsprechenden Weg des Schiebers:

Stephenson'sche Coulisse.

$$LG = NG - BR,$$

insofern BN ein Loth auf CK und BR eine Parallele zu CK ist.

Nun hat man aber:

$$NG = \sqrt{\overline{BG}^2 - \overline{BN}^2} = \sqrt{l_1^2 - (r_1 \cos.\alpha)^2} = l_1 - \frac{r_1^2 \cos.\alpha^2}{2 l_1} + \ldots$$

und

$$BR = \sqrt{\overline{BE}^2 - \overline{ER}^2} = \sqrt{\overline{BE}^2 - (EL + NB)^2} =$$

$$= \sqrt{l_1^2 - (c + r_1 \cos.\alpha)^2} = l_1 - \frac{(c + r_1 \cos.\alpha)^2}{2 l_1} = l_1 - \frac{c^2}{2 l_1}$$

$$- \frac{c r_1 \cos.\alpha}{l_1} - \frac{r_1^2 \cos.\alpha^2}{2 l_1},$$

daher ist

$$LG = \frac{c^2}{2 l_1} + \frac{c r_1 \cos.\alpha}{l_1}$$

zu setzen.

Jedenfalls ist zu wünschen, daß sowohl beim Niederlassen als auch beim Heben der Coulisse der Schieber so wenig wie möglich verschoben werde, und deshalb macht man die Coulisse auch nicht geradlinig, sondern man krümmt sie nach einem gewissen Halbmesser z. Diesem Halbmesser und der halben Sehne $KD = LE = c$ entspricht die Bogenhöhe:

$$KF = LG = \frac{c^2}{2 z} \text{ (s. Ingen. Geometrie S. 234);}$$

sollte daher bei der gedachten Coulissenverstellung der Schieber in seiner Stellung beharren und also auch das Voreilen unverändert bleiben, so müßte $\frac{c^2}{2 z}$ jedem der obigen Werthe für KF und LG gleich sein. Da nun aber diese Werthe selbst nicht unter sich gleich sind, so ist wenigstens zu fordern, daß die Abweichung möglichst klein und deshalb $\frac{c^2}{2 z}$ bei der einen Stangenstellung eben so viel zu groß als im anderen zu klein sei. Hiernach ist also:

$$\frac{c^2}{2 z} - KF = LG - \frac{c^2}{2 z}, \text{ d. i.}$$

$$\frac{c^2}{z} = KF + LG = \frac{c^2}{l_1},$$

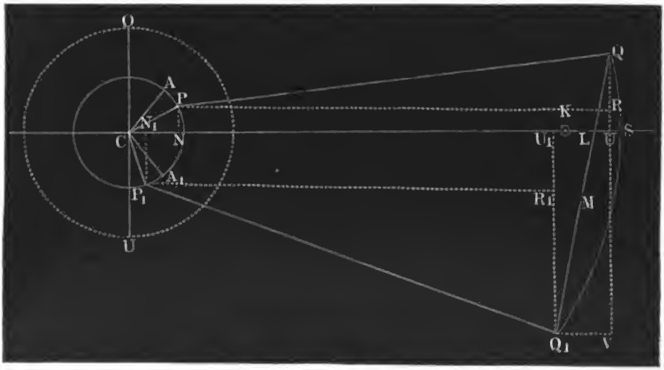
folglich $z = l_1$, d. i. der Krümmungshalbmesser der Coulisse der Stangenlänge gleich zu machen. Die entsprechende Schieberverschiebung oder Veränderung des Voreilens ist dann:

$$x = \frac{c^2}{2 z} - \left(\frac{c^2}{2 l_1} \mp \frac{c r_1 \cos.\alpha}{l_1}\right) = \pm \frac{c r_1 \cos.\alpha}{l_1},$$

z. B. für $\frac{c}{l_1} = {}^1/_4$ und $\cos.\alpha = \cos.\, 30^0 = 0{,}866$, $x = 0{,}217\, r_1$.

§. 281. Die Abhängigkeit zwischen der Bewegung des Schiebers und der des Krummzapfens ist bei der Stephenson'schen Coulisse viel complicirter, als bei den einfachen Excentriks, und läßt sich nur unter der Voraussetzung, daß die Länge $CA = r_1$ des Excentrikarmes klein sei gegen die Coulissenlänge $2c$ und daß diese wieder klein sei gegen die Stangenlänge l_1, durch eine geschlossene Formel ausdrücken. Setzen wir wieder den Winkel des Voreilens $OCA = UCA_1$, Fig. 579, $= \alpha$, und neh- Stephenson'sche Coulisse.

Fig. 579.



men wir an, daß sich die Kurbelwarze um den veränderlichen Winkel $ACP = A_1CP_1 = \varphi$ gedreht habe, wobei die eine Excentrikstange PQ in die Neigung $QPR = \delta$, und die andere Excentrikstange P_1Q_1 in die Neigung $Q_1P_1R_1 = \delta_1$ gekommen ist, und die Coulisse QMQ_1 um den Winkel $Q_1QV = \psi$ von der Vertikalen QV abweicht. Behalten wir die übrigen Bezeichnungen des vorigen Paragraphen bei und denken wir uns noch die Coulisse so weit herabgelassen, daß der Mittelpunkt M der Coulisse um die Höhe $ML = y$ unter der Horizontalen CS zu liegen kommt.

Es ist dann die Horizontalprojection von CPQ:

$$CU = CN + PR = CP\, cos.\, PCN + \sqrt{\overline{PQ}^2 - \overline{QR}^2}$$
$$= r_1\, sin.\, (\alpha + \varphi) + \sqrt{l_1^2 - [c - y - r_1\, cos.\, (\alpha + \varphi)]^2},$$

annähernd

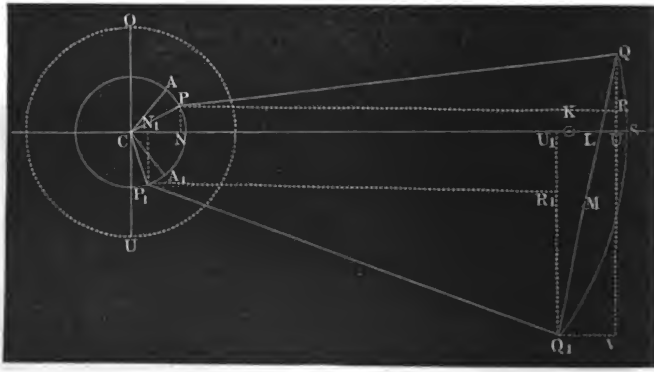
$$= r_1\, sin.\, (\alpha + \varphi) + l_1 - \frac{[c - y - r_1\, cos.\, (\alpha + \varphi)]^2}{2\, l_1},$$

und dagegen die Horizontalprojection von CP_1Q_1:

Stephenson'sche Coulisse.

$$CU_1 = CN_1 + P_1R_1 = CP_1 \cos. P_1CN_1 + \sqrt{\overline{P_1Q_1}^2 - \overline{Q_1R_1}^2}$$
$$= r_1 \sin. (\alpha - \varphi) + l_1 - \frac{[c + y - r_1 \cos. (\alpha - \varphi)]^2}{2\, l_1}.$$

Fig. 580.



Die Differenz dieser beiden Projectionen CU und CU_1 giebt nun die Horizontalprojection der Coulisse:

$$Q_1V = CU - CU_1 = r_1 [\sin. (\alpha + \varphi) - \sin. (\alpha - \varphi)]$$
$$- \frac{[c - y - r_1 \cos. (\alpha + \varphi)]^2 - [c + y - r_1 \cos. (\alpha - \varphi)]^2}{2\, l_1}$$
$$= 2\, r_1 \cos. \alpha \sin. \varphi$$
$$- \frac{-4cy + 2cr_1[\cos.(\alpha - \varphi) - \cos.(\alpha + \varphi)] + 2yr_1[\cos.(\alpha - \varphi) + \cos.(\alpha + \varphi)]}{2\, l_1}$$
$$= 2\, r_1 \cos. \alpha \sin. \varphi + \frac{2\, cy}{l_1} - \frac{2\, cr_1}{l_1} \sin. \alpha \sin. \varphi - \frac{2\, yr_1}{l_1} \cos. \alpha \cos. \varphi.$$

Durch die Proportion:

$$\frac{LU}{Q_1V} = \frac{QL}{QQ_1} = \frac{QU}{QV}$$

erhalten wir nun die Horizontalprojection desjenigen Coulissenstückes QL, welches sich über der Horizontalen CS befindet:

$$LU = \frac{QL}{QQ_1} \cdot Q_1V$$
$$= \frac{c - y}{2\, c}\left(2r_1 \cos. \alpha \sin. \varphi + \frac{2\, cy}{l_1} - \frac{2\, cr_1 \sin. \alpha \sin. \varphi}{l_1} - \frac{2yr_1}{l_1} \cos. \alpha \cos. \varphi\right).$$

Ziehen wir diese Linie LU von

$$CU = r_1 \sin.(\alpha + \varphi) + l_1 - \frac{c^2}{2 l_1} - \frac{y^2}{2 l_1} + \frac{c y}{l_1} + \frac{c r_1}{l_1} \cos.(\alpha + \varphi) - \frac{y r_1}{l_1} \cos.(\alpha + \varphi)$$

Stephenson'sche Coulisse.

ab, so erhalten wir den Horizontalabstand des Coulissenpunktes L von der Umdrehungsaxe:

$$CL = r_1 \sin.(\alpha + \varphi) + l_1 - \frac{c^2}{2 l_1} + \frac{y^2}{2 l_1} - \frac{(c - y) r_1}{c} \cos.\alpha \sin.\varphi + (c^2 - y^2) \frac{r_1}{c l_1} \cos.\alpha \cos.\varphi.$$

Um nun noch den Abstand des Angriffspunktes S der Schieberstange von der Umdrehungsaxe zu finden, müssen wir noch

$$LS = \frac{(c - y)^2}{2 l_1} = \frac{c^2}{2 l_1} + \frac{y^2}{2 l_1} - \frac{c y}{l_1}$$

addiren, und dann folgt:

$$CS = r_1 \sin.(\alpha + \varphi) + l_1 - \frac{(c - y) y}{l_1} - \frac{(c - y) r_1}{c} \cos.\alpha \sin.\varphi + \frac{(c^2 - y^2) r_1}{c l_1} \cos.\alpha \cos.\varphi,$$

oder, wenn wir im Abstande

$$CK = k = l_1 - \frac{(c - y) y}{l_1}$$

den festen Punkt K annehmen, und den Abstand $KS = CS - CK$ mit x bezeichnen:

$$x = r_1 \sin.(\alpha + \varphi) - \frac{(c - y) r_1}{c} \cos.\alpha \left(\sin.\varphi - \frac{c + y}{l_1} \cos.\varphi\right).$$

Setzt man in dieser Formel statt φ, $180^0 + \varphi$, so erhält man:

$$x = -\left[r_1 \sin.(\alpha + \varphi) - \frac{(c - y) r_1}{c} \cos.\alpha \left(\sin.\varphi - \frac{c + y}{l_1} \cos.\varphi\right)\right],$$

also genau den entgegengesetzten Werth, woraus folgt, daß der Angriffspunkt S der Steuerstange während einer Umdrehung der Kurbelwarze zu beiden Seiten des Punktes vollkommen symmetrisch hin- und herschwingt. Diese Formel für die Bewegung des Dampfschiebers gilt nicht allein für ein vollständiges Kolbenspiel, d. i. sowohl für den Niedergang als auch für den Aufgang, sondern auch für die Bewegung der Maschine in entgegengesetzter Richtung. Um letztere zu erhalten, giebt man beim mittleren Kolbenstande der Coulisse die entgegengesetzte Stellung, wobei die eine Excentrikstange an die Stelle der anderen tritt und folglich in der Bewegung des Schiebers nichts geändert wird. Anders ist dagegen das Bewegungsverhältniß, wenn gleich von vornherein die Excentrikstangen gekreuzt sind. Es ist in diesem Falle:

Stephenson'sche Coulisse.

$Q R = c + y + r_1 \cos. (\alpha + \varphi)$ anstatt $c - y - r_1 \cos. (\alpha + \varphi)$ und

$Q_1 R_1 = c - y + r_1 \cos. (\alpha - \varphi)$ anstatt $c + y - r_1 \cos. (\alpha - \varphi)$, und in Folge dessen

$$x = r_1 \sin. (\alpha + \varphi) - \frac{(c - y) r_1}{c} \cos. \alpha \left(\sin. \varphi + \frac{c + y}{l_1} \cos. \varphi\right).$$

§. 282. Setzt man in den vorstehenden Hauptformeln $y = 0$, nimmt man also an, daß die Coulisse weder gehoben noch niedergelassen sei, sondern ihre mittlere Aufhängung einnehme, so hat man:

$$x = r_1 \sin. (\alpha + \varphi) - r_1 \cos. \alpha \sin. \varphi \pm \frac{r_1 c}{l_1} \cos. \alpha \cos. \varphi$$
$$= \left(\sin. \alpha \pm \frac{c}{l_1} \cos. \alpha\right) r_1 \cos. \varphi.$$

Dieser Ausdruck giebt für $\varphi = 0$ Grad:

$$x = \left(\sin. \alpha \pm \frac{c}{l_1} \cos. \alpha\right) r_1,$$

für $\varphi = 180$ Grad:

$$x = -\left(\sin. \alpha \pm \frac{c}{l_1} \cos. \alpha\right) r_1,$$

und für $\varphi = 90$ Grad und 270 Grad:

$$x = 0;$$

es durchläuft folglich bei dieser Aufhängung der Coulisse der Schieber während einer Umdrehung des Krummzapfens den kleinen Weg

$$s = 2 \left(\sin. \alpha \pm \frac{c}{l_1} \cos. \alpha\right) r_1$$

hin und zurück. Das Voreilen des Schiebers:

$$x = \pm \left(\sin. \alpha \pm \frac{c}{l_1} \cos. \alpha\right) r_1$$

ist zugleich der Weg des Schiebers zu beiden Seiten seiner Mittellage, und es findet folglich die Eröffnung des Dampfweges nur auf einen Augenblick lang statt.

Nimmt man ferner $y = c$, hängt man also die Coulisse so, daß der Angriffspunkt der einen Excentrikstange mit dem Angriffspunkt der Steuerstange in ein Niveau kommt, so hat man:

$$x = r_1 \sin. (\alpha + \varphi),$$

und dann bewegt sich der Schieber genau so, als wenn er bloß von einem Excentrik geführt würde, und wie wir bereits aus §. 279 kennen.

Die Hauptformel:

$$x = r_1 \sin. (\alpha + \varphi) - \frac{(c - y)}{c} r_1 \cos. \alpha \left(\sin. \varphi \mp \frac{c + y}{l_1} \cos. \varphi\right),$$

worin das obere Zeichen für Excentriks mit geöffneten Stangen und das untere für solche mit gekreuzten Stangen gilt, läßt sich auch auf folgende Weise schreiben: Stephenson'sche Coulisse

$$x = r_1 \sin.\alpha \cos.\varphi + \frac{r_1 y}{c} \cos.\alpha \sin.\varphi \pm \frac{r_1 (c^2 - y^2)}{c l_1} \cos.\alpha \cos.\varphi,$$

oder:

$$x = \frac{r_1 y}{c} \cos.\alpha \sin\varphi + \left(\sin.\alpha \pm \frac{c^2 - y^2}{c l_1} \cos.\alpha\right) r_1 \cos.\varphi.$$

Bezeichnen wir $\frac{r_1 y}{c} \cos.\alpha$ durch p und $r_1\left(\sin.\alpha \pm \frac{c^2 - y^2}{c l_1} \cos.\alpha\right)$ durch q, so können wir einfach

$$x = p \sin.\varphi + q \cos.\varphi$$

setzen, und nun sehr leicht übersehen, daß dieser Schieberweg = Null ist, für $p \sin.\varphi = - q \cos.\varphi$, d. i. für

$$\tang.\varphi = -\frac{q}{p} = -\frac{c}{y}\left(\tang.\alpha \pm \frac{c^2 - y^2}{c l_1}\right).$$

Dagegen ist dieser Weg ein Maximum für:

$$\tang.\varphi = \frac{p}{q} = \frac{y}{c\left(\tang.\alpha \pm \frac{c^2 - y^2}{c l_1}\right)}, \text{ oder}$$

$$\sin.\varphi = \frac{y}{\sqrt{y^2 + c^2\left(\tang.\alpha \pm \frac{c^2 - y^2}{c l_1}\right)^2}} \text{ und}$$

$$\cos.\varphi = \frac{c\left(\tang.\alpha \pm \frac{c^2 - y^2}{2c}\right)}{\sqrt{y^2 + c^2\left(\tang.\alpha \pm \frac{c^2 - y^2}{c l_1}\right)^2}}.$$

Der entsprechende Maximalwerth ist:

$$x = \frac{r_1 \cos.\alpha}{c} \sqrt{y^2 + c^2\left(\tang.\alpha \pm \frac{c^2 - y^2}{c l_1}\right)^2}.$$

Die Hauptaufgabe besteht in der Bestimmung des Drehungswinkels φ aus dem gegebenen Schieberwege; es ist also nöthig, die Grundgleichung $x = p \sin.\varphi + q \cos.\varphi$ in Hinsicht auf φ aufzulösen.

Setzen wir

$$\sin.\varphi = \frac{\tang\varphi}{\sqrt{1 + \tang.\varphi^2}} \text{ und } \cos.\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tang.\varphi^2}}$$

ein und quadriren wir diese Gleichung, so erhalten wir Folgendes:

Stephenson'sche Coulisse.

$$(1 + tang\,\varphi^2)\,x^2 = p^2\,tang.\,\varphi^2 + 2\,p\,q\,tang.\,\varphi + q^2,$$

oder:

$$(x^2 - p^2)\,tang.\,\varphi^2 - 2\,p\,q\,tang.\,\varphi = q^2 - x^2,$$

so daß nun

$$tang.\,\varphi = \frac{pq \pm x\sqrt{p^2 + q^2 - x^2}}{x^2 - p^2}$$

folgt.

Hiernach haben wir also für die Schieberstellung, welche dem Wege x entspricht, zwei Winkel φ_1 und φ_2, welche durch die Gleichungen:

$$tang\,\varphi_1 = \frac{pq - x\sqrt{p^2 + q^2 - x^2}}{x^2 - p^2}$$

und

$$tang.\,\varphi_2 = \frac{pq + x\sqrt{p^2 + q^2 - x^2}}{x^2 - p^2}$$

bestimmt sind.

Von den beiden Werthen des Winkels φ, welche jede dieser Gleichungen giebt, gilt der eine für den positiven und der andere für den negativen Werth von x, weil die Grundgleichung auf positive und negative Werthe von x zugleich anwendbar ist.

Noch folgt aus den beiden letzten Gleichungen:

$$tang.\,\varphi_1 + tang.\,\varphi_2 = \frac{2\,p\,q}{x^2 - p^2}$$

und

$$tang.\,\varphi_1\,tang.\,\varphi_2 = \frac{x^2 - q^2}{x^2 - p^2},$$

woraus sich wieder

$$tang.\,(\varphi_1 + \varphi_2) = \frac{tang.\,\varphi_1 + tang.\,\varphi_2}{1 - tang.\,\varphi_1\,tang.\,\varphi_2} = \frac{2\,p\,q}{q^2 - p^2}$$

ergiebt.

Hiernach ist die Summe $\varphi_1 + \varphi_2$ der beiden Drehungswinkel, bei welchen der Schieber dieselbe Stellung auf dem Hin- und Rückwege einnimmt, gar nicht vom Wege x abhängig, also constant, und folglich auch der Drehungswinkel für die extreme Stellung des Schiebers:

$$\omega = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}, \text{ sowie}$$

$$\omega - \varphi_1 = \varphi_2 - \omega,$$

d. i. der Drehungswinkel, während der Schieber von irgend einer Stellung bis zum Ende seines Weges gelangt, eben so groß als der Drehungswinkel, bei welchem derselbe aus der letzteren Stellung in die erstere zurückkehrt.

Behalten wir die in §. 279 gebrauchten Bezeichnungen bei, so können wir auch hier die dem Schieberwege x_1 entsprechende äußere Schiebereröffnung: Stephenson'sche Coulisse.

$$z_1 = x_1 - [(a_1 - a) + (b_1 - b)],$$

und dagegen die dem Schieberwege x_2 zugehörige innere Schiebereröffnung:

$$z_2 = x_2 - (a_1 - a)$$

setzen.

Auch erhalten wir durch Nullsetzen von z_1 und z_2 diejenigen Schieberwege, bei welchen sowohl die äußere als auch die innere Eröffnung eintritt, nämlich:

$$x_1 = a_1 - a + b_1 - b \text{ und}$$
$$x_2 = a_1 - a.$$

Führen wir endlich diese Werthe für x in die obigen Gleichungen für $tang.\ \varphi_1$ und $tang.\ \varphi_2$ ein, so können wir nicht allein die entsprechenden Drehungswinkel φ_1 und φ_2 der Kurbelwelle, sondern auch den entsprechenden Kolbenweg:

$$s = r\,(1 - cos.\ \varphi) \mp \frac{r^2}{2\,l}\,(sin.\ \varphi)^2,$$

und folglich auch die Dampfmenge, den Expansionsgrad u. s. w. bestimmen.

Beispiel. Für die Stephenson'sche Coulissensteuerung einer Locomotive sei wieder (s. Beispiel in §. 279) das Voreilen des Excentriks:

$$\alpha = 30 \text{ Grad},$$

die äußere Schieberbedeckung:

$$x_1 = a_1 - a + b_1 - b = (-0{,}1 + 0{,}5)\,r_1 = 0{,}4\,r_1,$$

und die innere Schieberbedeckung:

$$x_2 = a_1 - a = -0{,}1\ .\ r_1;$$

ferner sei die halbe Coulissenlänge $c = 4\,r_1$, die Länge einer Excentrikstange $l_1 = 4\,c = 16\,r_1$, und die Senkung der Coulisse unter ihrem mittleren Stande $y = \frac{3}{4}\,c$.

Dann haben wir:

$$p = \frac{r_1\,y}{c}\,cos.\ \alpha = \tfrac{3}{4}\,r_1\ cos.\ \alpha = 0{,}64952\,r_1, \text{ und}$$

$$q = r_1\left(sin.\ \alpha \pm \frac{c^2 - y^2}{c\,l_1}\,cos.\ \alpha\right) = r_1\ [sin.\ 30^0 \pm \tfrac{1}{4}\,(1 - \tfrac{9}{16})\ cos.\ 30^0$$
$$= (0{,}5 \pm 0{,}09472)\,r_1, \text{ und zwar}$$
$$q = 0{,}59472\,r_1 \text{ für geöffnete und}$$
$$q = 0{,}40528\,r_1 \text{ für gekreuzte Excentrikstangen.}$$

Stephenson'sche Coulisse.

I. Bei dem ersteren Steuerungsmechanismus, also bei über einander liegenden Excentrikstangen, ist nun

1) für die Winkel, bei welchen der Dampfzutritt beginnt oder aufhört:

$$tang.\ \varphi = \frac{pq \mp x\sqrt{p^2 + q^2 - x^2}}{x^2 - p^2} = \frac{0{,}38628 \mp 0{,}4\sqrt{0{,}61556}}{-(0{,}42187 - 0{,}16)}$$

$$= \frac{0{,}38628 \mp 0{,}31383}{-0{,}26187} = -\frac{0{,}07245}{0{,}26187} = -0{,}27667, \text{ oder}$$

$$= -\frac{0{,}70011}{0{,}26187} = -2{,}6735, \text{ und hiernach}$$

$$\varphi_1 = -15^0, 28' \text{ und } \varphi_2 = 180^0 - 69^0, 29\tfrac{1}{2}' = 110^0, 30\tfrac{1}{2}'.$$

Bei dem ersten Winkel tritt die Admission und bei dem zweiten die Absperrung des Dampfes ein.

2) Für die Winkel, bei welchen der Dampfaustritt aufhört und beginnt, ist dagegen:

$$tang.\ \varphi = \frac{0{,}38628 \pm 0{,}1\sqrt{0{,}76556}}{-(0{,}42187 - 0{,}01)} = \frac{0{,}38628 \pm 0{,}08749}{-0{,}41187}$$

$$= -\frac{0{,}47377}{0{,}41187} = -1{,}15030, \text{ oder}$$

$$= -\frac{0{,}29979}{0{,}41187} = -0{,}72788;$$

und hiernach ist der Drehungswinkel für das Ende des Ausblasens:

$$\varphi_1 = -49^0, 0'$$

und der Drehungswinkel für den Anfang desselben:

$$\varphi_2 = 180^0 - 36^0, 3' = 143^0, 57'.$$

II. Bei dem Steuerungsmechanismus mit gekreuzten Excentrikstangen ist dagegen:

1) Für die Winkel beim Anfang und Ende des Dampfzutrittes:

$$tang.\ \varphi = \frac{0{,}26324 \mp 0{,}4\sqrt{0{,}42613}}{-0{,}26187} = \frac{0{,}26324 \mp 0{,}26112}{-0{,}26187}$$

$$= -\frac{0{,}00212}{0{,}26187} = -0{,}008096 \text{ oder}$$

$$= -\frac{0{,}52436}{0{,}26187} = -2{,}00235, \text{ und hiernach}$$

$$\varphi_1 = -0^0, 27\tfrac{1}{2}' \text{ und } \varphi_2 = 180^0 - 63^0, 28' = 116^0, 32'.$$

2) Für die Winkel beim Ende und Anfang des Ausblasens:

$$tang.\ \varphi = \frac{0{,}26324 \pm 0{,}1\sqrt{0{,}57613}}{-0{,}41187} = \frac{0{,}26324 \pm 0{,}07590}{-0{,}41187}$$

$$= -\frac{0{,}33914}{0{,}41187} = -0{,}82342 \text{ oder}$$

$$= -\frac{0{,}18734}{0{,}41187} = -0{,}45486, \text{ und hiernach}$$

$$\varphi_1 = -39^0, 28' \text{ und } \varphi_2 = 180^0 - 24^0, 27\tfrac{1}{2}' = 155^0, 32\tfrac{1}{2}'.$$

Nehmen wir nun wieder an, daß die Länge l der Kurbelstange fünf Mal so groß sei als die Länge r des Kurbelarmes, so erhalten wir folgende Beziehungen zwischen der Bewegung des Dampfkolbens und der des Dampfschiebers.

I. Bei der Coulissensteuerung mit offenen Excentrikstangen. Stephenson'sche Coulisse.

1) De Kolbenweg während des Dampfzuflusses oder beim Momente des Absperrens:

$$s_1 = [(1 - \cos. \varphi_1 \mp 0{,}1 \ (\sin. \varphi_1)^2] r$$
$$= [1 - \cos. 110^0, 30\tfrac{1}{2}' \mp 0{,}1 \ (\sin. 110^0, 30\tfrac{1}{2}')^2] r$$
$$= (1 + 0{,}3503 \mp 0{,}0877) r = 1{,}2626 r \text{ oder } 1{,}4380 r.$$

2) Der Kolbenweg am Ende der Expansion oder beim Eintritt des Ausblasens:

$$s_2 = [1 - \cos. 143^0, 57' \mp 0{,}1 \ (\sin. 143^0, 57')^2] r$$
$$= (1 + 0{,}8085 \mp 0{,}0346) r = 1{,}7739 r \text{ oder } 1{,}8431 r.$$

Es ist folglich der Weg während der Expansion:

$$s_2 - s_1 = 1{,}7739 r - 1{,}2626 r = 0{,}5113 r, \text{ oder}$$
$$= 1{,}8431 r - 1{,}4380 r = 0{,}4051 r,$$

und das Expansionsverhältniß:

$$\varepsilon = \frac{s_2}{s_1} = \frac{1{,}7739}{1{,}2626} = 1{,}406 \text{ oder } = \frac{1{,}8431}{1{,}4380} = 1{,}282.$$

Ferner ist der Kolbenweg am Ende des Ausblasens oder beim Eintritt der Compression:

3) $s_1 = [(1 + \cos. 49^0, 0') \pm 0{,}1 \ (\sin. 49^0, 0')^2] r$

$$= (1 + 0{,}6561 \pm 0{,}0570) r = 1{,}7131 r \text{ oder } 1{,}5991 r,$$

und der Kolbenweg bei Eröffnung des Dampfweges:

4) $s_2 = [(1 + \cos. 15^0, 28') \pm 0{,}1 \ (\sin. 15^0, 28')^2] r$

$$= (1 + 0{,}9638 \pm 0{,}0071) r = 1{,}9709 r \text{ oder } 1{,}9567 r;$$

folglich der Weg während der Compression:

$$s_2 - s_1 = 1{,}9709 r - 1{,}7131 r = 0{,}2578 r, \text{ oder}$$
$$= 1{,}9567 r - 1{,}5991 r = 0{,}3576 r,$$

und das Compressionsverhältniß:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{1{,}9709}{1{,}7131} = 1{,}150 \text{ oder } = \frac{1{,}9567}{1{,}5991} = 1{,}223.$$

II. Bei der Coulissensteuerung mit gekreuzten Excentrikstangen:

1) Der Kolbenweg im Momente des Dampfabsperrens:

$$s_1 = [1 - \cos. 116^0, 32' \mp 0{,}1 \ (\sin. 116^0, 32')^2] r$$
$$= (1 + 0{,}4467 \mp 0{,}0800) r = 1{,}3667 r \text{ oder } 1{,}5267 r.$$

2) Der Kolbenweg beim Anfang des Dampfablassens:

$$s_2 = [1 - \cos. 155^0, 32\tfrac{1}{2}' \mp 0{,}1 \ (\sin. 155^0, 32\tfrac{1}{2}')^2] r$$
$$= (1 + 0{,}9103 \mp 0{,}0171) r = 1{,}8932 r \text{ oder } = 1{,}9274 r.$$

Es ist daher der Weg während der Expansion:

$$s_2 - s_1 = 1{,}8932 r - 1{,}3667 r = 0{,}5265 r, \text{ oder}$$
$$= 1{,}9274 r - 1{,}5267 r = 0{,}4007 r$$

und das Expansionsverhältniß:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{1{,}8932}{1{,}3667} = 1{,}385, \text{ oder } = \frac{1{,}9274}{1{,}5267} = 1{,}262.$$

Stephenson'sche Coulisse.

3) Der Kolbenweg beim Eintritt der Luftcompression:

$$s_1 = [1 + \cos. 39^0, 28' \pm 0{,}1\ (\sin. 39^0, 28')^2]\ r$$
$$= (1{,}7720 \pm 0{,}0404) = 1{,}8124\ r \text{ oder } 1{,}7316\ r, \text{ und}$$

4) der Kolbenweg beim Eintritt der Dampfadmission:

$$s_2 = [1 + \cos. 0^0, 27\tfrac{1}{2}' \pm 0{,}1\ (\sin. 0^0, 27\tfrac{1}{2}')^2]\ 2\ r.$$

Hiernach folgt der Weg während der Compression:

$$s_2 - s_1 = 2r - 1{,}8124\,r = 0{,}1876\,r \text{ oder } 2\,r - 1{,}7316 = 0.2684\,r$$

und das Compressionsverhältniß:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{2}{1{,}8124} = 1{,}104 \text{ oder } 1{,}155. \text{ (Vergl. Beispiel zu §. 279).}$$

Dampfwaggestelle.

§. 283. **Das Dampfwagengestelle** besteht in der Hauptsache aus zwei Langschwellen, welche durch zwei Querschwellen so mit einander verbunden sind, daß das Ganze eine Art Rahmen bildet, auf welchem nicht allein der Dampfkessel, sondern auch der ganze Bewegungsmechanismus des Wagens ruht. Dieser Rahmen stützt sich mittels Federn und der sogenannten **Schmierbüchsen** (franz. boites à graisse; engl. oilboxes) auf die Radaxen. Damit sich diese Schmierbüchsen oder Axenlager nicht in horizontaler Richtung verschieben können, sind die sogenannten **Axenhalter** oder **Leitungsplatten** (franz. plaques de garde; engl. guiding-plates) angebracht, welche durch Bolzen mit den Langschwellen fest verbunden werden und rectanguläre Schlitze bilden, in welche die Schmierbüchsen zu liegen kommen. Sind die Langschwellen von Holz, so bekleidet man sie zu beiden Seiten mit Blech; sehr gewöhnlich bestehen sie auch bloß aus Eisenblech; auch wendet man dann nicht selten zwei Paar Langschwellen an, und versieht das innere Paar mit den Leitungsplatten für die Treib-, das äußere Paar aber mit Leitungsplatten für die beiden anderen Radaxen. Die **vordere Querschwelle** ist in der Regel von Holz; sie hat eine Höhe von 12 bis 15 Zoll und eine Breite von 6 bis 9 Zoll und ist mittels Winkelblechen mit den Langschwellen verbunden. Sie trägt in ihrer Mitte den Haken zum Anhängen einer Zugkette und nahe an ihren Enden die sogenannten **Puffer** (franz. tampons de choc; engl. cushions, buffers), welche letztere dazu dienen sollen, einen möglichst elastischen Stoß zu erzeugen, wenn die Locomotive gegen ein Hinderniß stößt, und deshalb aus Polster von Hanfzöpfen oder Lederscheiben, Caoutschuk, Spiralfedern u. s. w. bestehen. Der **hintere Querriegel** besteht entweder ebenfalls aus Holz oder wird aus Eisenblech zusammengenietet; er trägt ebenfalls ein Paar Puffer sowie die sogenannte Sicherheitskette, womit der Tender angehangen wird.

Damit sich der Kessel der Locomotive ohne Nachtheil durch die Hitze ausdehnen könne, muß er auf den Langschwellen in der Längenrichtung ein wenig verschiebbar sein, und dies bewirkt man dadurch, daß man die Löcher für

die Bolzen, womit man den Kessel mit den Langschwellen verbindet, oval gestaltet. Diese Bolzen gehen aber nicht durch den Kessel selbst, sondern durch besondere Kesselträger aus Eisenblech, welche einerseits fest an den Kessel angenietet und andererseits auf die angegebene Weise mit den Langschwellen verbunden sind. Die Dampf-, Pumpencylinder u. s. w. sind mittels der an sie angegossenen Flantschen auf das Wagengestelle aufgebolzt. Dampfwagengestelle.

Die Schmierbüchsen liegen zwischen zwei Leitungsplatten und umfassen je eine Leitungsplatte zu beiden Seiten; sie sind in der Regel aus Gußeisen und enthalten ein Futter aus Bronze (82 Theile Kupfer und 18 Theile Zink), welches unmittelbar auf die Axenschenkel zu liegen kommt. Die Deckel, womit diese Büchsen von unten geschlossen werden, bestehen entweder aus Bronze oder aus Gußeisen und sind durch Bolzen mit den letzteren fest verbunden. Uebrigens ist die Verbindung dieser Theile der Schmierbüchsen wie bei den gewöhnlichen Zapfenlagern (s. III., §. 8, Fig. 18), auch sind in den Köpfen der Schmierbüchsen trichterförmige Vertiefungen zur Aufnahme der Schmiere angebracht, welche durch feine Löcher und Rinnen dem Umfange der Axenschenkel zugeführt wird.

Die Druckfedern, wodurch das Gewicht des Wagens auf die Schmierbüchsen übergetragen wird, bestehen 1) aus 10 bis 20 Stahlschienen von $^1/_4$ bis $^1/_2$ Zoll Stärke und 3 bis 4 Zoll Breite, 2) aus einem ringförmigen Zaume, welcher diese Schienen in der Mitte mit einander vereinigt, und 3) aus den Bolzen, wodurch das Ganze mit dem Wagengestelle verbunden ist. Von diesen Schienen haben nur zwei bis vier die volle Länge der ganzen Feder von 3 bis 5 Fuß, die übrigen nehmen nach der Reihe, wie sie über einander liegen, allmälig an Länge ab, so daß die ganze Feder in der Mitte 4 bis 7 Zoll und an den Enden nur 1 bis 2 Zoll hoch ist. Die Bogenhöhe dieser Federn ist gewöhnlich 3 bis 5 Zoll und nimmt bei einer Belastung von 50 bis 75 Centnern um 2 bis 3 Zoll zu. Die Druckfeder stützt sich mittels ihres Zaumes entweder von oben, oder, wie z. B. bei den Crampton'schen Locomotiven, von unten, auf das Axenlager oder die Schmierbüchse, und zwar entweder mittels eines kurzen senkrechten Bolzens, oder mittels eines ringförmigen Gliedes. Die Hängebolzen, wodurch das Wagengestelle mit den Federenden verbunden ist, gehen entweder durch die zu diesem Zwecke durchlochten Federenden hindurch und werden durch Schraube und Gegenschraube mit diesen fest verbunden, oder man versieht dieselbe noch mit Querbolzen und läßt dieselben von den Federenden umfassen.

§. 284. In Fig. 581 (a. f. S.) ist der Grundriß eines Dampfwagengestelles sammt den mit demselben verbundenen Bewegungsmechanismen

Dampfwagengestelle

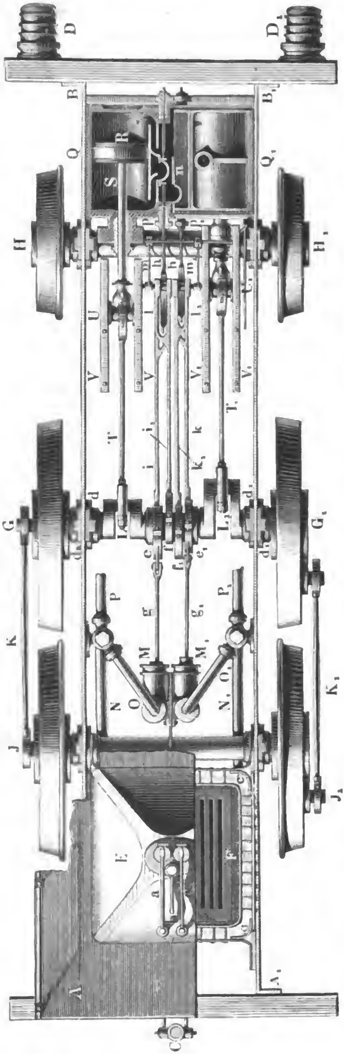


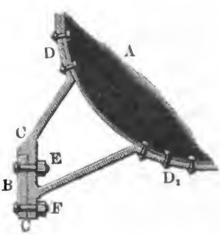
Fig. 581.

abgebildet. Man sieht in $A B$, $A_1 B_1$ die aus starkem Eisenblech bestehenden Langschwellen, sowie in $A A_1$ und $B B_1$ die hölzernen Querschwellen des Wagengestelles, ferner ist C die Sicherheitskette, womit der Wagenzug an die Locomotive angehangen wird, und es sind D, D_1 zwei Puffer auf der vorderen Querschwelle $B B_1$. Bei A ist ein Theil der Plattform, welche dem Locomotivenführer als Standpunkt dient, ferner bei E ein Theil des Dampfdomes und bei F ein Theil des Feuerrostes vor Augen geführt. Auch sieht man in a, a die beiden Sicherheitsventile, in b die Dampfpfeife, sowie in $c c$ den Wasserraum, womit der ganze Feuerkasten umgeben ist. Dieser Dampfwagen besteht aus sechs Rädern; es sind G, G_1 die Treibräder, und es ist $H H_1$ das vordere und $J J_1$ das hintere Räderpaar. Die letzteren Räder sind mit den Treibrädern durch die Stangen K, K_1 gekuppelt, weshalb diese Räderpaare vollkommen gleiche Durchmesser erhalten müssen und wodurch die Maschine zum Befahren ansteigender Bahnstrecken

geeigneter wird. Die Treibaxe $G\,G_1$ unterstützt das Wagengestelle mittels der zwischen den Leitungsplatten $d\,d$, $d_1\,d_1$ liegenden Zapfenlager; sie ist bei L und L_1 gekröpft und trägt in der Mitte zwei Paar Excentriks e, e_1 und f, f_1, welche zur Bewegung der Pumpenstangen g, g_1 und zur Bewegung der Dampfschieberstangen h, h_1 dienen. Was die Speisepumpen anlangt, so sind M, M_1 die Pumpencylinder, N, N_1 die mit dem Tender in Verbindung stehenden Saugröhren, O, O_1 die Communications- und P, P_1 die Steigröhren, welche das Speisewasser in den Kessel führen. Die Locomotive ist eine Stephenson'sche mit innen liegenden Dampfcylindern Q und Q_1, wovon der eine im Durchschnitt und der andere von außen gesehen wird. Man bemerkt in R einen Kolben und in S seine Stange, ferner in T, T_1 die einerseits an die Kröpfe L, L_1 der Treibaxe und andererseits an die Querarme U, U_1 der Kolbenstangen angeschlossenen Kurbelstangen und in V, V_1 die Leitungsrahmen dieser Querarme. Von den vier Excentrikstangen i, i_1 und k, k_1 gehören natürlich immer zwei und zwei einer und derselben Schieberstange h oder h_1 an; zur Verbindung dieser Stangen unter einander dienen die aus §. 277 bekannten Klauen l, l_1, und das Umsteuern wird mittels der Arme m, m_1 u. s. w. durch Heben oder Senken der Excentrikstangenenden bewirkt. Endlich sieht man noch bei n den einen Dampfschieber und bei p und p_1 die Stopfbüchsen der Schieberstangen. Dampfwagengestelle

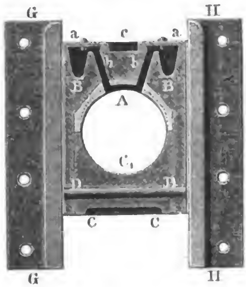
In folgenden Figuren 582, 583 und 584 sind noch einige Details des Wagengestelles vor Augen geführt. Fig. 582 zeigt die Verbindung des Dampfkessels A mit dem Gestellrahmen B durch eine starke Blechplatte $C\,C$, welche einerseits (bei D und D_1) auf den Kesselmantel aufgenietet und andererseits durch Schraubenbolzen E und F mit dem Gestellrahmen verbunden wird. Damit sich der Kessel in der Hitze ohne Nachtheil ausdehnen könne, sind die Bolzenlöcher nicht kreis-, sondern länglichrund. Fig. 583 (a. f. S.) giebt den Vertikal- und den Horizontaldurchschnitt einer Axenlagerung. Hier ist A das metallene Lagerfutter, welches unmittelbar auf die Radaxe zu liegen kommt, ferner B das eigentliche Zapfenlager oder die Schmierbüchse mit den Schmiertrögen a, a, den Schmierlöchern b, b und dem Lager c für den Bolzen der Druckfedern, und $C\,C_1\,C$ der Schutzdeckel des Zapfenlagers, welcher von unten in das letztere eingeschoben und in demselben durch den Bolzen $D\,D$ festgehalten wird. Die Langschwellen sind aus doppelten Eisenschie-

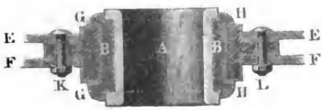
Fig. 582.



Dampfwagengestelle. nen *EE* und *FF* zusammengesetzt, und zwischen dieselben sind die Leitungsplatten oder Axenhalter *GG*, *HH* eingeschoben. Die feste Verbindung der letzteren mit den ersteren erfolgt durch die Bolzen *K*, *L* u. s. w., während die Verbindung der Schmierbüchse mit den Leitungsplatten nur durch Nuth und Falz bewirkt wird.

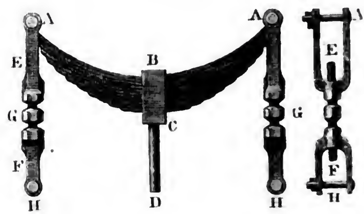
Fig. 583.





In Fig. 584 sind endlich noch zwei Ansichten einer Druckfeder ab-

Fig. 584.



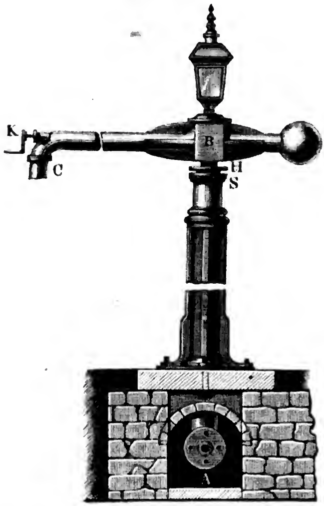
gebildet. *ABA* ist die Federschicht, und *BC* der Ring, wodurch die Federn fest mit einander verbunden sind, und welcher den Kopf des Bolzen *CD* bildet, womit die ganze Belastung der Feder auf die Schmierbüchse übergetragen wird.

Die Hängestangen, womit das Wagengestelle an die Federenden angehangen wird, bestehen hier aus zwei Bügeln *E* und *F*, welche durch eine doppelte Schraube *G* mit einander verbunden sind. Der eine Bügel *E* wird durch den Bolzen *A* mit der Feder und der andere Bügel *F* durch den Bolzen *H* mit der Langschwelle oder dem Gestellrahmen fest verbunden.

Tender. §. 285. Der **Tender** oder **Munitionswagen** für die Locomotive ist ein gewöhnlicher vierräderiger Eisenbahnwagen, welcher ein hufeisenförmiges Blechgefäß zur Aufnahme des Speisewassers sowie das zwischen demselben aufgeschüttete Feuerungsmaterial (Koks) trägt. Das Wasser wird dem Tender durch den sogenannten **Wasserkrahn** (franz. grue hydraulique; engl. water crane) zugeführt, welcher zur Seite der Eisenbahn steht und dessen röhrenförmiger Schnabel nach dem Tender herumgedreht werden muß, wenn es darauf ankommt, den letzteren mit Wasser zu versorgen. Die äußere Seitenansicht eines solchen Wasserkrahnes zeigt Fig. 585. Das durch die Röhre *A* zufließende Wasser steigt im hohlen Ständer *AB* empor, und strömt von da im Schnabel *BC* der Ausmün-

bung C zu. Zum Reguliren und Absperren des Wassers dient ein Ven- Tender.

Fig. 585.

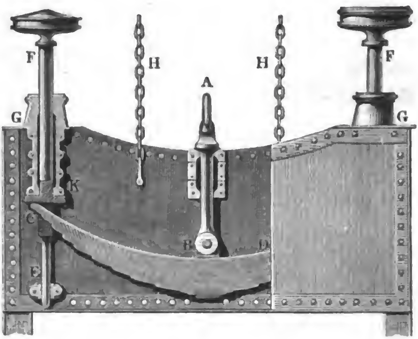


til in der Einmündung des Schnabels, welches durch eine Kurbel K in Bewegung gesetzt wird. Damit sich der Kopf mit dem Schnabel um die Axe des Ständers drehen lasse, ohne den wasserdichten Verschluß zu beeinträchtigen, ist bei S eine Stopfbüchse angebracht, durch welche der genau abgedrehte Hals H hindurchgeht.

Das Wasser fließt aus dem Krahne zunächst in einen Korb aus durchlochtem Kupferblech, worin die etwa mit dem Wasser zugeführten fremdartigen Körper, als Stroh- und Grashalme, Holzstückchen u. s. w. aufgefangen werden. Die Speiseröhre mündet in dem Vordertheile des Tenders ein und enthält zwei Ventile, wodurch der Eintritt des Wassers in diese Röhre regulirt werden kann. Das Aufdrücken und Zurückziehen dieser Ventile erfolgt durch Schraubenspindeln, welche durch Handhaben oder Kurbeln in Umdrehung gesetzt werden. Das Gestelle des Tenders ist von dem der Locomotive und der anderen Eisenbahnwagen nicht verschieden. Die Verbindung des Tenders mit der Locomotive erfolgt in der Regel durch eine sogenannte Spannstange und durch zwei Bolzen, welche durch die Enden dieser Stangen hindurch gehen, überdies aber auch noch durch zwei Sicherheitsketten, welche jedoch nur locker gespannt sein dürfen. Um die Stöße zwischen dem Dampfwagen und dem Tender so viel wie möglich unschädlich zu machen, stößt man sie außerdem noch mittels zwei Paar Puffer gegen einander. Auf ähnliche Weise hängt man auch die übrigen Wagen an einander. Die Puffer verbindet man in der Regel nicht unmittelbar mit dem Wagengestelle, sondern man versieht dieselben mit besonderen Stoßstangen, welche entweder auf die Enden einer Stahlfeder oder, wie z. B. bei den Maschinen von Crampton, mittels Kolben auf in Cylindern eingeschlossene Polster von Caoutschukscheiben wirken. Man giebt der Verbindung des Wagenzuges und des Tenders wohl

Tender. auch noch dadurch eine besondere Elasticität, daß man die Zugkette oder die Zugstange unmittelbar an die Stoßfedern anschließt. Eine solche elastische Anspannung des Wagenzuges führt Fig. 586 vor Augen. Die in einem Haken *A* auslaufende Zugstange *AB* umfaßt bei *B* das Mittel der in der Figur nur zum Theil sichtbaren Zugfeder *CD*, und diese greift mit ihren Enden in die zu diesem Zwecke mit je einem Auge *C* versehenen Stoßstangen *EF*. Letztere verschieben sich in cylindrischen Leitungen *G, G* und stemmen sich in Folge der Zugkraft mit besonderen Köpfen, wie *K*, gegen die Endflächen dieser Leitungen. Stoßen die Puffer *F, F* des Tenders mit den Puffern des folgenden Wagens zusammen, so schieben sich hingegen die Stoßstangen zurück und wirken mittels der Feder *CD* auf das Gestell des Tenders. In der Figur sieht man auch noch bei *H, H* die Sicherheitsketten.

Fig. 586.



Ein wichtiger Bestandtheil des Tenders ist noch das **Bremszeug**, durch welches der Dampfwagenzug in seiner Bewegung gemäßigt und aufgehalten werden kann (s. §. 165 ꝛc.). Der Tenderbrems besteht aus hölzernen Zirkelstücken, welche mit Hülfe eines Hebelwerkes so stark auf die Radumfänge gepreßt werden, daß dadurch die Räder an ihrer Umdrehung verhindert und genöthigt werden, sich auf der Schienenbahn gleitend zu bewegen, und folglich auch der ganze Tender die seinem Gewichte proportionale gleitende Reibung zu überwinden hat. Das An- und Losziehen der Hebel erfolgt in der Regel von dem Locomotivheizer mittels einer Kurbel, welche eine stehende Welle in Umdrehung setzt, die sich in einer Schraubenmutter bewegt und an ihrem unteren Ende mit dem einen Bremsarmende verbunden ist (s. Fig. 352, Seite 340).

Bei einer anderen Art von Bremsen wird der Widerstand dadurch erzeugt, daß ein Theil der Wagenlast nicht mittels der Räder, sondern unmittelbar auf die Schienenbahn übergetragen, wodurch eine diesem Lasttheil entsprechende gleitende Reibung erzeugt wird. Dies ist durch eine Art Hemmschuh bewirkt, welcher von dem Tender herabhängt und mittels

der Kurbel, Schraube und Hebel auf die Schienen aufgedrückt wird. Ein solcher von dem französischen Ingenieur Laignel construirter Brems ist in Fig. 587 und Fig. 588 abgebildet. Man sieht in *A*, *A* die zwischen Tender.

Fig. 587.

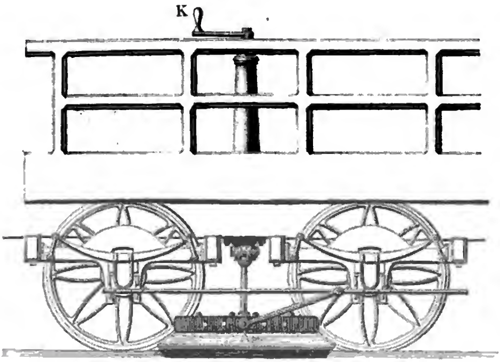
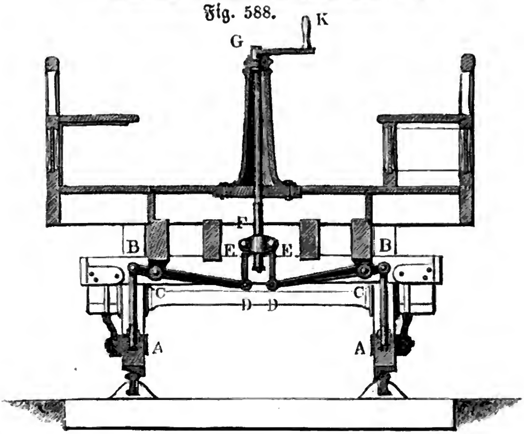


Fig. 588.



je zwei Rädern hängenden Hemmschuhe, ferner in *B C D* Hebel, welche in *C* an das Wagengestelle angeschlossen sind, und durch Stangen einerseits mit den Hemmschuhen und andererseits mit einer Schraubenmutter *E E* verbunden sind, welche durch Umdrehung der Schraubenspindel *F C* mittels der Kurbel *K* gehoben und gesenkt werden kann.

Tender. In neueren Zeiten hat man auch eine nach demselben Principe construirte Dampfbremse angewendet, wo das Aufdrücken der Hemmschuhe durch die Kolbenkraft einer kleinen Dampfmaschine bewirkt wird.

Drehbare Wagengestelle. §. 286. Nicht allein die feste Verbindung der Dampf- und anderer Eisenbahnwagenräder mit ihren Axen, sondern auch die Art und Weise der Verbindung des Wagengestelles mit den Radaxen macht, daß man mit denselben nicht auf Eisenbahnen mit kleinen Krümmungshalbmessern unter 500 Fuß u. s. w. fahren kann. Da die Radaxen rechtwinkelig gegen die Langschwellen des Gestellrahmens stehen und die letzteren Sehnen der von den Bahnenschienen gebildeten Curven bilden, so gehen die Drehungsebenen der Wagenräder nicht tangential oder parallel zu den Schienenbahnen, sondern sie schneiden dieselben unter einem gewissen Winkel; und in Folge dessen hat jedes Rad ein gewisses Bestreben zum Entgleisen, welches noch dadurch besonders gesteigert wird, daß mit der schiefen Stellung der Radaxen gegen die Bahncurve eine Zunahme des Spielraumes zwischen den Rädern und den Bahnschienen verbunden ist. Wenn nun aber auch das Entgleisen durch die Spurkränze verhindert wird, so hat diese Abweichung der Umdrehungsebene der Räder von der Richtung ihrer fortschreitenden Bewegung den großen Nachtheil, daß dadurch eine gleitende Reibung der Wagenräder auf der Schienenbahn entsteht, die bei starken Krümmungen einen großen Theil der Umtriebskraft in Anspruch nimmt. Die Abweichung der Umdrehungsebene der Räder von der Richtung der Bahn ist gleich dem Winkel δ zwischen der Tangente und der Sehne eines Kreises, und läßt sich einfach durch die Formel:

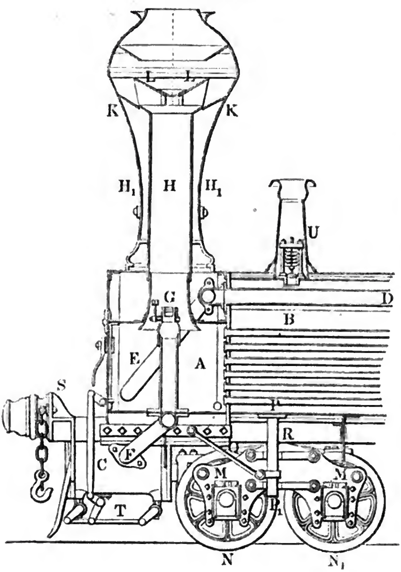
$$sin.\ \delta = \frac{l}{2r},$$

worin r den Krümmungshalbmesser und l die Sehne oder den Abstand der Radaxen von einander bezeichnet, bestimmen. Es ist also dieselbe nicht allein von dem Curvenhalbmesser, sondern auch von dem Abstande der Radaxen abhängig, und fällt um so größer aus, je größer dieser Abstand oder je länger der Wagen ist. Aus diesem Grunde ist es also zum Befahren starker Krümmungen zweckmäßiger, wenn die Radaxen nahe beisammen stehen, als wenn ihr Abstand von einander groß ist. Am größten fällt dieser Abstand bei den sechsräderigen Wagen, also namentlich bei den Locomotiven aus, da hier unter l der Abstand der äußersten Radaxen von einander zu verstehen ist, also diese Größe viel größer ausfällt als bei den vierräderigen Wagen. Wegen der Mittelaxe wird die Krümmung der Schienenbahn noch dadurch besonders eingeschränkt, daß sich in Folge deren Anwendung die mittleren Räder auf den Schienen in ihrer Axenrichtung um die bekannte Bogenhöhe $\frac{l^2}{8r}$ verschieben, welcher natür-

lich zur Verhinderung des Entgleisens noch nicht der Radkranzbreite gleich sein darf. Drehbare Wagengestelle.

Diese große Beschränkung der Eisenbahncurven setzt der Tracirung der Eisenbahnen in Gebirgen ein großes Hinderniß in den Weg, da es hierbei nicht allein auf die Vermeidung großer Steigwinkel, sondern auch auf die Umgehung kleiner Curvenhalbmesser ankommt; es wäre daher von einer sehr großen Wichtigkeit, wenn man durch besondere Construction der Eisenbahnwagen die Anwendung stärkerer Krümmungen oder kleinerer Krümmungshalbmesser möglich machen könnte. Mehrere solche Hülfsmittel sind bereits zur Anwendung gekommen; es gehören namentlich hierher die Wagen von Norris mit drehbaren Wagengestellen und die Wägen von Arnoux mit drehbaren Axen. Die ersteren Wagen sind vorzüglich in Nordamerika und nächstdem auch in Deutschland zur Anwendung gekommen, letztere aber sind von Frankreich ausgegangen und da bei der Eisenbahn von Paris nach Sceaux angewendet worden. Es ist jedoch nicht zu läugnen, daß durch diese Beweglichkeit der Axen die Eisenbahnwagen viel von ihrer Stabilität und Solidität verlieren, weshalb die Anwendung dieses Principes wohl nie allgemein werden dürfte.

Fig. 589.

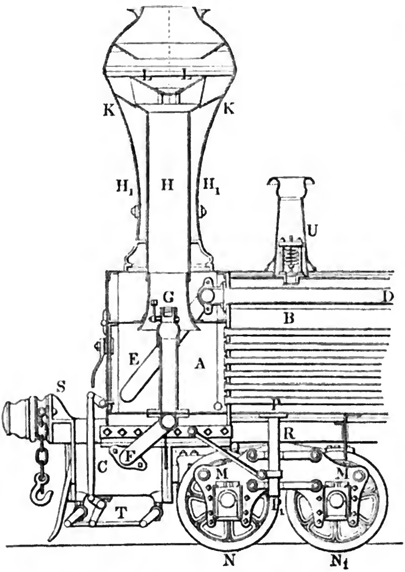


Die Einrichtung einer Locomotive mit beweglichem Vordergestelle ist aus einem Längendurchschnitte des vorderen Theiles eines solchen Dampfwagens in Fig. 589 zu ersehen. Es ist hier *A* der Rauchkasten, *B* ein Theil der Heizröhren und *C* ein Dampfcylinder; ferner sieht man in *DE* das Dampfrohr und *FG* das Blaserohr, welches bei *G* in den Schornstein *H* einmündet. Der letztere ist mit dem Klein'schen Funkenfänger versehen, welcher im Wesentlichen aus einem zwischen die Kegelmäntel *KL*, *KL* eingesetzten Leitschaufelsystem besteht, wodurch der

Drehbare Wagengestelle.

Rauch in eine drehende Bewegung geräth und ihm Gelegenheit gegeben wird, die mit sich fortführenden Funken oder glühenden Kohlenstückchen in den Raum zwischen der eigentlichen Esse H und ihrem Mantel $H_1 H_1$ niederfallen zu lassen. Die Maschine hat sechs Räder; es sind jedoch die hinteren oder Treibräder in der Figur nicht sichtbar; dagegen sieht man aber in MM das bewegliche Vordergestell mit den Rädern NN_1 und dem Bolzen oder Nagel PP_1, um welche sich dieses Gestell bei der Bewegung in Bahncurven dreht. Dieser Bolzen ist unter dem Kessel befestigt, und erhält seinen festen Stand besonders durch ein Paar Streben, wie Q, welche unter dem Rauchkasten festsitzen. Der Gestellrahmen ruht bei R mittels stählerner Platten auf den in der Figur kaum sichtbaren Tragfedern, deren Enden sich unmittelbar über den Axenhaltern auf die Schmierbüchsen stützen.

Fig. 590.



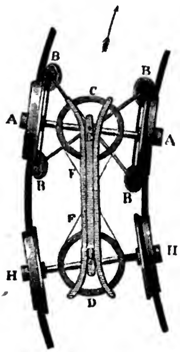
Noch sieht man in der Figur bei S den gußeisernen Querbalken, welcher die aus gewalztem Flacheisen bestehenden Langschwellen an ihren Enden mit einander verbindet, und zugleich die Pufferbüchsen in sich enthält, ferner bei T den Mechanismus, wodurch die Hähne zum Auslassen des Condensationswassers aus den Dampfcylindern bewegt werden, und endlich bei U das durch eine Feder belastete Sicherheitsventil.

Bei dem Arnoux'schen Axensystem dreht sich nicht allein jede Axe um einen festen Reihnagel, sondern es drehen sich auch, wie bei den gewöhnlichen Wagen auf Straßen, die Räder mittels ihrer Naben um die Radaxe. Damit sich die vorderste Radaxe AA, Fig. 591, beim Eintritt des Wagenzuges in eine Curve rechtwinkelig gegen diese stelle und folglich die Räder derselben in der Tangente der Curve laufen, ist mit dieser Axe das Gestelle eines Wagens fest verbunden, dessen vier Räder B, B.. gegen

den Horizont geneigt sind und sich gegen die innere Seite der Bahnschienen stemmen, wodurch die gleitende Reibung des Spurkranzes in eine wälzende verwandelt wird, und damit sich auch die folgende Radaxe *HH* normal gegen die Bahncurve stelle, sind auf beide Axen die gleich großen Kränze *C* und *D* so befestigt, daß ihre Mittelpunkte in die Reihnagel *E*, *G* beider Axen fallen, und ist um die Umfänge beider Kränze eine gekreuzte Kette *FF* gelegt. Es ist leicht einzusehen, daß in Folge dieser Verbindung jede Drehung der Radaxe *AA* um ihren Reihnagel eine gleich große, jedoch entgegengesetzte Drehung der Radaxe *HH* um ihren Reih- oder Schloßnagel *G* bewirken müsse, und daher die Winkel *GEA* und *EGH*, welche diese Radaxen mit der Geraden *EG* durch beide Schloßnagel bilden, einander gleich bleiben. Da nun aber *EG* Sehne eines Kreises ist und von derselben die Normalen oder Halbmesser in ihren Endpunkten *E* und *G* um gleiche Winkel *GEA* und *EGH* abweichen, so folgt, daß mittels dieses Mechanismus die zweite Radaxe *HH* durch die erste rechtwinkelig gegen die Bahncurve gestellt wird.

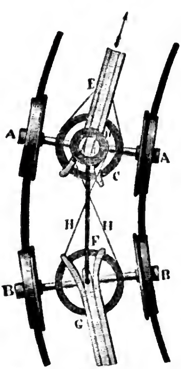
Tragbare Wagengestelle.

Fig. 591.



Die Verbindung der hinteren Axe *AA*, Fig. 592, eines Wagens mit der vorderen Axe des nächstfolgenden erfolgt zwar ebenfalls durch zwei Kränze *D* und *G* und eine Kette *HH*, aber es hat einer dieser Kränze einen nur halb so großen Halbmesser als der andere, und es sitzt derselbe nicht auf der Axe *AA*, sondern auf der Verbindungsstange *E* beider Wagen fest. Sind nun die Abstände je zweier Radaxen von einander dieselben, so schließen sie auch, als Sehnen eines Kreises, mit den Halbmessern oder Normalen in ihren Endpunkten gleiche Winkel ein, und es ist folglich der Winkel zwischen den Verbindungsstangen *E* und *F* doppelt so groß als der Winkel *FDA* zwischen einer Radaxe *AA* und der Stange *F*. Es muß sich daher auch beim Eintritt in eine Curve oder bei Veränderung des Curvenhalbmessers die Verbindungsstange *E* doppelt so viel drehen als die Axe *BB*, damit sich *BB* ebenso wie *AA* rechtwinkelig gegen die Bahncurve stelle. Dies wird aber auch dadurch, daß man den Halbmesser des Kranzes *G* doppelt so groß macht als den des Kranzes *D*, wirklich erreicht.

Fig. 592.

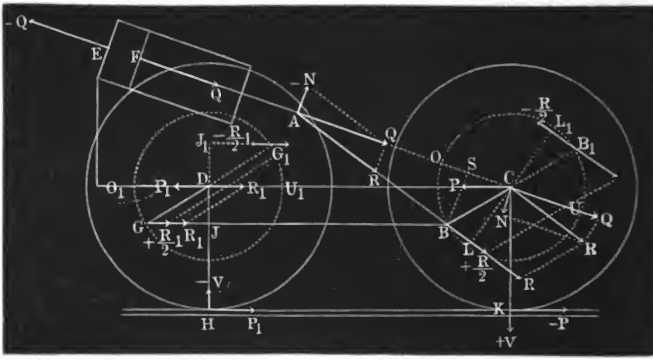


Durch dieses System verliert allerdings ein Wagenzug viel von seiner Stabilität und Sicherheit, und deshalb möchte es wohl kaum je allgemeiner in Anwendung kommen.

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

§. 287. Die Theorie der Bewegung eines Dampfwagens ist im Wesentlichen die Theorie des Krummzapfens mit zwei auf den Quadranten gegen einander gestellten Armen (s. III., §. 106). Es sei in Fig. 593

Fig. 593.



C die Drehungsaxe der Treibaxe, D die der vorderen Radaxe, HK die Schienenbahn, ferner F ein Dampfkolben, FA die entsprechenden Kolben-, AB die Lenkstange und CB der Kurbelarm. Die Kolbenkraft $\overline{FQ} = \overline{AQ} = Q$ zerlegt sich durch die Führung des Stangenkopfes A in zwei Seitenkräfte $-N$ und R, wovon die erstere normal gegen die Führung steht und von derselben aufgenommen und die andere als $\overline{BR} = \overline{AR}$ mittels der Lenkstange AB auf die Kurbel übergetragen wird. Da die letztere Kraft excentrisch auf die Rad- oder Kurbelaxe C wirkt, so zerlegt sie sich, wie bekannt, in eine gleiche Axenkraft $\overline{CR} = R$ und in ein Kräftepaar $\left(+\frac{R}{2}, -\frac{R}{2}\right)$, welches die Axe C mit dem Momente $CL \, . \, R$ in Umdrehung setzt. Die Axenkraft $\overline{CR} = R$ läßt sich wieder in eine Seitenkraft $\overline{CN} = N$ und eine Seitenkraft $\overline{CQ} = Q$ zerlegen, wovon die erstere mit $\overline{AN} = -N$ ein Kräftepaar bildet und die letztere mittels des Wagengestelles von dem Dampfdrucke $\overline{EQ} = -Q$ gegen die Bodenfläche E des Dampfcylinders aufgehoben wird. Das Kräftepaar $(+N, -N)$ hat einen veränderlichen Hebelarm CA und folglich auch ein veränderliches Moment $CA \, . \, N$. Im Mittel ist CA

= der Länge $AB = l$ der Treib- oder Kurbelstange und daher das Moment des Kräftepaares $(+ N, - N), = Nl$. Dieses Kräftepaar vergrößert den Druck der Treibräder auf die Schienenbahn um eine Kraft $\overline{KV} = V$ und vermindert den Druck der vorderen Räder auf dieselbe um die Gegenkraft $\overline{HV} = - V$, und es bilden $+ V$ und $- V$ ein Kräftepaar, dessen Moment dem Momente Nl des Kräftepaares $(+ N, - N)$ gleich ist. Bezeichnet man den Horizontalabstand CD der beiden Radaxen C und D von einander durch e, so hat man $Ve = Nl$, und daher: Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

$$V = \frac{l}{e} N.$$

Die Fortbewegung des Dampfwagens erfolgt durch das Kräftepaar $\left(+ \frac{R}{2}, - \frac{R}{2}\right)$, und zwar dadurch, daß sich dasselbe in ein anderes Kräftepaar $(+ P, - P)$ umsetzt, dessen einer Component $\overline{CP} = P$ dem Widerstande des Wagenzuges das Gleichgewicht hält, und dessen zweiter Component $\overline{KP} = - P$ von dem Widerstande der Schienenbahn aufgenommen wird. Der Hebelarm des letzteren Kräftepaares ist der Radhalbmesser $CK = a$; setzen wir daher den veränderlichen Hebelarm CL des ersteren oder den senkrechten Abstand der Radaxe C von der Richtung der Lenkstange, $= y$, so haben wir $Pa = Ry = Nl$. und daher die Treib- oder Zugkraft des Dampfwagens:

$$P = \frac{y}{a} R = \frac{l}{a} N.$$

Der Widerstand $(- P)$, mit welchem die Zugkraft $+ P$ der Locomotive ein Kräftepaar bildet, erwächst aus dem Eingreifen der kleinen Erhabenheiten und Vertiefungen des Radumfanges und der Schienenbahn in einander, und hat die gleitende Reibung zwischen beiden zu seinem höchsten Grenzwerthe. Ist Z der Druck des Rades auf die Schienenbahn und φ der Reibungscoefficient, so hat man die Größe der gleitenden Reibung am Umfange des Rades $= \varphi Z$; damit folglich sich das Rad wirklich fortwälze und den Wagen fortbewege, muß die Kraft zur Bewegung der Locomotive und des angehängten Wagenzuges kleiner sein als die gleitende Reibung, d. i.

$$P < \varphi Z.$$

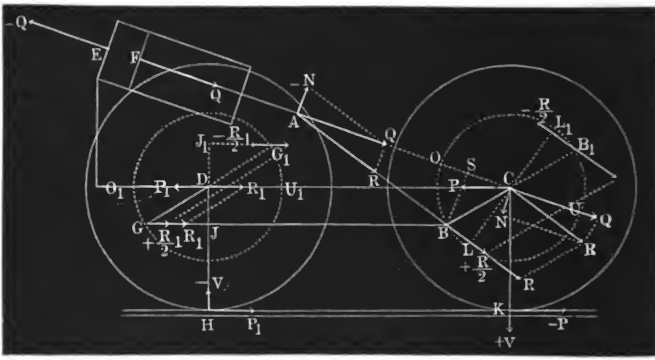
Da endlich Z dem Gewicht des Dampfwagens proportional ist, so folgt, daß dieses Gewicht um so größer sein muß, je größer der Widerstand des Wagenzuges ist. Die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wagenaxe C, und also auch der Wagen fortbewegt, ist gleich der Umdrehungsgeschwindigkeit des Radumfanges; nun ist aber diese nicht allein der Umdrehungszahl u p. min., sondern auch dem Radhalbmesser a proportional; folglich wächst auch die Geschwindigkeit des Trains mit dem Radhalbmesser, und

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

man hat daher z. B. den Dampfwagen für Schnellzüge hohe und den für Güterzüge niedrigere Treibräder zu geben. In dem ersteren Falle macht man die übrigen Räder niedriger als die Treibräder, im zweiten Falle kann man dagegen die sämmtlichen Räder des Dampfwagens gleich hoch machen; und wenn man die Räder verschiedener Axen zur Verstärkung der Zugkraft kuppelt, wie z. B. bei den Gebirgslocomotiven nöthig ist, so muß man den gekuppelten Rädern eine gleiche Höhe geben, weil sonst ein theilweises Schleifen der Räder auf der Bahn eintreten würde.

Ist $\overline{GR_1} = R_1$ die Zugkraft der Kuppelstange BG, und $DJ = DJ_1 = y_1$ der Hebelarm derselben, so hat man das Moment des Kräftepaares,

Fig. 594.



durch welches das Vorderrad um seine Axe D gedreht wird, $= R_1\, y_1$, und daher die Vergrößerung der Zugkraft in Folge der Axenkuppelung:

$$P_1 = \frac{y_1}{a}\, R_1$$

Das Kraftmoment Ry zerlegt sich hier in die zwei Momente $R_1\, y_1$ und Pa, es ist also:

$$Ry = R_1\, y_1 + Pa$$
$$= Pa + P_1\, a_1 = (P_1 + P)\, a,$$

und folglich hat man wieder die ganze Zugkraft:

$$P + P_1 = \frac{yR}{a}.$$

Ist nun noch Z_1 der Druck des Rades DH auf die Schienenbahn, so erfordert das Fortrollen des Wagens auf der Bahn, nicht allein, daß

$P < \varphi Z$, sondern auch Theorie der Bewegung der Dampfwagen.
$P_1 < \varphi Z_1$, daß also
$P + P_1 < \varphi (Z + Z_1)$ sei.

Da $Z + Z_1 > Z$ ist, so hat hiernach der Dampfwagen mit gekuppelten Rädern mehr Zugkraft als der Dampfwagen ohne gekuppelte Räder.

Die Axenkraft $\overline{DR_1} = R_1$, welche nebst dem Kräftepaare $\left(+\frac{R_1}{2}, -\frac{R_1}{2}\right)$ aus der Stangenkraft $\overline{GR_1} = R_1$ resultirt, wird durch eine gleiche entgegengesetzte Axenkraft in C aufgehoben, welche aus der Zerlegung der Stangenkraft in B resultirt, in der Figur aber nicht weiter angedeutet ist.

Wird der Dampfkolben rückwärts getrieben, so nehmen zwar die Kräfte Q und R, sowie $-Q$ und $-R$ die entgegengesetzten Richtungen an, da sich aber auch hierbei die Lenkarmstange AB auf der entgegengesetzten Seite der Schublinie EC befindet, so wird dadurch in der Größe und Richtung des Kräftepaares $\left(+\frac{R}{2}, -\frac{R}{2}\right)$, und folglich auch in der Zugkraft P nichts geändert, auch bleibt hierbei das Kräftepaar $\left(+\frac{R_1}{2}, -\frac{R_1}{2}\right)$ und folglich auch die Zugkraft P_1 der vorderen Radaxe unverändert. Die Seitenkräfte $-N$, $+N$ behalten bei dem Rückgange des Kolbens ihre erste Richtung bei; es behält also auch hierbei das Kräftepaar $(+N, -N)$ seine Richtung unverändert und es wird folglich durch dasselbe wieder der Druck des Treibrades in K um die oben gefundene Kraft V vergrößert und der Druck des vorderen Rades in H um die gleiche Kraft V vermindert. Steht die Warze in einem der todten Punkte O, U, so ist natürlich N Null, ferner $R = Q$ und der Hebelarm CL des Kräftepaares $\left(+\frac{R}{2}, -\frac{R}{2}\right)$ also auch dessen Moment, und endlich auch die Zugkraft Null. Auch ist aus demselben Grunde die Zugkraft P_1 der gekuppelten Radaxe $C =$ Null, wenn die Warze G in einem der todten Punkte O_1 und U_1 des Krummzapfens GD ankommt. Die stetige Veränderung der Zugkräfte P und P_1 bewirkt, daß der Dampfwagen mit einer veränderlichen Geschwindigkeit fortrollt. Die Veränderung dieser Geschwindigkeit wird jedoch theils durch die träge Masse des Dampfwagens und theils noch dadurch in engen Grenzen erhalten, daß die Treibaxe C nicht bloß durch eine, sondern durch zwei Maschinen in Umdrehung gesetzt wird, und daß dieselben mittels doppelter auf das Viertel gestellten Krummzapfen auf die Treibaxe C wirken. Wenn der eine Krummzapfen in einem todten Punkte steht und folglich nichts zur Umdrehung des Treib-

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

rades beiträgt, befindet sich der andere Krummzapfen nahe in seiner besten Wirkung, und ertheilt also der Treibaxe die größte Zugkraft. Da die Umdrehungsebenen der beiden Krummzapfen nicht zusammenfallen, sondern in einem gewissen Abstande von einander abstehen, der besonders bei Maschinen mit außen liegenden Cylindern sehr groß ist, so findet auch keine einfache Vereinigung der durch beide Kurbeln erzeugten Zugkräfte statt, sondern es bildet sich aus diesen beiden Kräften außer der in der Mitte der Radaxe angreifenden Mittelkraft auch noch ein Kräftepaar, welches diese Axe um ihre vertikale Schwerlinie bald in der einen, bald in der anderen Richtung umzudrehen sucht. Bezeichnen wir in der Folge diese beiden Kräfte durch P_1 und P_2, so haben wir, da sich

$$P_1 = \frac{P_1 + P_2}{2} + \frac{P_1 - P_2}{2} \text{ und}$$

$$P_2 = \frac{P_1 + P_2}{2} - \frac{P_1 - P_2}{2}$$

setzen läßt, für die in der Axenmitte angreifende Mittelkraft:

$$P = \frac{P_1 + P_2}{2} + \frac{P_1 + P_2}{2} = P_1 + P_2,$$

und dagegen die Componenten des gedachten Kräftepaares:

$$\frac{P_1 - P_2}{2} \text{ und } - \frac{P_1 - P_2}{2},$$

und folglich, wenn wir noch den Abstand der beiden Kurbelebenen von einander durch b bezeichnen, das Moment dieses Kräftepaares:

$$\frac{(P_1 - P_2)\, b}{2}.$$

§. 288. Die Normalkraft oder der Component N des Kräftepaares $(+ N, - N)$, welches die beiden Radaxen C und D, je nach der Umdrehungsrichtung der Kurbelwelle, in der einen oder in der anderen Richtung umzudrehen sucht und dadurch den Druck des einen Räderpaares auf die Schienenbahn ebenso viel vergrößert, wie den des anderen verkleinert, ist durch die Formel:

$$N = Q \; tang. \alpha$$

bestimmt, wenn α den veränderlichen Winkel BAC bezeichnet, um welchen die Axe AB der Treibstange von der Richtung AC der Kolbenstange abweicht.

Wenn wir ferner, der Bezeichnung in §. 95 entsprechend, den Umdrehungswinkel OCB der Kurbelwarze B, vom todten Punkte O ausgehend, durch β, und die Kurbelarmlänge CB durch r bezeichnen, so haben wir die Armlänge dieses Kräftepaares:

$$AC = AS + SC = l \cos.\alpha + r \cos.\beta,$$

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

und daher das Moment dieses Kräftepaares:

$$\overline{AC}\,.\,N = Q \tang.\alpha\,(l \cos.\alpha + r \cos.\beta),$$

wofür wir, da α klein, also

$$\cos.\alpha \text{ nahe } = 1 \text{ und } \tang.\alpha = \sin.\alpha = \frac{r}{l} \sin.\beta$$

gesetzt werden kann,

$$\overline{AC}\,.\,N = \left(1 + \frac{r \cos.\beta}{2}\right) Qr \sin.\beta$$

schreiben wollen.

Dieses Moment ist für $\beta = 0$ Grad und $= 180$ Grad, also wenn die Warzen in einem der todten Punkte O oder U stehen, Null, und dagegen für $\cos.\beta = \frac{r}{l}$, ein Maximum, und zwar $= Qr$. Kommt die Warze auf die andere Seite von OU, so ist β stumpf und Q negativ, daher folgt, wenn man vom todten Punkte U ausgeht, das Moment des Kräftepaares:

$$= \left(1 - \frac{r \cos.\beta}{l}\right) Qr \sin.\beta,$$

und das Maximum desselben wieder $= Qr$.

Die andere Warze des Krummzapfens hat den Drehungswinkel $90^0 + \beta$, für sie ist also das Moment des entsprechenden Kräftepaares:

$$\left(1 \pm \frac{r}{l} \cos.(90^0 + \beta)\right) Qr \sin.(90^0 + \beta)$$

$$= \left(1 \mp \frac{r}{l} \sin.\beta\right) Qr \cos.\beta.$$

Dasselbe ist für $\beta = 90$ und für $\beta = 270$ Grad $=$ Null, und dagegen $\sin.\beta = -\frac{r}{l}$ ein Maximum, und zwar wieder $= Qr$.

Während einer Umdrehung der Radaxe nimmt also das Moment des einen Kräftepaares nach und nach die Werthe:

$$0,\ + Qr,\ 0,\ + Qr,$$

und das andere die Werthe:

$$+ Qr,\ 0,\ + Qr,\ 0$$

an, so daß das eine seinen Minimalwerth 0 hat, wenn das andere nahe in seinem Maximalwerthe Qr steht.

Setzen wir den Abstand der beiden Radaxen C und D von einander $= e$, so haben wir die dem Kräftepaar $(+ N, - N)$ entsprechenden Kräfte, durch welche der Druck auf die eine Radaxe vergrößert und auf die andere um eben so viel verkleinert wird:

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

$$V_1 = \left(1 \pm \frac{r \cos. \beta}{l}\right) \frac{Qr \sin. \beta}{e} \text{ und}$$

$$V_2 = \left(1 \mp \frac{r \sin. \beta}{l}\right) \frac{Qr \cos. \beta}{e}$$

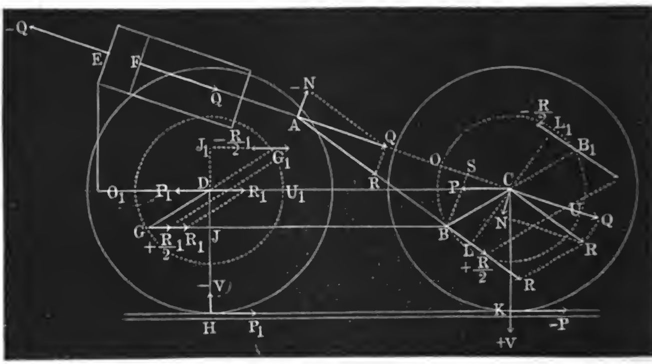
wofür wir aber im Folgenden die Mittelwerthe:

$$V_1 = \frac{Qr \sin. \beta}{e} \text{ und } V_2 = \frac{Qr \cos. \beta}{e}$$

annehmen wollen.

Bei der in der Figur angedeuteten Umdrehungsrichtung der Treibaxe

Fig. 595.



wirken die beiden Kräfte V_1 und V_2 auf die Treibaxe C von oben nach unten, und dagegen auf die Vorderaxe D von unten nach oben; wird aber die Treibaxe umgekehrt umgedreht, also die Locomotive in eine rückgängige Bewegung versetzt, so wirken diese Kräfte entgegengesetzt; d. i. sie vermindern den Druck auf die Axe C und vergrößern den Druck auf die Axe D.

Da die Vertikalebenen, in welchen diese Kräfte wirken, nicht mit den Radebenen zusammenfallen, so gehen diese Kräfte auch nicht unmittelbar auf die Räder über, sondern es wird, da sich

$$V_1 = \frac{V_1 + V_2}{2} + \frac{V_1 - V_2}{2} \text{ und}$$

$$V_2 = \frac{V_1 + V_2}{2} - \frac{V_1 - V_2}{2}$$

setzen läßt, jedes Rad von einer Mittelkraft:

$$Z_1 = \frac{V_1 + V_2}{2} = (\sin. \beta + \cos. \beta) \frac{Qr}{2e}$$

und außerdem noch von einem Componenten eines Kräftepaares: Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

$$\left(+\frac{V_1 - V_2}{2}, -\frac{V_1 - V_2}{2}\right)$$

ergriffen.

Ist b der Abstand der Kurbelebenen und b_1 der Abstand der Radebenen von einander, so hat man das Moment des letzten Kräftepaares:

$$\frac{(V_1 - V_2)\,b}{2},$$

und die Kraft, mit welcher durch dasselbe der Druck des einen Rades einer und derselben Axe vergrößert und der des anderen verkleinert wird:

$$Z_2 = \frac{(V_1 - V_2)\,b}{2\,b_1} = (sin.\beta - cos.\beta)\,\frac{Q\,r\,b}{2\,e\,b_1}.$$

Hiernach ist also die Vergrößerung des Druckes eines Treibrades:

$$Z_1 + Z_2 = \left(sin.\beta + cos.\beta + (sin.\beta - cos.\beta)\,\frac{b}{b_1}\right)\frac{Q\,r}{2\,e},$$

und die gleichzeitige Vergrößerung dieses Druckes des anderen Rades:

$$Z_1 - Z_2 = \left(sin.\beta + cos.\beta - (sin.\beta - cos.\beta)\,\frac{b}{b_1}\right)\frac{Q\,r}{2\,e}.$$

Der Druck $Z_1 + Z_2$ des einen Rades ist:

für $\beta = 0$ Grad, $= \frac{(b_1 - b)\,rQ}{2\,b_1\,e}$,

» $tang.\beta = \left(\frac{b_1 + b}{b_1 - b}\right)$, das Maximum $\sqrt{\frac{b_1^2 + b^2}{2}}\cdot\frac{rQ}{b_1 e}$ und

» $\beta = 90$ Grad, $= \frac{(b_1 + b)\,rQ}{2\,b_1\,e}$;

dagegen der Druck $Z_1 - Z_2$ des anderen Rades:

für $\beta = 0$ Grad, $= \frac{(b_1 + b)\,rQ}{2\,b_1\,e}$,

» $tang.\beta = \left(\frac{b_1 - b}{b_1 + b}\right)$, das Maximum $\sqrt{\frac{b_1^2 + b^2}{2}}\cdot\frac{rQ}{b_1 e}$ und

» $\beta = 90$ Grad $\frac{(b_1 - b)\,rQ}{2\,b_1\,e}$.

Es variirt hiernach die Vergrößerung des Druckes auf ein Treibrad C und ebenso die Verminderung des Druckes auf ein Vorderrad D, hervorgebracht durch die Normalkräfte $+ N$ und $- N$, je nachdem b kleiner oder größer als b_1 ist, entweder zwischen den Grenzen:

$$\frac{(b_1 - b)\,rQ}{2\,b_1\,e} \text{ und } \sqrt{\frac{b_1^2 + b^2}{2}}\cdot\frac{rQ}{b_1\,e}$$

oder zwischen den Grenzen:

$$\frac{(b_1 - b)\,rQ}{2\,b_1\,e} \text{ und } \frac{(b_1 + b)\,rQ}{2\,b_1\,e}.$$

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

Da die Differenz dieser Grenzwerthe um so größer ausfällt, je größer der Abstand b der Kurbelebenen von einander ist, so folgt, daß bei Locomotiven mit außenliegenden Cylindern, wo sogar $b > b_1$ ist, die durch die Normalkräfte $+ N$ und $- N$ herbeigeführten Schwankungen in der Stabilität der Locomotiven größer sind als bei Locomotiven mit zwischen den Rädern liegenden Cylindern.

Diese Kräfte wirken besonders dadurch sehr nachtheilig und störend auf die Locomotive, daß sie nur zur Hälfte unmittelbar auf die Treibaxe C wirken, und dagegen die andere Hälfte derselben zunächst von der am Wagengestelle festsitzenden Führung aufgenommen, und von dem ersteren erst mittels der Druckfeder auf die vordere Radaxe D übergetragen werden. Um die aus der Veränderlichkeit dieser Kräfte hervorgehenden Schwankungen zu mäßigen, ist es daher nöthig, möglichst starke Druckfedern in Anwendung zu bringen.

§. 289. Die Kraft, welche die Treibstange in ihrer Axenrichtung fortpflanzt, ist:

$$R = \frac{Q}{cos.\, \alpha}$$

Sie wirkt beim Hingange des Kolbens an dem Hebelarme:

$$CL = y = r\ sin.(\beta + \alpha),$$

und dagegen beim Rückgange desselben, wenn man hier vom todten Punkte U ausgeht, an dem Hebelarme:

$$CL_1 = y_1 = r\ sin.(\beta - \alpha).$$

Hiernach ist das Umdrehungsmoment dieser Kraft in dem einen Falle:

$$Ry = \frac{Qr\ sin.\,(\beta + \alpha)}{cos.\, \alpha} = Qr\ (sin.\beta + tang.\alpha\ cos.\beta),$$

annähernd:

$$= Qr\ sin.\beta, \text{ oder genauer } Qr\ sin.\beta \left(1 + \frac{r}{l} cos.\beta\right),$$

und im anderen Falle:

$$Ry_1 = \frac{Qr\ sin.\,(\beta - \alpha)}{cos.\, \alpha} = Qr\ (sin.\beta - tang.\alpha\ cos.\beta),$$

annähernd:

$$= Qr\ sin.\beta, \text{ oder genauer } Qr\ sin.\beta \left(1 - \frac{r}{l} cos.\beta\right).$$

Es ist folglich die entsprechende Zugkraft für den einen Krummzapfen:

$$P_1 = \frac{Qr\ sin.\beta}{a}\left(1 \pm \frac{r}{l} cos.\beta\right),$$

und dagegen für den anderen, welcher diesem um 90° vorläuft:

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

$$P_2 = \frac{Qr\,sin.\,(90^0 + \beta)}{a}\left(1 \pm \frac{r}{l}\,cos.\,(90^0 + \beta)\right)$$
$$= \frac{Qr\,cos.\,\beta}{a}\left(1 \mp \frac{r}{l}\,sin.\,\beta\right).$$

Vernachlässigen wir noch das Glied mit dem Factor $\frac{r}{l}$, machen wir also keinen Unterschied zwischen dem Hin- und dem Rückgange des Kolbens, so erhalten wir endlich die Zugkraft der Locomotive:

$$1)\quad P = P_1 + P_2 = \frac{Qr}{a}\,(sin.\beta + cos.\,\beta),$$

und dagegen das Moment des Kräftepaares, welches die Treibaxe bald in der einen, bald in der anderen Richtung um eine vertikale Axe zu drehen sucht:

$$2)\quad \frac{(P_1 - P_2)\,b}{2} = \frac{Q\,r\,b}{2\,a}\,(sin.\,\beta - cos.\,\beta).$$

Die Zugkraft P ist für $tang.\beta = 1$, d. i. für $\beta = 45$ Grad, ein Maximum, und zwar $P = \frac{Q\,r\sqrt{2}}{a}$, und fällt dagegen für $\beta = 0$ und $\beta = 90$ Grad nur $\frac{Qr}{a}$ aus Es nimmt folglich diese Kraft während der Umdrehung um einen Quadranten von

$$\frac{Qr}{a} \text{ bis } \frac{Q\,r\,\sqrt{2}}{a} \text{ zu, von } \frac{Q\,r\,\sqrt{2}}{a} \text{ bis } \frac{Qr}{a} \text{ ab,}$$

während der mittlere Werth derselben (s. III., §. 98)

$$P = \frac{4}{\pi}\,Q\,r \text{ ist.}$$

Das Moment des Kräftepaares $\left(+\frac{P_1 - P_2}{2} - \frac{P_1 - P_2}{2}\right)$ geht dagegen bei der Umdrehung der Kurbel um einen Quadranten entweder

$$\text{aus } - \frac{Q\,r\,b}{2\,a} \text{ in } 0 \text{ und aus } 0 \text{ in } + \frac{Q\,r\,b}{2\,a}, \text{ oder}$$
$$\text{aus } + \frac{Q\,r\,b}{2\,a} \text{ in } 0 \text{ und aus } 0 \text{ in } - \frac{Q\,r\,b}{2\,a} \text{ über.}$$

Die Kraft, mit welcher hiernach bald das eine, bald das andere Treibrad vor- oder zurückgeschoben wird, schwankt also stets zwischen

$$0 \text{ und } \pm \frac{Q\,r\,b}{2\,a\,b_1}.$$

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

Dieses Vor- und Rückwärtsschieben wird zum Theil durch die Torsion der Treibaxe, und zum Theil durch die Schienenbahn, zumal wenn der Spielraum der Räder auf derselben klein ist, verhindert, oder wenigstens in engen Grenzen erhalten.

Man ersieht aus den vorstehenden Formeln (1) und (2), daß die Zugkraft, und ebenso auch die Störungen in der fortschreitenden Bewegung einer Locomotive direct wie der Kurbelhalbmesser und umgekehrt wie der Treibradhalbmesser wachsen, und daß ins Besondere noch die letzteren dem Abstande der Kurbelebenen oder Cylinderaxen von einander proportional sind, und dagegen mit der Spurweite im umgekehrten Verhältnisse zunehmen. Locomotiven mit außen liegenden Cylindern haben daher größere Störungen als solche mit innen liegenden Cylindern. Uebrigens läßt sich das Vor- und Rückwärtsgehen des einen oder anderen Rades dadurch vermindern, daß man den Wagenzug nicht bloß in einem, sondern in mehreren Punkten an die Locomotive anschließt, also z. B. durch scharfes Anspannen der Verbindungskette die Puffer des ersten Wagens stark gegen die der Locomotive anpreßt.

Beispiel. Es sei die Kolbenkraft einer Locomotive $Q = 6000$ Pfund, der Halbmesser des Warzenkreises oder der halbe Kolbenschub $r = 12$ Zoll, der Halbmesser eines Treibrades $a = 33$ Zoll, der Abstand der beiden Kolbenaxen oder Kurbelebenen von einander $b = 72$ Zoll, die Spurweite oder der Abstand der Radebenen von einander $b_1 = 55$ Zoll, die Entfernung der vordern Radaxe von der Treibaxe, $e = 62$ Zoll, und die der äußersten Radaxen von einander, $e_1 = 124$ Zoll; man wünscht die Zugkraft und die Störungen der Treibkraft kennen zu lernen.

Die Seitenkräfte $(+ N, - N)$ der Treibstangen verändern den Druck der Treibräder auf die Schienenbahn um eine Größe, welche zwischen

$$+ \frac{(b_1 - b)\, r Q}{2\, b_1\, e} = \frac{(55 - 72)\,.\,12\,.\,6000}{2\,.\,55\,.\,62} = -\,179 \text{ Pfund, und}$$

$$+ \frac{(b_1 + b)\, r Q}{2\, b_1\, e} = \frac{(55 + 72)\,.\,12\,.\,6000}{2\,.\,55\,.\,62} = +\,1341 \text{ Pfund}$$

schwankt, und dagegen den Druck der vorderen Räder um die entgegengesetzte Größe, welche also zwischen

$$- \frac{(b_1 - b)\, r Q}{2\, b_1\, e} = 179 \text{ Pfund und } - \frac{(b_1 + b)\, r Q}{2\, b_1\, e} = -\,1341 \text{ Pfund}$$

variirt.

Die Zugkraft der Locomotive schwankt zwischen

$$P = \frac{Q r}{a} = \frac{6000\,.\,12}{33} = 2182 \text{ Pfund und}$$

$$\frac{Q r \sqrt{2}}{a} = 2182\,.\,\sqrt{2} = 3085 \text{ Pfund}$$

und ist im Mittel:

$$= \frac{4}{\pi}\,.\,\frac{Q r}{a} = 2778 \text{ Pfund.}$$

§. 290. Die fortschreitende Bewegung der Locomotive und des ganzen Wagenzuges läßt sich nach der Theorie des doppelten Krummzapfens (s. III., §. 106 u. s. w.) unmittelbar beurtheilen. Sehen wir wieder von der veränderlichen Neigung der Treibaxe gegen die Axe der Kolbenstange ab, so haben wir für die Bewegung der Locomotive auf der Schienenbahn folgende Formel (s. S. 200) in Anwendung zu bringen: Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

$$Qr\left(1 + sin.\beta - cos.\beta - \frac{4}{\pi}\beta\right) = (M + M_1 + W)\,\frac{v^2 - c^2}{2},$$

in welcher M die Masse einer Kolbenstange sammt zwei Dritteln der Masse der Treibstange, M_1 die rotirende Masse der Radaxen, Räder u. s. w. sammt einem Drittel der Treibstangenmasse, alle auf den Umfang der Treibräder reducirt, W die Masse der Locomotive sammt der des ganzen Wagenzuges bezeichnen, und worin c die mittlere und v die veränderliche, dem Drehungswinkel β entsprechende Geschwindigkeit des Wagenzuges oder der Radumfänge der Treibräder bedeuten. Es ist hiernach:

$$v = c\left(1 + \frac{Qr\left(1 + sin.\beta - cos.\beta - \frac{4}{\pi}\beta\right)}{(M + M_1 + W)\,c^2}\right),$$

woraus sich der Maximalwerth:

$$v_1 = \left(1 + 0{,}0422\,\frac{Qr}{(M + M_1 + W)\,c^2}\right)c,$$

und der Minimalwerth:

$$v_2 = \left(1 - 0{,}0422\,\frac{Qr}{(M + M_1 + W)\,c^2}\right)c$$

ergiebt, so daß sich der Ungleichförmigkeitsgrad der fortschreitenden Bewegung des Wagenzuges:

$$\delta = 0{,}0844\,\frac{Qr}{(M + M_1 + W)\,c^2}$$

ergiebt, der allerdings in

$$\delta = 0{,}2705\,\frac{Qr}{(M + M_1 + W)\,c^2}$$

übergeht (s. III., §. 112), wenn das Verhältniß $\frac{r}{l}$ nicht Null, sondern $^1/_5$ ist. Man kann hiernach ermessen, daß die Veränderlichkeit in der Geschwindigkeit des Dampfwagenzuges klein genug ist, um $\delta = 0$, d. i. $v = c$ setzen, also annehmen zu können, daß sich der Zug gleichförmig fortbewegt. Nehmen wir z. B. $Qr = 6000$ Fußpfund, c nur $= 20$ Fuß und $M + M_1 + M_2 = 4000$ Pfund an, so erhalten wir durch die letzte Formel:

$$\delta = 0{,}2705\,\frac{6000}{4000\,.\,400} = 0{,}001.$$

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

Mit dieser fortschreitenden Bewegung der Locomotive sind aber noch besondere schwingende Bewegungen verbunden, welche störende Einflüsse auf die Stabilität der Locomotive ausüben. Diese schwingenden Bewegungen bestehen entweder

1) in dem sogenannten Rücken (franz. le tangage) der Locomotive, wobei dieselbe gegen ihre mittlere Bewegung bald etwas voreilt und bald etwas zurückbleibt; oder 2) in dem sogenannten Schlängeln (franz. le lacet) oder einem Drehen um eine vertikale Axe; oder ferner 3) in dem Schwanken (franz. le roulis) oder einer Drehung um eine horizontale Längenaxe oder endlich 4) in dem Stampfen oder Galopiren (franz. le galop) oder einer Drehung um eine horizontale Queraxe. Die beiden letzten Störungen dürfen sich natürlich nur auf das Gestelle der Locomotive erstrecken, welches vermöge seiner Aufhängung in Federn ohne die Radaxen auf- und niederschwingen kann; das Schwanken und Stampfen des ganzen Dampfwagens würde das Entgleisen desselben zur Folge haben.

Es ist leicht zu ermessen, daß das Schwanken und Stampfen des Dampfwagens durch die Vertikalkräfte V_1 und V_2 (s. §. 288) und dagegen das Rücken und Schlängeln durch die Veränderlichkeit und das excentrische Angreifen der Zugkräfte P_1 und P_2 befördert wird.

§. 291 *). Durch die trägen Massen der Kolben, Kolbenstangen, Treibstangen und Kurbeln wird die Stabilität der fortschreitenden Locomotiven noch besonders beeinträchtigt, entweder weil sich diese Massen nicht gleichförmig bewegen oder weil dieselben nicht gleichmäßig um die Treibaxe herum vertheilt sind. Der Kolben sammt seiner Stange hat am Anfang seines Ausschubes eine beschleunigte, und am Ende desselben eine verzögerte Bewegung; in Folge dessen nimmt er daher während der ersten Hälfte seines Schubes oder Zuges eine gewisse Trägheitskraft in Anspruch, die er in der zweiten Hälfte desselben wieder zurückgiebt. Wenn also auch der Dampfdruck ($-Q$) auf die Grundfläche E des Dampfcylinders, Fig. 596, unveränderlich derselbe bleibt, so wird doch nicht der Gegendruck Q_1 an der Treibstange constant bleiben, sondern es wird dieser Druck stets um diejenige Kraft kleiner oder größer als der erstere sein, welche die träge Masse des Dampfkolbens u. s. w. entweder vermöge ihrer Beschleunigung in sich aufnimmt, oder vermöge ihrer Verzögerung wieder zurückgiebt. Dieser Kraftwechsel wirkt besonders deshalb nachtheilig auf die Solidität und Stabilität der Locomotive, weil nur die Kraft Q_1 unmittelbar von der Treibaxe aufgenommen wird und dagegen der Druck $-Q$ gegen die Grundfläche des Dampfcylinders erst mittelbar, d. i. durch die Druckfedern und Axenhalter auf die Axen übergetragen wird.

Während die Warze B der Kurbel um den Winkel $OCB = \beta$ umläuft, bewegt sich der Kolben F um den Weg: Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

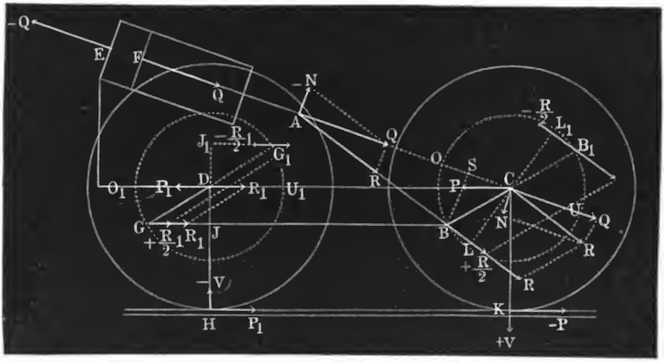
$$s = r\,(1 - cos.\,\beta) - \frac{r^2\,(sin.\,\beta)^2}{2\,l} \text{ (s. III., §. 95),}$$

wofür wir indessen annähernd nur

$$s = r\,(1 - cos.\,\beta)$$

setzen wollen.

Fig. 596.



Die entsprechende Kolbengeschwindigkeit ist:

$$v = \frac{ds}{dt} = r\,sin.\,\beta\,\frac{d\beta}{dt} \text{ (s. I., §. 19 *)),}$$

und da nun noch $a\beta = ct$, oder $a\,d\beta = c\,dt$ ist, wofern c die Geschwindigkeit des Wagens und t die Zeit zum Durchlaufen des Weges s bezeichnet, so folgt:

$$v = r\,sin.\,\beta\,\frac{c}{a} = \frac{c\,r\,sin.\,\beta}{a},$$

und hieraus wieder die Acceleration des Kolbens:

$$p = \frac{dv}{dt} = \frac{c\,r}{a}\,cos.\,\beta\,\frac{d\beta}{dt} = \frac{c^2\,r}{a^2}\,cos.\,\beta = \omega^2 r\,cos.\,\beta,$$

wobei ω die Winkelgeschwindigkeit der Treibaxe ausdrückt.

Multiplicirt man nun diese Acceleration durch die Masse M des Kolbens u. s. w., so erhält man die gesuchte Trägheitskraft desselben:

$$K_1 = \omega^2\,Mr\,cos.\,\beta.$$

Für den Kolben der anderen Maschine ist statt β, $90^0 + \beta$, und daher die Trägheitskraft:

$$K_2 = \omega^2\,Mr\,cos.\,(90^0 + \beta) = -\,\omega^2\,Mr\,sin.\,\beta.$$

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

Aus diesen beiden Kräften folgt eine Mittelkraft, welche die Locomotive in kurzen Absätzen hin- und zurückschiebt und vorzüglich das Rücken derselben befördert:

$$1)\quad K = K_1 + K_2 = \omega^2\, Mr\,(cos.\beta - sin.\beta),$$

und ein Kräftepaar, welches die Locomotive um eine gegen die Ebenen durch beide Kolbenstangen rechtwinkelig stehende Axe zu drehen sucht, und das Moment:

$$2)\quad \frac{(K_1 - K_2)\, b}{2} = \frac{\omega^2\, Mr\, b}{2}(cos.\beta + sin.\beta)$$

hat.

Liegen die Dampfcylinder nicht horizontal, sondern sind sie unter dem Winkel ι gegen den Horizont geneigt, so zerlegt sich die Mittelkraft K in eine Horizontalkraft:

$$H = K\, cos.\iota,$$

und in eine Vertikalkraft:

$$V = K\, sin.\,\iota.$$

Während die erstere Kraft das Rücken des Dampfwagens hervorbringt, erzeugt und befördert letztere das sogenannte Stampfen desselben.

Ebenso zerlegt sich das Kräftepaar in einen horizontalen und einen vertikalen Componenten, und es ist das Moment des ersteren:

$$(K_1 - K_2)\,\frac{b\, cos.\iota}{2},$$

und das des zweiten:

$$(K_1 - K_2)\,\frac{b\; sin.}{2}\iota,$$

wovon das erstere das Schlängeln und das zweite das Schwanken des Wagens erzeugt.

Die Mittelkraft K geht während der einen halben Umdrehung der Treibwelle aus:

$$\omega^2\, Mr \text{ in } 0, \text{ in } -\omega^2\, Mr,\ -\omega^2\, Mr\sqrt{2},\ -\omega^2\, Mr$$

und während der zweiten aus:

$$-\omega^2\, Mr \text{ in } 0, \text{ in } +\omega^2\, Mr,\ +\omega^2\, Mr\sqrt{2},\ +\omega^2\, Mr$$

über, es variirt folglich diese Kraft während einer ganzen Umdrehung zwischen den Grenzen:

$$-\omega^2\, Mr\sqrt{2} \text{ und } +\omega^2\, Mr\sqrt{2}.$$

Das Moment des Kräftepaares $\left(+\frac{K_1 - K_2}{2} - \frac{K_1 - K_2}{2}\right)$ durchläuft während der einen halben Umdrehung die Werthe:

$$\frac{\omega^2\, Mr\, b}{2},\ \omega^2\, Mr\, b\sqrt{1/_2},\ \frac{\omega^2\, Mr\, b}{2},\ 0,\ -\frac{\omega^2\, Mr\, b}{2},$$

und während der anderen die Werthe:

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

$$-\frac{\omega^2 M r b}{2}, -\omega^2 M r b \sqrt{1/_2}, -\frac{\omega^2 M r b}{2}, 0, +\frac{\omega^2 M r b}{2},$$

und schwankt folglich innerhalb einer ganzen Umdrehung zwischen den Grenzen: $+\omega^2 M r b \sqrt{1/_2}$ und $-\omega^2 M r b \sqrt{1/_2}$.

§. 292. Da die Kurbel CB im Kreise herumläuft, so kann man die Bewegung derselben in zwei andere Bewegungen zerlegen, wovon die eine die Richtung der Kolbenaxe hat, und die andere um einen Rechtwinkel von dieser Axe abweicht. Es ist der Weg in der ersteren Richtung wieder:

$$OS = r\,(1 - cos.\beta),$$

und dagegen der in der anderen Richtung:

$$SB = r\ sin.\beta.$$

Daher folgt die Acceleration der ersteren Bewegung:

$$p = \frac{c^2 r}{a^2}\, cos.\beta = \omega^2 r\ cos.\beta,$$

und dagegen die der anderen:

$$q = -\frac{c^2 r}{a^2}\, sin.\beta = -\omega^2 r\ sin.\beta.$$

Ist nun M_1 die Masse des Krummzapfens, von ihrem Schwerpunkte auf die Warzenaxe reducirt, so hat man die Trägheitskraft des Krummzapfens in der Richtung der Kolbenbewegung:

$$M_1 p = \omega^2 M_1 r\ cos.\beta,$$

und dagegen die rechtwinkelig gegen jene:

$$M_1 q = -\omega^2 M_1 r\ sin.\beta.$$

Für den anderen Krummzapfen ist dagegen die erstere Kraft:

$$\omega^2 M_1 r\ cos.(90^0 + \beta) = -\omega^2 M_1 r\ sin.\beta,$$

und die andere:

$$-\omega^2 M_1 r\ sin.(90^0 + \beta) = -\omega^2 M_1 r\ cos.\beta.$$

Da die Trägheitskräfte, welche parallel der Kolbenbewegung wirken, genau so bestimmt werden, wie die der Kolben, so kann man sie sogleich zu diesen addiren, und setzen:

$K_1 = \omega^2 (M + M_1)\, r\ cos.\beta$, sowie

$K_2 = -\omega^2 (M + M_1)\, r\ sin.\beta.$

Was aber die Normalkräfte

$S_1 = -\omega^2 M_1 r\ sin.\beta$ und $S_2 = -\omega^2 M_1 r\ cos.\beta$

anlangt, so vereinigen sich dieselben wieder zu einer Mittelkraft:

$$S = S_1 + S_2 = -\omega^2 M_1 r\,(sin.\beta + cos.\beta),$$

und zu einem Kräftepaare mit dem Moment:

$$(S_1 - S_2)\frac{b}{2} = \frac{\omega^2 M_1 r b}{2}\,(cos.\beta - sin.\beta),$$

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

wovon die erstere den Druck der Treibräder auf die Axe innerhalb der Grenzen:

$$- \omega^2 M_1 r \sqrt{2} \text{ und } + \omega^2 M_1 r \sqrt{2}$$

verändert und dadurch das Stampfen der Locomotive befördert, und das andere zwischen den Grenzen:

$$- \omega^2 M_1 r b \sqrt{1/2} \text{ und } + \omega^2 M_1 r b \sqrt{1/2}$$

variirt, wodurch das Schwanken des Dampfwagens hervorgebracht wird.

Die Treib- oder Kurbelstange M_2 hat erstens die Bewegung mit der Kolbenstange gemeinschaftlich, weshalb man den entsprechenden Theil ihrer Trägheitskraft unmittelbar zu K_1 und K_2 addiren kann, so daß

$$K_1 \text{ in } \omega^2 (M + M_1 + M_2) r \cos.\beta \text{ und}$$
$$K_2 \text{ in } - \omega^2 (M + M_1 + M_2) r \sin.\beta$$

übergeht; außerdem hat aber noch der Schwerpunkt derselben eine Seitenbewegung, welche $\frac{l_1}{l}$ der Seitenbewegung der Kurbelwarze zu setzen ist, wenn l_1 den Abstand des Schwerpunktes dieser Stange von dem Kolbenstangenkopfe bezeichnet. Deshalb sind denn auch die beiden Kurbelstangen entsprechenden Seitenkräfte:

$$- \omega^2 M_2 r \frac{l_1}{l} \sin.\beta \text{ und } - \omega^2 M_2 r \frac{l_1}{l} \cos.\beta.$$

Von diesen Kräften wird auf die Kurbelwarzen der $\left(\frac{l_1}{l}\right)$te, und auf die Parallelführung der $\left(\frac{l - l_1}{l}\right)$te Theil übergetragen, so daß die Mittelkraft $S = S_1 + S_2$ in:

$$- \omega^2 \left[M_1 + M_2 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right] r (\sin.\beta + \cos.\beta)$$

und das Moment des Kräftepaares $(S_1 - S_2) \frac{b}{2}$ in:

$$\omega^2 \left[M_1 + M_2 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right] \frac{b r}{2} (\cos.\beta - \sin.\beta)$$

übergeht, während die Seitenkräfte:

$$T_1 = - \omega^2 M_2 \frac{l_1 (l - l_1) r}{l^2} \sin.\beta \text{ und}$$

$$T_2 = - \omega^2 M_2 \frac{l_1 (l - l_1) r}{l^2} \cos.\beta$$

erst auf das Wagengestelle übergehen und von demselben mittels der Druckfedern und, nach Befinden, mittels der Axenhalter auf die Axen übergetragen werden.

Bei gekuppelten Rädern sind natürlich noch die Trägheitskräfte der Kuppelwarzen und der Kuppelstangen in Betracht zu ziehen. Da jedes

Theilchen der Kuppelstangen dieselbe Kreisbewegung hat wie die Warzen, so sind auch die Trägheitskräfte dieser Stangen genau so zu bestimmen, wie die der Warzen oder Krummzapfen. Ist M_3 die Masse einer Kuppelwarze und M_4 die einer Kuppelstange, so hat man demnach für die entsprechenden Trägheitskräfte in der Richtung der Kolbenbewegung die Ausdrücke: Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

$$K_3 = \pm \omega^2 (2 M_3 + M_4) r \cos.\beta \text{ und}$$
$$K_4 = \mp \omega^2 (2 M_3 + M_4) r \sin.\beta,$$

worin die oberen Zeichen zu nehmen sind, wenn die Kuppelstangen an den Warzen der Treibstangen angreifen, und dagegen die unteren, wenn die Kuppelwarzen den Treibstangenwarzen gegenüberstehen.

Sind zwei Räderpaare mit den Treibrädern gekuppelt, so hat man:

$$K_3 = \pm 2 \omega^2 (2 M_3 + M_4) r \cos.\beta \text{ und}$$
$$K_4 = \mp 2 \omega^2 (2 M_3 + M_4) r \sin.\beta.$$

Diese Kräfte (K_3 und K_4) vereinigen sich natürlich mit den Kräften K_1 und K_2 in der oben bestimmten Mittelkraft K und in dem gefundenen Kräftepaare:

$$\left(+\frac{K_1 - K_2}{2} - \frac{K_1 - K_2}{2}\right).$$

Außer diesen Kräften geben die letzten trägen Massen M_3 und M_4 auch noch die Seitenkräfte rechtwinkelig zur Bewegungsrichtung des Kolbens, und zwar:

$$S_3 = -\omega^2 (2 M_3 + M_4) r \sin.\beta \text{ und}$$
$$S_4 = -\omega^2 (2 M_3 + M_4) r \cos.\beta,$$

aus welchen nicht allein eine Mittelkraft, sondern auch ein Kräftepaar resultirt, welches letztere den Abstand b_3 der Umdrehungsebenen der Kuppelwarzen zum Hebelarme hat.

§. 293*). Da die Trägheitskraft

$$K = \omega^2 (M + M_1 + M_2) r (\cos.\beta - \sin.\beta)$$

des Kolbens sammt seiner Stange u. s. w. während der Umdrehung des Krummzapfens von 45 bis 225 Grad negativ, und während der folgenden halben Umdrehung von 225 bis 405 Grad wieder positiv ist, so ertheilt sie dem ohnedies schon nicht ganz gleichförmig fortschreitenden Dampfwagen noch eine kleine schwingende Bewegung, vermöge welcher er abwechselnd etwas vor- und rückwärtsgeschoben wird. Die Amplitude dieser schwingenden Bewegung läßt sich wie folgt ermitteln.

Ist W die Masse des Dampfwagens und p seine Acceleration in Hinsicht auf diese Schwingungsbewegung, so haben wir zunächst:

$$W p = K.$$

Nun ist $p = \frac{du}{dt}$, wenn u die Schwingungsgeschwindigkeit der Loco-

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

motive, dt ein Zeitelement und du das entsprechende Geschwindigkeitselement bezeichnet, daher folgt:

$$W du = K dt,$$

und da $t = \frac{\beta}{\omega}$, also $\omega t = \beta$ und $\omega dt = d\beta$ gesetzt werden kann,

$$W du = \omega (M + M_1 + M_2)\, r\, (cos.\beta - sin.\beta)\, d\beta,$$

woraus

$$W u \;= \omega (M + M_1 + M_2)\, r\, (sin.\beta + cos.\beta)$$

folgt, und eine Constante nicht hinzuzufügen ist, weil u Null ist, wenn K seinen größten negativen Werth hat, d. i. wenn

$$sin.\beta = cos.\beta \text{ ist.}$$

Bezeichnet man ferner den Schwingungsweg der Locomotive durch z, so hat man:

$$u = \frac{dz}{dt}, \text{ oder } u\, d\beta = \omega\, dz,$$

und daher:

$$W dz = (M + M_1 + M_2)\, r\, (sin.\beta + cos.\beta)\, d\beta,$$

woraus sich durch Integriren:

$$W z = (M + M_1 + M_2)\, r\, (sin.\beta - sos.\beta),$$

und folglich:

$$z = \frac{(M + M_1 + M_2)\, r}{W} (sin.\beta - cos.\beta)$$

ergiebt.

Dieser Schwingungsweg ist für $tang.\beta = -1$, d. i. für $\beta = 135^0$ am größten, und zwar:

$$= \frac{(M + M_1 + M_2)\, r \sqrt{2}}{W},$$

und dagegen für $tang.\beta = 1$, d. i. für $\beta = 45$ Grad, $=$ Null; folglich fällt die Schwingungselongation der Locomotive

$$z = \pm \frac{(M + M_1 + M_2)\, r \sqrt{2}}{W}$$

aus.

Die schwingende Bewegung der Locomotive um eine vertikale Axe, welche durch das Kräftepaar $\left(\frac{K_1 - K_2}{2}, -\frac{K_1 - K_2}{2}\right)$ hervorgebracht wird, läßt sich auf ähnliche Weise beurtheilen.

Es sei T das Trägheitsmoment der Locomotive in Hinsicht auf ihre vertikale Schwerlinie, und p_1 die Acceleration dieser Bewegung in der Ebene der Treibräder. Dann haben wir:

Theorie der Bewegung der Dampfwagen.

$$Tp_1 = {}^1/_4\ \omega^2\ (M + M_1 + M_2)\ r\, b\, b_1\ (cos.\beta + sin.\beta);$$

daher für die entsprechende Geschwindigkeit u_1:

$$Tu_1 = {}^1/_4\ \omega\ (M + M_1 + M_2)\ r\, b\, b_1\ (sin.\beta - cos.\beta),$$

und endlich für den zugehörigen Schwingungsweg z_1:

$$Tz_1 = -\ {}^1/_4\ (M + M_1 + M_2)\ r\, b\, b_1\ (cos.\beta + sin.\beta),$$

also:

$$z_1 = -\frac{(M + M_1 + M_2)\ r\, b\, b_1}{4\,T}\ (cos.\beta + sin.\beta).$$

Dieser Weg ist für $sin.\beta = cos.\beta$ ein Maximum, und zwar $-\dfrac{(M + M_1 + M_2)\, r\, b\, b_1\, \sqrt{2}}{4\,T}$ und für $sin.\beta = -\ cos.\beta$, Null; daher schwingt jeder Endpunkt der Treibaxe gegen seine mittlere Lage bald um $\dfrac{(M + M_1 + M_2)\, r\, b\, b_1\, \sqrt{2}}{4\,T}$ vor, bald eben so viel nach, wenn er nicht durch die Schienenbahn daran gehindert wird.

Gegengewichte.

§. 294. Die im Vorstehenden betrachteten Störungen in der Stabilität und Bewegung der Locomotiven lassen sich, in so weit sie aus der Wirkungsweise der Treibkräfte hervorgehen, gar nicht, und insoweit sie in der Trägheit der Zwischenmaschine ihren Grund haben, nur zum Theil durch Gegengewichte aufheben. Am vollständigsten würde man denselben entgegenwirken, wenn man die Locomotive durch vier Dampfmaschinen in Bewegung setzen ließe, von welchen je zwei auf den entgegengesetzten Seiten der Treibaxe liegen und an entgegengesetzten Warzen der Treibwelle angreifen; oder wenn man wenigstens jedem der beiden Dampfkolben einer gewöhnlichen Locomotive auf der anderen Seite der Treibaxe noch einen anderen Kolbenmechanismus entgegensetzte, welcher die entgegengesetzten Bewegungen des ersteren macht und daher auch entgegengesetzte Trägheitskräfte hervorruft.

Man hat jedoch von dieser Ausgleichungsweise abgestanden, weil dadurch der Bewegungsmechanismus des Dampfwagens noch complicirter ausfallen würde, und bedient sich daher jetzt nur der rotirenden Gegengewichte, welche allerdings auch nur theilweise, und zwar entweder nur die horizontalen oder nur die vertikalen Störungen aufzuheben vermögen.

Um die horizontalen Trägheitskräfte:

$$K_1 = \omega^2\ (M + M_1 + M_2)\ r\ cos.\beta \text{ und}$$
$$K_2 = \omega^2\ (M + M_1 + M_2)\ r\ sin.\beta$$

auszugleichen, hat man jeder der beiden Kurbelwarzen gegenüber in einem beliebigen Abstande r_1 eine Masse $(M + M_1 + M_2)\dfrac{r}{r_1}$ anzubringen;

Gegengewichte.

die horizontalen Componenten der Centrifugal- oder Trägheitskräfte dieser Massen bilden dann mit K_1 und K_2 Kräftepaare, welche bekanntlich keinen Druck auf die Axe C ausüben.

Die vertikalen oder normalen Componenten der Trägheitskräfte:

$$S_1 = -\omega^2 \left[M_1 + M_2 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right] r \sin.\beta \text{ und}$$

$$S_2 = -\omega^2 \left[M_1 + M_2 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right] r \cos.\beta$$

lassen sich ebenfalls durch zwei Massen, jede von der Größe

$$\left[M_1 + M_2 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right] \frac{r}{r_1}$$

ausgleichen, welche in einem willkürlichen Abstande r_1 den Kurbelwarzen gegenüber anzubringen sind; denn es bilden die vertikalen Componenten der Centrifugalkräfte dieser Massen mit S_1 und S_2 Kräftepaare, welche nur auf die Rotation um die Axe C, nicht aber auf das Fortschreiten dieser Axe einwirken.

Diese letztere Ausgleichung ist deshalb um so vortheilhafter, da durch sie auch die horizontalen Trägheitskräfte auf die kleineren Werthe:

$$K_1 = \omega^2 \left(M + M_2 \left[1 - \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right]\right) r \cos.\beta \text{ und}$$

$$K_2 = \omega^2 \left(M + M_2 \left[1 - \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right]\right) r \sin.\beta$$

zurückgeführt werden, und außer diesen nur noch die in den Leitungen zur Wirksamkeit kommenden Seitenkräfte:

$$T_1 = -\omega^2 M_2 r \frac{l_1 (l - l_1)}{l^2} \sin.\beta \text{ und}$$

$$T_2 = -\omega^2 M_2 r \frac{l_1 (l - l_1)}{l^2} \cos.\beta$$

unausgeglichen zurückbleiben, wogegen durch die vollständige Ausgleichung der Horizontalkräfte mittels der Gegengewichte $(M + M_1 + M_2) \frac{r}{r_1}$ die Vertikalkräfte auf:

$$S_1 = \omega^2 \left(M + M_2 \left[1 - \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right]\right) r \sin.\beta \text{ und}$$

$$S_2 = \omega^2 \left(M + M_2 \left[1 - \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right]\right) r \cos.\beta$$

gesteigert werden.

Beispiel. Es sei bei einer Locomotive von 50000 Pfund Gewicht, welche durch horizontal liegende Maschinen mit 60 Fuß Geschwindigkeit fortbewegt werden soll, das Gewicht eines Kolbens sammt Stange 360 Pfund, das Gewicht einer Lenkstange 260 Pfund, das Gewicht einer Kurbel, auf ihre Warze reducirt, 120 Pfund, die Länge eines Kurbelarmes, $r = 1$ Fuß, der Halbmesser eines Treibrades, $a = 3$ Fuß, der Abstand der Radebenen von einander, $b_1 = 55$ und der der Cylinderaxen von einander, $b = 72$ Zoll, und endlich sei das Trägheitsmoment des ganzen Wagens in Beziehung auf seine vertikale Schwerlinie, $T = 16\,M$ Fußpfund. Man soll die störenden Kräfte, sowie die Störungen, welche die trägen Massen der Bewegungsmechanismen dieses Wagens hervorbringen, und endlich noch die Größe der Gegengewichte zur Ausgleichung dieser Störungen ausmitteln. Gegengewichte.

Es ist die Winkelgeschwindigkeit der Treibaxe:

$$\omega = \frac{v}{a} = \frac{60}{3} = 20 \text{ Fuß},$$

und es sind hiernach die horizontalen Trägheitskräfte:

$$K_1 = \omega^2 (M + M_1 + M_2)\, r \cos.\beta = 400 \,.\, (360 + 120 + 260) \frac{\cos.\beta}{g}$$

$$= \frac{400 \,.\, 740 \cos.\beta}{31{,}25} = 9472 \cos.\beta \text{ Pfund, sowie}$$

$$K_2 = -\,\omega^2 (M + M_1 + M_2)\, r \sin.\beta = -\,9472 \sin.\beta \text{ Pfund.}$$

Da sowohl $\cos.\beta$ als auch $\sin.\beta$ zwischen $+1$ und -1 variirt, so sind auch die Kräfte K_1 und K_2 stetigen Veränderungen innerhalb der Grenzen $+ 9472$ und $- 9472$ Pfund ausgesetzt. Der kleinste Werth von der Mittelkraft aus K_1 und K_2 ist 0 und der größte $\pm 9472 \sqrt{2} = \pm 13395$ Pfund. Diese veränderliche Mittelkraft schiebt die Locomotive während einer Umdrehung der Treibaxe ein Mal vor und ein Mal zurück um

$$s = \frac{(M + M_1 + M_2)\, r \sqrt{2}}{W} = \frac{740 \sqrt{2}}{50000} = 0{,}0209 \text{ Fuß} = \tfrac{1}{4} \text{ Zoll.}$$

Das Moment des überdies noch aus den Kräften K_1 und K_2 hervorgehenden Kräftepaares schwankt zwischen den Grenzen:

$$+\,\omega^2 (M + M_1 + M_2)\, r b \sqrt{\tfrac{1}{2}} = 9470 \,.\, 6 \,.\, \sqrt{\tfrac{1}{2}} = 40178 \text{ und}$$

$$-\,\omega^2 (M + M_1 + M_2)\, r b \sqrt{\tfrac{1}{2}} = -\,40178 \text{ Fußpfund,}$$

und bewirkt, daß bald das eine und bald das andere Treibrad um den Weg

$$s_1 = \frac{(M + M_1 + M_2)\, r b b_1 \sqrt{2}}{4\,T} = \frac{740 \,.\, 6 \,.\, 55 \sqrt{2}}{4 \,.\, 12 \,.\, 16 \,.\, 50000} = 0{,}09 \text{ Fuß} = 0{,}11 \text{ Zoll}$$

seiner mittleren Bewegung voreilt, oder nachbleibt. Diese störenden Bewegungen der Locomotive lassen sich durch zwei Gegengewichte von je 740 Pfund aufheben, welche im Abstande $r = 1$ Fuß von der Treibaxe, den entsprechenden Kurbelwarzen gegenüber, mit der Treibwelle fest zu verbinden sind.

Steht die Locomotive auf sechs Rädern, so können wir annehmen, daß jedes Rad ein Sechstel des ganzen Wagengewichtes, also $\frac{50000}{6} = 8333$ Pfund Druck auf die Schienenbahn überträgt. Dieser Druck wird aber durch die vertikalen Trägheitskräfte abwechselnd noch vergrößert und verkleinert. Liegt der Schwerpunkt einer Lenkstange um $l_1 = \tfrac{3}{5}\,l$, d. i. um drei Fünftel der ganzen Lenkstange vom Querhaupte der Kolbenstange ab, so haben wir die vertikalen Trägheitskräfte:

Gegengewichte.

$$S_1 = - \omega_2 \left[M_1 + M_2 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right] r \sin.\beta$$
$$= - \frac{400\ (120 + 0{,}36\ .\ 260) \sin.\beta}{31{,}25} = - 2734 \sin.\beta \text{ und}$$
$$S_2 = - \omega^2 \left[M_1 + M_2 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right] r \cos.\beta = - 2734 \cos.\beta.$$

Diese Kräfte geben die Mittelkraft:

$$S = S_1 + S_2 = - 2734 (\sin.\beta + \cos.\beta),$$

und ein Kräftepaar mit dem Momente:

$$(S_1 - S_2) \frac{b}{2} = - 2734\ .\ 3\ (\sin.\beta = \cos.\beta) = - 8202\ (\sin.\beta - \cos.\beta),$$

welches den Druck auf ein Treibrad abwechselnd um

$$\frac{(S_1 - S_2)\, b}{2\, b_1} = \frac{8202\ (\sin.\beta - \cos.\beta)}{55/12} = 1790\ (\sin.\beta - \cos.\beta)$$

vergrößert oder verkleinert.

Hiernach folgt der beiden Kräften entsprechende Zuwachs des Druckes auf die Schienenbahn, für das eine Rad:

$$\frac{S}{2} + \frac{(S_1 - S_2)\, b}{2\, b_1} = 1367\ (\sin.\beta + \cos.\beta) + 1790\ (\sin.\beta - \cos.\beta),$$

und für das andere Rad:

$$\frac{S}{2} - \frac{(S_1 - S_2)\, b}{2\, b_1} = 1367\ (\sin.\beta + \cos.\beta) - 1790\ (\sin.\beta - \cos.\beta).$$

Die Grenzwerthe dieser Dreiecke sind:

$$\pm \sqrt{\frac{b_1^2 + b^2}{2}}\ .\ \omega^2 \left[M_1 + M_2 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right] \frac{r}{b_1} = \pm 3185 \text{ Pfund.}$$

Hiernach schwankt dann der Druck eines Treibrades auf die Schienenbahn zwischen den Grenzen:

$$8333 - 3185 = 5148 \text{ Pfund und}$$
$$8333 + 3185 = 11518 \text{ Pfund.}$$

Der letztere Grenzwerth wird durch die in §. 288 bestimmte Vertikalkraft $Z_1 + Z_2$, welche aus der Zerlegung der Treibkraft in die Geradführung hervorgeht, noch um ein Ansehnliches vergrößert.

Wenn man zur Ausgleichung der vertikalen Trägheitskräfte, den Kurbelwarzen gegenüber, im Abstande $r = 1$ Fuß von der Radaxe ein Gegengewicht von $120 + 0{,}36\ .\ 260 = 213{,}6$ Pfund anbringt, so werden nicht nur die letzten Störungen vollständig aufgehoben, sondern es werden auch die horizontalen Trägheitskräfte auf den

$$\frac{M + M_2 \left[1 - \left(\frac{l_1}{l}\right)^2\right]}{M + M_1 + M_2} = \frac{360 + 166{,}4}{740} = 0{,}71\text{sten Theil}$$

zurückgeführt.

Fast denselben Zweck erreicht man auch, wenn man im Abstande $r_1 = 2^1/_2$ Fuß von der Radaxe, und zwar am innern Umfange der Treibräder, das Gegengewicht $\frac{213{,}6}{2{,}5} = 85{,}44$ Pfund anbringt.

§. 295. Die Kraft zur langsamen Bewegung eines Wagens oder eines ganzen Wagenzuges auf einer horizontalen Schienenbahn ist genau so zu beurtheilen, wie die Kraft zum Fortziehen der Wagen auf Straßen. Sie ist (s. §. 261) durch die Formel: Widerstand auf Eisenbahnen.

$$P = (1 + \nu)\left(\varphi \frac{\varrho}{r} + \frac{\psi}{r}\right) Q + \frac{\psi R}{r}$$

bestimmt, in welcher Q die reine Last, $\nu Q = W$ das Gewicht der Wagen ohne Räder, R das Gewicht der Räder, ferner r den Halbmesser derselben, ϱ den Axenhalbmesser, φ und ψ die Coefficienten der Axenreibung und der Walzenreibung bezeichnen. Insofern findet aber zwischen beiden Wegen ein großer Unterschied statt, als bei den Fahrstraßen die wälzende, und dagegen bei den Schienenbahnen die Zapfenreibung das hauptsächlichste Bewegungshinderniß ausmacht. Der Coefficient der Axenreibung beträgt bei den Eisenbahnwagen (s. I., §. 164) $\varphi = 0{,}050$, und der der wälzenden Reibung (s. I., §. 174) $\psi = 0{,}020$, wobei r in preuß. Zollen gegeben sein muß. Nun ist aber das bei den gewöhnlichen Eisenbahnwagen im Mittel $2\varrho = 2^5/_8$, und $2r = 40$ Zoll; daher folgt dann hier im Mittel:

$$P = (1 + \nu)\left(0{,}05 \, . \, \frac{21}{320} + \frac{0{,}02}{20}\right) Q + \frac{0{,}02}{20} R$$
$$= 0{,}00428\,(1 + \nu)\, Q + 0{,}001\, R,$$

während die Kraft zum Fortziehen vierräderiger Wagen auf guten Schotterstraßen (s. Tabelle §. 263, III.) mindestens

$$P = 0{,}05\,(1 + \nu)\, Q,$$

d. i. circa $12^1/_2$mal so groß ist.

Diese Kraft wird beim schnellen Fahren noch durch den Widerstand der Luft vergrößert, der, wie bekannt, mit dem Quadrate der Geschwindigkeit c des Wagenzuges wächst. Ist F der größte Querschnitt des Wagenzuges, γ die Dichtigkeit der Luft und ζ ein Widerstandscoefficient, so läßt sich, wie bekannt (s. Bd. I., §. 429 u. s. w.), der Widerstand, welchen die Luft der Bewegung des Wagenzuges entgegensetzt, durch

$$P_1 = \zeta \, . \, F\gamma \, . \, \frac{c^2}{2g}$$

ausdrücken, und hierin der Widerstandscoefficient $\zeta = 1{,}33$ annehmen.

Giebt man c in Fuß und F in Quadratfuß, und nimmt man das Gewicht eines Cubikfußes Luft $\gamma = \frac{66}{800}$ Pfund an, so hat man:

$$P_1 = 1{,}33 \, . \, 0{,}016 \, . \, \frac{66}{800} Fc^2 = 0{,}0017556\, Fc^2 \text{ Pfund}$$

Widerstand auf Eisenbahnen.

Nach Pambour ist:

$$P_1 = 0{,}005064\ F c^2 \text{ Kilogramm,}$$

wenn F in Quadratmetern und c in Kilometern pr. Stunde gegeben wird.

Nun beträgt aber:

ein Meter . . . $= 3{,}1862$ preuß. Fuß,

ein Quadratmeter . . $= 10{,}15187$ preuß. Quadratfuß,

ein Kilometer stündlich . $= \frac{1000}{3600}$ Meter pr. Sec., und

ein Kilogramm . . . . $= 2{,}13807$ preuß. Pfund;

daher folgt denn für das preuß. Maaß:

$$P_1 = 0{,}005064\ \frac{F}{10{,}15187} \cdot \left(\frac{3600\,c}{1000\ .\ 3{,}1862}\right)^2 \cdot 2{,}13807$$

$$= 0{,}001362\ F c^2 \text{ Pfund.}$$

Uebrigens rechnet Pambour für eine Locomotive mit Tender und mit einem Wagen $F = 70$ Quadratfuß engl. $= 66$ Quadratfuß preuß. und für jeden folgenden Wagen noch 10 Quadratfuß engl. $= 9{,}4$ Quadratfuß preuß. zu.

Es ist leicht zu ermessen, daß nicht allein der Widerstand der Luft, sondern auch noch die Widerstände, welche aus den Vibrationen und Stößen der Wagen auf der Bahn hervorgehen, mit dem Quadrate der Geschwindigkeit des Trains wachsen, und daß man daher genauer

$$P_1 = (\alpha Q + 0{,}001362\ F)\ c^2,$$

wo α eine diesen Vibrationen und Stößen entsprechende Erfahrungszahl bedeutet, zu setzen hat.

Der Engländer M. Scott-Rusell nimmt an, daß der letzte Widerstand nur mit c wachse, und hiernach findet M. W. Harding folgende auf mehrere neuere englische Versuche basirte empirische Formel für den Gesammtwiderstand eines Wagenzuges auf einer söhligen und geraden Bahnstrecke:

$$P + P_1 = \left(6 + \frac{c}{3}\right) Q_1 + 0{,}0025\ F c^2 \text{ Pfund engl.,}$$

und es bedeutet hierin $Q_1 = (1 + \nu)\ Q$ das ganze Gewicht des Trains in Tonnen, F den Inhalt des größten Querschnitts desselben in Quadratfuß, und c die Geschwindigkeit in engl. Meilen pr. Stunde.

Drücken wir Q_1 in Pfund und c in Fuß pr. Sec. aus, so erhalten wir:

$$P + P_1 = \left(6 + {}^1\!/_3 \cdot \frac{3600 c}{5280}\right) \frac{Q_1}{2240} + 0{,}0025\ F \left(\frac{3600 c}{5280}\right)^2$$

$$= (0{,}002679 + 0{,}0001015\, c)\, Q_1 + 0{,}001198\, F c^2 \text{ Pfund,}$$

und für preuß. Maaß:

$$P + P_1 = (0{,}002679 + 0{,}0001045\, c)\, Q_1 + 0{,}001307\ F c \text{ Pfund.}$$

Diese Formel gilt streng genommen nur für Personenzüge und giebt auch bei kleinen Geschwindigkeiten zu große Werthe, welches seinen Grund besonders darin haben mag, daß in denselben der Widerstand durch die Vibrationen und Stöße dem einfachen c und nicht c^2 proportional wachsend angenommen wird. Nehmen wir an, daß das Glied $0{,}0001045\ c\,Q_1$ bei $c = 60$ Fuß ein richtiges Resultat liefere, und ersetzen wir dasselbe durch ein Glied $\psi c^2 Q$, so erhalten wir folgende Gleichung: Widerstand auf Eisenbahnen.

$\psi c^2 = 0{,}0001045\ c$, und daher:

$$\psi = \frac{0{,}0001045}{c} = \frac{0{,}0001045}{60} = 0{,}000001741, \text{ folglich:}$$

$$P + P_1 = (0{,}002679 + 0{,}000001741\ c^2)\ Q_1 + 0{,}001307\ F c^2 \text{ Pfund.}$$

§. 296. Durch den Wind kann der Widerstand des Wagenzuges einer Locomotive entweder noch vergrößert oder auch verkleinert werden. Bewegt sich der Wind mit der Geschwindigkeit v in der Richtung des Zuges, so ist die relative Geschwindigkeit des Zuges in Hinsicht auf die Luft nur $c - v$, und bewegt er sich mit dieser Geschwindigkeit dem Wagenzug direct entgegen, so ist die relative Geschwindigkeit des letzteren $c + v$. Wenn daher $0{,}001307\ F c^2$ den Widerstand in ruhiger Luft ausdrückt, so hat man denselben

$$P_1 = 0{,}001307\ F\ (c \mp v)^2$$

in der nach der einen oder der anderen Richtung bewegten Luft.

Strömt der Wind schief gegen die Bewegungsrichtung des Zuges, und weicht dessen Richtung von der des letzteren um den Winkel δ ab, so haben wir den Componenten der Windgeschwindigkeit in der Richtung des Zuges $v\ cos.\ \delta$, und daher:

$$P_1 = 0{,}001307\ F\ (c \mp v\ cos.\ \delta)^2$$

zu setzen.

Aus den Componenten $v\ sin.\ \delta$ rechtwinkelig gegen die Bahn geht ein Seitenstoß hervor, durch welchen der Wagenzug seitwärts an den einen Schienenstrang angedrückt und die Reibung der Räder auf diesem Strange vergrößert wird. Diese Kraft ist dem Längendurchschnitt F_1 des Wagenzuges proportional, und läßt sich daher

$$S = 0{,}001307\ F_1\ (c\ sin.\ \delta)^2$$

setzen.

Uebrigens wirkt sie wie die Centrifugalkraft beim Durchfahren einer Curve (vergl. §. 268), sie schiebt die Wagen so weit von ihrer mittleren Bahn ab, bis sich in Folge der Conicität der Radreifen die Räder auf der einen Seite um eine Höhe $\frac{\delta}{2}$ gehoben, und die auf der anderen Seite um eine Tiefe $\frac{\delta}{2}$ gesenkt haben, folglich jene mit dem Durchmesser $d + \delta$

Widerstand auf Eisenbahnen.

und diese mit dem Durchmesser $d - \delta$ fortrollen. Es ist hier $\frac{S}{Q_1} = \frac{\delta}{b}$, und daher:

$$\delta = \frac{S}{Q_1}\, b = 0{,}001307\, \frac{F_1\, b}{Q_1}\, (c\, sin.\, \delta)^2,$$

wenn b wieder die Geleisweite bezeichnet.

Die gleitende Reibung, welche nun aus dem Fortrollen der Wagen mit verschiedenen Umfängen erwächst, ist, da dann die Räder auf der einen Seite bei jeder Umdrehung der mittleren Bewegung πd um $\pi \delta$ vor- und die auf der anderen Seite um $\pi \delta$ nachgehen müssen:

$$P_1 = \frac{\delta}{d}\, \varphi Q_1 = 0{,}001307\, \varphi\, \frac{F_1\, b}{d}\, (c\, sin.\, \delta)^2.$$

Bei heftigem Winde werden die Räder auf der äußeren Seite mit ihren Spurkränzen gegen die Schienenbahn gedrückt, und dann fällt natürlich P_1 noch größer aus.

Bei einer unter dem Winkel α aufsteigenden Bahn kommt zu dem Widerstande $P + P_1$ noch das relative Gewicht

$$P_2 = Q_1\, sin.\, \alpha = (1 + \nu)\, Q\, sin.\, \alpha$$

des Wagenzuges hinzu, wogegen beim Befahren einer fallenden Bahnstrecke die Kraft

$$P_2 = Q_1\, sin.\, \alpha = (1 + \nu)\, Q\, sin.\, \alpha$$

gewonnen wird und folglich die nöthige Zugkraft um so viel kleiner ausfällt. Ist dann $P_2 > P + P_1$, so muß natürlich der Wagenzug gebremst werden, damit er sich nicht beschleunigt bewege.

Der Widerstand eines Wagenzuges wird beim Durchlaufen einer Curve durch hinzutretende gleitende Reibungen noch besonders erhöht. Während ein Wagen $DEFG$, Fig. 597, in einer Curve AOB einen kleinen Weg BN durchläuft, gleitet er zugleich um einen kleinen Weg NO radial auswärts. Ist CM ein Perpendikel von dem Mittelpunkte C der Curve auf die Längenaxe AB des Wagens, so haben wir in OBN und CBM zwei ähnliche Dreiecke, für welche die Proportion:

$$\frac{NO}{BO} = \frac{BM}{CB}$$

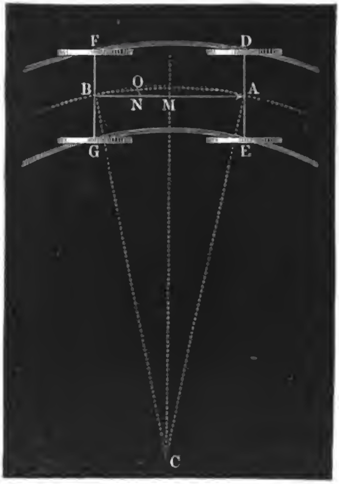
gilt.

Bezeichnen wir den Curvenhalbmesser CB durch r, die Entfernung AB der Radaxen DE und FG von einander durch e, und den Weg BO durch s, so haben wir daher:

$$NO = \frac{e\, s}{2\, r}.$$

Ist nun noch Q_1 die Belastung des Wagens, und φ der Coefficient der gleitenden Reibung seiner Räder auf der Bahn, so folgt die dem radialen Ausgleiten der Räder entsprechende mechanische Arbeit: Widerstand auf Eisenbahnen.

Fig. 597.



$$\varphi Q_1 \,.\, \overline{BO} = \varphi \frac{es}{2r} Q_1,$$

und daher die Vergrößerung der Zugkraft in Folge dieser Reibung:

$$P_3 = \varphi Q_1 \frac{\overline{NO}}{\overline{BO}} = \varphi \frac{e}{2r} Q_1 ..$$

Hat der Wagen drei Paar Räder, so ist für e der Abstand der äußersten Radaxen von einander einzusetzen. Es wächst also dieser Reibungswiderstand direct wie die Entfernung der Radaxen und umgekehrt wie der Curvenhalbmesser. Uebrigens wird diese Reibung nach Befinden noch durch die aus §. 268 bekannte gleitende Reibung vergrößert, welche aus der Verschiedenheit zwischen dem gleichzeitigen Wegen der äußeren und dem der inneren Räder hervorgeht.

Bei dieser radialen Verschiebung der Wagenräder legen sich die Spurkränze der inneren Räder an die Schienenbahn an, und es entsteht dadurch eine Seitenreibung $\varphi \,.\, \varphi Q_1$, deren Weg bei jeder Umdrehung eines Rades die Differenz zwischen dem Umfange πd_1 des Kreises, in welchem der Spurkranz die Schienenbahn berührt, und dem Umfange πd, in welchem das Rad auf der Schienenbahn fortrollt, ist, weshalb auch die Vergrößerung der Zugkraft in Folge dieser Reibung

$$P_4 = \varphi^2 \left(\frac{d_1 - d}{d}\right) Q_1 \text{ ist.}$$

Um endlich noch die zum Fortziehen des Trains nöthige Kraft des Dampfwagens zu finden, ist der gesammte Widerstand $P + P_1 + P_2 + P_3 + P_4$ des ganzen Wagenzuges sammt Locomotive und Tender wegen der Kolbenreibung und wegen der Kraft zur Bewegung der Mechanismen des Dampfwagens noch um 25 Procent zu vergrößern.

Widerstand auf Eisenbahnen.

Beispiel. Ein Dampfwagen wiege 25 Tonnen, sein Tender, vollständig belastet, 15 Tonnen, und der angehängte Wagenzug, bestehend aus 10 Wagen, jeder zu 6 Tonnen Gewicht, $6 \cdot 10 = 60$ Tonnen; man soll die Kraft dieses Wagens bei 50 Fuß Fahrgeschwindigkeit ermitteln.

Die ganze Last ist hier $Q_1 = (1 + \nu)\, Q = 25 + 15 + 60 = 100$ Tonnen, oder eine Tonne zu 2172 Pfund angenommen, $= 217200$ Pfund. Nimmt man nach Pambour den Querschnitt des Wagenzuges $= 66$ Quadratfuß an und rechnet man hierzu wegen der Zwischenräume zwischen den Wagen noch $10 \cdot 9{,}4 = 94$ Quadratfuß, also im Ganzen $F = 66 + 94 = 160$ Quadratfuß, so erhält man den Widerstand des Wagenzuges beim Befahren einer geraden söhligen Bahnstrecke, nach Harding's Formel:

$$P + P_1 = (0{,}0002679 + 0{,}0001045 \cdot 50) \cdot 217200 + 0{,}001307 \cdot 160 \cdot (50)^2$$
$$= (0{,}0002679 + 0{,}005225) \quad 217200 + 0{,}001307 \cdot 400000$$
$$= 1717 + 523 = 2240 \text{ Pfund},$$

und dagegen nach der zweiten Formel, welche voraussetzt, daß der Widerstand durch die Stöße und Vibrationen der Mechanismen nach dem Quadrate der Fahrgeschwindigkeit c wachse:

$$P + P_1 = (0{,}0002679 + 0{,}000001741 \cdot 2500) \cdot 217200 + 523$$
$$= (0{,}007031 \cdot 217200 + 523) = 2050 \text{ Pfund}.$$

Käme in der Bahnlinie noch Ansteigen von $^1/_{100}$ vor, so würde die Kraft beim Aufwärtsfahren um

$$P_2 = 217200 \cdot 0{,}01 = 2172 \text{ Pfund}$$

gesteigert werden, also auf

$$P + P_1 + P_2 = 2050 + 2172 = 4222 \text{ Pfund}$$

anwachsen, und dagegen beim Abwärtsfahren um 2172 Pfund kleiner, also im Ganzen $2050 = 2172 = -\ 122$ Pfund ausfallen, und deshalb das Anziehen der Bremsen nöthig sein.

Trägt die Treibaxe 0,4 des Locomotivengewichtes, d. i. $0{,}4 \cdot 25 = 10$ Tonnen $= 21720$ Pfund, und wird der kleinste Werth des Reibungscoefficienten zwischen den Treibrädern und der Bahn zu 0,1 angenommen, so hat man folglich die größtmögliche Zugkraft der Locomotive bei ungekuppelten Rädern nur $0{,}1 \cdot 21720 = 2172$ Pfund. Wenn nun auch von den 4222 Pfund Widerstand circa ein Viertel auf die Locomotive selbst kommt, also für den Wagenzug ungefähr nur 3222 Pfund übrig bleiben, so ist doch die Locomotive nicht im Stande, den Train bei $^1/_{100}$ Ansteigen mit sich fortzunehmen, und folglich das Kuppeln der Räder, wobei die Zugkraft auf $0{,}1 \cdot 21720 \cdot 25 = 5430$ Pfund gesteigert werden kann, nothwendig.

Rechnen wir noch 25 Procent auf die Kraft zur Ueberwindung der Kolbenreibung und Bewegung der Mechanismen u. s. w., so erhalten wir die nöthige Dampfkraft:

$$\tfrac{5}{4}\,(P + P_1 + P_2) = \tfrac{5}{4} \cdot 4222 = 5278 \text{ Pfund},$$

und ist noch das Verhältniß der Kurbelarmlänge r zum Halbmesser a der Treibräder: $\frac{r}{a} = 0{,}4$, so hat man die erforderliche Kraft eines Dampfkolbens:

$$R = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{a}{r} \cdot \frac{5}{4}\,(P + P_1 + P_2) = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{5}{2} \cdot 5278 = \frac{\pi}{4} \cdot 13195$$
$$= 10363 \text{ Pfund (s. §. 289)},$$

und ist der Dampfdruck pr. Quadratzoll, $p = 60$ Pfund, so folgt die nöthige Kolbenfläche: Widerstand auf Eisenbahnen.

$$F = \frac{R}{p} = \frac{10363}{60} = 172{,}7 \text{ Quadratzoll,}$$

und endlich der Kolbendurchmesser:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 15 \text{ Zoll.}$$

Durch Curven in der Bahnlinie wird natürlich die erforderliche Dampfkraft ebenfalls vergrößert. Bei einem Curvenhalbmesser $r = 2000$ Fuß, und der Geschwindigkeit $v = 50$ Fuß, wäre die Centrifugalkraft des Wagenzuges:

$$K = \frac{v^2}{gr} Q_1 = 0{,}032 \cdot \frac{(50)^2}{2000} Q_1 = 0{,}04\ Q_1,$$

also 4 Procent der Wagenlast, und folglich die Mittelkraft aus K und Q_1:

$$= \sqrt{1 + (0{,}04)^2}\ Q_1 = \sqrt{1{,}0016}\ \ Q_1 = 1{,}0008\ Q_1,$$

d. i. so wenig über Q_1, daß man von dieser Vergrößerung des Drucks der Räder auf die Bahn ganz absehen kann. Setzen wir die Geleisweite in runder Zahl, $b = 4{,}5$ Fuß, und den mittleren Raddurchmesser $d = 3{,}5$ Fuß, so erhalten wir die Größe, um welche in Folge der Conicität der Räder die Durchmesser der mit der Schienenbahn in Berührung kommenden Radumfänge beim Eintritt in die Curve sich verändern:

$$\delta = \frac{bd}{2r} = \frac{4{,}5\ .\ 3{,}5}{4000} = 0{,}00383 \text{ Fuß} = 0{,}55 \text{ Linien,}$$

und die Erhebung des äußeren Schienenstranges über den inneren

$$h_1 = \frac{c^2 b}{gr} - \delta = 0{,}04 . 4{,}5 - 0{,}00383 = 0{,}1762 \text{ Fuß} = 2{,}11 \text{ Zoll (s. §. 268).}$$

Nehmen wir im Durchschnitt die Entfernung der äußersten Axen eines Wagens von einander: $e = 14$ Fuß an, und setzen wir den Coefficienten der gleitenden Reibung zwischen den Rädern und Schienen, $\varphi_1 = 0{,}2$, so erhalten wir die Vergrößerung der Zugkraft in Folge der gleitenden Reibung in der Curve:

$$P_3 = \varphi \frac{e}{2r} Q_1 = 0{,}2\ .\ \frac{14}{4000} . 217200 = 152 \text{ Pfund.}$$

Nehmen wir endlich an, daß bei dem Durchfahren der Curve der innere Spurkranz die Schienenbahn in einem Kreise berühre, dessen Durchmesser d_1 um $1\frac{1}{2}$ Zoll größer ist als der Durchmesser d des Kreises, mit welchem die Räder auf der Bahn fortrollen, so erhalten wir noch die Reibung an den Spurkränzen im Ganzen:

$$P_4 = \varphi^2 \left(\frac{d_1 - d}{d}\right) Q_1 = (0{,}2)^2\ \frac{3/2}{12\ .\ 3{,}5} . 217200 = 310 \text{ Pfund.}$$

Nun erhalten wir die Gesammtkraft beim Bergauffahren:

$$\Sigma(P) = P + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 4222 + 152 + 310 = 4684 \text{ Pfund,}$$

und mit Berücksichtigung der Kolbenreibung und der nöthigen Kraft zur Bewegung der Mechanismen:

$$5/4\ \Sigma\,(P) = 5/4\ .\ 4684 = 5855 \text{ Pfund.}$$

Widerstand auf Eisenbahnen.

Die entsprechende Dampfkraft ist:

$$R = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{5}{2} \cdot 5855 = 11496 \text{ Pfund},$$

hiernach die Größe einer Kolbenfläche:

$$F = \frac{11496}{60} = 191{,}6 \text{ Quadratzoll}$$

und endlich der Durchmesser eines Kolbens:

$$d = 15{,}6 \text{ Zoll}.$$

Anmerkung. Ueber Eisenbahntransport und Dampfwagen ist die Literatur zu ausgedehnt, als daß sie hier vollständig mitgetheilt werden könnte; daher sollen im Folgenden nur die wichtigsten Schriften, und vorzüglich die wissenschaftlichen Abhandlungen genannt werden. Guide de mécanicien constructeur et conducteur des machines locomotives par M. M. Lechatelier, Flachat, Petiet et Polonceau, Paris 1851. Etudes sur la stabilité des machines locomotives, par Lechatelier, Paris 1849. Théorie de la stabilité des machines locomotives en mouvement, par Yvon Villarceau, 1852. In den Annales des Mines. Cinquième Série, Tome III., 1853. Note sur la stabilité des machines locomotives, par Resal, und des contre-poids appliqués aux roues motrices des machines locomotives, par Couche. Eine Uebersetzung im Auszug vom Herrn Tellkampf ist im Notiz-Blatt des Architekten- und Ingenieurvereins in Hannover enthalten. Ferner hat der Verfasser diesen Gegenstand behandelt in einem Aufsatze: Die Mechanik des Dampfwagens, enthalten im Civil-Ingenieur, von Dr. Zeuner rc. Band 2. In dem ersten Bande der letzten Zeitschrift ist auch eine Uebersetzung von einer Abhandlung von Philipps über die Theorie der Stephenson'schen Coulisse, ebenfalls aus den Annales des Mines, Band 3, zu finden. Der vierte Band dieser Annales (1853) enthält auch eine Abhandlung über das Arnour'sche articulirte Axensystem der Eisenbahnwagen. Ferner ist zu empfehlen: Abbildung und Beschreibung der Locomotivmaschinen, von E. Heussinger von Waldegge. Wiesbaden 1851—1854, sowie auch dessen Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens rc., bis jetzt 9 Bände. Pambour's theoretisch-praktisches Handbuch über Dampfwagen, Braunschweig 1841, ist schon jetzt größtentheils veraltet. Das Original ist 1840 in Paris unter dem Titel: »Traité théorique et pratique des machines locomotives« erschienen. In historischer Hinsicht ist auch zu empfehlen: The steam-engine, steam-navigation, roads and railways by D. Lardner, Eighth. edit. London 1851.

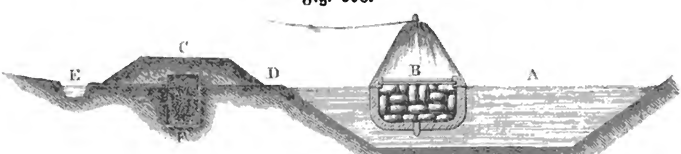
Schiffahrtscanäle.

§. 297. Die Förderung zu Wasser (franz. le transport par eau; engl. the transport by water) erfolgt entweder in Canälen, oder in Flüssen, oder auf Seen, oder auf dem Meere. Die sogenannten Schifffahrtscanäle (franz. canaux navigables; engl. canals of navigation), in welchen die Förderung zu Wasser erfolgt, sind entweder Seitencanäle oder Verbindungscanäle. Im ersteren Falle ersetzen sie nur eine unschiffbare Flußstrecke, im zweiten Falle hingegen dienen sie zur Verbindung zweier schiffbaren Flüsse und überschreiten daher auch eine sogenannte Wasserscheide (franz. point de partage; engl. summit level).

Die Canalschifffahrt unterscheidet sich von der Flußschifffahrt wesentlich dadurch, daß jene in stehendem, diese aber in fließendem Wasser erfolgt. Damit das Wasser eines Schifffahrtscanales keine, oder wenigstens nur eine höchst unbedeutende Strömung annehme, ist es nöthig, diese Canäle möglichst söhlig zu führen, oder sie wenigstens aus söhligen Abtheilungen bestehen zu lassen, welche mittels sogenannter Schleusen (franz. écluses; engl. locks) mit einander in Verbindung zu setzen sind. Schifffahrts-canäle.

Der Querschnitt eines solchen Canales richtet sich nach der Größe der in demselben fortzuziehenden Schiffe. Damit zwei sich begegnende Schiffe einander nicht hindern, muß die Breite des Schifffahrtscanales mindestens doppelt so groß sein als die eines Schiffes, auch ist es nöthig, daß zwischen dem Schiffe und dem Boden des Canales noch ein Raum von mindestens einem Fuß Höhe übrig bleibe. Uebrigens wächst der Widerstand des Schiffes, wenn das Verhältniß zwischen dem Querprofile des eingetauchten Schifftheiles und dem des Canales abnimmt, und deshalb ist es rathsam, das letztere Querprofil mindestens vier Mal so groß als das erstere zu machen. Die Seiten des Canales erhalten in der Regel eine Böschung von 1,5 oder 33°, 42′. Auf dem einen der beiden Dämme, welche den Canal begrenzen, befindet sich der Ziehweg oder sogenannte Leinpfad (franz. chemin de halage; engl. tow-path), auf welchem die Pferde laufen, während sie das Boot mittels eines Taues fortziehen. Die Breite dieses Leinpfades soll mindestens 10 Fuß betragen und die Höhe desselben über dem Wasserspiegel $1^1/_2$ bis 3 Fuß. Mittlere Schifffahrtscanäle sind oben 30 bis 50 Fuß, unten 20 bis 35 Fuß breit und haben eine Tiefe von $4^1/_2$ bis 6 Fuß. Der Caledonian-Canal in Schottland, welcher den Atlantischen Ocean mit der Nordsee verbindet und vorüglich mit Dampfschiffen befahren wird, jedoch auch Fregatten zweiter Classe den Durchgang gestattet, hat oben eine Breite von circa 110 Fuß, unten eine solche von 50, und eine Tiefe von 20 Fuß. Er enthält 22 Schleusen, wodurch die Schiffe gegen 90 Fuß hoch gehoben und niedergelassen werden können, und ist im Ganzen $36^3/_4$ engl. Meilen lang (s. von Gerstner's Mechanik Bd. II). In Fig. 598 ist das Querprofil eines Schiff-

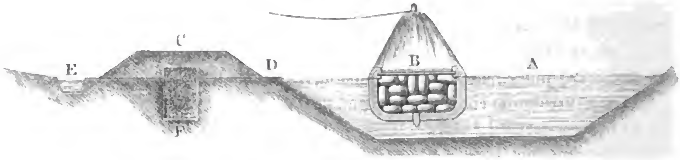
Fig. 598.



Schifffahrts-canäle.

fahrtscanales abgebildet. Es ist *A* der Wasserweg, *B* der Querschnitt des Schiffes, *C* der Leinpfad, *D* die sogenannte Berme, *E* ein Seiten-

Fig. 599



graben und *F* eine Füllung von Thon und Sand, wodurch das Durchsickern des Wassers verhindert werden soll.

Speisung der Canäle.

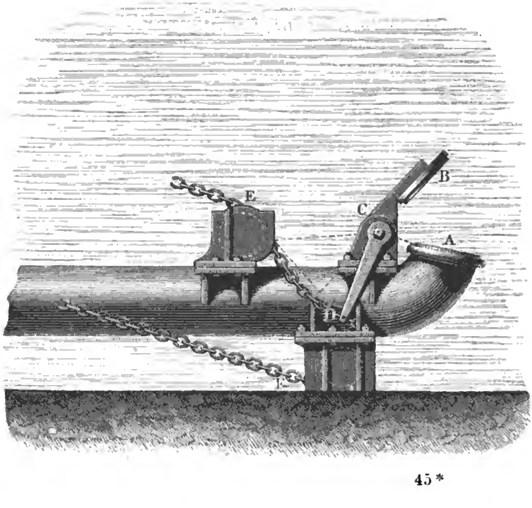
§. 298. Die **Speisung** (franz. alimentation; engl. feeding) der Seitencanäle erfolgt theils durch den Fluß selbst, an welchem der Canal hinläuft, theils durch Seitenbäche, welche dem Flusse zuströmen. Was dagegen die Speisung der Verbindungscanäle anlangt, so sind hierzu besondere **Speisebassins** und **Speisegräben** nothwendig. Die **Speisebassins** (franz. reservoirs; engl. feeders) sind gewöhnliche Teiche (s. II., §. 97 u. s. w.), in welchen Quell-, Thau-, Regen- und Fluthwasser angesammelt wird, um damit nicht nur das Füllen und Schleusen der Canäle bewirken, sondern auch den Verlust durch Verdunsten, Durchsickern und unvollkommenes Verschließen der Schleusenthore ersetzen zu können. Die **Speisegräben** (franz. rigoles; engl. feeding-trenches) sind Gräben, welche das Wasser aus Bächen, Flüssen und Teichen dem Canale zuführen. Während die Speisebassins vorzüglich dazu dienen, die höher gelegenen Canalstrecken mit Wasser zu versorgen, bezwecken die Speisegräben mehr das Speisen der tiefer liegenden Canalstrecken.

Bei der Auswahl der Canallinie muß man darauf sehen, daß der Canal die Wasserscheide an der tiefsten Stelle in einem sogenannten Gebirgssattel überschreite. Damit nicht nur die Anzahl der nöthigen Schleusen möglichst beschränkt werde, sondern auch das Sammelrevier des nöthigen Speisebassins möglichst groß ausfalle, macht man wohl auch bei Anlegung der obersten Canal- oder sogenannten **Scheitelstrecke** einen tiefen **Gebirgseinschnitt**, oder eine **Röschen-** (**Stolln-** oder **Tunnel-**) **Anlage**. Im äußersten Falle, wenn beim Uebergange über eine Wasserscheide dem Canale keine ausdauernd hinreichende Wassermenge zugeführt werden kann, ist es wohl nöthig, mittels einer besonderen **Wasser-**

hebungsmaschine Speisewasser herbeizuschaffen, oder die Schiffe mittels besonderer Aufzüge oder Rampen (s. §. 270) über den Gebirgsrücken zu transportiren. Speisung der Canäle.

Die Dämme der Speisereservoirs (Teiche) werden entweder aus Steinen oder aus gestampfter Erde gebildet (vergl. II., §. 98). Zu den Erddämmen verwendet man am besten ein Gemenge von Sand und Thon, auch bringt man wohl noch im Innern des Dammes, um ihn gegen die Filtration des Wassers zu sichern, eine Thonwand (engl. puddle) an, und ebenso schützt man die innere Dammfläche gegen den Wellenschlag noch durch ein Steinpflaster. Die Dammkrone erhält gewöhnlich eine Breite von 18 Fuß, und den Dammflächen giebt man auf jeden Fuß Höhe $1^1/_2$ bis 2 Fuß Böschung. Das Ableiten des Wassers aus den Speiseteichen erfolgt am besten durch mehrere Abflußcanäle (Teichgerinne) über einander, wovon jedoch nur immer derjenige benutzt wird, der zunächst unter dem Wasserspiegel liegt. Gewöhnlich führt man die Teichgerinne söhlig durch den Teichdamm; wenn aber das Reservoir nicht sehr tief ist, so kann man sie auch heberförmig über den Damm weglegen. Immer sind die gußeisernen Teichgerinne den steinernen vorzuziehen. Der Abfluß des Wassers durch dieselben wird durch Hähne, Schieber, Ventile, Klappen u. s. w. regulirt (vergl. II., §. 100). Eine derartige Klappe an der Einmündung der Röhre, durch welche das Wasser aus dem Teiche abgeführt wird, ist Fig. 600 abgebildet. Die Röhrenmündung *A* ist

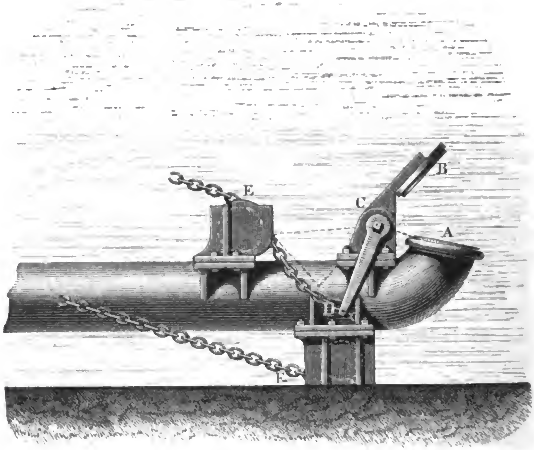
Fig. 600.



Speisung der Canäle.

ist etwas nach oben gerichtet und auf ihrer Stirnfläche genau abgeschliffen; die Klappe wird durch eine Scheibe *B* gebildet, welche mittels starker

Fig. 601.



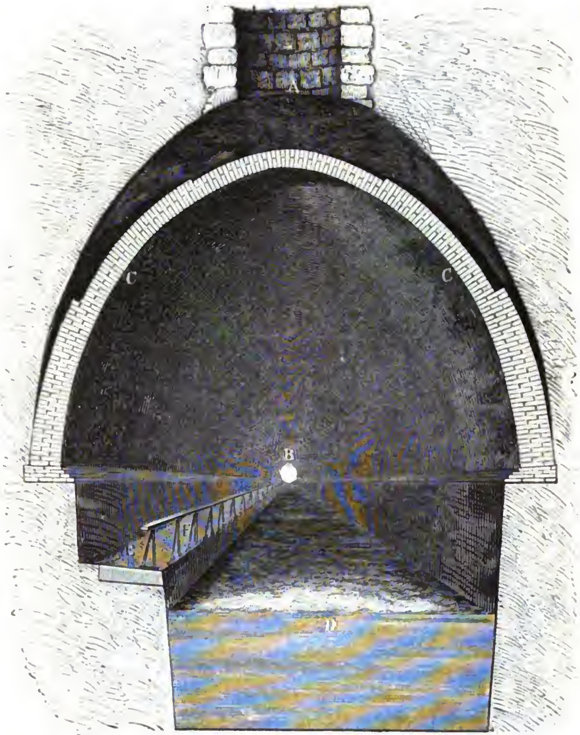
Arme *CD* um ihre horizontale Axe *C* gedreht werden kann. Dieses Drehen erfolgt durch Ketten *EDF*, welche um Rollen *E* und *F* liegen und mittels eines Vorgelegehaspels, wie Fig. 442, welcher auf der Dammkrone steht, sowohl nach der einen als nach der anderen Richtung angezogen werden können.

Zum Ablassen des überflüssigen Wassers sowohl aus den Speiseteichen als auch aus den Schiffahrtscanälen selbst dienen breite steinerne Fluthgerinne oder sogenannte Leerläufe (franz. deversoirs; engl. waste-wiers) mit Ueberfällen. Dieselben sind bei starken Regengüssen oder Thauwetter zu eröffnen, um das Ueberfließen des Wassers über die Teich- oder Canaldämme zu verhindern.

Anmerkung. Eine der größten unterirdischen oder eingeröschten Canalstrecken kommt bei dem Canale vor, welcher die Themse bei Gravesend mit dem Medway verbindet. Der ganze Canal ist nur 7 engl. Meilen, der Tunnel oder die eingeröschte Strecke desselben aber allein $4^3/_4$ engl. Meilen lang. Der Angriff dieses Tunnels ist zu gleicher Zeit von den beiden Mundlöchern (entrances) und von neun Lichtlöchern (shafts), wovon das tiefste 191 engl. Fuß Tiefe hatte, aus erfolgt. Das Querprofil dieses Tunnels, geführt durch ein Lichtloch *A*, welches von dem bei *B* sichtbaren Mundloche eine Meile absteht, zeigt Fig. 602. Da der Kalkstein, durch welchen diese Rösche geht, nicht hinreichende Festigkeit besitzt, so wurde dieselbe mit einem Ziegelgewölbe *CC* ausgemauert. In der

Figur sieht man noch in *D* das Canalbette, und in *E* den mit einer Barriere *F* versehenen Leinpfad. Die Höhe des ganzen Tunnels beträgt 35 Fuß (engl.) und Speisung der Canäle.

Fig. 602.



die Weite desselben 30 Fuß; das eigentliche Canalbett ist dagegen nur 8 Fuß tief, oben 21,6, und unten 20 Fuß weit.

§. 299. Je zwei zunächst über einander liegende Canalstrecken oder sogenannte **Haltungen** sind meist nur durch eine **einfache Schleuse** oder sogenannte **Kammerschleuse** mit einander verbunden. Eine solche Schleuse ist ein ausgemauertes Bassin, die sogenannte Schleusenkammer (franz. sas; engl. chamber), durch dessen Anfüllung mit Wasser ein in dasselbe eingelaufenes Boot von einer Haltung auf die nächst höhere geho- Kammerschleusen.

Kammerschleusen. ben, und durch dessen Entleerung ein solches Boot von einer Haltung auf die nächst tiefere niedergelassen werden kann. Bei dem Füllen der Schleuse ist dieselbe von der unteren, und beim Leeren derselben von der oberen Haltung abzusperren, und deshalb ist die Schleuse durch Thore, die sogenannten Schleusenthore (franz. portes d'écluses; engl. lock-gates), mit beiden Haltungen verbunden. Zum Ein- und Auslassen des Wassers aus der Kammer erhalten entweder die Thore derselben Ausflußmündungen, welche sich mittels Schützen beliebig eröffnen und verschließen lassen, oder es sind überwölbte, oder gußeiserne Canäle (Dohlen), sogenannte Umläufe, angebracht, welche sich in den Mauern der Schleuse um die Thore herumziehen und die Schleusenkammer mit den Haltungen in Verbindung setzen, übrigens aber ebenfalls durch Schützen eröffnet und verschlossen werden können.

Eine einfache Kammerschleuse des Birmingham-Liverpooler Canales ist durch Fig. 603 in einem vertikalen Längendurchschnitte und dem Grundrisse abgebildet. Es ist *A* die Schleusenkammer von 75 engl. Fuß Länge, 8 Fuß Weite und $12^1/_2$ Fuß Tiefe, ferner *B* das um die Axe *CD* drehbare Oberthor und *E* das um die Axe *FG* drehbare Unterthor. Ferner sieht man in *H* die Einmündung und in *K* die Ausmündung eines der beiden oberen Umläufe, sowie in *L* die Ausmündung eines unteren Umlaufes, wogegen die Umläufe selbst nur im Grundrisse durch punktirte Linien angegeben sind. Endlich bemerkt man noch in *M* und *N* die Kurbeln mit Zahnrädern, welche in die gezahnten Schützenstangen der Umläufe eingreifen und zur Eröffnung und Verschließung der letzteren dienen. Bei der in Fig. 603 (a. f. S.) abgebildeten engen Schleuse sind die Thore einfach; sind die Schleusen weiter, so wendet man hingegen doppelte, oder sogenannte Stemmthore an, die sich während des Verschlusses in der Mittellinie der Schleuse gegen einander stemmen. In Fig. 604 ist der Grundriß des oberen Theiles einer Schleuse mit Stemmthoren abgebildet. Es ist *A* das sogenannte Oberhaupt, *B* die Kammer der Schleuse, ferner *C* der Abfall zwischen dem Ober-

Fig. 604.

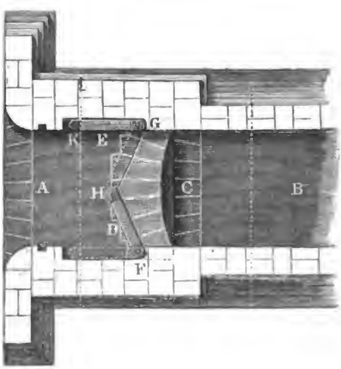
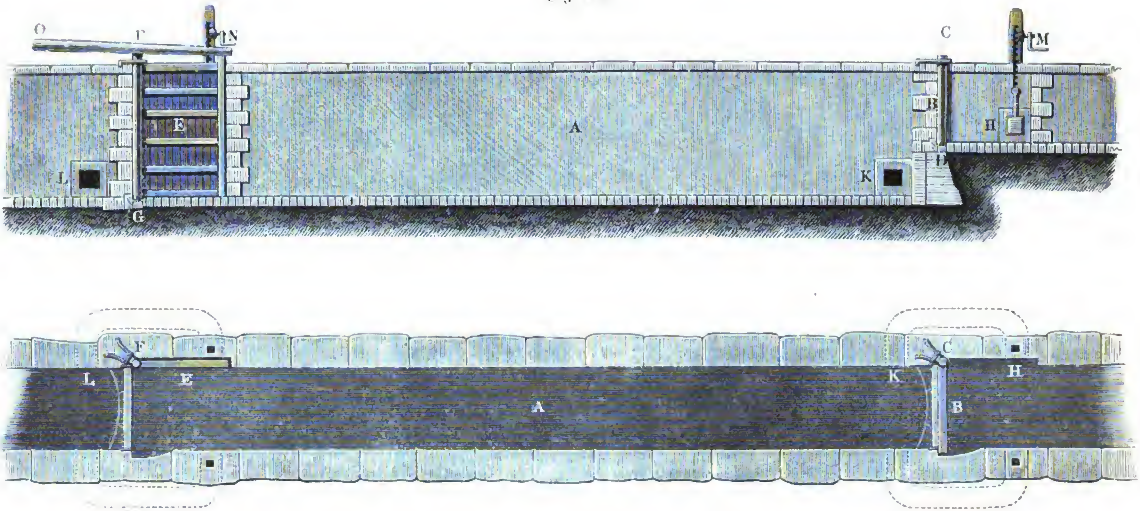


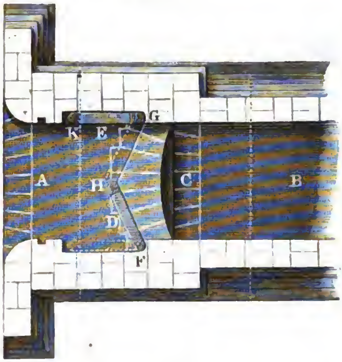
Fig. 603.



Kammer-schleusen.

haupte und der Kammer, *D* das eine und *E* das andere Thor, das eine als geschlossen und das andere als geöffnet dargestellt.

Fig. 604.



Diese Thore drehen sich mit ihren Wendesäulen *F* und *G* um vertikale Axen und stoßen während des Verschlusses mit ihren Schlagsäulen *H* und *K* an einander an. In Amerika hat man auch Schleusenthore, welche sich um eine horizontale Axe drehen. In Fig. 605 ist noch ein Querschnitt des Oberhauptes *A* und in Fig. 606 ein Querschnitt der Kammer *B* vorgestellt; die letztere zeigt auch bei *C* den Abfall, welcher

Fig. 605.

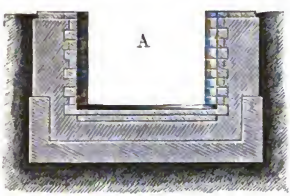
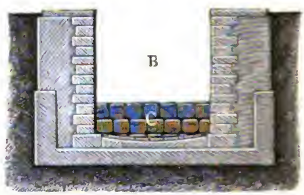


Fig. 606.



bald mehr bald weniger steil gelegt wird. Die Schleusenthore legen sich unten gegen die sogenannten Drempel (franz. buscs; engl. mitre-sills) und an den Seiten gegen die Wendenischen (franz. chardonnets; engl. hollow-quoins); während die Drempel 6 bis 10 Zoll über dem Boden des Oberhauptes vorstehen, sind die Wendenischen, entsprechend der Dicke der Thore, 10 bis 15 Zoll tief. Die Drempel sind entweder aus Steinquadern oder aus zwei Schwellen, den sogenannten Schlagschwellen, gebildet; letztere bilden mit den Mittelbalken ein gleichschenkliges Dreieck, welches durch den Binder, dessen Länge circa ein Sechstel von der Weite des Canales oder der Länge des Mittelbalkens ist, in zwei gleiche Theile getheilt wird.

Der Fall oder die Höhe des Abfalles einer Schleuse (franz. le hute; engl. the lift of lock) beträgt meist 6 bis 8 Fuß, in seltenen Fäl-

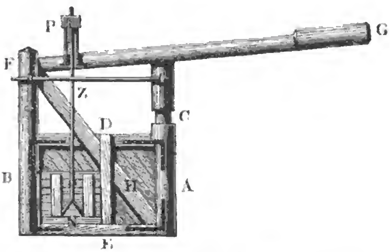
len 12 bis 18 Fuß. Sind die Gefälle größer, so wendet man lieber zwei oder mehrere gekuppelte Schleusen an, bei welchen das Unterthor zugleich Oberthor der anderen Schleusenkammer ist. Kammerschleusen.

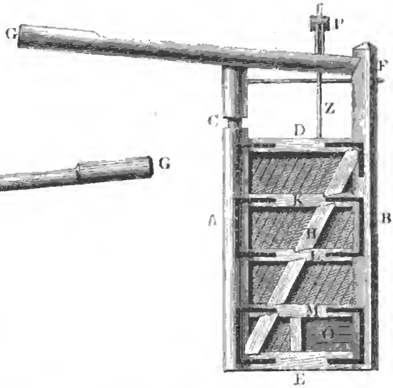
Amerikanische Kammerschleusen haben oft gar keinen Abfall, sondern statt dessen eine sogenannte Fallmauer vor dem Oberthore.

§. 300. Das Gerippe der Schleusenthore wird aus zwei vertikalen Säulen und einer gewissen Anzahl von Querriegeln gebildet. In Fig. 607 ist ein Oberthor und in Fig. 608 ein Unterthor abgebildet. In Schleusenthore.

Fig. 608.

Fig. 607.





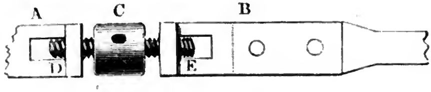
beiden Abbildungen ist *A* die Wendesäule (franz. poteau tourillon; engl. quoin oder heel-post, und *B* die Anschlagsäule (franz. poteau busqué; engl. mitre-post); ferner sieht man in *C* den Hals der Wendesäule, welcher die obere Drehaxe des Thores bildet, sowie in *D* das obere und in *E* das untere Rahmstück, oder den sogenannten Schwellrahmen. Ferner ist *FG* der Drehbaum, welcher theils als Hebel zum Oeffnen und Verschließen der Thore, theils auch als Gegengewicht dient, um das sogenannte Sacken der Thore zu verhindern. Diesem Sacken oder Aufliegen der Thore auf dem Boden der Thorkammern wirkt man vorzüglich auch durch eine Strebe *H*, welche von der Anschlagsäule diagonal herab nach der Wendesäule läuft, entgegen; auch bringt man zu diesem Zwecke wohl noch schmiedeeiserne Zugbänder an, welche umgekehrt, von der Anschlagsäule nach der Wendesäule herauflaufen; endlich läßt man wohl auch, namentlich wenn die Thore sehr breit sind, dieselben mittels gußeiserner Laufräder auf einer Schienenbahn laufen, welche auf der

Schleusenthore.

Sohle der Thorkammer liegt. Noch sieht man in der Abbildung Fig. 608 die Querriegel *K*, *L*, *M*, sowie in beiden Abbildungen die eisernen Beschläge und die Bekleidung der Thore mittels diagonal laufender Holzdielen. Statt derselben wendet man auch mit Vortheil Eisenblech an. Endlich sieht man noch in *O* die durch ein Schutzbrett *N* verschließbare Schutzöffnung, sowie in *Z* die Zugstange derselben, und in *P* das Gestelle für den Mechanismus zum Ziehen dieser Stange.

Um dem Sacken der Schleusenthore durch die Zugbänder soviel wie möglich entgegen zu wirken, läßt man dieselben aus zwei Theilen *A* und *B*, Fig. 609, bestehen, und verbindet dieselben durch eine Differenzial-

Fig. 609.

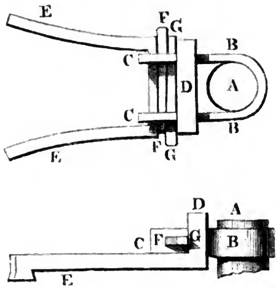


schraube *DCE* (s. III., §. 146). Wird der Kopf *C* dieser Schraube ein Mal umgedreht, so zieht sich das Band um die Differenz der Ganghöhen der Gewinde *D* und *E* zusammen.

In neueren Zeiten hat man das Sacken großer Thore auch durch Auspumpen des wasserdicht abgeschlossenen Raumes, welcher von einer doppelten Bekleidung des Thores gebildet wird, zu verhindern gesucht.

Die Wendesäule der Schleusenthore stützt sich unten mittels eines eisernen Zapfens auf ein eisernes Lager, genau wie die stehende Welle eines Göpels oder einer Turbine, und wird oben durch ein Halsband, welches um den runden Hals derselben herumläuft, in senkrechter Richtung erhalten. Dieses Halsband ist durch starke Anker mit dem Mauerwerke zu verbinden, und muß zum Lösen oder Abnehmen eingerichtet sein, um das Thor, wenn es nöthig ist, ausheben zu können. In Fig. 610 ist *A* der Hals eines Schleusenthores, *CBBC* das um denselben herumliegende Halsband, welches durch eine Nase *D* des Ankers *EDE* hindurchgesteckt ist, und durch die Schlußkeile *FF* und *GG* fest mit derselben verbunden wird.

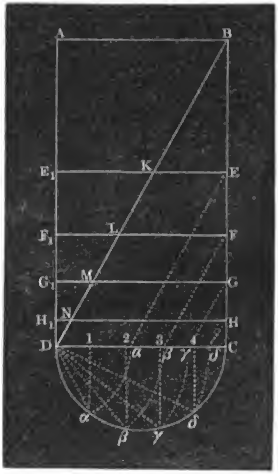
Fig. 610



Da der Druck des Wassers auf ein Schleusenthor *AC*,

Fig. 611, von oben nach unten zunimmt, so soll man die Querriegel EE_1, FF_1, GG_1 u. s. w. desselben auch nicht in gleichen Abständen von einander legen. Der Druck des Wassers auf das Thor ist, wenn b die Breite AB und a die Höhe AD desselben bezeichnen, nach I., §. 299: Schleusenthore.

Fig. 611.



$$P = \frac{1}{2}\, b\, a^2 \gamma,$$

und dagegen der Druck auf ein Feld $ABEE_1$ desselben von der Höhe $BE = a_1$:

$$P_1 = \frac{1}{2}\, b\, a_1^2 \gamma;$$

folglich hat man:

$$\frac{P_1}{P} = \frac{a^2_1}{a^2} = \frac{\triangle BKE}{\triangle BDC},$$

wenn K den Durchschnitt der Diagonale BD mit der Basis EE_1 angiebt. Kommt es daher darauf an, das ganze Thor $ABCD$ durch Horizontale (Riegel) EE_1, FF_1, GG_1 u. s. w. in Theile zu theilen, deren Wasserdrücke gleich groß sind, so ist es nur nöthig, das Dreieck BCD durch Parallellinien EK, FL, GM u. s. w. in gleiche Stücke BEK, $EKLF$, $FLMG$ u. s. w. zu theilen; dies erfolgt aber nach einer bekannten Regel der praktischen Geometrie dadurch, daß man DC in gleiche Theile theilt, ferner über DC einen Halbkreis beschreibt, in den Theilpunkten 1, 2, 3 . . . die Perpendikel 1α, 2β, 3γ . . . auf DC errichtet, die Abstände $D\alpha$, $D\beta$, $D\gamma$ . . . auf DC aufträgt, durch die so nach DC gebrachten Punkte α, β, γ . . . Parallelen αE, βF, γG zu BD zieht; wenn man dann noch durch E, F, G . . . Parallelen EE_1, FF_1, GG_1 . . . zur Basis DC legt, so zerschneiden diese das Dreieck BCD in gleiche und folglich das Viereck $ABCD$ in Stücke von gleichem hydrostatischen Drucke. Denn es ist:

$$\frac{\triangle BKE}{\triangle BDC} = \frac{\overline{KE^2}}{\overline{DC^2}} = \frac{\overline{D\alpha^2}}{\overline{DC^2}} = \frac{D1\,.\,DC}{DC\,.\,DC} = \frac{D1}{DC},$$

ebenso:

$$\frac{\triangle BFL}{\triangle BDC} = \frac{\overline{LF^2}}{\overline{DC^2}} = \frac{\overline{D\beta^2}}{\overline{DC^2}} = \frac{D2\,.\,DC}{DC\,.\,DC} = \frac{D2}{DC} \text{ u. s. w.,}$$

folglich auch

Schleusenthore.

Viereck $KEFL = \frac{\triangle BFL - \triangle BEK}{\triangle BDC} = \frac{D2 - D1}{DC} = \frac{\overline{12}}{DC}$;

ist also $D1 = \overline{12} = \overline{23}$ u. s. w., so folgt auch:

Dreieck BEK = Viereck $KEFL$ = Viereck $LFGM$ u. s. w.

Thorriegel wie EE_1, FF_1, GG_1 u. s. w. theilen daher auch das Thor in Felder von gleichem hydrostatischen Drucke, und haben also auch nahe einen und denselben Druck auszuhalten. Ist n die Anzahl der Thorfelder, so hat man den Druck eines jeden $\frac{P}{n} = \frac{b a^2 \gamma}{2n}$, und es ist nun nach I, §. 203, für die Breite b_1 und Höhe h_1 (in horizontaler Richtung gemessen) eines Riegels:

$$\frac{P}{n} b = 8 b_1 h_1^2 \frac{K}{6},$$

d. i.

$$b_1 h_1^2 = \frac{1/_8 \, P b}{n \cdot \frac{K}{6}} = \frac{b^2 a^2 \gamma}{16 n \frac{K}{6}},$$

z. B. für Holz, wenn man $\frac{K}{6} = 200$ und $\gamma = \frac{66}{1728}$ setzt:

$$b_1 h_1^2 = \frac{1}{83800} \frac{b^2 a^2}{n},$$

oder wenn man a und b in Fuß, b_1 und h_1 in Zollen giebt:

$$n b_1 h_1^2 = 0{,}2475 \, . \, a^2 b^2.$$

Die vorstehende Untersuchung setzt voraus, daß das Thor nur auf der einen Seite vom Wasser gedrückt werde. Ist aber, wie meist, noch ein Gegendruck vom Unterwasser vorhanden, so fällt der Ueberdruck unterhalb des Unterwasserspiegels constant aus (s. I., §. 302); es ist folglich dann unter a nur der Niveauabstand zwischen beiden Wasserspiegeln zu verstehen, und es sind daselbst die Streben in einem gleichen Abstande von einander zu legen.

Die Art und Weise, wie der Wasserdruck auf die Thore und auf deren Unterstützung, die Wendenische, wirkt, ist folgende. Der Wasserdruck P eines Thores CA, Fig. 612, welcher in der Mittellinie M desselben angreift, zerlegt sich in zwei gleiche Seitenkräfte S, S, welche nach den beiden Wendesäulen C, C gerichtet sind, und aus den beiden Seitenkräften S und S einer Wendesäule entspringt eine Mittelkraft R, welche von der Wendenische aufgenommen werden muß. Ist der Winkel ACB, um

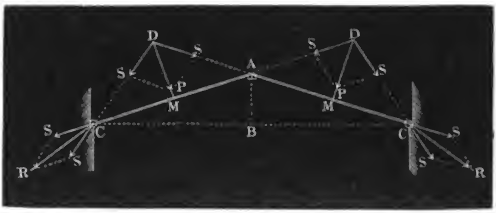
welchen jedes Stemmthor von dem Querschnitt CC des Canales abweicht, $= \delta$, so haben wir, da $\angle CAD = 2\delta$: Schleusenthore.

$$\overline{DS} = S = \frac{P}{2 \sin. 2\delta},$$

und daher:

$$\overline{CR} = R = 2 S \cos. \delta = \frac{P \cos. \delta}{2 \sin. \delta \cos. \delta} = \frac{P}{2 \sin. \delta}.$$

Fig. 612.



Damit diese Kraft von der Thornische, und nicht etwa von den Axenlagern der Wendesäule aufgenommen werde, ist dafür zu sorgen, daß die letztere beim Schlusse der Thore von der ersteren auf der Seite von CR scharf umschlossen werde, und damit sich das Thor während seiner Eröffnung oder seiner Verschließung nicht an der Thornische reibe, giebt man der Drehaxe der Wendesäule eine kleine Excentricität, so daß sich bei dem geöffneten Thore zwischen der Wendesäule und der Nische derselben ein Zwischenraum von $1/2$ bis 1 Zoll Breite bildet.

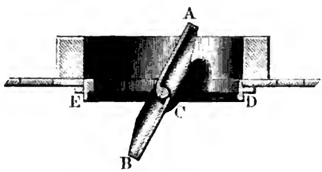
§. 301. Der Widerstand, welcher beim Drehen der Thore zu überwinden ist, besteht theils in der Reibung derselben am Zapfen und am Halse, theils in dem Widerstande des Wassers, welches sich vermöge seiner Trägheit, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit nicht ganz klein ist, immer auf der einen Seite etwas höher stellen wird als auf der anderen. Das gewöhnlichste Hülfsmittel zum Umdrehen der Thore ist der **Drehbaum**, oder auch eine **Zugstange**, welche mit einem Ende an die Schlagsäule befestigt und mit dem anderen Ende von den Schleusenmauern aus angezogen und zurückgeschoben wird. Zur Bewegung dieser Stange dient auch sehr häufig eine Winde, welche man mittels eines Taues oder einer Kette auf die Zugstange wirken läßt; auch wendet man wohl statt der Zugstange zwei Ketten, und für jede eine besondere Winde an, so daß durch die eine, welche vor dem Thore steht, dieses geöffnet, und durch die

Schleusenthore. andere, welche auf der entgegengesetzten Seite hinter dem Thore steht, dasselbe verschlossen werden kann.

Die Schützen, womit man die Mündungen in den Thoren oder die Umläufe versieht, lassen sich meist zwischen Falzen, und zwar jedes Mal an der dem Oberwasser zugekehrten Seite vertikal auf- und niederbewegen. Zuweilen versieht man dieselben auch mit Gegengewichten, welche aber ebenfalls eine Führung durch Falze erhalten müssen. Um die Schütze nicht von der Fußbrücke am Thore, sondern von der Seitenmauer aus bewegen zu können, legt man wohl auch die Schützen schief, oder versieht dieselben mit einer Drehungsaxe, so daß sie sich bogenförmig bewegen lassen.

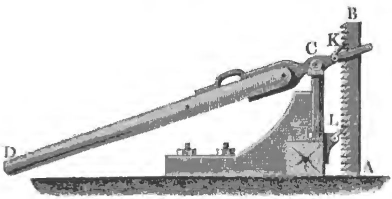
Klappen lassen sich, zumal wenn dieselben doppelt sind, leichter bewegen als Schieber oder Schützen; nur geben dieselben meist nicht so guten Verschluß als die letzteren. Eine Doppelklappe für Schleusenthore ist in Fig. 613 abgebildet. Dieselbe besteht aus einer gußeisernen Platte AB mit ringsherum vorstehenden Rändern mit einer schmiedeeisernen Axe C, und ist von einem gußeisernen Rahmen DE umschlossen.

Fig. 613.



Bei Umläufen sind die Schützen oder, nach Befinden, Ventile nahe an den Einmündungen derselben anzubringen. Das gewöhnlichste und einfachste Hülfsmittel zur Bewegung der Schützen, Klappen und Ventile besteht in einem Hebel. Man bewegt durch denselben die Schütze u. s. w. entweder in einem Zuge, oder in Absätzen. Im ersteren Falle ist die Zugkraft nur eine sehr mäßige; es kommt daher derselbe nur bei kleinen Schleusen vor. Im zweiten hat man es dagegen mit den sogenannten Hebeladen (s. §. 207) zu thun. Eine Vorrichtung dieser Art zeigt Fig. 614. Es ist hier AB die gezahnte Schützenstange, und CD die um C drehbare Hebelade, auf welcher eine Klinke K sitzt, die zwischen die Zähne der Schützenstange eingreift. Bei dem Niederdrücken des

Fig. 614.



Schleusenthore.

Hebels D wird die Schütze mittels K emporgehoben, und beim Aufziehen desselben wird die letztere durch eine Sperrklinke L vor dem Zurückfallen gesichert. Um die Eröffnung bei einem Zuge möglichst groß zu machen, versieht man wohl das Schleusenthor mit mehreren Schutzmündungen über einander, die man dann auch durch unter einander hängende Schützen eröffnet und verschließt. Sehr gewöhnlich bedient man sich zur Bewegung der Schützen der Kurbel, indem man dieselbe mit einem Zahnrade versieht, das man in die gezahnte Schützenstange eingreifen läßt. Um die Zugkraft zu verstärken, bedient man sich auch häufig noch eines Vorgeleges, indem man das kleine Treibrad auf der Kurbelwelle erst in ein größeres Getriebrad eingreifen läßt und auf die Welle des letzteren noch ein anderes kleines Rad setzt, welches unmittelbar auf die gezahnte Stange wirkt. Sehr oft bedient man sich endlich auch des Schraubenmechanismus zur Bewegung der Schützen, indem man das Ende der Schützenstange in eine Schraubenspindel auslaufen läßt und dieselbe mit einer Mutter umgiebt, deren Umfang mit Zähnen ausgerüstet ist, zwischen welche ein auf der Mitte einer Kurbel festsitzendes Treibrad eingreift (siehe den Artikel »Bau- und Wagenwinden« §. 212).

Ist a die Höhe und b die Breite einer rectangulären Schütze, ferner h die Tiefe ihres Schwerpunktes unter dem Wasserspiegel, oder, im Falle daß diese Schütze auf beiden Seiten unter Wasser steht, der Niveauabstand zwischen beiden Wasserspiegeln, und γ die Dichtigkeit des Wassers, so hat man die Kraft, mit welcher die Schütze auf ihre Lagerung drückt:

$$R = a b h \gamma \text{ (s. I., §. 422)},$$

und daher die entsprechende Reibung, wenn $\varphi = 1/4$ bis $1/3$, den Coefficienten der Reibung zwischen der Schütze und ihrem Lager bezeichnet:

$$F = \varphi R = \varphi a b h \gamma.$$

Soll diese Schütze senkrecht aufgezogen werden, so ist die hierzu nöthige Kraft:

$$P = F + G - V\gamma,$$
$$= \varphi a b h \gamma + G - V\gamma,$$

wenn G das Gewicht und V das Volumen, also $V\gamma$ das von ihr verdrängte Wasservolumen bezeichnet.

Man ersieht hieraus, daß man durch Vergrößerung des Volumens V, indem man z. B. auf die Rückwand der Schütze einen Windkessel aufschraubt, die Zugkraft beliebig herabziehen kann. Für

$$V = \varphi a b h + \frac{G}{\gamma} \text{ wäre z. B. } P = 0.$$

Beim Niederlassen der Schütze ist h ganz oder fast Null, folglich die erforderliche Gegenkraft:

$$P_1 = V\gamma - G.$$

Schleusenthore.

Soll $P = P_1$ sein, so muß

$$V = \frac{1}{2}\varphi\, a b h + \frac{G}{\gamma}$$

sein.

Forbert man dagegen $P_1 =$ Null, so hat man:

$$V = \frac{G}{\gamma} \text{ und}$$

$$P = F = \varphi\, a b h \gamma,$$

und es wirkt also dann der Auftrieb $V\gamma$ wie ein gewöhnliches Gegengewicht zur Ausgleichung von G.

Die Kraft zum Eröffnen eines einfachen Ventiles oder einer einfachen Klappe ist, wenn F den Inhalt derselben bezeichnet:

$$P = F h \gamma,$$

und der Angriffspunkt derselben ist der sogenannte Mittelpunkt des Wasserdruckes (s. I., §. 300). Ist das Ventil oder die Klappe eröffnet, so nimmt die Kraft schnell ab, weil dann das durchfließende Wasser noch einen Gegendruck auf das Ventil ausübt, der natürlich um so größer ausfällt, je langsamer das Wasser durch die Eröffnung des Ventiles fließt, je größer also der Querschnitt derselben ist.

Wasserbedarf beim Durchschleusen.

§. 302. Um das Wasser eines Canales in einem und demselben Niveau zu erhalten, ist es nöthig, den Verlust des Wassers durch Verdunstung, durch Filtration oder Durchsickern und durch den unvollkommenen Verschluß der Schleusenthore zu ersetzen, sowie den Bedarf desselben beim Durchschleusen zu decken. Die Verdunstung ist zwar bei verschiedenem Wetter sehr verschieden, läßt sich aber im Mittel täglich auf 2 Linien schätzen. Der Verlust durch Filtration fällt bei Sand- und Kiesboden viel größer aus als bei Thonboden, ist aber im Mittel täglich 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll anzunehmen. Nicht minder unbestimmt ist der tägliche Verlust, welcher aus dem unvollkommenen Verschlusse der Schleusenthore erwächst; man geht jedoch sicher, wenn man ihn gleich setzt dem Wasserbedarf für den Durchgang eines Schiffes durch 7 bis 8 Schleusen. Der Verbrauch des Wassers beim Durchschleusen hängt vorzüglich von dem Wasservolumen $V = Fs$ einer Schleusenkammer, dessen Basis der Querschnitt F der Kammer und dessen Höhe s der Vertikalabstand zwischen dem Ober- und Unterwasserspiegel ist, und nächstdem auch von dem verdrängten Wasserquantum W eines Schiffes ab. Ist G das Gewicht des Schiffes und γ die Dichtigkeit des Wassers, so hat man bekanntlich $W = \frac{G}{\gamma}$. Bestimmen wir im Folgenden den Wasserbedarf des Durchschleusens in verschiedenen Fällen, und zwar zunächst für eine einfache Kammerschleuse.

1) Ein Schiff kommt von unten und findet die Schleuse geleert. Nachdem dasselbe in die Kammer eingelaufen und das Unterthor geschlossen ist, läßt man das Wasserquantum V aus dem Oberwasser zu, um es bis in das Niveau des Oberwassers zu heben; zuletzt öffnet man noch das Oberthor, und zieht das Schiff aus der Kammer, wobei es noch das Wasserquantum W aus dem Oberwasser in die Kammer drängt. Es ist folglich bei diesem Durchschleusen dem Oberwasser das Quantum $V + W$ entnommen und also auch ebenso viel Wasser zum Durchschleusen verbraucht worden. Wasserbedarf beim Durchschleusen.

2) Ein Schiff kommt von oben und findet die Schleusenkammer leer. Das nöthige Anfüllen der letzteren erfordert das Wasserquantum V; beim Einlaufen des Schiffes in die Kammer wird hiervon wieder das Quantum W aus der Kammer in das Oberwasser zurückgedrängt, und nun das Oberthor geschlossen. Es ist folglich hierbei die Wassermenge $V - W$ aus dem Oberwasser entnommen und also auch verbraucht worden.

3) Die beiden Schiffe in den soeben betrachteten Fällen erfordern also zusammen das Wasserquantum $V + W + V - W = 2V$, und so groß ist natürlich auch der Wasserbedarf eines Schiffes allein, welches in einer Schleuse gehoben und in der anderen niedergelassen wird.

Sind die beiden Schiffe unter (1) und (2) nicht gleich beladen, und verdrängt vielleicht das aufsteigende das Wasservolumen W, und das niedersinkende W_1, so hat man dagegen den Wasserbedarf für beide:

$$V + W + V - W_1 = 2V + W - W_1,$$

und es ist dann $W - W_1$ das verdrängte Wasserquantum $\frac{G - G_1}{\gamma}$, welches der Differenz der Schiffsladungen entspricht.

4) Ein Schiff kommt von oben und findet die Schleusenkammer gefüllt. Hier geht nicht nur kein Wasser verloren, sondern es wird sogar das Wasserquantum W_1 gewonnen, welches das Schiff beim Einfahren in die Kammer in das Oberwasser zurückdrängt.

5) War nun das Wasserquantum für das vorher emporgehobene Schiff, wobei die Schleuse gefüllt wurde, $V + W$, so ist folglich für beide Schiffe zusammen der Wasserbedarf:

$$V + W - W_1,$$

daher für $W = W_1$:

$$V + W - W_1 = V.$$

Es ist also in dem Falle, wenn man die zum Heben eines Schiffes verbrauchte Füllmasse wieder zum Niederlassen eines anderen Schiffes benutzt, welches mit dem ersteren gleich belastet ist, der Wasserbedarf nur

Wasserbedarf beim Durchschleusen.

halb so groß, als wenn man für das niedergehende Schiff die Schleuse von Neuem füllen muß.

Da bei einer gefüllten Schleuse eine ansehnliche Wassermenge in Folge des unvollkommenen Verschlusses des unteren Schleusenthores verloren geht, so wird dadurch ein Theil des Gewinnes von einem solchen Doppelschleusen wieder aufgehoben.

6) In vielen Fällen, namentlich beim Transport von Bergproducten, erfolgt die Förderung bloß bergab, so daß aufwärts nur leere Schiffe gehen. Dann ist $W_1 > W$, und daher die Füllmasse für zwei in ihrem Lauf sich kreuzende Schiffe:

$$V - (W_1 - W) = V - \frac{G_1 - G}{\gamma} = V - \frac{Q}{\gamma},$$

wenn Q das Gewicht der Fördermasse oder der Schiffsladung bezeichnet. Ist F_1 der mittlere Querschnitt des Schiffes und s_1 die Senkung desselben in Folge der Ladung Q, so hat man auch:

$$V - \frac{Q}{\gamma} = Fs - F_1 s_1,$$

und daher den Wasserbedarf für zwei an einer Schleuse sich kreuzende Schiffe = Null, für

$$Fs = F_1 s_1.$$

Nun ist aber F mindestens $1{,}2\ F_1$, folglich könnte hiernach s nur $= \frac{5}{6} s_1$ sein. Für $s_1 = 3$ Fuß wäre hiernach $s = \frac{5}{2}$ Fuß. Die Anwendung eines so kleinen Schleusengefälles möchte, da hierdurch wieder die einer großen Anzahl von Schleusen bedingt wird, kaum praktisch vortheilhaft sein.

7) Passirt ein Schiff die Scheitelstrecke, so ist der Wasserbedarf zum Durchschleusen durch die beiden benachbarten Schleusenkammern derselbe wie zum Durchschleusen zweier Schiffe durch eine Kammer, wovon das eine gehoben und das andere niedergelassen wird, und zwar entweder $2\ V$ oder V, je nachdem die zweite Schleuse, in welcher das Schiff seinen Niedergang beginnt, leer oder gefüllt ist. Das Erstere findet statt, wenn dem Schiffe ein anderes vorausgegangen, und das Zweite, wenn es einem andern Schiffe begegnet ist.

8) Bei gekuppelten Schleusen ist der Wasserbedarf größer als bei einfachen Schleusen mit zwischenliegenden längeren Haltungen.

Kommt ein Schiff von unten an eine aus zwei Kammern bestehende Schleuse, und findet es beide Kammern geleert, so kann man die untere Kammer nicht aus der oberen füllen, sondern man muß auch das nöthige Wasser aus der nächst höheren Haltung nehmen, und dieses erst in die obere und von da in die untere Kammer schlagen. Das Füllen der

zweiten Kammer erfolgt natürlich ebenfalls aus der nächst höheren Haltung. Es sind also zum Heben des Schiffes in den gekuppelten Schleusen gleichsam drei Füllungen, und hiervon deren zwei aus dem Oberwasser nöthig, während zwei einfache Schleusen mit einer zwischenliegenden Haltung nur zwei Füllungen, und zwar nur eine aus dem Oberwasser erfordern würden. Bei drei gekuppelten Schleusen ist dieser Wasserbedarf noch größer; hier würden aus dem Oberwasser drei Füllungen und im Ganzen sechs Füllungen nöthig sein, während bei getrennten Kammern aus dem Oberwasser nur eine Füllung und im Ganzen nur drei Füllungen zu entnehmen wären. Bei vier gekuppelten Schleusen ist natürlich das Verhältniß noch viel ungünstiger. Wasserbedarf beim Durchschleusen.

9) Ein anderer Uebelstand stellt sich bei den gekuppelten Schleusen noch heraus, wenn beim Herabgehen eines Schiffes die Kammern derselben gefüllt sind. Da in diesem Falle die unteren Kammern nicht das Wasser der oberen Kammern fassen können, so ist es nöthig, daß dieselben erst in die nächst tiefere Haltung entleert und nach Befinden die Schützen der letzteren gezogen werden müssen, bevor zum Niederlassen des Schiffes geschritten werden kann.

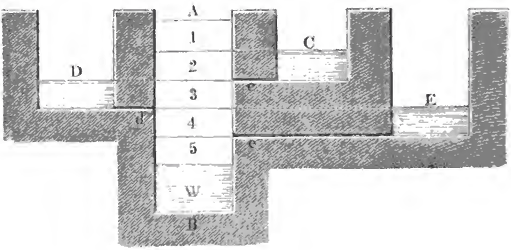
Diese Nachtheile der gekuppelten Schleusen kommen in einem schwächeren Grade auch bei einfachen Schleusen vor, wenn dieselben keine langen und breiten Zwischenstrecken haben.

Anmerkung. Der Zeitaufwand, welchen das Füllen und Ausleeren der Schleusen erfordert, ist in I., §. 389 bestimmt.

§. 303. Um das beim Niederlassen des Schiffes in einer Schleuse verbrauchte Wasser in einer Weise aufzufangen, daß es beim Aufziehen eines anderen Schiffes oder bei einer folgenden Füllung der Schleuse wieder gebraucht werden kann, wendet man vor Allem sogenannte Seitenbassins an. Wenn man zunächst einen Theil der Füllmasse in dieses Bassin abschlägt, und dann, nach gehörigem Abschluß desselben, die übrige Füllmasse in das Unterwasser fließen läßt, so kann man umgekehrt zu der nächsten Füllung der Schleuse zunächst das im Seitenbassin aufgefangene Wasser verwenden, und dann das fehlende aus dem Oberwasser entnehmen. Eine Schleuse AB mit drei solchen Seitenbassins (C, D, E) führt Fig. 615 (a. f. S.) vor Augen. Denken wir uns den ganzen Schleusenraum über der Oberfläche des Unterwassers W durch Horizontalschnitte in fünf gleiche Theile getheilt, und nehmen wir an, daß jedes Seitenbassin mit der Schleuse einerlei Basis habe. Das Entleeren dieser Schleuse geht auf folgende Weise vor sich. Zuerst läßt man eine Wasserschicht (1) durch die Röhre c in das Bassin C ab, dann verschließt man c und eröffnet die Röhre d, welche eine zweite Wasserschicht (2) in das Bassin D Seitenbassins.

Seitenbassins. leitet; hierauf verschließt man *d* und hält dafür die Röhre *c* so lange

Fig. 615.



offen, bis eine dritte Wasserschicht (3) in das Bassin *E* geflossen ist. Endlich schließt man auch *e*, und läßt die Wasserschichten (4) und (5) in das Unterwasser *W* ab. Soll umgekehrt, die Schleuse gefüllt werden, so füllt man erst den Raum (5) aus *E*, dann den Raum (4) aus *D*, hierauf den Raum (3) aus *C*, und läßt endlich aus dem Oberwasser noch so viel Wasser zu, als nöthig ist, um den Raum (2) + (1) auszufüllen.

Bei Anwendung dieser drei Seitenbassins ist also die Wasserersparniß $^3/_5$ der ganzen Füllmasse (V). Hätte man nur zwei Seitenbassins, so würde diese Ersparniß bloß $^2/_4\ V$ sein, und bei Anwendung von nur einem Seitenbassin wäre sie gar nur $^1/_3\ V$. Ist allgemein n die Anzahl der Seitenbassins, so hat man, wie leicht ermessen werden kann, die Ersparniß:

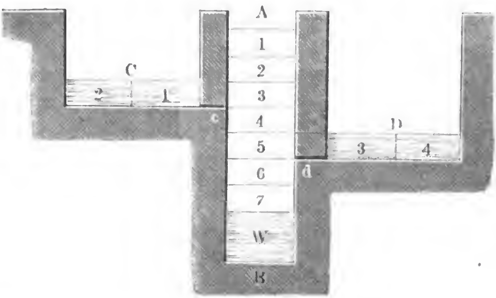
$$E = \frac{n}{n+2} \cdot V.$$

Hiernach fällt also die Wasserersparniß um so größer aus, je größer die Anzahl der Seitenbassins ist. In der Regel wendet man jedoch nur ein bis zwei solcher Reservoirs an. Noch etwas größer ist die Wasserersparniß, wenn man den Seitenbassins einen größeren Flächenraum giebt als der Schleuse. In Fig. 616 ist eine solche Schleuse *AB* mit zwei Seitenbassins *C* und *D* veranschaulicht, wovon jedes eine doppelt so große Basis hat als die Schleuse. Es ist hier die ganze Füllmasse in sieben gleiche Wasserschichten abgetheilt. Bei Eröffnung des Seitencanales *c* wird das Bassin *C* mit zwei Schichten (1) und (2) angefüllt; schließt man hierauf *c* und eröffnet *d*, so laufen zwei andere Wasserschichten (3) und (4) in das Bassin *D*; schließt man wieder *d*, so bleiben noch die Wasserschichten (5), (6), (7) übrig, welche in das Unterwasser abzulassen sind. Soll dagegen die Schleusenkammer gefüllt werden, so füllt man erst (7) und (6)

aus D, dann (5) und (4) aus C, und endlich (3), (2) und (1) aus dem Oberwasser. Es ist also hier die Wassererspärniß: Seitenbassins.

$$E = \frac{2}{7}\frac{2}{7} = \frac{4}{7} \text{ der Füllmasse } V.$$

Fig. 616.



Ein Seitenbassin hätte dieselbe nur $E = \frac{2}{5} V$ gegeben, und drei Seitenbassins würden E auf $\frac{6}{9} V$ steigern. Allgemein, n Seitenbassins, jedes von einer doppelt so großen Basis als die Schleuse geben:

$$E = \frac{2n}{2n + 3} V.$$

Ist ganz allgemein, m das Verhältniß des Querschnittes eines Seitenbassins zu dem der Schleuse, so hat man:

$$E = \frac{mn}{mn + m + 1}, V = \frac{n}{n + 1 + \frac{1}{m}} V.$$

Der letzten Formel zufolge hat m nur einen unbedeutenden Einfluß auf E; es ist folglich der Vortheil nicht groß, wenn man den Seitenbassins größere Grundflächen giebt als der Schleusenkammer.

§. 304. Dem Vorstehenden zufolge müßte man zur möglichst größten Ersparniß des Speisewassers, einer Schleuse so viel wie möglich Seitenbassins geben, und hiervon eins unter dem anderen in die Schleuse einmünden lassen; da aber dies mit großen Schwierigkeiten verbunden ist, so hat man auch daran gedacht, die Wirksamkeit eines Seitenbassins durch einen Schwimmer zu verstärken. Ein solches Seitenbassin mit Schwimmer ist in der neuesten Zeit von M. Girard in Vorschlag gebracht worden (s. Rapport et Mémoire sur le nouveau système d'écluses à flotteur de M. D. Girard, par M. Poncelet, Paris 1845). Die Girard's Schleuse mit Schwimmer.

Girard's Schleuse mit Schwimmer.

Basis des Seitenbassins der Girard'schen Schleuse ist kreisförmig, hat noch etwas mehr Inhalt als die Basis der Schleuse, und seine Sohle reicht noch etwas unter die der Schleusenkammer. Der Schwimmer ist ein hohler Blechcylinder, und hat in der halben Höhe eine Scheidewand, welche ihn in zwei über einander liegende Kammern zerschneidet. Während das Seitenbassin selbst mit der Schleusenkammer communicirt, ist die obere Abtheilung des Schwimmers mit dem Ober- und die untere Abtheilung desselben mit dem Unterwasser in Communication gesetzt. Wenn die Schleuse geleert wird, so muß der Schwimmer aufsteigen, um dem aus der Schleusenkammer dem Seitenbassin zufließenden Wasser Platz zu machen, und wenn umgekehrt, die Schleuse sich füllen soll, so muß der Schwimmer niedersinken, um das Füllwasser aus dem Bassin in die Schleusenkammer zurückzudrängen. In den Figuren 617 und 618 sind

Fig. 617.

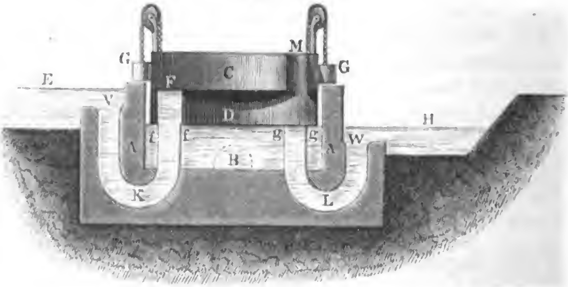
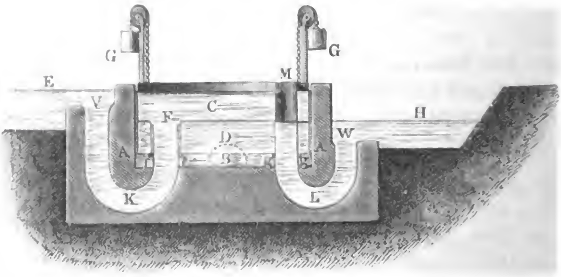


Fig. 618.



diese beiden Stände des Schwimmers vor Augen geführt. Es ist AA das cylindrische Seitenbassin, und B die Einmündung des Canales, welcher dieses Bassin mit der Schleusenkammer verbindet; ferner ist CD der

Schwimmer, welcher, wie ein Gasometer, mittels Ketten an Gewichten G, G . . . aufgehangen ist. Die gekröpfte Röhre K, welche die Verbindung des Oberwassers mit der Abtheilung C des Schwimmers vermittelt, hat in ihrer Einmündung V ein Ventil, und geht bei ihrer Ausmündung durch eine Stopfbüchse ff am unteren Ende einer Röhre F, welche luft- und wasserdicht durch die untere Abtheilung D des Schwimmers hindurchgeht; ebenso hat die gekröpfte Röhre L, welche vom Unterwasser H nach der unteren Abtheilung D des Schwimmers führt, bei ihrer Einmündung W ein Ventil, und geht bei ihrer Ausmündung durch eine zweite Stopfbüchse gg im Boden des Schwimmers, und damit die Abtheilung D zugleich mit der äußeren Luft in Communication bliebe, ist noch ein Rohr M durch die obere Abtheilung C luft- und wasserdicht hindurchgeführt. Hiernach ist nun leicht die Wirkungsweise des Schwimmers zu ermessen. Girard's Schleuse mit Schwimmer.

Es sei die Schleusenkammer leer, es habe also der Schwimmer seinen höchsten Stand in Fig. 617, wobei das Wasser in seinen beiden Kammern nur circa 2 Zoll hoch stehen mag. Oeffnet man nun bei geschlossener Schleusenkammer die Ventile bei V und W, so sinkt der Schwimmer nieder, indem er das unter ihm stehende Wasser großentheils in die Schleuse treibt, und es füllen sich hierbei die Abtheilungen C und D des Schwimmers resp. aus E und H mit Wasser. Zuletzt setzt sich der Schwimmer unten auf zu diesem Zwecke angebrachte Vorstöße auf, indem er den in Fig. 618 abgebildeten Stand annimmt, wobei das in dem Seitenbassin übrig bleibende, sowie das in die Kammer gedrängte Wasser das Niveau des Oberwassers angenommen hat. Wegen der Gleichheit zwischen der Größe der Schleusenkammer und der Größe des Bassins steigt das Wasser in letzterem gerade so viel als der Schwimmer sinkt, ist also die Tiefe der Eintauchung des letzteren doppelt so groß als die absolute Senkung des Schwimmers, und also auch gerade so groß als die Höhen der in C und D eingeflossenen Wasserschichten zusammengenommen, und folglich auch der Auftrieb des Wassers mit dem Gewichte dieser beiden Wasserschichten im Gleichgewichte. Wenn daher anfangs nur ein kleines Uebergewicht des Schwimmers vorhanden war, so wird dieses auch während und am Ende des Niedersinkens unverändert bleiben. Soll umgekehrt die gefüllte Schleuse geleert werden, so verschließt man erst das obere Schleusenthor, und öffnet die Ventile V und W von Neuem. Haben dies Mal die Gegengewichte G, G eine kleine Ueberwucht, so wird nun der Schwimmer langsam angehoben, wobei natürlich die entsprechenden Wassermengen aus C und D nach E und H zurückfließen, und dem Wasser in der Schleusenkammer der nöthige Raum in dem Bassin AA verschafft wird. Leicht ist einzusehen, daß dieses Aufsteigen des Schwimmers ebenfalls fast ganz gleichförmig vor sich geht, da hierbei die Abnahme des Auftriebs

Girard's Schleuse mit Schwimmer. gleich dem Gewichte des aus beiden Abtheilungen durch V und W abgeflossenen Wassers gleich ist, folglich die anfängliche kleine Ueberwucht während dieses Aufsteigens unverändert bleibt.

Anmerkung. Man kann auch dadurch einen Theil des Wassers zum Durchschleusen wieder nutzbar machen, daß man durch das aus dem Oberhaupte nach der Schleusenkammer führende Wasser eine Maschine umtreiben läßt, welche auf der anderen Seite in einer besonderen Leitung Wasser aus der unteren Canalstrecke auf die obere schafft. Hierüber in den Niederlanden angestellte Versuche haben allerdings nicht zu dem erwünschten Ziele geführt (s. L. Band, Cursus over de Waterbouwkunde, 1838, II., und Storm Buysing, Handleiding tot de Kennis der Waterbouwkunde, 1845, II.).

Schiffsaufzüge. §. 305. Man hat auch Schiffsschleusen mit beweglichen Kammern in Anwendung gebracht, wobei die letzteren mit den Schiffen zugleich aufgezogen und niedergelassen werden. Eine solche Schleuse ist z. B. von dem Ingenieur M. James Green bei dem Great-Western-Canal in England erbaut worden. Die ganze Vorrichtung besteht aus zwei trogförmigen Kammern, welche mittels Ketten an den entgegengesetzten Seiten einer horizontalen Welle aufgehangen sind, und an beiden Enden durch Schützen verschlossen und geöffnet werden können. Beide Canalstrecken theilen sich in der Nähe der Schleuse in zwei ebenfalls durch Schützen zu verschließende Theile, so daß, je nach ihrem Stande, bald die eine Kammer an die obere rechte und die andere an die untere linke Canalabtheilung, oder umgekehrt, die eine Kammer an die untere rechte, und die andere an die obere linke Abtheilung anzuliegen kommt. Werden nun diese Kammern bei dem einen oder dem anderen Stande durch besondere Mechanismen mit ihren Stirnflächen scharf an die Canalenden angepreßt, und durch Eröffnung der Schützen mit den Canalstrecken in Communication gesetzt, so läßt sich nun ein Schiff ungehindert aus der einen Canalstrecke heraus in die Kammer, und umgekehrt ein solches aus einer Kammer in die anstoßende Canalstrecke schaffen. Nachdem dies geschehen, so sind natürlich die Schützen wieder zu verschließen und die Drücke der Kammern gegen die Canalenden wieder aufzuheben, und es kann nun das Aufziehen der einen und das damit verbundene Niedersinken der anderen Kammer ungehindert vor sich gehen. Da das Gewicht eines schwimmenden Körpers gleich ist dem des verdrängten Wassers, so ist das Gewicht der mit Wasser gefüllten Kammer gar nicht von der Größe der Ladung des in derselben schwimmenden Schiffes abhängig, und es balanciren daher beide Kammern stets mit einander, wie groß auch die Ladung der Schiffe in denselben, und ob überhaupt in beiden oder nur in der einen Kammer ein Schiff enthalten sei. Um indessen die nöthige Kraft zur Ueberwindung der passiven Hindernisse zu erhalten, läßt man ein wenig Wasser aus der unteren Kammer auslaufen, und damit beim weiteren Aufsteigen

und Sinken der Kammer keine beschleunigte Bewegung eintrete, wird noch ein Brems in Wirksamkeit gesetzt, welcher in Verbindung mit der Radwelle steht, woran die Kammern hängen. Uebrigens sind zur Ausgleichung der Kettengewichte noch besondere Gegengewichtsketten an die Kammern angehangen (s. §. 172). Schiffsaufzüge.

Wenn die beweglichen Kammern nicht senkrecht auf- und niedergelassen werden können, so stellt man dieselben auf Wagen, die man auf sogenannten Rampen und mittels Dampfkraft fortschafft. Eine solche Rampe mit beweglichen Schleusenkammern ist von Leslie nach A. Thomson's Plan auf dem Monkland-Canal bei Glasgow ausgeführt worden. Es ist hier die Entfernung der Canalenden 960 Fuß englisch und die Steighöhe 96 Fuß, das Gewicht eines mittels 20 Rädern auf einer Eisenbahn von 7 Fuß Spurweite laufenden Wagens sammt Kammer und Schiff 70 Tonnen. Einfacher ist es natürlich noch, wenn man bei Anwendung einer schiefen Eisenbahnebene die Schleusenkammern ganz fallen läßt und die Schiffe unmittelbar auf die Wagen stellt. In diesem Falle läßt man entweder die obere Canalstrecke in eine Schleuse auslaufen, innerhalb welcher das Aufsetzen des Schiffes auf den Wagen erfolgt, und welche zu entleeren ist, bevor das Aufziehen oder Niederlassen des Wagens sammt Schiff erfolgen kann, oder man begrenzt beide Canalenden durch die Gebirgsabhänge, worauf die Eisenbahn ruht, weshalb zwischen beiden Canalstrecken ein Scheitel herzustellen ist, wenn derselbe nicht schon vorhanden war. Die aus einem Längenprofile und einem Grundrisse bestehende Skizze eines solchen Schiffsaufzuges ist in Fig. 619, I. und II. (a. f. S.) abgebildet. Die achträderigen Wagen *A* und *B*, welche zum Fortschaffen der Schiffe *C* und *D* dienen, sind durch ein Drahtseil ohne Ende verbunden, welches auf der einen Seite um die Leitrolle *E* und auf der anderen Seite um die Rollen *F* und *G* und außerdem noch über die Rollen *H* und *K* am Scheitel, sowie um die Trommel *L* gelegt ist, welche mit der aus einer Dampfmaschine oder einem Wasserrade bestehenden Umtriebsmaschine in Verbindung steht. Wird diese Trommel durch die Umtriebskraft nach der einen oder der anderen Richtung umgedreht, so steigt natürlich entweder das eine Schiff empor und das andere nieder, oder umgekehrt, es geht das eine Schiff nieder und das andere aufwärts. Die großartigsten Schiffsaufzüge sind in Nordamerika zu finden. Der Morris-Canal hat z. B. bei Philippsburg außer 25 gewöhnlichen Schleusen noch 23 schiefe Ebenen, wodurch die Schiffe von 700 Centner Ladung nach und nach 1627 Fuß hoch hinab oder hinauf befördert werden.

Kleinere Schiffe oder Kähne kann man auch durch Krahne oder andere Aufzüge in senkrechter Richtung von einer Canalstrecke auf eine andere fördern. Ein Beispiel dieser Art bietet der Churprinzen-Canal bei Frei-

Schiffsaufzüge.

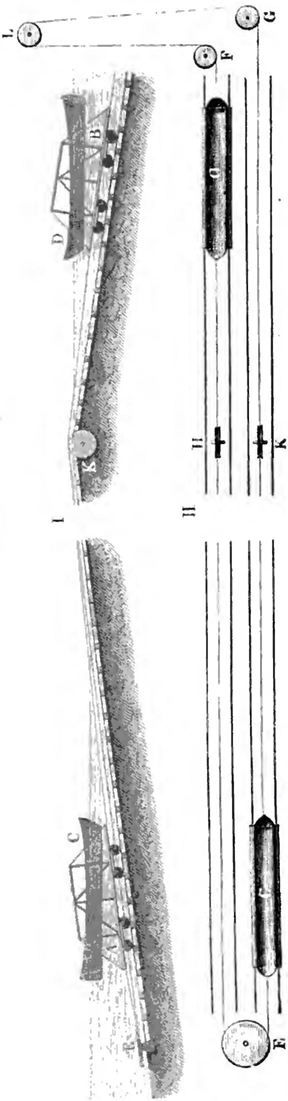


Fig 619.

berg dar, auf welchem die Erze von Churprinz-Erbstolln nach dem Hüttenwerke Halsbrücke geschifft werden. In dem sogenannten Hebehause werden die mit circa 50 Centner Erz beladenen Kähne aus dem Muldenflusse in die obere Canalstrecke 24 Fuß hoch gehoben und die hierzu angewendete Maschine besteht in der Hauptsache in einem durch eine Kurbel in Umdrehung zu setzenden Räderwerke und zwei Flaschenzügen, an welchen der Kahn mittels 20 Seilen angehangen ist.

Construction der Schiffe.

§. 306. Die Hauptbestandtheile eines Schiffes sind der Kiel, der Vorder- und der Hintersteven, die Spanten, die Balkweger, die Deckbalken, das Deck, die Beplankung, das Ruder und die Masten. Der Kiel (franz. quille; engl. keel) und die Spanten (franz. courbes; engl. ribs, frames) sind mit dem Rückgrat und mit den Rippen eines auf dem Rücken liegenden menschlichen Körpers zu vergleichen. Der erstere ist ein starker, oft aus Stücken zusammengelaschter Balken, welcher sich längs der Mittellinie des Schiffsbodens erstreckt, und die letzteren sind krumme, aus mehreren Holzstücken zusammen-

gesetzte Sparren, welche die Querschnitte des Schiffes begrenzen. Das untere oder sogenannte Bauchstück eines Spantes ruht in der Mitte auf dem Kiele. Die Spanten nehmen von dem sogenannten Hauptspanten (franz. maitre-couple; engl. mid-ship-frame) aus nach den beiden Schiffsenden zu immer mehr und mehr an Breite und Fülle ab. Sehr verschieden ist die Entfernung der Spanten von einander; bei Flußschiffen ist sie 3 bis 4 Fuß, bei Seeschiffen aber 1 Fuß und bei Kriegsschiffen stehen die Spanten sogar dicht neben einander. Die Steven (franz. étraves, étambots; engl. stems, prowposts, sternposts) bilden die aufgebogenen Enden des Kieles, und sind daher auch die äußersten Enden des Schiffes selbst. Die sogenannten Kantenspanten, welche die Steven umfassen, werden nicht rechtwinkelig auf die Längenaxe des Schiffes, sondern mehr oder weniger rechtwinkelig gegen die Steven gelegt. Die Deckbalken (franz. baux; engl. beams) sind quer über das Schiff weg liegende Balken, und werden mittels der sogenannten Balkweger mit den Spanten verbunden. Auf die Deckbalken kommt das Deck (franz. le pont; engl. the deck) zu liegen, welches aus Planken von $1^1/_2$ bis 4 Zoll Dicke und 4 bis 6 Zoll Breite zusammengesetzt wird. Bei Flußschiffen bildet das Deck die oberste Begrenzung des Schiffes; Seeschiffe hingegen, welche tiefer gehen, erhalten noch Zwischendecke, wodurch das ganze Schiffsgebäude, wie ein gewöhnliches Wohngebäude, in Fluren oder Etagen abgetheilt wird. Construction der Schiffe.

Den nächst wichtigsten Theil eines Schiffes bildet die Bekleidung oder Beplankung (franz. le bordage; engl. the plankings) desselben. Flußschiffe werden zur Erzielung einer größeren Leichtigkeit nur außen, Seeschiffe aber außen und innen bekleidet. Die Haupt- oder Außenplanken werden von außen auf die Spanten aufgenagelt, und mit ihren Enden in die Sponung oder rinnenförmigen Vertiefungen an den Seiten der Steven eingesetzt. Die Fugen zwischen den Planken werden mit Werg ausgestopft oder kalfatert. Diejenigen Planken, welche den Vorder- und Hinterbug des Schiffes bilden, werden, damit sie sich beim Umbiegen um die Spanten fügen, vorher gedämpft, d. i. mehrere Stunden lang in einen mit Wasserdampf angefüllten Kasten gesteckt.

In Fig. 620 und 621 (a. f. S.) sind die Hälften der Hauptquerschnitte eines See- und eines Flußschiffes abgebildet. Der Kiel A tritt nur bei dem Seeschiffe in Fig. 620 besonders hervor, bei dem Flußschiffe in Fig. 621 bildet er dagegen nur einen Theil der Beplankung. BC ist in beiden Abbildungen der Hauptspanten sammt seiner Bekleidung. Ferner sind in Fig. 620 F, G, H die Deckbalken sammt ihren Decken, wodurch das Schiff in Etagen getheilt wird, zu sehen. Das Flußschiff, Fig. 621, hat dagegen nur eine Deckbalkenreihe F, und also

Construction der Schiffe.

nur ein Deck, das sogenannte Verdeck *K*. In beiden Abbildungen ist endlich noch *L* die Brüstung des Verdecks, die sogenannte Reilings- oder Schanzbekleidung.

Fig. 620.

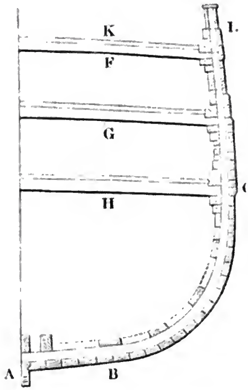
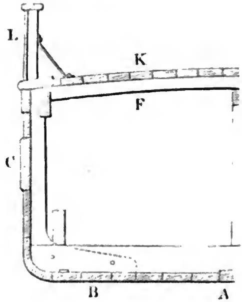


Fig. 621.



Eiserne Schiffe, welche durch ihr kleineres Gewicht und durch ihre längere Dauer große Vorzüge vor den hölzernen haben, erhalten ein Gerippe aus Winkeleisen und eine aus Blechtafeln von $1/2$ bis $3/4$ Zoll Stärke zusammengenietete Bekleidung. Eiserne Querwände aus Eisenblech theilen diese Schiffe in mehrere gänzlich getrennte Räume, und es wird dadurch nicht allein die Stärke der Schiffe erhöht, sondern auch die Gefahr des Untersinkens derselben, bei Entstehung eines Lecks, vermindert. Durch ihre schlanke Gestalt, welche man den eisernen Schiffen geben kann, durchschneiden diese Schiffe das Wasser mit größerer Leichtigkeit als hölzerne Schiffe, und fahren daher auch unter übrigens gleichen Verhältnissen schneller als diese.

§. 307. Das Ruder oder Steuer, Steuerruder (franz. gouvernail; engl. rudder), dient zum Steuern oder Regieren des Schiffes und hängt wie eine Thür in Angeln. Man unterscheidet an ihm den Schaft, das Blatt, die Pinne, den Haken, die Fingerlinge und die Pfannen. Der Ruderschaft oder das Rudherz ist oben durch ein Loch, den sogenannten Guker, in den Schiffsraum geführt, und trägt unten mehrere eiserne Haken, die in die Oesen oder sogenannten Fingerlinge eingreifen, welche am Hinter- oder Achtersteven befestigt sind. Um die Reibung der Haken in den Fingerlingen möglichst herabzuziehen, ist

einer von den Fingerlingen mit einer Pfanne versehen, auf welcher die Endfläche des eingreifenden Hakens ruht, so daß dadurch das ganze Gewicht des Ruders von dieser Pfanne aufgenommen wird und die übrigen Fingerlinge nur die Seitenkräfte aufzunehmen haben. Zur Drehung des Steuers dient die **Pinne**, ein durch das Kopfende des Steuerschaftes gesteckter, oder auf irgend eine andere Weise mit demselben verbundener Hebel. Dieser Hebel läßt sich nur bei kleinen Schiffen und Kähnen unmittelbar mit der Hand bewegen, bei größeren Schiffen ist hingegen dazu ein besonderes **Steuerrad** nothwendig, welches in einem gewöhnlichen **Kreuzhaspel** (s. II., §. 84) besteht. Die Construction eines Ruders ist aus Fig. 622 und die seines Bewegungsmechanismus mittels des Steuerrades aus Fig. 623 zu ersehen. In Fig. 622 ist AB der

Construction der Schiffe.

Fig. 622.

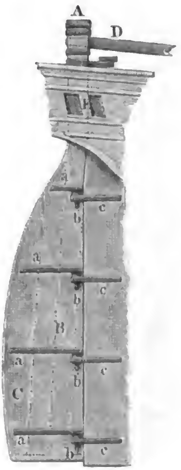
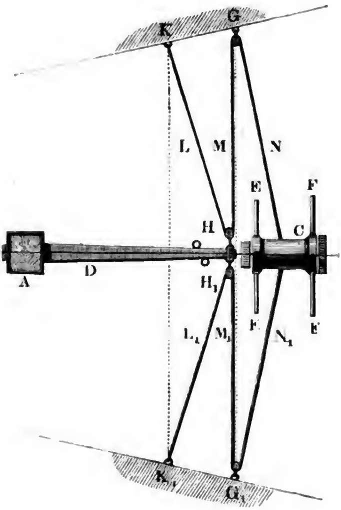


Fig. 623.



Ruderschaft und C das Blatt, ferner sind a, a . . die Angeln mit den Haken b, b . und c, c . . die sogenannten Fingerlinge; auch sieht man in E den Hintertheil oder das Heck (den Spiegel) (franz. poupe; engl. stern) des Schiffes, sowie in D ein Stück der Ruderpinne. Fig. 623 zeigt in A wieder den Schaft und in D die Pinne; ferner in C das Steuerrad mit seinen Spillen EE und FF, in G und G_1 Leitrollen an der Innenseite des Schiffes, und in L, M, N, L_1, M_1, N_1 die Zugtaue,

Construction der Schiffe. welche bei K und K_1 an die Schiffswand befestigt sind, und dazu dienen, das Ende HH_1 des Ruderhebels D mit dem Wellenumfange des Steuerrades zu verbinden. Es ist hiernach leicht zu ermessen, wie durch Umdrehung dieses Rades nach der einen oder der anderen Seite das Ruder nach rechts oder links gewendet werden kann. Uebrigens beträgt der Winkel, um welchen man auf diese Weise das Steuerruder rechts oder links wendet, nie über 42 Grad.

Die Besegelung oder Zutakelung eines Schiffes wird angewendet, um dasselbe entweder ganz oder theilweise durch die Kraft des Windes in Bewegung zu setzen. Dieser Theil der Zurüstung eines Schiffes besteht

1) aus dem Rundholz, den sogenannten Masten und Stengen,
2) aus dem Tau- und Takelwerk, und
3) aus den Segeln.

Je nachdem das Tauwerk zur Befestigung der Segel an die Masten und Stengen, oder zur Regierung und Richtung der Segel nach dem Curse und Wind dient, ist es entweder stehendes oder laufendes Tauwerk. Um endlich noch den Segeln die nöthige Spannung zu geben, werden die sogenannten Raaen, Gaffeln, Spieren und Leitern angewendet.

Kleinere Schiffe und Boote haben nur einen Mast (Mastbaum), größere Seeschiffe sind dagegen zwei- und dreimastig. Die letzteren Schiffe haben außerdem noch ein schief liegendes, über das Vorderende des Schiffes hinaus ragendes Rundholz, das sogenannte Bugspriet. Uebrigens unterscheidet man die drei Masten durch die Namen Fockmast, großer Mast und Besanmast von einander, wobei man von vorn nach hinten zählt. Die Masten größerer Schiffe bestehen nicht aus einem einzigen Stücke, sondern werden noch durch besondere Stangen, die sogenannten Stengen, verlängert. Diese Stengen kommen an die Vorderseite der Masten zu liegen, und werden durch ein besonderes Stück Holz, das sogenannte Eselshoofd (Eselshaupt) gesteckt, welches am Ende eines Mastes festsitzt. Um an eine Stenge eine zweite ansetzen zu können, ist natürlich die erstere ebenfalls mit einem Eselshoofd auszurüsten. Masten und Stengen werden durch Taue unterstützt, wovon diejenigen, welche nach den Schiffsseiten herabgehen, Wanten, und die nach der Schiffsspitze herabgehenden Stage genannt werden.

Um die aus sogenanntem Segeltuche bestehenden Segel auszuspannen und zu regieren, dienen die sogenannten Raaen, d. i. quer am Maste hängende Rundhölzer, sowie verschiedene Taue, die sogenannten Schoten, Halsen, Brassen u. s. w. Zum Spannen der Seile werden vorzüglich die sogenannten Blöcke (Rollen) und ihre Verbindungen zu sogenannten Takeln (Flaschenzügen, s. III., §. 209) verwendet.

Anmerkung 1. Zur vollständigen Ausrüstung gehört endlich noch eine Ankerwinde mit dem Ankertau oder, nach Befinden, der Ankerkette und dem Anker selbst. Die erstere besteht sehr gewöhnlich in einer stehenden Welle und ähnelt der in II., §. 85, Fig. 168 abgebildeten Erdwinde. Was die Anker anlangt, so bestehen dieselben aus der Ankerruthe, den Ankerarmen und dem Ankerstocke. Die Arme oder Flügel des Ankers sind die bogenförmigen Ausläufe desselben, womit er sich in den Boden einwühlt. Der Ankerstock bildet ein langes Querstück am anderen Ende des Ankers, welches rechtwinkelig gegen die Ankerebene steht, und sich beim Auswerfen des Ankers flach auf den Grund legt. Construction der Schiffe.

Anmerkung 2. Die Abbildung eines Segelschiffes, welches bei der Mersey-Irwell-Canalschiffahrt gebraucht wird, führt Fig. 624 vor Augen. Ein solches Schiff

Fig. 624.



ist 60 Fuß lang und 12 Fuß breit und hat nur 5 Fuß Tiefgang, bei einer Ladung von 60 Tonnen. Man sieht in *AA* den Schiffskörper, in *B* das Steuer, in *CD* den um eine Axe *C* drehbaren Mastbaum, ferner in *E* die Schiffswinde, in *F*

Construction der Schiffe. den Takel und in *G* das Tau zum Aufrichten des Mastes, dessen geneigte Lage durch C_1, D_1, G_1 in punktirten Linien angedeutet wird. Der Mast ist noch durch die Stenge *H* verlängert, und das hintere Segel *K* wird durch die beiden Raaen *M* und *N*, dagegen das Vordersegel *L* nur mittels eines Seiles gerichtet und gespannt. Noch sieht man in *O* eine kleine Kajüte und in *P* die sogenannte Schiffsluke (franz. écoutille; engl. hatch-way), d. i. eine Oeffnung in dem Verdeck, durch welche man die Güter in den inneren Schiffsraum herabläßt, oder nach Befinden in denselben hinabsteigt.

Schiffsrisse. §. 308. Die Schiffsform ist ein wesentlich wichtiger Gegenstand des Schiffsbaues, da von derselben vorzüglich die Kraft zum Fortbewegen und also auch die Geschwindigkeit des Schiffes abhängt. Es ist aus der Hydraulik bekannt, daß der Widerstand eines im Wasser bewegten Körpers vorzüglich von der Gestalt der vorderen und der hinteren Begrenzung desselben abhängt, und daß derselbe um so kleiner ausfällt, je schärfer diese Begrenzungen sind und je abgerundeter die ganze eingetauchte Oberfläche des Schiffes ist. Sind dagegen die äußersten Begrenzungen des eingetauchten Schiffskörpers stumpf, und enthält die Schiffsoberfläche wenig abgerundete Ecken oder Kanten, oder überhaupt stark gekrümmte Stellen, so wird das Wasser durch das bewegte Schiff nicht allein in starke, sondern auch in wirbelnde Bewegungen versetzt, wodurch der Widerstand desselben zu einer großen Höhe anwächst. Speciellere Regeln über die vortheilhaftesten Schiffsformen lassen sich aus der Theorie nicht ableiten, man muß sich daher bei Construction der Schiffskörper vorzüglich von der Erfahrung leiten lassen. Solchen Constructionen müssen natürlich gute Zeichnungen von Schiffsgefäßen zu Grunde gelegt werden.

Diese Zeichnungen oder Risse werden vorzüglich nach den drei Hauptdimensionen des Raumes, nämlich

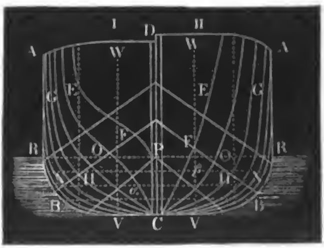
1) nach Horizontalschnitten,
2) nach vertikalen Längen-, und
3) nach vertikalen Querschnitten entworfen.

Die Horizontalschnitte geben auf der äußeren Begrenzung des Schiffes die sogenannten Wasserlinien an, von welchen diejenige, welche die Schwimmebene des belasteten Schiffes begrenzt, die geladene, und diejenige, welche die Schwimmebene des leeren Schiffes umschließt, die leere Wasserlinie genannt wird. Man trägt die in gleichen Höhen über einander liegenden Wasserlinien in den Grundriß, ferner die in gleichen Abständen von einander angenommenen Längenschnitte des Schiffes in das Längen- und die in gleichen Abständen von einander gelegten Querschnitte in die Querprofile des Vorder- und Hinterschiffes ein. Solche mit einem Systeme von Querschnitten (Spanten) versehenen Querprofile eines Schiffskörpers bilden den sogenannten Spantenriß desselben. Außer diesen Profilen fertigt man aber auch noch sogenannte Sentenrisse an.

Einen solchen Riß erhält man dadurch, daß man einen Längenschnitt durch das Schiff führt, welcher so viel wie möglich von einem und demselben Plankengang, oder einer statt desselben aufgenagelten Latte, der sogenannten Sente, begrenzt wird. Da das ganze Schiff in Hinsicht auf den mittleren Längenschnitt symmetrisch ist, so genügt es natürlich, wenn man die Wasserlinien, Längenschnitte, sowie die Spanten- und Sentenrisse nur von der einen Schiffshälfte entwirft. Schiffsrisse.

Bei der Anfertigung dieser Risse beginnt man mit dem Entwurf der beiden Spantenrisse *AC*, I. und II., Fig. 625. Die verschiedenen Spantenlinien dieser Risse fertigt man dergestalt an, daß man zuerst den Hauptspanten *ABC*, dann einen Vorder- oder Hinterspanten *EFC*, hierauf einen Mittelspanten *GHC* nach dem Augenmaße entwirft, und nun in die Räume zwischen je zwei dieser drei Spantenlinien die übrigen Spanten einzeichnet. Dieses Einzeichnen wird aber nicht ganz willkürlich bewirkt, sondern man bedient sich hierbei der Methode des Interpolirens. Zu diesem Zwecke legt man eine Sente *BF* möglichst rechtwinkelig gegen die sogenannte Kimmung *B* des Schiffes, und mit ihr einige andere Senten, parallel, und bestimmt nun mittels bekannter Interpolationsregeln aus den gegebenen Durchschnitten *B*, *H*, *F* zwischen einer Sente und den zuerst aufgezeichneten drei Spantenlinien noch andere Durchschnitte, wie *N*, *O* u. s. w. derselben Sente mit den zwischen einzuzeichnenden Spantenlinien *CN*, *CO* u. s. w. Hat man auf diese Weise sowohl den Spantenriß I. des Hinter- als auch den Spantenriß II. des Vorderschiffes entworfen, so lassen sich auch leicht die übrigen Durchschnitte des Schiffes aufzeichnen. In dieser Absicht giebt man sich zunächst die Horizontale *RR* an, welche die geladene Wasserlinie vorstellt, theilt die Schwimmtiefe *CP* in gleiche Theile und führt durch die Theilpunkte andere Horizontalen oder Schwimmlinien. Diese Horizontalen schneiden die Spanten in einer Menge von Punkten, welche sämmtlich in der äußeren Begrenzung des Schiffes liegen. Theilt man nun in den Grundrissen *PRS* und *PRT*, Fig. 626 (a. f. S.), der beiden Schiffstheile I. und II. die Längen *PS* und *PT* in gleiche Theile, und führt man durch die Theilpunkte 1, 2, 3 u. s. w. Parallelen zur Breite *PR*, so stellen diese die Spanten im Grundrisse vor, und es lassen sich nun die

Fig. 625.



Schiffsrisse.

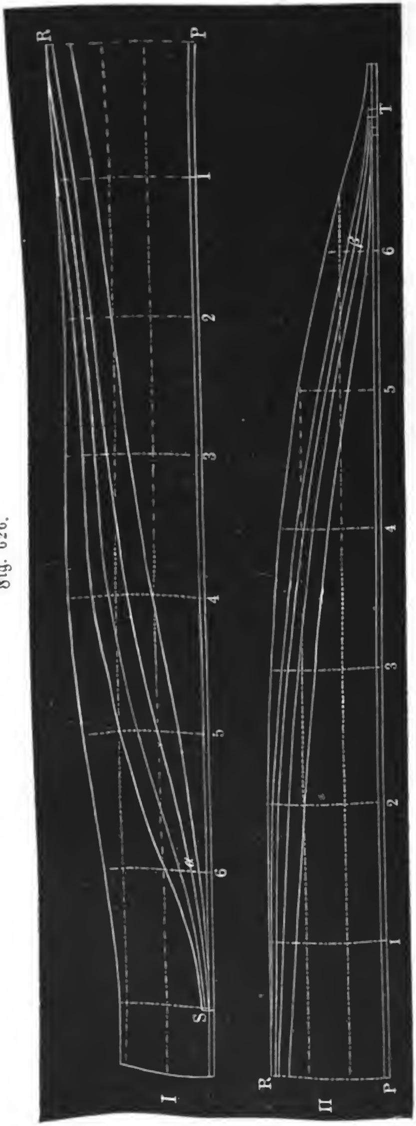


Fig. 626.

gefundenen Durchschnittspunkte α, β.. der Wasserlinien im Spantenrisse auch in dem Grundrisse angeben. Verbindet man endlich im Grundrisse diejenigen Punkte, welche in einem und demselben Horizontalschnitte RR, BB u. s. w. liegen, durch einen Zug, so erhält man dadurch die entsprechende Wasserlinie in ihrer wahren Gestalt. Führt man ebenso im Spantenrisse Vertikalen VW u. s. w., so schneiden dieselben die Spanten in anderen Punkten, mit Hülfe welcher sich auf gleiche Weise im Längenprofile des Schiffes vertikale Längenschnitte desselben verzeichnen lassen.

Schiffsformen.

§. 309. Bei der im Vorstehenden beschriebenen Aufzeichnung des Schiffskörpers ist natürlich nicht bloß auf die Größe, sondern auch auf die Bestimmung des Schiffes Rücksicht zu nehmen. Die Gestalt des Hauptspantens und die der geladenen Wasserlinie geben hierbei das Hauptanhalten. Die Seeschiffe müssen dem Andrange hoher Wellen widerstehen können, deshalb erhalten sie eine größere Breite und mehr abgerundete Spanten; Fluß-

schiffen giebt man kleinere Breiten, damit sie das Wasser leicht durchschneiden, und mehr rectanguläre Spantenformen, damit sie keinen großen Tiefgang haben. Gewöhnlich ist das Verhältniß der größten Schiffsbreite zur ganzen Schiffslänge: Schiffsformen.

bei Seesegelschiffen . . . . . $= \frac{1}{4}$,
bei Seedampfschiffen . . . . . $= \frac{1}{6}$, und
bei Flußdampfschiffen . . . $= \frac{1}{8}$;

ferner das Verhältniß der größten Schiffshöhe zur Schiffsbreite:

bei Seeschiffen . . . . . . $= \frac{2}{3}$, und
bei Flußschiffen . . . . . . $= \frac{1}{2}$;

endlich das Verhältniß der größten Eintauchung zur größten Schiffsbreite:

bei Seeschiffen . . . . . . $= \frac{2}{5}$, und
bei Flußschiffen . . . . . . $= \frac{1}{5}$.

Ein Anhalten bei Beurtheilung der Abrundung und Zuschärfung der Schiffsformen geben noch die sogenannten Völligkeitscoefficienten, oder die Verhältnisse der Inhalte der Hauptquerschnitte des Schiffes zu denen der sie umschließenden Rechtecke, sowie das Verhältniß des Volumens des eingetauchten Schiffsraumes zu dem des denselben umschließenden Parallelepipedes.

Ist a der Tiefgang, b die größte Breite und l die größte Länge des eingetauchten Schiffstheiles, ferner F der Inhalt des eingetauchten Theiles des Hauptspantens, G der Inhalt der Schwimmfläche oder des von der geladenen Wasserlinie begrenzten Raumes, und V das Volumen des verdrängten Wassers, so hat man:

$$\alpha = \frac{F}{ab} = 0{,}82 \text{ bis } 0{,}92,$$

$$\lambda = \frac{G}{bl} = 0{,}80 \text{ bis } 0{,}65,$$

$$\varphi = \frac{V}{abl} = 0{,}60 \text{ bis } 0{,}45,$$

und zwar erstere Verhältnisse bei See- und letztere bei Flußschiffen.

Zur Beurtheilung des Tragvermögens und der Stabilität eines Schiffes ist nöthig, daß man eine möglichst genaue Bestimmung der Inhalte seiner Schnitte vornehme und hiernach wieder den Inhalt des verdrängten Wassers, sowie die Lage seines Schwerpunktes bestimme. Hierzu reichen die in I., §. 118 angegebenen Formeln:

$$1)\ V = (F_0 + 4F_1 + 2F_2 + \ldots + 4F_{n-1} + F_n)\frac{h}{3n} \text{ und}$$

$$2)\ y = \frac{0 \cdot F_0 + 1 \cdot 4F_1 + 2 \cdot 2F_2 + 3 \cdot 4F_3 + \ldots + (n-1)4F_{n-1} + nF_n}{F_0 + 4F_1 + 2F_2 + 4F_3 + \ldots + 4F_{n-1} + F_n}\,\frac{h}{6}$$

Schiffsformen. aus, wenn man darin unter h die in n gleiche Theile getheilte Höhe oder Länge, unter F_0, F_1, F_2 . . F_n die durch die Theilpunkte 0, 1, 2 . . n gelegten Querschnitte eines Körpers versteht, und V das Volumen dieses Körpers, sowie y den Abstand seines Schwerpunktes von der Grundfläche oder nullten Schnittfläche (F_0) bezeichnet.

Wir können in diesen beiden Formeln einmal statt h die Wassertracht (a) oder die Tiefe der Eintauchung, und statt F_0, F_1 . . F_n die Inhalte der Horizontalschnitte oder die von den Wasserlinien begrenzten Flächenräume, von unten nach oben gerechnet, und das andere Mal statt h die Länge (l) der geladenen Wasserlinie und statt F_0, F_1 . . F_n die Inhalte der vertikalen Querschnitte (Spanten) einsetzen, und bekommen dann in beiden Fällen durch die Formel (1) das Volumen V des verdrängten Wassers, in dem ersten Falle durch die Formel (2) den Abstand (y) des Schwerpunktes des Schiffes von dem Kiele, und im zweiten Falle durch die zweite Formel den horizontalen Abstand (y) dieses Schwerpunktes von dem als Nullpunkt angenommenen Schiffsende.

Was die Bestimmung der Schnittflächen F_0, F_1 . . F_n anlangt, so ist dieselbe ebenfalls durch Formel (1) zu vollziehen, wenn man darin statt h die Länge oder Höhe der Schnittfläche, und statt F_0, F_1 . . F_n die in gleichen Abständen von einander abgenommenen Breiten einer solchen Fläche einsetzt.

Uebrigens liegt der Schwerpunkt des Wasserraumes in dem vertikalen Hauptlängenschnitt des Schiffes. Der Auftrieb $V\gamma$ des Schiffes (siehe I., §. 307) ist $= Q + Q_1 + Q_2$, wenn:

Q die Größe der Schiffsladung (Lastigkeit),

Q_1 das Gewicht des leeren Schiffes und

Q_2 das Gewicht des Treibapparates, der Dampfmaschine sammt Kessel u. s. w. bezeichnen.

Die Stabilität des Schiffes fordert, daß man sowohl den Schwerpunkt von Q als auch den von Q_1 und den von Q_2 nicht allein in den vertikalen Hauptlängenschnitt des Schiffes, sondern auch so tief wie möglich lege. Auch ist es natürlich nöthig, daß der Schwerpunkt des ganzen Schiffes ($Q + Q_1 + Q_2$) von dem Schiffsende ebenso viel abstehe als der Schwerpunkt des Auftriebes $V\gamma$. Sind die Abstände der Schwerpunkte der Gewichte Q, Q_1, Q_2 und der Kraft $V\gamma$, von dem Schiffsende der Reihe nach x, x_1, y und z, so haben wir hiernach:

$$Qx + Q_1 x_1 + Q_2 y = Vz\gamma$$

zu setzen, so daß sich hiernach die Ordinate des Schwerpunktes der Schiffsmaschine:

$$x_1 = \frac{Vz\gamma - Qx - Q_2 y}{Q_1}$$

bestimmen läßt.

§. 310. Die Größe (S) der Stabilität eines Schiffes ist in I., §. 312 durch die Formel: Stabilität der Schiffe.

$$S = \left(\frac{b^3}{12\,F} + e\right) P\varphi$$

ausgedrückt worden, worin b die Breite des Schiffes in der Schwimmebene, F den Inhalt des vertikalen Querschnittes des verdrängten Wassers, e die Höhe des Schwerpunktes des Schiffes über dem des verdrängten Wassers, P den Auftrieb $V\gamma = Fl\gamma$ und φ die Neigung des Schiffes nach der einen oder der anderen Seite bezeichnen. Diese Formel ist nur für ein prismatisches Schiff entwickelt worden; da aber der Querschnitt F nach den Schiffsenden zu immer kleiner und kleiner wird, so läßt sie sich unmittelbar nur auf kurze Stücke anwenden, deren Querschnitte als unveränderlich angesehen werden können. Sind nun l_0, l_1, l_2 .. die Längen, b_0, b_1, b_2 .. die oberen Breiten, F_0, F_1, F_2 .. die Querschnitte, V_0, V_1, V_2 .. die Volumina und e_0, e_1, e_2 . die Tiefen der Schwerpunkte dieser Stücke unter dem Schwerpunkte des ganzen Schiffes, so haben wir die entsprechenden Stabilitäten:

$$S_0 = \left(\frac{l_0\,b_0^3}{12} - V_0\,e_0\right)\varphi\gamma,$$

$$S_1 = \left(\frac{l_1\,b_1^3}{12} - V_1\,e_1\right)\varphi\gamma,$$

$$S_2 = \left(\frac{l_2\,b_2^3}{12} - V_2\,e_2\right)\varphi\gamma \text{ u. s. w.}$$

und daher die Stabilität des ganzen Schiffes:

$$S = S_0 + S_1 + S_2 + \cdot$$

$$= \left(\frac{1}{12}\,(l_0\,b_0^3 + l_1\,b_1^3 + l_2\,b_2^3 + \ldots) - (V_0\,e_0 + V_1\,e_1 + V_2\,e_2 + \ldots)\right)\varphi\gamma,$$

oder, da:

$$\frac{1}{12}\,(l_0 b_0^3 + l_1\,b_1^3 + l_2\,b_2^3 + \ldots) = \frac{1}{3}\Sigma\left[b\,l\left(\frac{b}{2}\right)^2\right]$$

gleich dem Trägheitsmomente J der Schwimmfläche in Hinsicht auf die Längenaxe des Schiffes, und

$$V_0\,e_0 + V_1\,e_1 + V_2\,e_2 + \ldots$$

das Moment des ganzen verdrängten Wasservolumens V oder das Product aus diesem Raume und dem Abstande e seines Schwerpunktes von dem des ganzen Schiffes ist:

$$S = (J - Ve)\,\varphi\gamma.$$

Damit das Schiff Stabilität besitze, muß natürlich

$$J > Ve$$

sein.

Stabilität der Schiffe.

Wird das Schiff durch den Windstoß oder durch irgend eine Ursache aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, so nimmt es eine schwingende Bewegung an, welche sich nach der Theorie des Pendels beurtheilen läßt. Diese pendelnden Bewegungen bestehen entweder in einem Auf- und Niedersteigen, oder in einem Schwanken nach der einen oder anderen Seite des Schiffes, oder in einem Schwanken um die horizontale Queraxe des Schiffes; die erstere Bewegungsweise läßt sich mit dem Namen Steigen bezeichnen, die zweite wird in der Schiffssprache Schlingern, und die letzte Stampfen des Schiffes genannt (s. §. 290). Die Schwingungszeiten dieser Bewegungen lassen sich sämmtlich durch den in I., Anhang, §. 2 *) gefundenen Ausdruck:

$$t = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}},$$

in welchem:

$$\mu = \frac{p}{x},$$

oder das Verhältniß der Acceleration p zu dem zurückgelegten Weg x bezeichnet, bestimmen.

Wenn sich der Schwerpunkt des Schiffes um den Weg x senkrecht niederbewegt, so ist bei dem Inhalte G der Schwimmfläche der entsprechende Zuwachs des Auftriebes oder die bewegende Kraft:

$$P = Gx\gamma;$$

und hat nun noch das Schiff die Masse $M = \frac{V\gamma}{g}$, so folgt die Acceleration der schwingenden Bewegung des Schiffes in vertikaler Richtung:

$$p = \frac{P}{M} = \frac{Gx\gamma}{M},$$

daher:

$$\mu = \frac{p}{x} = \frac{G\gamma}{M},$$

und endlich die Schwingungszeit des Steigens:

$$t = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}} = \pi\sqrt{\frac{M}{G\gamma}} = \pi\sqrt{\frac{V}{Gg}},$$

oder, wenn man noch $V = \varphi abl$ und $G = \lambda bl$ setzt:

$$t = \pi\sqrt{\frac{\varphi}{\lambda}\cdot\frac{a}{g}}.$$

Die Schwingungszeiten des Schlingerns und Stampfens des Schiffes

sind einfach nach der Theorie des materiellen Pendels (I., §. 267) zu bestimmen. Es ist diese Zeit: Stabilität der Schiffe.

$$= \pi \sqrt{\frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Statisches Moment}}}.$$

Ist folglich $\frac{T_1 \gamma}{g}$ das Trägheitsmoment des Schiffes in Hinsicht auf seine Längenaxe durch den Schwerpunkt desselben, und J das Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Hinsicht auf ihre Längenaxe, also $(J - Ve)\gamma$ das statische Moment des Schiffes, so hat man die Schwingungszeit des Schlingerns:

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{T_1}{g\,(J - Ve)}},$$

und bezeichnet dagegen T_2 das Trägheitsmoment des Schiffes in Hinsicht auf seine Queraxe durch den Schwerpunkt, und J_1 das Trägheitsmoment der Schwimmfläche G in Hinsicht auf ihre Queraxe, so hat man die Schwingungszeit des Stampfens:

$$t_2 = \pi \sqrt{\frac{T_2}{g\,(J_1 - Ve)}}.$$

Beispiel. Die Form eines Flußdampfschiffes ist durch die in folgender Tabelle enthaltenen Coordinaten gegeben, wobei die Schiffslänge = 20 und die halbe Schiffsbreite = 1000 gesetzt, der Abscissenanfangspunkt am hinteren Schiffsende angenommen worden ist, und die Abscissenaxe die Richtung des Kieles hat; man soll die Lastigkeit dieses Schiffes und seine Stabilitätsverhältnisse u. s. w. ausmitteln.

Hinterschiff.					Vorderschiff.				
Abscissen.	Ordinaten der Wasserlinien.				Abscissen.	Ordinaten der Wasserlinien.			
	I.	II.	III.	Verdeck		I.	II.	III.	Verdeck
0	30	30	30	800	10	830	910	960	1000
1	45	100	165	850	11	810	910	950	990
2	120	230	390	900	12	760	870	930	990
3	240	400	600	930	13	680	810	870	960
4	380	590	750	930	14	570	700	780	930
5	520	700	825	970	15	440	570	650	860
6	630	790	880	990	16	310	420	500	770
7	730	840	910	990	17	200	270	340	640
8	790	880	940	990	18	110	150	200	480
9	830	910	960	1000	19	30	40	60	270
10	830	910	960	1000	20	—	—	—	30

Stabilität der Schiffe.

Der Inhalt G_0 der nullten oder untersten Wasserlinie ist = Null zu setzen, der der ersten Wasserlinie aber:

$$G_1 = [30 + 4\,(45 + 240 + 520 + \,.\,.\, + 30) + 2\,(120 + 380 + 630 + \,.\,.\, + 110)]\,\frac{bl}{60000}$$

$$= 0{,}452\ bl,$$

ferner der der folgenden:

$$G_2 = [30 + 4\,(100 + 400 + \,.\,.\, + 40) + 2\,(230 + 590 + \,.\,.\, + 150)]\,\frac{bl}{60000}$$

$$= 0{,}557\ bl,$$

und der der obersten oder geladenen Wasserlinie:

$$G_3 = [30 + 4\,(165 + \,.\,.\, + 60) + 2\,(390 + \,.\,.\, + 200)]\,\frac{bl}{60000}$$

$$= 0{,}663\ bl.$$

Hieraus folgt das Volumen des verdrängten Wassers (siehe »Ingenieur« Seite 254):

$$V = [G_0 + 3(G_1 + G_2) + G_3]\,\frac{a}{8} = (0 + 3\,.\,1{,}009 + 0{,}663)\,\frac{abl}{8} = 0{,}461\ abl.$$

Die Inhalte der Querschnitte der Spanten bestimmen sich ebenfalls durch Formel:

$$F = [y_0 + 3\,(y_1 + y_2) + y_3]\,\frac{a}{8},$$

und es ist hiernach:

$$F_0 = (0 + 3\,\cdot\,60 + 30)\,\frac{ab}{8000} = 0{,}026\ ab,$$

$$F_1 = (0 + 3\,.\,145 + 165)\,\frac{ab}{8000} = 0{,}075\ ab,$$

$$F_2 = (0 + 3\,.\,350 + 390)\,\frac{ab}{8000} = 0{,}180\ ab,$$

$$F_3 = (0 + 3\,.\,640 + 600)\,\frac{ab}{8000} = 0{,}315\ ab,$$

und es folgt so weiter:

$F_4 = 0{,}457\ ab$, $F_5 = 0{,}561\ ab$, $F_6 = 0{,}642\ ab$, $F_7 = 0{,}703\ ab$,
$F_8 = 0{,}744\ ab$, $F_9 = 0{,}772\ ab$, $F_{10} = 0{,}773\ ab$, $F_{11} = 0{,}764\ ab$,
$F_{12} = 0{,}728\ ab$, $F_{13} = 0{,}667\ ab$, $F_{14} = 0{,}624\ ab$, $F_{15} = 0{,}460\ ab$,
$F_{16} = 0{,}336\ ab$, $F_{17} = 0{,}219\ ab$, $F_{18} = 0{,}122\ ab$, $F_{19} = 0{,}034\ ab$,
$F_{20} = 0$.

Mit Hülfe der Formel:

$$V = [F_0 + 4\,(F_1 + F_3 + \,.\,.\, + F_{19}) + 2\,(F_2 + F_4 + \,.\,.\, + F_{18}) + F_{20}]\,\frac{l}{60}$$

ergiebt sich hiernach das Wasservolumen:

$$V = 0{,}459\ abl,$$

und nimmt man nun aus beiden Werthen das Mittel, so erhält man:

$$V = 0{,}460\ abl.$$

Wäre die absolute Länge dieses Wasserraumes: $l = 200$ Fuß, die größte Breite desselben: $b = \frac{l}{6} = \frac{100}{3}$, und seine Tiefe $a = \frac{b}{5} = \frac{20}{3}$ Fuß, so hätte man das ganze Wasservolumen:

$$V = 0{,}460\cdot\frac{20\,.\,100\,.\,200}{3\,.\,3} = 20444\ \text{Cubikfuß},$$

und folglich die ganze Tragkraft des Schiffes:

Stabilität der Schiffe.

$$Q + Q_1 + Q_2 = V\gamma = 20444 \,.\, 66 = 1349304 \text{ Pfund.}$$

Der Angriffspunkt dieser Kraft liegt über dem Schiffskiel um

$$z = \frac{(0 \,.\, G_0 + 1 \,.\, 3\,G_1 + 2 \,.\, 3\,G_2 + 3 \,.\, G_3)}{1\,G_0 + 3\,G_1 + 3\,G_2 + G_3}\,\frac{a}{3}$$

$$= \frac{3 \,.\, 0{,}452 + 6 \,.\, 0{,}557 + 3 \,.\, 0{,}663}{0 + 3 \,.\, 0{,}452 + 3 \,.\, 0{,}557 + 0{,}663} \cdot \frac{a}{3} = \frac{2{,}229}{3{,}690}\,\frac{a}{3} = 0{,}602\;a = 4{,}01 \text{ Fuß,}$$

und vom Schiffsende in horizontaler Richtung ab:

$$s = \frac{0 \,.\, 1 \,.\, F_0 + 1 \,.\, 4\,F_1 + 2 \,.\, 2\,F_2 + 3 \,.\, 4\,F_3 + \ldots + 19 \,.\, 4\,F_{19} + 20\,F_{20}}{1 \quad F_0 + 4\,F_1 + 2\,F_2 + 4\,F_3 + \ldots + 4\,F_{19} + F_{20}}\,\frac{l}{20}$$

$$= 0{,}483\,l = 96{,}6 \text{ Fuß.}$$

Das Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Beziehung auf ihre Längenaxe ist:

$$J = [30^3 + 4\,(165^3 + 600^3 + \ldots) + 2\,(390^3 + 750^3 + \ldots)] \cdot \frac{2\,(\frac{1}{2}\,b)^3\,l}{3 \,.\, 60 \,.\, 1000000000}$$

$$= 0{,}0355\;b^3\,l;$$

und daher die Bedingung der Stabilität des Schiffes:

$$Ve < J, \text{ oder } e < \frac{J}{V}, \text{ d. i.}$$

$$e < \frac{0{,}0355\;b^3\,l}{0{,}461\;a\,b\,l} \text{ oder } < 0{,}077\,\frac{b^2}{a}.$$

Wenn also der Schwerpunkt des ganzen Schiffes noch nicht

$$0{,}077\,\frac{b^2}{a} = 0{,}077 \cdot \frac{500}{3} = 12{,}83 \text{ Fuß}$$

über dem des verdrängten Wassers, also noch nicht 16,84 Fuß über dem Schiffskiel liegt, besitzt das Schiff Stabilität.

Die Zeit der Schwingungen dieses Schiffes in vertikaler Richtung ist:

$$t = \pi\sqrt{\frac{\varphi}{\lambda}\,\frac{a}{g}} = \pi\sqrt{\frac{0{,}460}{0{,}663} \cdot \frac{20}{3 \,.\, 31{,}25}} = \pi\sqrt{\frac{9{,}2}{1{,}989 \,.\, 31{,}25}} = 1{,}208 \text{ Sec.}$$

Wäre das Trägheitsmoment des ganzen Schiffes in Hinsicht auf seine horizontale Längenaxe durch den Schwerpunkt: $T_1\,\gamma = 20444 \,.\, 100\;\gamma$, und die Höhe des Schiffsschwerpunktes über dem des verdrängten Wassers: $e = 8$ Fuß, so würde die Zeit einer Schwingung um die genannte Axe, oder die des sogenannten **Schlingerns**:

$$t_1 = \pi\sqrt{\frac{T_1}{g\,(J - Ve)}} = \pi\sqrt{\frac{20444 \,.\, 100}{31{,}25\left[0{,}0355 \,.\, \left(\frac{100}{3}\right)^3 . \, 200 - 20444 \,.\, 8\right]}}$$

$$= \pi\sqrt{\frac{2044400}{31{,}25\;(262963 - 163532)}} = 2{,}549 \text{ Sec.}$$

betragen.

Widerstand des Wassers. §. 311. Der Widerstand W bei der Bewegung eines Schiffes im stillstehenden Wasser ist durch die (aus I., §. 429) bekannte Formel:

$$W = \zeta \frac{v^2}{2g} F\gamma,$$

in welcher F den Hauptquerschnitt des Schiffes, v die Geschwindigkeit desselben, ζ den sogenannten Widerstandscoefficienten u. s. w. bezeichnen, zu bestimmen. Steht das Wasser, in welchem sich das Schiff bewegt, nicht still, sondern läuft es dem Schiffe mit der Geschwindigkeit c entgegen, so hat man:

$$W = \zeta \frac{(v + w)^2}{2g} F\gamma,$$

und fließt es dagegen in der Richtung des Schiffes mit der Geschwindigkeit w fort, so ist:

$$W = \zeta \frac{(v - w)^2}{2g} F\gamma$$

zu setzen.

Dieser Widerstand geht theils aus dem Aufstauen des ausweichenden Wassers vor dem Schiffe, theils aus der Senkung des zufließenden Wassers hinter dem Schiffe und theils auch aus der Reibung des Wassers an der Schiffsoberfläche hervor, und hängt daher auch noch vorzüglich von der Form des Schiffes ab. Sind die Vorder- und Hintertheile eines Schiffes hinreichend zugespitzt und an den Stellen, wo sie sich an das Mittelschiff anschließen, sehr gut abgerundet, so geht das Fortschieben und Wiederzusammenfließen des Wassers fast ohne alle wirbelnde Bewegungen desselben vor sich, und es wird dann die Kraft, welche das Ausstauen des Wassers vom Schiffsvordertheil in Anspruch nimmt, durch den Druck des Wassers am Schiffshintertheil fast wieder ersetzt, folglich das hauptsächlichste Hinderniß der Bewegung des Schiffes nur in der Ueberwindung der Reibung des Wassers bestehen. In diesem Falle sinkt der entsprechende Widerstandscoefficient ζ bis auf 0,05 bis 0,10, während er bei einem prismatischen Schiffe ohne alle Zuspitzung circa 1,1 beträgt. Nach Campaignac's Versuchen an Dampfschiffen auf dem Meere (siehe dessen Traité sur l'état actuel [1842] de la marine à vapeur) ist im Mittel $\zeta = 0{,}0755$ zu nehmen.

Bei Segelschiffen, sowie auch bei Kähnen, ist die Zuspitzung der Schiffsenden, und die Abrundung an den Seiten weniger vollkommen, so daß hier sich ζ auf 0,2 bis 0,45 steigert.

Diese Coefficienten fallen noch größer aus, wenn sich das Schiff in einem engen Canale bewegt, dessen Querschnitt F_1 (nach Du Buat) nicht mindestens $6^1/_2$ mal so groß ist als der Querschnitt F des Schiffes. In diesem Falle kann das Wasser nicht ungehindert zur Seite des Schiffes

ausweichen; es staut sich deshalb dasselbe vor dem Schiffe höher auf, als wenn der Wasserspiegel unbegrenzt wäre, und wird überdies noch durch die Reibung an dem Bette des Canales in seiner Bewegung gestört. Du Buat entwickelt aus den hierüber angestellten Versuchen von Bossut Formeln zu entsprechender Correction von ζ, es scheinen aber nach D'Aubuisson's Berechnungen (siehe D'Aubuisson's Hydraulik, §. 228 u. s. w.) dieselben zu große Werthe zu liefern. Die Reductionsformel: Widerstand des Wassers.

$$\zeta_1 = \left(1 + \frac{1}{\left(\frac{F_1}{F} - 1\right)^2}\right)\zeta,$$

in welcher F_1 den Querschnitt des Canales, und ζ_1 den entsprechenden Widerstandscoefficienten des Schiffes bezeichnen, möchte sich vielleicht eher begründen lassen und auch mit den Erfahrungen besser übereinstimmen. Sie giebt für

$$\frac{F_1}{F} = \infty,\ \zeta_1 = \zeta, \text{ und für}$$

$$\frac{F_1}{F} = 2,\ \zeta_1 = 2\,\zeta.$$

Auch in Beziehung auf die Geschwindigkeit des Schiffes scheint der Coefficient ζ nicht ganz constant zu sein. Die hierüber angestellten Versuche von Macneil, Russell und Morin an kleinen Canalschiffen weisen diese Veränderlichkeit vollständig nach (siehe Introduction à la Mècanique industrielle par Poncelet). So lange die Geschwindigkeit des Schiffes 6 Fuß nicht übersteigt, ist diesen Versuchen zufolge, ζ ziemlich constant, bei größeren Geschwindigkeiten von 8 bis 12 Fuß nimmt dagegen ζ rasch, jedoch höchst unregelmäßig, zu, und fällt vielleicht doppelt so groß aus als bei kleinen Geschwindigkeiten, bei sehr großen Geschwindigkeiten von 15 und mehr Fuß geht endlich ζ wieder in seinem Werthe herab. Die Ursachen dieser großen Veränderlichkeit von ζ sind keineswegs genau bekannt. Eine große Rolle spielen hierbei jedenfalls die Wellen, welche das unvollkommen zugespitzte Boot bei seinem schnellen Durchschneiden des Wassers an der Oberfläche desselben erzeugt.

§. 312. Die Fortbewegung der Schiffe auf dem Wasser erfolgt entweder: Schiffsziehen.

1) durch das sogenannte Schiffsziehen (franz. le halage; engl. the towing), oder

2) durch den Windstoß mittels Segel (franz. voiles; engl. sails), oder

3) durch das Rudern mittels einfacher Ruder oder besonderer Ruderräder.

Schiffsziehen. Außerdem können natürlich auch die Schiffe durch das fließende Wasser selbst fortbewegt werden.

Das Schiffsziehen wird entweder:

1) durch Menschen oder Thiere, oder

2) durch stehende, oder

3) durch locomobile Maschinen

verrichtet.

Im ersteren Falle laufen die Menschen oder Thiere an dem Ufer des Wassers (oder dem sogenannten Leinpfade) hin und ziehen dabei an einem Seile, welches mit seinem hinteren Ende an dem Schiffsmast oder an einem anderen hervorstehenden Theile des fortzuziehenden Schiffes angeknüpft ist. Im zweiten Falle wird das Schiff durch ein langes Seil fortgezogen, welches sich um eine Trommel oder einen Korb wickelt, der einen Theil eines Dampf- oder Wassergöpels bildet (vergl. §. 246, §. 251, §. 270). Was die locomobilen Maschinen zum Fortziehen eines Schiffes anlangt, so können dieselben entweder in einem Dampfwagen bestehen, welcher auf einer Eisenbahn längs der Ufer fortrollt und das Schiff mittels eines Seiles nachzieht, oder es kann hierzu eine auf dem fortzuziehenden Schiffe selbst aufgestellte Dampfmaschine dienen, in welchem Falle dieselbe eine unter dem Schiffe angebrachte Trommel in Umdrehung setzt, um welche sich eine lange Kette wickelt, die längs des ganzen von dem Schiffe zu durchlaufenden Weges über dem Boden hin ausgespannt und an ihren Enden mit demselben fest verbunden ist. Zu dem Schiffsziehen mittels locomobiler Maschinen gehört auch noch das Bugsiren (franz. remorquer; engl. tow) eines Schiffes durch ein anderes, z. B. durch ein Dampfschiff.

Der Widerstand beim Ziehen eines Schiffes in einem Schifffahrtscanal ist nach der Formel:

$$W = \zeta \frac{v^2}{2g} F \gamma$$

zu berechnen (siehe den vorigen Paragraphen), und hierin, wenn die Geschwindigkeit v des Schiffes nicht sehr groß ist, nach Morin's Versuchen $\zeta = 0{,}21$ bis $0{,}27$ einzuführen.

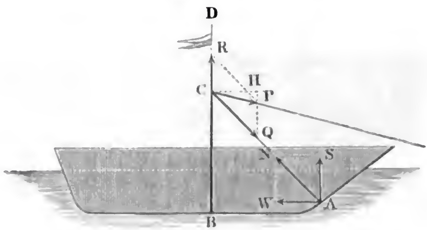
Bei dem Fortziehen in einem fließenden Wasser hat man dagegen:

$$W = \zeta \frac{(v \pm w)^2}{2g} F \gamma \pm (Q + Q_1) \sin. \alpha$$

zu setzen, wobei c die Geschwindigkeit des Wassers, α den Abhang der Oberfläche des fließenden Wassers, und $Q + Q_1 = V\gamma$ das ganze Gewicht des Schiffes bezeichnet. Die Pluszeichen gelten natürlich für das Bergauf- und die Minuszeichen für das Bergabfahren.

Die Kraft P zur Ueberwindung dieses Widerstandes W ist aber nur dann der Größe desselben genau gleich, wenn sie diesem Widerstande genau entgegenwirkt, also auch mit demselben einerlei Angriffslinie hat. Der Widerstand $W = \zeta \frac{v^2}{2g} F\gamma$ ist jedenfalls nur der horizontale Component $\overline{AW}$, Fig. 627, von einer anderen Kraft AN, deren Richtung vor- Schiffsziehen.

Fig. 627.



züglich von der Form des Vorderschiffes abhängt. Der vertikale Component $\overline{AS}$ derselben bewirkt entweder eine kleine Erhebung des Vorderschiffes, oder er hebt die Neigung desselben auf, wenn der Schwerpunkt des ganzen Schiffes etwas vor dem des Auftriebes liegt. Die Mittelkraft $\overline{AN}$ trifft den Mast BD in einem Punkte C, in welchem auch die Zugkraft angreifen sollte. Diese Kraft $\overline{CP} = P$ zerlegt sich dann in die Kraft $\overline{CQ} = Q$, welche zur Ueberwindung des Widerstandes $\overline{AN}$ dient, und in eine Vertikalkraft $\overline{CR}$, welche durch den Mast auf das Schiff übergetragen wird, und den Auftrieb desselben etwas vergrößert. Ist β der Neigungswinkel NAW des Widerstandes W und δ der Neigungswinkel PCH der Kraft P (gegen den Horizont), so hat man:

$$Q = N = \frac{W}{cos. \beta},$$

und die Zugkraft:

$$P = Q\ cos. (\beta - \delta) = \frac{W cos. (\beta - \delta)}{cos. \beta}.$$

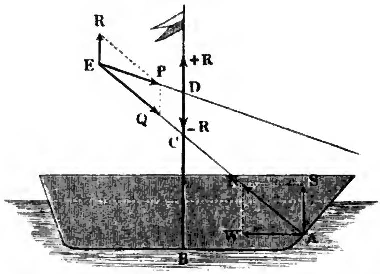
Ist $\delta = \beta$, liegen also die beiden Endpunkte des Zugseiles in einer horizontalen Linie, so hat man $P = W$.

Fällt, wie Fig. 628 (a. f. S.) andeutet, der Angriffspunkt D der Kraft P nicht mit dem Durchschnittspunkte C zusammen, treffen sich also die Richtungen von N und P in einem Punkte E außerhalb des Mastes, so wirkt die Seitenkraft $\overline{ER} = R$ excentrisch und hebt daher nicht allein

Schiffsziehen. das Schiff etwas im Ganzen, sondern giebt ihm auch noch eine kleine Neigung nach hinten. Ist J das Trägheitsmoment der Schwimmfläche des Schiffes in Hinsicht auf seine Queraxe, d der Abstand DE des Durchschnittspunktes E von dem Mast, so haben wir die entsprechende Neigung der Längenaxe des Schiffes:

$$\varphi = \frac{R\,d}{J - Ve}$$ (s. §. 310).

Fig. 628.



Die zu verrichtende mechanische Arbeit beim Schiffsziehen ist natürlich:

$$L = P v,$$

also mindestens annähernd:

$$= \left(\zeta \frac{(v \pm w)^2 F \gamma}{2 g} \pm (Q + Q_1) \sin. \alpha\right) v,$$

und daher bei der Bewegung im stehenden Wasser:

$$L = \zeta \frac{v^2}{2 g} F \gamma v = \frac{\zeta \gamma}{2 g} F v^3.$$

Es wächst also die letzte Arbeit wie der Cubus der Geschwindigkeit des Bootes, und es ist folglich der Transport zu Wasser um so vortheilhafter, je langsamer das Schiff fortgezogen wird.

Beispiel. Welche Kraft erfordert das Fortziehen eines Schiffes in einem Schifffahrtscanale, wenn der Hauptquerschnitt desselben 60 Quadratfuß und die Geschwindigkeit $v = 3$ Fuß beträgt. Setzen wir $\zeta = 0{,}25$, so erhalten wir:

$$P = \zeta \cdot \frac{v^2}{2 g} F \gamma = 0{,}25 \,.\, 0{,}016 \,.\, 9 \,.\, 60 \,.\, 66 = 142{,}56 \text{ Pfund},$$

und folglich die nöthige Arbeit pr. Secunde:

$$L = P v = 142{,}56 \,.\, 3 = 427{,}7 \text{ Pfund},$$

welche also nach II., §. 80 von einem Pferde allein verrichtet werden kann.

Wenn dasselbe Schiff mit derselben Geschwindigkeit in einem fließenden Wasser bergauf gezogen werden sollte, so würde bei der Geschwindigkeit $w = 2$ Fuß dieses Wassers, bei dessen Abhange $\sin. \alpha = 0{,}0001$, und bei dem von dem geladenen Schiffe verdrängten Wasservolumen $V = 2500$ Cubikfuß, die nöthige Zugkraft:

$$P = \zeta \frac{(v + w)^2}{2 g} F \gamma + V \gamma \sin. \alpha = 0{,}25 \,.\, 0{,}016 \,.\, 25 \,.\, 60 \,.\, 66 + 2500 \,.\, 66 \,.\, 0{,}0001$$

$$= 396 + 0{,}25 \,.\, 66 = 412{,}5 \text{ Pfund},$$

also die mechanische Arbeit $L = P v = 1237{,}5$ Fußpfund sein.

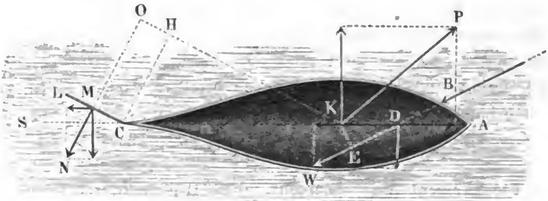
Verwendet man hierzu drei Pferde, so vermögen diese die Arbeit: Schiffsziehen.

$$L = 3\left(2 - \frac{v}{c}\right)Pv = 3\left(2 - \frac{3}{4}\right) . 120 . 3 = 1350 \text{ Fußpfund}$$

zu verrichten.

§. 313. Wenn die Richtung der Zugkraft P eines Schiffes ABC, Fig. 629, von der Längenaxe AC desselben abweicht, so nimmt auch die Das Steuern der Schiffe.

Fig. 629.



Bewegung desselben eine andere Richtung DB an. Es hat dann das Schiff einen schrägen Lauf und es heißt der Winkel $ADB = \delta$, um welchen die Schiffsaxe AC von der Bewegungsrichtung DB abweicht, die Abtrifft des Schiffes. Nehmen wir an, daß der Widerstand W, welchen das Wasser der Bewegung des Schiffes entgegensetzt, in B angreife, und verlegen wir noch diesen Angriffspunkt in die Schiffsaxe, nach D. Wenn nun die Zugkraft P in D angriffe und dem Widerstand W genau entgegen wirkte, so würde das Schiff ohne Weiteres, d. i. ohne Zuhilfenahme des Steuers, diesen schrägen Lauf annehmen, ohne sich zu drehen. Greift aber die bewegende Kraft P, d. i. die eines Seiles oder die der Segel, in einem anderen Punkte K an, und wirkt sie in einer anderen Richtung als die Bewegung des Schiffes, so hat das Schiff ein Bestreben zum Drehen, dem nur durch eine angemessene Stellung des Steuers CL begegnet werden kann. Bezeichnen wir den Winkel, um welchen die Richtung der Zug- oder Treibkraft $\overline{KP} = P$ von der Schiffsaxe abweicht, also PKA, durch β, und den Drehungswinkel des Steuers, oder die Abweichung SCL desselben von der Schiffsaxe, durch φ, setzen wir ferner die aus dem Widerstande des Wassers erwachsende Kraft des Steuers $= N$, den Abstand CM ihres Angriffspunktes M von der Axe C, $= s$, den Abstand KD des Angriffspunktes K von dem Angriffspunkte D des Widerstandes W, $= a$, und den von der Axe C des Steuers, $CK = b$, so können wir nach den Lehren der Statik (s. I., §. 88) folgende drei Gleichungen aufstellen:

Das Steuern der Schiffe.

1) $N \cos.\varphi + W \sin.\delta = P \sin.\beta$,
2) $N \sin.\varphi + W \cos.\delta = P \cos.\beta$, und
3) $N (s + b \cos.\varphi) = W a \sin.\delta$,

und es kommt hierzu noch der Ausdruck:

$$N = \zeta_1 \frac{v^2}{2g} [\sin.(\delta + \varphi)^2] S\gamma,$$

worin ζ_1 den Widerstandscoefficienten des Steuers, circa $= 1$, S den Flächeninhalt desselben, und v die Geschwindigkeit des Schiffes bezeichnet. Damit diese Kraft so wenig wie möglich durch die Wellenbewegung des Wassers beeinträchtigt werde, läßt man das Hinterschiff ganz scharf zulaufen.

Der Widerstand W ist natürlich von der Größe δ der Abtrifft abhängig, und hat bei $\delta = 0$, seinen Minimalwerth:

$$W = \zeta \frac{v^2}{2g} F\gamma,$$

wobei das Moment $N (s + b \cos.\varphi) = 0$ ausfällt.

Für diesen Fall muß demnach $b = -\frac{s}{\cos.\varphi}$ sein, also der Angriffspunkt K der bewegenden Kraft hinter der Steueraxe liegen, was jedenfalls nicht leicht vorkommen wird.

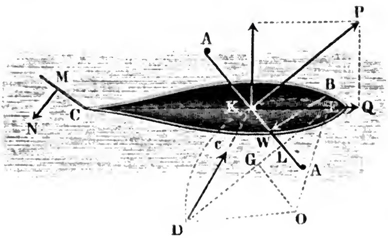
Das Drehungsmoment:

$$N (s + b \cos.\varphi) = \zeta_1 \frac{v^2}{2g} (\sin.\varphi)^2 (s + b \cos.\varphi) S\gamma$$

ist annähernd auch $= \zeta_1 \frac{v^2}{2g} (\sin.\varphi)^2 \cos.\varphi \,.\, Sb\gamma$, und fällt für $tang.\varphi = \sqrt{2}$, d. i. für $\varphi = 54^0, 44'$ am größten, nämlich $\frac{2}{\sqrt{27}} \zeta_1 \frac{v^2}{2g} Sb\gamma$ aus. Es ist also deshalb nie nöthig, das Steuer über $54^3/_4$ Grad zu drehen.

Besteht die bewegende oder Triebkraft P eines Schiffes in dem Windstoß gegen ein Segel AKA_1, Fig. 630, so ist das letztere so zu richten, daß der Component Q der Kraft P parallel zur Schiffsaxe CK, ein Maximum werde. Um diesen Richtungswinkel nur annähernd genau zu bestimmen, wollen wir

Fig. 630.



voraussetzen, daß die Windgeschwindigkeit c groß genug sei, um die Schiffsgeschwindigkeit in Hinsicht auf sie vernachlässigen zu können. Nehmen wir an, daß die Richtung DK der Geschwindigkeit c mit der Schiffsaxe CK, den Winkel $CKD = \alpha$ einschließe, und daß die Ebene des Segels AA_1 von der ersteren Richtung um den Winkel $AKD = \psi$ abweiche; ist dann noch F_1 der Inhalt der Segelfläche und γ_1 die Dichtigkeit des Windes, so haben wir nach II., §. 256 den normalen Windstoß: Das Steuern der Schiffe.

$$P = 3 \, . \, \frac{c^2 \, (sin. \psi)^2}{2g} F_1 \gamma_1,$$

und daher den Componenten desselben in der Schiffsaxe:

$$Q = P \, sin. \, KPQ = P \, sin. \, AKQ = P \, sin. \, (\alpha + \psi)$$
$$= 3 \frac{c^2 \, (sin. \psi)^2}{2g} sin. \, (\alpha + \psi) \, F_1 \gamma_1.$$

Dieser Werth ist in Hinsicht auf ψ ein Maximum für

$$tang. \psi = - 2 \, tang. \, (\alpha + \psi);$$

also, wenn man diese Gleichung auflöst, für

$$tang. \psi = \tfrac{3}{2} \, cotg. \alpha + \sqrt{2 + \tfrac{9}{4} \, (cotg. \alpha)^2}$$

Um die entsprechende Segelrichtung construirend zu finden, theilen wir eine beliebige Linie DE in zwei und in drei gleiche Theile, errichten in den Theilpunkten G und L Perpendikel zu dieser Linie; tragen an D und E den Winkel $GDO = GEO = 90^0 - \alpha^0$ an, und beschreiben aus dem erhaltenen Durchschnitte O mit der Linie $OD = OE$ einen Kreisbogen DKE. Dieser Bogen schneidet dann das zweite Perpendikel in einem Punkte K so, daß $DKL = \psi$ ausfällt, denn es ist dann:

$$\angle \, DOG = \angle \, EOG = \angle \, CKD = \alpha,$$

und

$$DL = 2 \, EL,$$

d. i.

$$KL \, . \, tang. DKL = 2 \, KL \, \; tang. EKL,$$

oder:

$$tang. \, DKL = - \, 2 \, tang. CKL = - \, 2 \, tang. \, (\alpha + DKL),$$

folglich $\angle \, DKL = \psi$, der gesuchte Richtungswinkel des Segels AA_1.

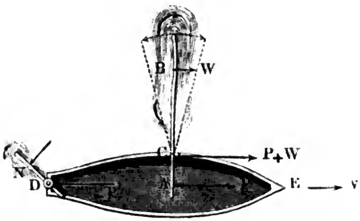
§. 314. Die Bewegung der Schiffe durch Ruder und Räder ist von dem Schiffsziehen dadurch wesentlich verschieden, daß bei dem letzteren der Motor einen festen Stützpunkt hat, während er bei der ersteren nur in dem Wasser einen Stützpunkt findet. Dieser Stützpunkt ist aber beweglich, da das Wasser nur durch seine Trägheit, also dadurch, daß es selbst in Bewegung versetzt wird, einen Widerstand ausüben kann. Es ist deshalb auch bei der Bewegung eines Schiffes durch Ruder oder Räder eine doppelte mechanische Arbeit, nämlich nicht allein eine Arbeit zur Ueber- Fortbewegung der Schiffe durch Rudern.

Fortbewegung der Schiffe durch Rudern.

windung der Bewegungshindernisse des Schiffes, sondern auch eine Arbeit zur Ueberwindung der Trägheit des Wassers nöthig, und folglich die Nutzleistung bei dieser Bewegungsweise der Schiffe verhältnißmäßig kleiner als beim Schiffsziehen. Der zur Fortbewegung eines Schiffes nöthige Widerstand des Wassers wird, welches mechanische Hülfsmittel auch hierzu dienen möge, stets dadurch erzeugt, daß eine feste Fläche schnell und so viel wie möglich der Bewegungsrichtung des Schiffes entgegengesetzt, gegen das Wasser geschlagen wird.

Bei der Bewegung eines Bootes DE, Fig. 631, durch ein Ruder (franz. rame; engl. oar) AB stützt sich das letztere gegen einen Bolzen C auf der Bauchwand des Bootes; während das Ende A durch eine Kraft P in der Bewegungsrichtung des Bootes fortgeführt wird, bewegt sich das schaufelförmige Ende B des Ruders in entgegengesetzter Richtung gegen das Wasser, wobei dieses in der Bewegungsrichtung des Schiffes einen Widerstand W ausübt, der in Vereinigung mit der Kraft P den Bolzendruck $R = P + W$ erzeugt. Dieser Druck ist aber keineswegs die bewegende Kraft des Bootes; denn bei der Ausübung der Kraft P wirkt der Ruderer mit einer gleichen Kraft $(-P)$ in entgegengesetzter Richtung auf das Boot, es gesellt sich also zu dem Drucke $R = P + W$ noch die Kraft $-P$, woraus eine Kraft W in der Axenrichtung des Bootes und ein Kräftepaar $+(P + W)$, $-(P + W)$ mit dem Momente $\overline{CA}\,.\,(P + W)$ hervorgeht. Während die erstere Kraft das Boot in seiner Axenrichtung forttreibt, sucht das letztere dem Boote eine drehende Bewegung zu ertheilen. Um diese Drehbewegung zu verhindern, muß man entweder das Steuer DN nach der Seite des Ruders stellen, oder noch ein zweites Ruder auf der anderen Schiffsseite in Gang setzen. Es versteht sich übrigens von selbst, daß das Ruder bei seiner rückgängigen Bewegung durch die Luft bewegt werden muß, damit hierbei die beim Hingange erzeugte Wirkung nicht wieder aufgehoben werde.

Fig. 631.

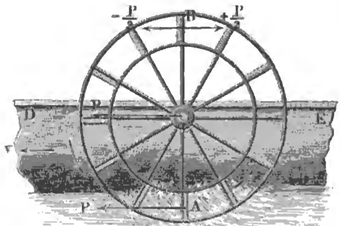


Die Ruderräder sind entweder Schaufelräder (franz. roues à pales; engl. paddle-wheels) oder Flügelräder, gewöhnlich Schrau-

ben oder Schraubenräder (franz. hélices; engl. screws) genannt. Die gewöhnlichen Ruder- oder Schaufelräder sind von den einfachen unterschlägigen Wasserrädern, namentlich aber von den sogenannten Schiffmühlenrädern (s. II., §. 149) nicht verschieden. Jedes Schiff hat zwei solche Räder, dieselben sitzen an den Enden einer Welle fest, welche quer durch das Schiff hindurchgeht und in der Regel durch eine Dampfmaschine in Bewegung gesetzt wird, weshalb auch das ganze Schiff ein Dampfschiff (franz. bateau à vapeur; engl. steam-vessel) genannt wird. Während die Welle C des in Fig. 632 nur theilweise sichtbaren Schiffes DE in Umdrehung gesetzt wird, schlagen die Schaufeln des auf ihr sitzenden Ruderrades AB mit einer gewissen Geschwindigkeit c gegen das Wasser, in welches sie eingetaucht sind, und dieses übt dabei einen Widerstand $\overline{AP} = P$ aus, welcher sich, da er in Beziehung auf C excentrisch wirkt, in eine Axenkraft $\overline{CP} = P$ und in ein Kräftepaar $\left(+\frac{P}{2}, -\frac{P}{2}\right)$ zerlegt. Diese Axenkraft ist es, welche in Vereinigung mit der Axenkraft des Rades auf der anderen Seite des Schiffes das Schiff mit einer gewissen Geschwindigkeit v forttreibt; das Umdrehungsmoment $\frac{P}{2} \cdot CA + \frac{P}{2} \cdot CB = \frac{P}{2} (CA + CB) = P . CA$ des Kräftepaares wird natürlich von dem Momente der Umtriebsmaschine (Dampfmaschine) aufgenommen.

Fortbewegung der Schiffe durch Rudern.

Fig. 632.



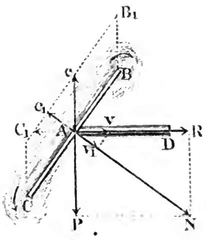
Die neueren Schraubenräder sind von den Flügelrädern, wie sie z. B. als Instrumente zum Messen der Geschwindigkeit des Wassers (s. I., §. 415), oder zur Aufnahme des Windstoßes bei Windmühlen (s. II., §. 245 u. s. w.) angewendet werden, wesentlich nicht sehr verschieden, nur werden die Flügel dieser Räder nach einer Schraubenfläche gekrümmt, während die gewöhnlichen Flügelräder ebene oder windschiefe Flügel erhalten. Das Schraubenrad wird in das Hintertheil des Schiffes, und zwar unmittelbar vor dem Steuer eingesetzt, seine Welle liegt in der Richtung der Längenaxe des Schiffes und ist da, wo sie in das Innere des Schiffes tritt, mit einer Stopfbüchse umschlossen.

Wird die Welle AD, Fig. 633 (a. f. S.), eines solchen Rades durch

Fortbewegung der Schiffe durch Rudern.

die Dampfmaschine in Umdrehung gesetzt, so schlägt der Flügel BC derselben (vergl. die Betrachtung in II. §. 257) mit einer gewissen Geschwindigkeit c gegen das Wasser, und dieses übt nun in Folge seiner Trägheit einen Normaldruck N auf den Flügel aus, dessen einer Component P von der Umtriebskraft der Welle aufgenommen und dessen anderer Component R mittels der Welle auf das Schiff übergetragen wird, und dieses mit einer gewissen Geschwindigkeit v forttreibt.

Fig. 633.



Ruderschaufel, Schaufelrad.

§. 315. Wird der Mittelpunkt einer Ruderschaufel mit der Geschwindigkeit c bewegt, während das Schiff in der entgegengesetzten Richtung mit der Geschwindigkeit v fortgeht, so ist die relative Geschwindigkeit, mit welcher diese Schaufel auf das stillstehende Wasser trifft: $c - v$, und folglich bei dem Inhalte F_1 der Schaufelfläche der Stoß:

$$P = \zeta_1 \frac{(c - v)^2}{2g} F_1 \gamma,$$

wobei für ein gewöhnliches Ruder ζ_1 wohl kaum größer als 1,25 anzunehmen sein dürfte (s. I., §. 431).

Ist nun noch s der Weg der Schaufelmitte bei jedem Ruderschlag, und n die Anzahl der Ruderschläge pr. Minute, so hat man die auf das Rudern pr. Secunde verwendete mechanische Arbeit:

$$L = \frac{nPs}{60} = \zeta_1 \frac{(c - v)^2}{2g} \frac{ns}{60} F_1 \gamma.$$

Bezeichnet dagegen F den Hauptquerschnitt des Bootes, so hat man den Widerstand, welcher bei der Bewegung desselben mit der Geschwindigkeit v zu überwinden nöthig ist:

$$W = \zeta \frac{v^2}{2g} F \gamma.$$

Da das Ruder ohne Kraftausübung zurückgeht, so kann man die mittlere Kraft desselben $= \frac{P}{2}$, und die mittlere Geschwindigkeit seines Stoßpunktes, $c = \frac{2ns}{60} = \frac{ns}{30}$ setzen. Nimmt man nun $\frac{P}{2} = W$, so erhält man die Bedingungsgleichung:

$$\frac{1}{2}\, \zeta_1\, (c - v)^2\, F_1 = \zeta\, v^2 F,$$

Ruderschaufel, Schaufelrad.

wonach:

$$c - v = v \sqrt{\frac{\zeta F}{\frac{1}{2} \zeta_1\, F_1}},$$

und folglich:

$$c = v \left(1 + \sqrt{\frac{2\, \zeta F}{\zeta_1\, F_1}}\right)$$

sich ergiebt.

Der Wirkungsgrad dieser Arbeitsverrichtung ist:

$$\eta = \frac{W v}{L} = \frac{W v}{\frac{1}{2} P c} = \frac{v}{c} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{2\, \zeta F}{\zeta_1\, F_1}}}.$$

Es fällt also derselbe um so größer aus, je größer das Verhältniß $\frac{v}{c}$ oder je kleiner das Verhältniß $\frac{F}{F_1}$, je größer also die Ruderfläche F_1 in Hinsicht auf den Schiffsquerschnitt F ist.

Ganz ähnliche Verhältnisse kommen auch bei dem Ruderschaufelrade vor. Ist hier F_1 der Inhalt der stoßenden Ruderschaufelflächen von beiden Rädern zusammengenommen, und c die Umdrehungsgeschwindigkeit der Schaufelmitte, so hat man die Umdrehungskraft der beiden Ruderräder:

$$P = \zeta_1\, \frac{(c - v)^2}{2 g}\, F_1\, \gamma,$$

worin nach Compaignac im Mittel $\zeta_1 = 2{,}76$ zu setzen ist.

Die erforderliche Leistung dieser Räder ist:

$$L = P c = \zeta_1\, \frac{(c - v)^2 c}{2 g}\, F_1\, \gamma.$$

Setzt man die Kraft P dem Widerstande $W = \zeta\, \frac{v^2}{2 g}\, F \gamma$ des Schiffes gleich, so erhält man die Bedingung:

$$\zeta_1\, (c - v)^2\, F_1 = \zeta\, v^2 F,$$

wonach:

$$c - v = v \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1\, F_1}},$$

also:

$$c = v \left(1 + \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1\, F_1}}\right)$$

folgt.

Ruderschaufel, Schaufelrad.

Der Wirkungsgrad der Ruderräder ist:

$$\eta = \frac{Wv}{L} = \frac{Wv}{Pc} = \frac{v}{c} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 F_1}}},$$

also um so größer, je näher $\frac{v}{c}$ der Einheit, also $v = c$ kommt, je größer also das Verhältniß $\frac{F_1}{F}$ der Schaufelfläche F_1 zum Schiffsquerschnitte F ist.

Setzt man in die obige Formel für L den gefundenen Werth für c ein, so erhält man folgenden Ausdruck für den Arbeitsaufwand:

$$L = \left(1 + \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 F_1}}\right) \frac{v^3}{2g} F\gamma = \zeta \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{v^3}{2\gamma} F\gamma.$$

Führt man für $\zeta \frac{c}{v} \cdot \frac{\gamma}{2g}$ den Coefficienten μ ein, so erhält man einfach:

$$L = \mu F v^3.$$

Das Verhältniß $\frac{c}{v}$ variirt erfahrungsmäßig zwischen 1,25 und 1,55, ist daher im Mittel 1,40; führt man daher noch den Mittelwerth $\zeta = 0{,}0755$, sowie $\gamma = 66$ und $\frac{1}{2g} = 0{,}016$ ein, so erhält man im Mittel:

$$\mu = 0{,}0755 \,.\, 1{,}4 \,.\, 0{,}016 \,.\, 66 = 0{,}112,$$

und daher:

$$L = 0{,}112\, F v^3 \text{ Fußpfund.}$$

Da der Widerstandscoefficient ζ kleiner wird, wenn die Größe oder der Querschnitt F des Schiffes wächst, und umgekehrt, der Stoßcoefficient ζ_1 mit der Größe F_1 der Schaufelfläche zunimmt, so ist der Coefficient:

$$\mu = \zeta \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{\gamma}{2g} = \zeta \left(1 + \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 F_1}}\right) \frac{\gamma}{2g}$$

bei verschiedenen Schiffsgrößen nicht unansehnlich verschieden, und zwar bei kleinen Dampfschiffen von 12 bis 25 Pferdekräften:

$$\mu = 0{,}150,$$

bei mittleren von 50 bis 150 Pferdekräften:

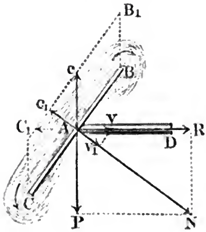
$$\mu = 0{,}112,$$

und bei großen Dampfschiffen von 300 bis 500 Pferdekräften:

$$\mu = 0{,}075.$$

§. 316. Bei einem Flügel- oder Schraubenrade hängt die Leistung vorzüglich noch von dem Steigwinkel $BAc = CAP = \alpha$, Fig. 634, ab. Ist c die mittlere Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades, und v die des Schiffes und also auch der Radaxe, so hat man die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Flügelfläche in normaler Richtung umdreht: Flügelrad.

Fig. 634.



$$c_1 = c \sin. \alpha,$$

und die Geschwindigkeit, mit welcher sie in eben dieser Richtung zurückgeht:

$$v_1 = v \cos. \alpha,$$

und folglich die Geschwindigkeit, mit welcher die Flügelfläche normal auf das Wasser aufschlägt:

$$c_1 - v_1 = c \sin. \alpha - v \cos. \alpha.$$

Ist nun noch F_1 der Inhalt sämmtlicher Flügelflächen und γ die Dichtigkeit des Wassers, so hat man nach II., §. 257 den normalen Widerstand des Wassers:

$$N = 3 \frac{(c \sin. \alpha - v \cos. \alpha)^2}{2g} F_1 \gamma,$$

daher die Axenkraft:

$$R = N \cos. \alpha = 3 \frac{(c \sin. \alpha - v \cos. \alpha)^2}{2g} \cos. \alpha F_1 \gamma,$$

die Umdrehungskraft:

$$P = N \sin. \alpha = 3 \frac{(c \sin. \alpha - v \cos. \alpha)^2}{2g} \sin. \alpha F_1 \gamma.$$

und den entsprechenden Arbeitsaufwand:

$$L = Pc = 3 \frac{(c \sin. \alpha - v \cos. \alpha)^2}{2g} c \sin. \alpha \,.\, F_1 \gamma.$$

Der Sicherheit wegen wollen wir aber lieber

$$R = \zeta_1 \frac{(c \sin. \alpha - v \cos. \alpha)^2}{2g} \cos. \alpha F_1 \gamma,$$

$$P = \zeta_1 \frac{(c \sin. \alpha - v \cos. \alpha)^2}{2g} \sin. \alpha F_1 \gamma$$

und

$$L = \zeta_1 \frac{(c \sin. \alpha - v \cos. \alpha)^2}{2g} c \sin. \alpha F_1 \gamma$$

schreiben.

Flügelrad. Wenn wir wieder die Axenkraft R gleich dem Widerstande W, also

$$\zeta_1\,(c\,sin.\,\alpha - v\,cos.\,\alpha)^2\,cos.\,\alpha\,.\,F_1 = \zeta\,v^2\,F$$

setzen, so erhalten wir folgende Gleichung:

$$c\,sin.\,\alpha - v\,cos.\,\alpha = v\sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 F_1\,cos.\,\alpha}},$$

wonach:

$$c = v\left(cotg.\,\alpha + \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 F_1\,(sin.\,\alpha)^2\,cos.\,\alpha}}\right)$$

$$= v\,cotg.\,\alpha\left(1 + \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 F_1\,(cos.\,\alpha)^3}}\right),$$

und umgekehrt:

$$v = \frac{c}{cotg.\,\alpha + \sqrt{\dfrac{\zeta F}{\zeta_1 F_1\,(sin.\,\alpha)^2\,cos.\,\alpha}}} = \frac{c\,tang.\,\alpha}{1 + \sqrt{\dfrac{\zeta F}{\zeta_1 F_1\,(cos.\,\alpha)^3}}}$$

folgt.

Die Geschwindigkeit v des Schiffes ist hiernach für verschiedene Steigwinkel α verschieden. Durch Differenziiren findet man, daß sie für

$$\frac{1 - 3\,(cos.\,\alpha)^2}{(cos.\,\alpha)^{3/2}} = 2\sqrt{\frac{\zeta_1 F_1}{\zeta F}}$$

ein Maximum, und zwar

$$v = \frac{1 - (3\,cos.\,\alpha)^2}{3\,sin.\,\alpha\,cos.\,\alpha}\cdot c$$

wird.

Der Wirkungsgrad des Schraubenrades ist:

$$\eta = \frac{R\,v}{P\,c} = \frac{v\,cos.\,\alpha}{c\,sin.\,\alpha} = \frac{v}{c}\,cotg.\,\alpha = \frac{\quad}{1 + \sqrt{\dfrac{\zeta F}{\zeta_1 F_1\,(cos.\,\alpha)^3}}}.$$

Er fällt um so größer aus, je näher $\frac{v}{c}\,cotg.\,\alpha$ der Einheit kommt, je weniger also v von $c\,tang.\,\alpha$ abweicht, oder je kleiner $\frac{\zeta F}{\zeta_1 F_1}\,(cos.\,\alpha)^3$, je größer also das Flächenverhältniß $\frac{F_1}{F}$ und je kleiner der Steigwinkel α ist. Uebrigens läßt sich das Arbeitsquantum dieses Rades ganz auf gleiche Weise wie das des Schaufelrades ausdrücken, indem man in

$$L = P\,c = R\,c\,tang.\,\alpha = W\,c\,tang.\,\alpha = \zeta\,\frac{v^2}{2g}\,F\gamma\,c\,tang.\,\alpha,$$

den oben gefundenen Werth für c einsetzt. Es folgt dann:

$$L = \zeta\left(1 + \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 F_1\,(cos.\,\alpha)^3}}\right)\frac{v^3}{2g}\,F\gamma = \zeta\,\frac{c}{v}\,tang.\,\alpha\,.\,\frac{v^3}{2g}\,F\gamma.$$

oder, wenn wir wieder $\zeta \frac{c}{v} \cdot \frac{\gamma}{2g} = \mu$ setzen: Flügelrad.

$$L = \mu F v^3 tang.\alpha.$$

So lange nicht noch genauere und umfassendere Versuche vorliegen, müssen wir auch hier:

$$\zeta = 0{,}0755, \text{ und } \frac{c\ tang.\alpha}{v} = 1{,}40$$

setzen, so daß, wie für die Schaufelräder, $\mu\ tang.\alpha$ im Mittel $= 0{,}112$ und $L = 0{,}112\ F v^3$ Fußpfund folgt.

§. 317. Bewegt sich das Schiff nicht in stillstehendem Wasser, sondern hat das letztere eine gewisse Geschwindigkeit w, so hat man die relative Geschwindigkeit des Schiffes: Bugsiren durch Dampfschiffe.

1) beim Fahren stromaufwärts: $v + w$, und

2) beim Fahren stromabwärts: $v - w$.

Diese Werthe sind denn auch in den obigen Formeln statt v einzusetzen.

Wenn ein Dampfboot zum Schleppen oder Bugsiren (Remorquiren) eines anderen Schiffes angewendet wird, dessen Hauptquerschnitt F_2 und Widerstandscoefficient ζ_2 ist, so hat man natürlich:

$$W = \zeta \frac{v^2}{2g} F\gamma + \zeta_2 \frac{v^2}{2g} F_2\gamma = (\zeta F + \zeta_2 F_2)\frac{v^2}{2g}\gamma,$$

daher auch z. B. bei Anwendung von Schaufelrädern

$$\zeta_1 F_1 (c - v)^2 = (\zeta F + \zeta_2 F_2)\, v^2$$

zu setzen, so daß hier:

$$c = v\left(1 + \sqrt{\frac{\zeta F + \zeta_2 F_2}{\zeta_1 F_1}}\right) \text{ ist.}$$

Die Leistung ist dann:

$$L = Wc = (\zeta F + \zeta_2 F_2)\frac{c}{v}\cdot\frac{v^3}{2g}\gamma = \left(1 + \frac{\zeta_2 F_2}{\zeta F}\right)\cdot\zeta\frac{c}{v}\cdot\frac{v^3}{2g}F\gamma$$
$$= \mu\,(1 + \psi)\,F v^3,$$

wenn $\zeta \frac{c}{v}\,\frac{\gamma}{2g}$ durch μ und $\frac{\zeta_2 F_2}{\zeta F}$ durch ψ bezeichnet wird.

Damit ein Dampfschiff beim Schleppen eines anderen Schiffes mit der vortheilhaftesten Geschwindigkeit $\left(\frac{c}{v} = 1{,}4\right)$ arbeiten könne, ist es folglich nöthig, daß man dasselbe mit einer stärkeren Dampfmaschine versieht, als wenn es allein ginge.

Wenn wir ferner noch Rücksicht darauf nehmen, daß das Gewicht der Dampfmaschine und der stündliche Aufwand an von dem Schiffe mit fortzunehmendem Brennmaterial mit der Leistung der Maschine zunimmt, so erhält unsere Leistungsformel eine noch etwas andere Gestalt. Es sei

Bugsiren durch Dampfschiffe. b die obere Breite und F der Inhalt des Hauptquerschnittes, sowie G der Inhalt der Schwimmfläche des belasteten Schiffes ohne Dampfmaschine und ohne Brennmaterial, ferner sei das Gewicht der Maschine $= q_2 L$, das Gewicht des Brennmaterialaufwandes pr. Sec. $= q_3 L$, also für die Fahrzeit von t Secunden: $q_3 L t$, endlich werde die Vergrößerung der Tauchung des Schiffes durch die letzten beiden Gewichte durch σ bezeichnet. Wir haben dann $(q_2 + q_3 t) L = G \sigma \gamma$, daher:

$$\sigma = \frac{(q_2 + q_3 t) L}{G \gamma},$$

woraus nun die entsprechende Vergrößerung des Hauptquerschnittes F:

$$= b \sigma = \frac{(q_2 + q_3 t) b L}{G \gamma},$$

und daher:

$$L = \mu (F + b \sigma) v^3 = \mu \left(F + \frac{(q_2 + q_3 t) b L}{G \gamma}\right) v^3$$

folgt, wonach sich

$$L = \frac{\mu F v^3}{1 - \mu (q_2 + q_3 t) \dfrac{b v^3}{G \gamma}}$$

ergiebt.

Der ganze Arbeitsaufwand für eine Fahrzeit von t Secunden und eine Strecke $s = v t$ Fuß ist:

$$L t = L \frac{s}{v} = \frac{\mu F s v^2}{1 - \mu (q_2 + q_3 t) \dfrac{b v^3}{G \gamma}}$$

Es ist hiernach zu ermessen, daß es mechanisch unvortheilhaft ist, Schiffe mit großen Geschwindigkeiten fahren zu lassen.

Uebrigens ist nach dem Obigen F aus der reinen Schiffslast Q und dem Schiffsgewichte $Q_1 = \nu Q$, durch die Ausdrücke:

$$Q + Q_1 = (1 + \nu) Q = \varphi a b l \gamma \text{ und } F = \alpha a b$$

bestimmt, denn man hat hiernach:

$$F = \alpha \frac{Q + Q_1}{\varphi l \gamma} = \frac{\alpha}{\varphi \gamma} (1 + \nu) \frac{Q}{l}.$$

Verbindung der Ruderräder mit der Dampfmaschine. §. 318. Aus der mittleren Geschwindigkeit c eines Ruderrades und aus dem mittleren Halbmesser r desselben bestimmt sich die Anzahl seiner Umdrehungen pr. Minute durch die bekannte Formel:

$$u = \frac{30 c}{\pi r} = 9{,}549 \frac{c}{r}.$$

Soll nun die Dampfmaschine direct, d. i. ohne ein Zahnradvorgelege

nur mit Hülfe des Kurbelmechanismus auf die Welle des Ruderrades wirken, so hat man die Anzahl der Spiele einer Dampfmaschine pr. Minute Verbindung der Ruderräder mit der Dampfmaschine.

$$n = u = 9{,}549 \frac{c}{r}$$

zu setzen.

Bei Anwendung von Schaufelrädern läßt sich diese einfache Anordnung in der Regel bewerkstelligen; bei den Schraubenrädern, welche bedeutend kleinere Halbmesser r erhalten müssen, fällt aber die Umdrehungszahl u so groß aus, so daß man zur Erzielung eines vortheilhaften Ganges der Dampfmaschine mittels eines Räderwerkes die kleinere Umdrehungszahl n der Kurbelwelle in die größere Umdrehungszahl u des Ruderrades umsetzen muß. Sehr oft umgeht man aber auch bei den Schraubenrädern das Vorgelege ganz, indem man die große Anzahl von Kolbenspielen durch angemessene Herabziehung des Kolbenhubes ermöglicht.

Ist n_1 die Anzahl der Zähne des Treibrades auf der Kurbelwelle und n_2 die Anzahl der Zähne des Getriebes auf der Welle des Schraubenrades, so hat man:

$$\frac{u}{n} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Der Hub oder Schub s_1 des Dampfkolben ist natürlich der doppelten Länge r_1 des Kurbelarmes gleich, also $s_1 = 2 r_1$; ist folglich v_1 die mittlere Kolbengeschwindigkeit, so hat man bei einem Ruderrade ohne Vorgelege:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{2}{\pi} \; \frac{c}{v_1}.$$

In der Regel besteht die Umtriebsmaschine eines Ruderrades aus zwei Dampfmaschinen, welche, wie bei einem Dampfwagen, eine und dieselbe Kurbelwelle in Umdrehung setzen. Ist nun P die reine Kraft einer solchen Maschine, so hat man folglich:

$$\frac{n}{60} \, 2P \, . \, 2 s_1 = \mu F v^3,$$

und daher:

$$P = \frac{60}{4 n s_1} \mu F v^3 = \frac{15}{n s_1} \mu F v^3 = \frac{\mu F v^3}{2 v_1},$$

wonach sich nun die Dimensionen der Dampfmaschine berechnen lassen (siehe **II.**, §. 379 u. s. w.).

Beispiel. Bei einem Dampfschiffe ist die Länge der Schwimmfläche, $l = 144$ Fuß, die Breite derselben, $b = \frac{1}{8}\, l = 18$ Fuß, und die Tauchung, $a = 0{,}2\, b = 3{,}6$ Fuß; ferner der Coefficient $\beta = 0{,}80$ und der Coefficient $\varphi = 0{,}45$; man sucht die Kraft, welche nöthig ist, um durch dieses Schiff je

Verbindung der Ruderräder mit der Dampfmaschine.

eine Tonne, à 2000 Pfund, mit 12 Fuß Geschwindigkeit im stillstehenden Wasser fortzubewegen. Es ist der Inhalt des Hauptquerschnittes:

$$F = \beta\, a\, b = 0{,}80 \,.\, 3{,}6 \,.\, 18 = 51{,}84 \text{ Quadratfuß},$$

das Volumen des verdrängten Wassers:

$$V = \varphi\, a\, b\, l = 0{,}45 \,.\, 3{,}6 \quad 18 \,.\, 144 = 4199 \text{ Cubikfuß},$$

und folglich das ganze Gewicht des Schiffes:

$$V\gamma = 4199 \,.\, 66 = 277134 \text{ Pfund}.$$

Dieses Schiff ist jedenfalls nur klein zu nennen, daher setzen wir in der Formel $L = \mu F v^3$ für die mechanische Arbeit zu seiner Fortbewegung durch Dampfkraft, für μ den Maximalwerth 0,150 ein, so daß wir nun die Leistung

$$L = 0{,}15 \,.\, 51{,}84 \,.\, 12^3 = 13436 \text{ Fußpfund} = 26{,}35 \text{ Pferdekräfte}$$

und die entsprechende Kraft $\frac{L}{v} = 1120$ Pfund erhalten.

Nehmen wir an, daß das Gewicht des Schiffes mit Ausrüstung 70000 Pfund, das Gewicht der Dampfmaschine sammt Kessel und dessen Füllung 60000 Pfund und das nöthige Brennmaterial stündlich 300 Pfund, also für eine Fahrzeit von 8 Tagen im Ganzen 300 . 24 . 8 = 57600 Pfund, und im Mittel 28800 Pfund betrage, so erhalten wir die Nutzlast:

$$Q = V\gamma - (70000 + 60000 + 28800) = 277134 - 158800$$
$$= 118334 \text{ Pfund}.$$

Es folgt hieraus das Verhältniß der Zugkraft zur Nutzlast:

$$\frac{L}{Qv} = \frac{1120}{118334} = \frac{1}{106}.$$

Es ist möglich, daß der Dampfwagenzug im Beispiel zu §. 296 ebenfalls eine Nutzlast von 118334 Pfund mit sich fortnehme. Nehmen wir der Vergleichung wegen die Eisenbahnstrecke söhlig an, so haben wir hier bei 50 Fuß Geschwindigkeit die Zugkraft 2050 . $^5/_4$ = 2562,5 Pfund, und folglich das Verhältniß derselben zur Nutzlast:

$$\frac{L}{Qv} = \frac{2562{,}5}{118334} = \frac{1}{46},$$

also viel größer als bei dem obigen Transport durch das Dampfschiff. Bei 12 Fuß Geschwindigkeit wäre allerdings nach der letzten Formel in §. 295 die Zugkraft nur:

$$P + P_1 = {}^5/_4\,[(0{,}002679 + 0{,}000011741 \,.\, 144) \,.\, 217200 + 0{,}001307 \,.\, 160 \,.\, 144]$$
$$= {}^5/_4\,(0{,}00293 \,.\, 217200 + 0{,}2091 \,.\, 144) = 832{,}5 \text{ Pfund},$$

und daher ihr Verhältniß zur Nutzlast:

$$\frac{L}{Qv} = \frac{832{,}5}{118334} = \frac{1}{142},$$

also kleiner als bei dem obigen Wassertransport.

Wenn dasselbe Schiff in einem Flusse, dessen mittlere Geschwindigkeit $w = 3$ Fuß ist, stromauf mit $v = 12$ Fuß Geschwindigkeit bewegt werden soll, so ist die erforderliche Kraft:

$$P = \mu F\, (v + w)^2 = 0{,}15 \,.\, 51{,}84 \,.\, 15^2 \,.\, 1 = 1750 \text{ Pfund},$$

die Arbeit:

$$Pv = 1750 \,.\, 12 = 21000, \text{ und}$$
$$\frac{L}{Qv} = \frac{1750}{118334} = \frac{1}{68}.$$

Verbindung der Ruderräder mit der Dampfmaschine.

Die mittlere Umfangsgeschwindigkeit der Ruderräder im letzteren Falle ist $c = 1{,}4\ (v + w) = 1{,}4 \quad 15 = 21$ Fuß, und nehmen wir den mittleren Durchmesser $2\,r$ eines Ruderrades $= \frac{3}{2}$ der Schiffshöhe, $= \frac{3}{4}$ der Schiffsbreite $b = \frac{3}{4}\,.\,18 = 13{,}5$ Fuß an, so erhalten wir die erforderliche Umdrehungszahl der Welle:

$$u = 9{,}549\,\frac{c}{r} = 9{,}549\,.\,\frac{21\,.\,2}{13{,}5} = 29{,}7,$$

wofür $= 30$ genommen werden kann.

Ferner ist $\frac{\zeta F}{\zeta_1 F_1} = \left(\frac{c}{v + w} - 1\right)^2 = 0{,}4^2 = 0{,}16$, folglich der Querschnitt der eingetauchten Schaufeln, $F_1 = \frac{\zeta F}{0{,}16\,\zeta_1} = 6{,}25\,.\,\frac{\zeta}{\zeta_1}\,F$, also wenn wir hier $\frac{\zeta}{\zeta_1} = 2\,.\,0{,}0274 = 0{,}0548$ setzen,

$F_1 = 6{,}25\,.\,0{,}0548\,F = 0{,}3425\,F = 0{,}3425\,.\,51{,}84 = 17{,}75$ Quadratfuß, wofür 18 Quadratfuß angenommen werden soll.

Macht man nun die Höhe h_1 einer Schaufel $= 0{,}2$ ihrer Breite b_1, so hat man hiernach:

$$2\,b_1\,h_1 = 0{,}4\,b_1^{\,2} = F_1 = 18 \text{ Quadratfuß},$$

folglich:

$$b_1 = \sqrt{\frac{18}{0{,}4}} = \sqrt{45} = 6{,}71, \text{ also in runder Zahl } 6\tfrac{3}{4} \text{ Fuß},$$

und

$$h_1 = 0{,}2\,.\,6{,}75 = 1{,}35, \text{ also in runder Zahl } = 1\tfrac{1}{3} \text{ Fuß}.$$

Nehmen wir die mittlere Kolbengeschwindigkeit, nach II., §. 379, $v_1 = 43$ Zoll an, so erhalten wir den Kurbelhalbmesser:

$$r_1 = \frac{\pi\,v_1}{2\,c}\,r = \frac{43}{12\,.\,21}\cdot\frac{13{,}5\,\pi}{4} = 1{,}809 \text{ Fuß},$$

also den Hub der Dampfmaschine:

$$s_1 = 2\,r_1 = 3{,}618 \text{ Fuß} = 43{,}3 \text{ Zoll}.$$

und die Kolbenkraft beider Maschinen zusammengenommen:

$$Q = \frac{L}{v_1} = \frac{21000 \quad 12}{43} = 5860 \text{ Pfund}.$$

Nimmt man endlich noch an, daß jeder Kolben mit der mittleren Kraft von 4 Pfund pr. Quadratzoll Kolbenfläche wirkt, so folgt der Inhalt einer Kolbenfläche: $F_2 = \frac{5860}{2\,.\,4} = 735$ Quadratzoll, und folglich der Durchmesser derselben $d_2 = 30{,}6$ Zoll.

Ruderräder.

§. 319. Während sich die Höhe der Schaufelräder vorzüglich nach der Höhe des Schiffes außerhalb des Wassers richtet, wird die Höhe der Ruderräder durch die Tiefe der Eintauchung des Schiffes bestimmt. Es giebt Schaufelräder von 10 bis 30 Fuß Durchmesser, im Mittel aber nimmt man den letzteren $= \frac{3}{2}$ der ganzen Schiffshöhe. Die Schrauben- oder Flügelräder haben hingegen nur Durchmesser von 4 bis 15 Fuß, und zwar meist nahe gleich der Eintauchung oder Wassertracht. Je nach der Höhe der Schaufelräder ist die Umdrehungszahl derselben pr. Minute

Ruderräder. 6 bis 48; und aus demselben Grunde variirt auch die Umdrehungszahl der Schraubenräder zwischen 40 und 120. Die Anzahl der Schaufeln eines Schaufelrades richtet sich nach der Höhe desselben; nimmt man die äußere Entfernung je zweier Schaufeln von einander = 3 Fuß, so giebt der Durchmesser des Rades in Fußen beinahe die nöthige Anzahl der Radschaufeln. Ein Flügel- oder Schraubenrad enthält jetzt meist zwei, drei oder vier Flügel. Im Mittel ist die Ganghöhe der Schraubenfläche, wonach die Flügel gewunden sind, 1,25mal dem Durchmesser des Rades, und folglich der mittlere Steigwinkel α dieser Fläche (s. III., §. 135) durch

$$tang.\,\alpha = \frac{h}{2\pi r} = \frac{1,25}{3,14} = 0,40$$

bestimmt, wonach $\alpha = 23$ Grad ausfällt.

Die Größe der Schaufel- und Flügelflächen der Ruderräder ist natürlich durch die Größe des Schiffswiderstandes oder durch die Stärke der Dampfmaschine bestimmt. Bei kleinen Flußschiffen nimmt man das Verhältniß $\frac{F_1}{F}$ der beiden eingetauchten Schaufelflächen zum Hauptquerschnitt des Schiffes nahe 0,4, und bei großen Seeschiffen nur circa 0,2.

Jedenfalls sind die langen und schmalen Radschaufeln den kurzen und breiten vorzuziehen; bei schmalen Flußschiffen ist deshalb das Verhältniß der Schaufelbreite zur Schaufellänge nur $^1/_7$ bis $^1/_6$, und bei breiten Seeschiffen $^1/_5$ bis $^1/_4$. Die Blätter oder Flügel der Schraubenräder haben mehr oder weniger die Formen von Kreissectoren, und nehmen, je nachdem ihre Anzahl kleiner oder größer ist, ein bis zwei Drittel der Fläche ihres Umdrehungskreises ein.

Das Verhältniß der mittleren Geschwindigkeit c einer Radschaufel zu der des Schiffes v ist 1,25 bis 1,4; und das Verhältniß der mittleren Geschwindigkeit eines Radflügels in axieller Richtung zu der des Schiffes im Mittel 1,2. Man nennt die Differenz $c\;tang.\,\alpha - v = 0,2$ den Rücklauf (engl. the slip) der Schraube. Es ist nicht immer ein Vorzug, wenn dieser Rücklauf sehr klein ausfällt, weil diese Kleinheit sehr gewöhnlich ihren Grund in der unzweckmäßigen Form des Hinterschiffes hat. Wenn die Wasserlinien nach dem Hinterschiff nicht ganz scharf zulaufen, so geräth das Wasser hinter dem Schiffe in eine bedeutende Bewegung, indem es den hinter dem Schiffe frei werdenden Raum ausfüllt, und dabei der Umdrehungsbewegung der Schraube entgegenwirkt. Dabei geht allerdings auch ein Theil der Wirkung des Wassers auf das Hinterschiff verloren, welches wieder eine Vergrößerung des Schiffswiderstandes im Ganzen zur Folge hat. Bewegt sich das Wasser hinter dem Schiffe mit der Geschwindigkeit w in der Richtung des Schiffes, so ist die relative Ge-

schwindigkeit, mit deren Quadrat der Widerstand des Wassers gegen die Schraube proportional wächst:

$$c_1 = c \; tang. \alpha + w - v,$$

und es fällt daher der Rücklauf der Schraube:

$$c \; tang. \alpha - v = c_1 - w,$$

bei constantem c_1 oder constanter Dampfkraft um so kleiner aus, je größer die Geschwindigkeit des dem Hinterschiffe nachströmenden Wassers ist. Ist $w = c$, so fällt natürlich der Rücklauf Null aus, und ist $w > c$, so wird derselbe sogar negativ.

Der Rücklauf der Ruderräder, und zwar nicht bloß der Schrauben-, sondern auch der Schaufelräder fällt besonders noch dann sehr klein aus, wenn die Schiffe durch die Dampf- und Windkraft zugleich in Bewegung gesetzt werden. Ist P die Windkraft, $P_1 = k_1 F_1 (c - v)^2$ die Kraft der Schaufelräder und $W = k F v^2$ der Widerstand des Schiffes, so haben wir:

$$P + P_1 = W, \text{ d. i. } P + k_1 F_1 (c - v)^2 = k F v^2,$$

und daher den Rücklauf:

$$c - v = \sqrt{\frac{k F v^2 - P}{k_1 F_1}}.$$

Wäre nun die Dampfkraft, und also auch $c - v$ constant, so würden c und v mit P wachsen; da aber die Kraft der Dampfmaschine sich um so mehr der Null nähert, je größer c wird, so giebt es bei einer sehr großen Windkraft eine Geschwindigkeit:

$$c = v = \sqrt{\frac{P}{k F}},$$

bei welcher der Wind die alleinige Triebkraft ist. Um in den Fällen, wenn in Folge der Wind- oder Segelkraft die Geschwindigkeit c eine ungewöhnlich große wird, die Dampfkraft nicht unzweckmäßig oder gar unnütz zu verwenden, versieht man die Ruderräder mit einer Ein- und Ausrückvorrichtung (s. III., §. 202), wodurch die Verbindung der Ruderräder mit der Dampfmaschine ganz aufgehoben werden kann. Sowie das Ausrücken des Ruderrades erfolgt ist, nimmt dasselbe eine Umdrehungsgeschwindigkeit c an, welche der Schiffsgeschwindigkeit v fast gleichkommt.

§. 320. Bei der Construction der Schaufelräder sind mannigfaltige Veränderungen versucht worden, man ist jedoch immer wieder zu der gewöhnlichen einfachen Form derselben zurückgekehrt, wobei die hölzernen Schaufeln in radialer Richtung zwischen zwei eisernen Reifen auf den Enden der eisernen Radarme befestigt sind. Die untere Hälfte eines solchen Schaufelräder.

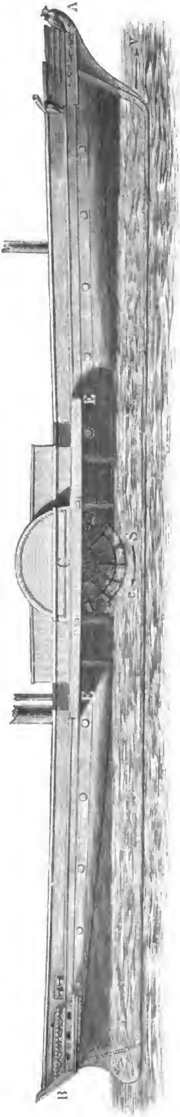


Fig. 635.

Schaufelrades führt das in Fig. 635 abgebildete Dampfschiff AB vor Augen. Die Axe C, um welche sich das Rad dreht, ist von dem halbkreisförmigen Radkasten D, welcher auf dem Radgestelle EE ruht, verdeckt. Während das Rad in der Richtung des Pfeiles umgedreht wird und die Schaufeln S desselben mit der Geschwindigkeit c gegen das Wasser schlagen, bewegt sich das Schiff in der umgekehrten Richtung mit der Geschwindigkeit v fort. Da das Rad mit dem Schiffe zugleich fortgeht, so bewegen sich die Schaufeln desselben in einer Cycloide, und zwar nicht in einer gemeinen Cycloide, sondern in einer verkürzten Cycloide $ABDEFBG$, Fig. 636, weil die Umdrehungsgeschwindigkeit c der Schaufel A größer ist als die fortschreitende Geschwindigkeit v derselben. Um diese Curve zu construiren, ziehen wir zunächst durch die Mitte K der untersten Radschaufel eine Horizontale, und tragen hierauf den Weg $KE = \frac{v}{c}$ mal Halbkreis AHK $= \frac{v}{c} \cdot \pi a$ auf, um welchen sich das Rad horizontal fortbewegt, während es eine halbe Umdrehung macht, während also auch die Schaufel A nach E kommt. Nun theilen wir den mittleren Schaufelkreis AK in gleiche Theile, führen durch die Theilpunkte 1, 2, 3... desselben ebenfalls Horizontalen, und tragen auf dieselben die entsprechenden Wege des Rades in gerader Linie, also z. B.:

$$1\alpha = \frac{\text{Bog. } A1}{\text{Halbkr. } AK} \cdot KE = \frac{1}{6}\, KE,$$

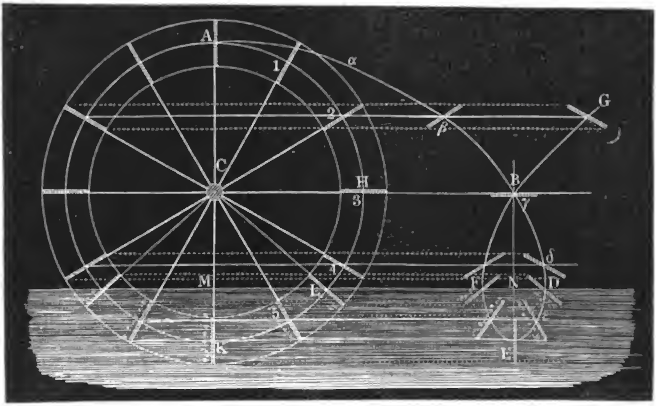
$$2\beta = \frac{\text{Bog. } A2}{\text{Halbkr. } AK} \cdot KE = \frac{2}{6}\, KE,$$

$$3\gamma = \frac{\text{Bog. } A3}{\text{Halbkr. } AK} \cdot KE = \frac{3}{6}\, KE$$

u. s. w. auf; die sich dadurch ergebenden Punkte α, β, γ, δ, ε u. s. w. liegen in der

gesuchten Cycloide. Zieht man nun noch durch diese Punkte Parallelen zu den entsprechenden Radhalbmessern, so erhält man durch sie auch die Richtung, welche jede Schaufel in ihrer jedesmaligen Stellung einnimmt. Schaufelräder.

Fig. 636.



Aus dem mittleren Radhalbmesser $CA = CK = a$ und dem Umdrehungswinkel $ACL = \varphi^0$, ergiebt sich der entsprechende Umdrehungsbogen $AHL = a\varphi$, ferner die Abscisse des entsprechenden Cycloidenbogens ABD:

$$x = AM = AC + CM = a\,(1 - cos.\,\varphi),$$

und die zugehörige Ordinate:

$$y = MD = ML + LD = a\,sin.\,\varphi + \frac{v}{c}\,a\,\varphi = a\left(sin.\,\varphi + \frac{v}{c}\,\varphi\right).$$

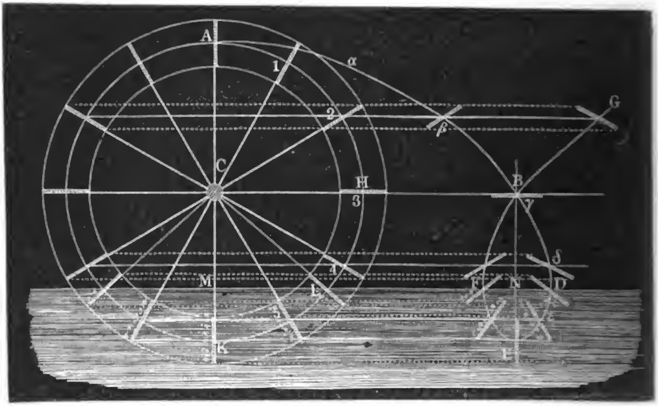
Um nun die Punkte D und F zu finden, wo die Schaufel vertikal ab- und aufsteigt, machen wir $cos.\,\varphi = -\frac{v}{c}$. Den dadurch bestimmten Umdrehungswinkeln entspricht der Maximalwerth MD und der Minimalwerth MF der Ordinate y, und zieht man nun beide Werthe von einander ab, so erhält man den größten Weg FD, welchen eine Schaufel unter dem Wasser in horizontaler Richtung zurücklegen kann. Die Höhe EN der eminenten Punkte D und F über dem Fußpunkte E der Schaufelbahn ist:

$$z = MK = CK - CM = a\,(1 + cos.\,\varphi) = \frac{c - v}{c}\,a.$$

Da der horizontale Component der Umdrehungsbewegung der Schaufeln

Schaufelräder nur unterhalb D und F der fortschreitenden Bewegung des Schiffes entgegengesetzt ist, so findet auch nur bei Durchlaufung des Weges DEF eine nützliche Wirkung der Schaufeln statt, und man soll daher das Rad

Fig. 637.

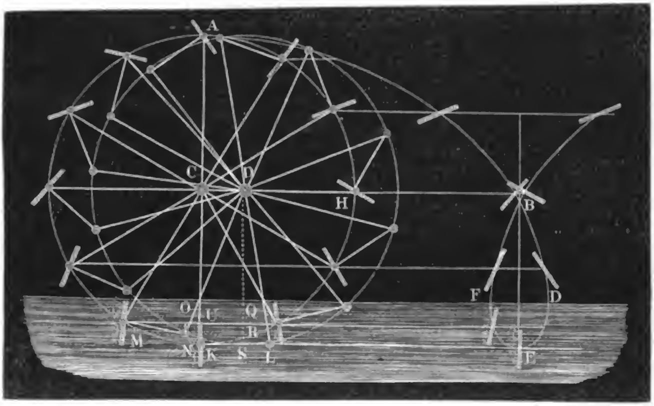


nie so tief in das Wasser eintauchen, daß die Punkte D und F unter die Oberfläche desselben zu liegen kommen. Bei einer größeren Eintauchung, wie sie etwa vorkommt, wenn das Schiff übermäßig belastet ist, schlagen die Schaufeln beim Ein- und Austritt aus dem Wasser mit der Rückseite gegen das Wasser, wodurch also ein Theil der Kraft wieder verloren geht, welcher während Durchlaufung des Weges DEF gewonnen wird.

Bei der radialen Schaufelstellung, wie wir sie im Vorstehenden vorausgesetzt haben, treten die Schaufeln, zumal wenn sie tief ins Wasser eintauchen, bedeutend schräg in das Wasser ein, und aus demselben Grunde schieben sie das Wasser nicht bloß horizontal, sondern auch geneigt, und zwar beim Eintritt in das Wasser nach unten, und beim Austritt aus demselben nach oben vor sich hin, wobei also auch das Wasser nicht bloß horizontal, sondern auch vertikal auf- und abwärts auf das Schiff zurückwirkt. Hierbei findet natürlich nicht bloß eine unvollkommene Kraftbenutzung statt, sondern es wird auch dadurch das Schiff in zitternde Bewegung versetzt. Um diese Uebelstände der Ruderräder zu beseitigen, hat man denselben drehbare Schaufeln gegeben, welche sich bei ihrer Bewegung im Wasser in ganz oder beinahe vertikaler Stellung erhalten. Hierher gehören vorzüglich die Räder von Buchanan und Morgan. Die wesentliche Einrichtung eines solchen Rades ersieht man aus Fig. 638. AHK ist wieder das um die Axe C umlaufende Rad; jede Schaufel des-

selben hat in ihrer Mitte eine horizontale Axe, wie z. B. K, und einen Schaufelräder Arm KL, dessen Ende L durch ein Charnier mit einem anderen Rade verbunden ist, welches eine besondere Drehungsaxe D und mit dem Schau-

Fig. 638.



felrade gleiche Höhe hat. In Folge dieser Verbindung der beiden Räder wird nun das eine durch das andere zugleich mit in Umdrehung gesetzt, wobei die Schaufelarme zwar nach und nach andere Richtungen annehmen, jedoch nahe am Radtiefsten ziemlich horizontal bleiben, wenn ihre Länge l die Excentricität CD nicht viel übertrifft. Befestigt man dann die Schaufeln so auf ihre Umdrehungsaxen, daß ihre Ebenen rechtwinkelig gegen die Arme derselben stehen, oder daß jede Schaufel in ihrer untersten Stellung eine vertikale Lage annimmt, so wird sie dann auch bei den übrigen Stellungen unter Wasser noch ziemlich vertikal bleiben. Uebrigens durchläuft natürlich auch hier die Schaufelaxe eine Cycloide $ABDEF$, wovon nur ein gewisser Bogen DEF unter Wasser liegt. Hat sich die Schaufelaxe M von dem Fußpunkte K aus um den Drehungswinkel $MCK = \varphi$ entfernt, so nimmt die Neigung des Schaufelarmes MN gegen den Horizont einen Werth $NMO = \psi$ an, welcher durch den Ausdruck $sin. \psi = \frac{NO}{MN}$ bestimmt wird.

Nun ist aber:

$$MN = l \text{ und}$$
$$NO = RQ = SQ - SR = KU - SR,$$

annähernd:

Schaufelräder.

$$= \frac{\overline{MU^2}}{8a} - \frac{\overline{NR^2}}{8a} = \frac{(a\, sin.\varphi)^2 - (a\, sin.\varphi) + e - l)^2}{8a}$$

$$= \frac{2\,(l - e)\,a\, sin.\varphi - (l - e)^2}{8a},$$

daher folgt:

$$sin.\psi = \frac{(l - e)\, sin.\varphi}{4l} - \frac{(l - e)^2}{8al} = \frac{l - e}{4l}\left(sin.\varphi - \frac{l - e}{2a}\right).$$

Es fällt also die Neigung der Schaufelarme gegen den Horizont, und folglich auch die Abweichung der Schaufelebenen von der Vertikalen um so kleiner aus, je kleiner nicht allein der Drehungswinkel φ, sondern auch je kleiner das Verhältniß $\frac{l - e}{l}$ ist. Für $\varphi = 0$ hat man hiernach:

$$sin.\psi = -\frac{(l - e)^2}{8la};$$

damit folglich die Schaufel bei ihrem tiefsten Stande vertikal stehe, muß ihre Ebene um den Winkel $90^0 - \psi$, wo ψ durch die letzte Formel zu bestimmen ist, von der Richtung ihres Armes abweichen.

Anmerkung. Bei den Schaufelrädern von Field ist jede Schaufel aus mehreren schmäleren Theilen zusammengesetzt, welche stufenförmig, und zwar in einem Cycloidenbogen hinter einander stehen und schmale Zwischenräume zwischen sich lassen. Man hat durch diese Schaufelconstruction das Stauchen der Schaufeln beim Ein- und Austritt aus dem Wasser beseitigen wollen. Es ist dies jedoch sehr unvollkommen gelungen; und vielmehr die Leistung der Ruderräder dadurch, wie es scheint, etwas herabgezogen worden. Mit Vortheil wendet man dagegen, vorzüglich in Amerika, Ruderräder an, welche durch ein mittleres Armsystem in zwei gleiche Theile getheilt werden, deren Schaufelungen gegen einander so versetzt sind, daß je eine Schaufel der einen Abtheilung mit der Mitte der Theilung zwischen je zwei Schaufeln der anderen Abtheilung zusammenfällt. Hierbei erhalten die mittleren Radarme eine solche Breite, daß sich die Schaufeln der einen Abtheilung auf der einen und die der anderen Abtheilung auf der anderen Seite derselben befestigen lassen.

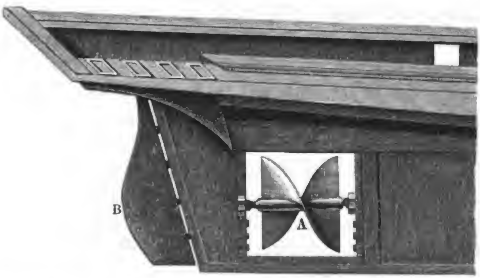
Andere Aenderungen, welche man an der Construction der Schaufelräder versucht hat, erstrecken sich bloß auf die Form der Schaufeln. Nach den Versuchen des Amerikaners Ewbank sollen namentlich trianguläre Schaufeln, deren Spitzen der Radare zugekehrt sind, doppelt so viel leisten als rectanguläre von gleichem Flächeninhalte. Näheres hierüber s. The steam engine by Tredgold, Vol. III., London 1852.

Schraubenräder.

§. 321. Die Schaufelräder vereinigen mehrere Nachtheile in sich, welche durch Anwendung der Schraubenräder vermieden werden können. Die Schaufelräder zu beiden Seiten des Schiffes erschweren nicht allein die Wendung, sondern auch die Durchfahrt des Schiffes durch enge Fahrwasser, und sind überhaupt den Zerstörungen weit mehr ausgesetzt als die viel kleineren und ganz unter Wasser befindlichen Schraubenräder, die

dafür aber auch einen viel größeren Tiefgang des Schiffes erfordern und eben deshalb nur bei Meerschiffen in Anwendung kommen. Der wichtigste Nachtheil der Schaufelräder besteht darin, daß die Wirkung derselben nur bei einer gewissen Eintauchung und also auch nur bei einem gewissen Tiefgang des Schiffes eine vortheilhafte ist, daß dieselbe nicht bloß kleiner ausfällt, wenn die Schaufeln nur zum Theil, sondern auch wenn dieselben zu tief in das Wasser eintauchen. Deshalb können also die Schaufelräder nicht mit Vortheil arbeiten, wenn die Belastung eines Schiffes variabel ist, was z. B. in bedeutendem Maaße eintritt, wenn das Schiff auf einer größeren Reise den Brennmaterialbedarf mit sich fortnehmen muß. Der Effect der Schraubenräder ist dagegen von dem Tiefgang des Schiffes gar nicht abhängig, und überhaupt, unter übrigens gleichen Verhältnissen, größer als der der Schaufelräder. Man hat den Schraubenrädern nach und nach sehr verschiedene Formen gegeben. Das erste Schraubenschiff, der »Archimedes«, erbaut 1840 von dem Engländer Smith, bestand aus einer Schraube mit einer einzigen Windung von 360 Grad; später construirte man aber mit Vortheil Schrauben mit zwei Windungen zu je 180 Grad, wie z. B. *A*, Fig. 639. Ericson u. A. Schraubenräder.

Fig. 639.



construirten Ruderräder mit sechs aus dem Umfange eines Ringes hervorstehenden schraubenförmigen Flügeln von je nur 30 Grad, und in den neuesten Zeiten construirt man Schraubenräder mit zwei bis vier Flügeln. Die vordere Ansicht und den Grundriß eines solchen dreiflügeligen Rades *FGLC* führt Fig. 640 (a. f. S.) vor Augen; die Seitenansicht und den Grundriß eines zweiflügeligen Rades von Maudslay zeigt Fig. 641 (a. f. S.). Die Flügel *A* und *B* lassen sich hier durch einen besonderen Hebelmechanismus *EFG* u. s. w. mit ihren zapfenförmigen Stielen in dem Muffe drehen, welcher auf der Welle *C* festsitzt. Um nun bei Benutzung der Windkraft nicht das ganze Rad aus der Verbindung mit der Triebwelle bringen zu müssen, hat man hier nur nöthig, durch den ange-

Schraubenräder.

deuteten Mechanismus die Flügel so zu drehen, daß sie nahe die Axenrichtung des Schiffes annehmen; und um die Flügel in dieser Lage zu erhalten, läßt man noch die am Ende eines senkrechten Stieles HK angebrachte Klammer K herab, und erfaßt damit den einen Flügel an seinem äußersten Ende.

Fig. 640.

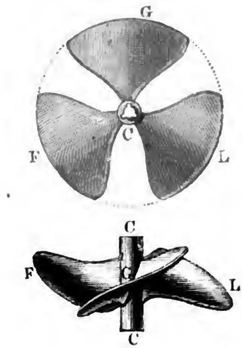
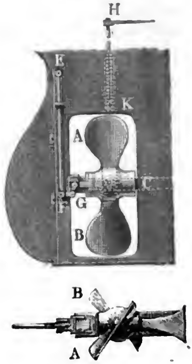


Fig. 641.



Das Flügel- oder Schraubenrad hat vor dem Schaufelrad das voraus, daß bei demselben die Wirkung der Flügel auf das Wasser eine continuirliche und folglich bei gleicher Fläche eine größere ist als bei den Schaufelrädern (vergl. den Artikel Windräder in II., §. 246). Deshalb ist denn auch die Größe sämmtlicher Flügelflächen kleiner als die sämmtlicher Schaufeln eines Schaufelrades, und folglich bei gleicher Leistung ein Flügelrad viel kleiner als ein Schaufelrad. Hierzu kommt natürlich noch, daß bei den Flügelrädern die nachtheiligen Wirkungen beim Ein- und Austritt der Schaufeln aus dem Wasser ganz wegfallen.

Um mit möglichster Schärfe die Wirkung des Schraubenrades mittels der Formel für die Axenkraft:

$$P = 3\,\frac{(c\,sin.\,\alpha - r\,cos.\,\alpha)^2}{2g}\,F\gamma\,cos.\,\alpha \text{ (f. II., §. 257)}$$

zu finden, bedarf es noch einer besonderen Integration, da die Geschwindigkeit c des Rades in verschiedenen Entfernungen von der Axe verschieden ist. Ist ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades, und z der Abstand eines Flügelelementes von der Umdrehungsaxe, so haben wir dessen Geschwindigkeit $c = \omega z$, und ist r der äußerste Radhalbmesser, sowie h die äußerste Schraubenganghöhe, so hat man nach §. 135:

$$tang.\,\alpha = \frac{h}{2\,\pi z}, \text{ und daher: } c\;tang.\,\alpha = \frac{\omega h}{2\,\pi}.$$

Nun ist, wenn wir die obige Formel nur auf ein Element der Fläche anwenden: Schraubenräder.

$$dP = \frac{3\gamma}{2g}\left(\frac{\omega h}{2\pi} - v\right)^2 (cos.\alpha)^3\, dF$$

oder, da

$$dF\,.\,cos.\alpha = dG,$$

d. i. die kreisförmige Projection der Schraubenfläche rechtwinkelig gegen die Umdrehungsaxe ausdrückt:

$$dP = \frac{3\gamma}{2g}\left(\frac{\omega h}{2\pi} - v\right)^2 (cos.\alpha)^2\, dG.$$

Das Element dG ist ein schmaler Kreisring vom Halbmesser z, von einem gegebenen Centriwinkel β^0 und von der Breite dz, daher:

$$dG = \beta z dz,$$

oder, da aus dem Obigen

$z = \frac{h}{2\pi}\,cotg.\alpha$, und hieraus wieder $dz = -\frac{h\,d\alpha}{2\pi\ sin.\alpha^2}$ folgt,

$$dP = -\frac{3\gamma\beta}{2g}\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\left(\frac{\omega h}{2\pi} - v\right)^2 (cotg.\alpha)^3\,.\,d\alpha.$$

Nun ist:

$$\int (cotg.\alpha)^3\, d\alpha = -\frac{1}{2\ sin.\alpha^2} - Ln.\ sin.\alpha,$$

folglich:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} (cotg.\alpha)^3\, d\alpha = \frac{1 - sin.\alpha^2}{2\ sin.\alpha^2} + Ln.\ sin.\frac{\pi}{2} - Ln.\ sin.\ \alpha$$

$$= -\frac{(cotg.\alpha)^2}{2} - Ln.\ sin.\alpha,$$

daher die ganze Kraft des Flügelrades:

$$P = \frac{3\gamma\beta}{2g}\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\left(\frac{\omega h}{2\pi} - v\right)^2\left(\frac{(cotg.\alpha)^2}{2} + Ln.\ sin.\alpha\right).$$

Ferner ist der Inhalt der Flügelprojection winkelrecht zur Axe:

$$G = \beta\int z\,dz = \frac{\beta z^2}{2} = \frac{\beta}{2}\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 (cotg.\alpha)^2;$$

daher läßt sich auch

$$P = \frac{3\gamma\beta}{2g}\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2\left(\frac{\omega h}{2\pi} - v\right)^2\frac{2}{\beta}\left(\frac{2\pi}{h}\right)^2 (tang.\alpha)^2\left(\frac{(cotg.\alpha)^2}{2} + Ln.\ sin.\alpha\right) G$$

$$= \frac{3\gamma}{2g}\left(\frac{\omega h}{2\pi} - v\right)^2 .\ [1 + 2\ (tang.\alpha)^2\ Ln.\ sin.\alpha]\ .\ G$$

setzen.

Schraubenräder. Führen wir jetzt $c = \omega r$ und $tang.\,\alpha = \frac{h}{2\pi r}$ ein, wobei wir c und α auf den äußersten Radumfang beziehen, so erhalten wir:

$$P = \frac{3\gamma}{2g} (c\,tang.\alpha - v)^2 \, [1 + 2\,(tang.\,\alpha)^2 \, Ln.\, sin.\alpha] \; G.$$

Bezeichnen wir nun $3\,[1 + 2\,(tang.\alpha)^2 \, Ln.\, sin.\,\alpha]$ durch ζ_1, so ergiebt sich:

$$P = \zeta_1 \, \frac{(c\,tang.\alpha - v)^2}{2g} \, G\gamma;$$

und da nun noch $P =$ dem Widerstande $\zeta \frac{Fv^2}{2g}\gamma$ des Schiffes gleich zu setzen ist, so folgt:

$$c\,tang\,\alpha - v = v\sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 G}},$$

daher:

$$c\,tang.\alpha = v\left(1 + \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 G}}\right),$$

und folglich die erforderliche Arbeit des Ruderrades:

$$L = P\,c\,tang.\alpha = \zeta \frac{Fv^2}{2g}\gamma \,.\, v\left(1 + \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 G}}\right)$$
$$= \zeta \frac{Fv^3}{2g}\gamma\left(1 + \sqrt{\frac{\zeta F}{\zeta_1 G}}\right).$$

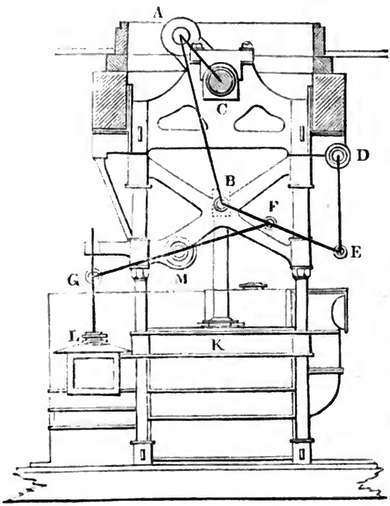
Dampfschiffsmaschinen. §. 322. Die Dampfmaschinen, welche zur Bewegung der Dampfschiffe dienen, sind in der Regel gewöhnliche Watt'sche Maschinen mit Condensation; jedoch wendet man auch zur Erzielung eines kleineren Gewichtes in neuerer Zeit Hochdruckmaschinen an. Da diese Maschinen keine Anwendung eines Schwungrades gestatten, so läßt man sie in der Regel aus zwei Dampfcylindern bestehen, und giebt der nahe unter das Verdeck zu legenden Welle für jeden Dampfkolben eine besondere Kröpfung. Um eine möglichst gleichförmige Umdrehungsbewegung zu erzielen, läßt man die Warzen der beiden Kröpfe oder Krummzapfen genau wie bei der Treibare eines Dampfwagens um 90 Grad von einander abstehen. Wegen der Beschränktheit des Raumes und um auch eine größere Anzahl von Spielen oder Umdrehungen zu erhalten, giebt man den Schiffsmaschinen immer einen kleinen Hub, der vielleicht noch nicht einmal der Cylinderweite gleich kommt. Die ersten Schiffsmaschinen waren Balanciermaschinen. Um das Verdeck frei zu lassen, mußten die Balanciers unter der Welle, und zwar nahe über dem Schiffsboden gelagert werden, und um die Kolbenstange mittels der bekannten Geradführung (s. Fig. 271, §. 130) zu be-

Dampfschiffsmaschinen.

wirken, war es auch nöthig, jeden Balancier aus zwei gleichen, um eine gemeinschaftliche Axe schwingenden und den Dampfcylinder zwischen sich fassenden Theilen bestehen zu lassen. In den neueren Zeiten wendet man aber meist nur direct wirkende Maschinen an, wobei man circa ein Drittel des Raumes und zwei Fünftel des Gewichtes erspart.

Sehr mannigfaltig sind die direct wirkenden Maschinen. Sie sind entweder solche mit feststehenden, oder solche mit schwingenden Cylindern. Bei den letzteren wird die Kurbelwalze unmittelbar von dem Kopfe der Kolbenstange ergriffen, und bei den ersteren wird die Verbindung der Kolbenstange mit der Kurbel durch eine Kurbelstange bewirkt. Hierbei ist natürlich eine besondere Senkrechtführung nöthig, welche, wie wir aus §. 121 u. s. w. wissen, entweder aus einem Hebelmechanismus, oder aus einem festen Leitungsrahmen bestehen kann. Die oscillirenden Dampfmaschinen von Penn, bei welchen der Dampf durch die hohle Schwingungsaxe zu- und abgeführt wird, und die Kolbenstangen außer den Stopfbüchsen ohne eine weitere Geradführung auf die Krummzapfen wirken, haben eine allgemeine Verbreitung erlangt. Bei den Maschinen mit feststehenden Cylindern wird das aus §. 133 bekannte Princip der Senkrechtführung mit einem schwingenden Träger sehr gewöhnlich angewendet. Die Skizze einer solchen Maschine von Fairbairn u. Comp. führt Fig. 642 vor Augen. Es ist hier C die Kurbelwelle, A die Kurbelwarze, AB die Kurbelstange, BK die Kolbenstange, ferner DE der um die Axe D schwingende Träger, und MF der um M schwingende Lenkarm, welcher das Gelenk BE in F und die Kolbenstange GL der Luft- und Warmwasserpumpe in G ergreift. Auch hat man bei diesen direct wirkenden Maschinen das in §. 122 behandelte und durch Fig. 254 illustrirte Princip mit hohler Kolbenstange angewendet. Um durch diese hohle Kolbenstange so wenig wie möglich an Kolbenfläche zu verlieren, ist

Fig. 642.



Dampfschiffsmaschinen. bei den Maschinen von Mr. Humphry der Querschnitt derselben länglich geformt worden.

Sehr mannigfach sind die direct wirkenden Maschinen mit festen Leitungen. Bei den Maschinen von Rennie, Bury etc. laufen die Leitungen an den Seiten des Dampfcylinders herab, und bei der Maschine von Maudslay und Field liegen sie zwischen zwei Dampfcylindern, deren Kolbenstangen durch ein Tförmiges Querhaupt zusammengekuppelt sind, und folglich auch gemeinschaftlich auf- und niedergehen. Der Leitungsblock, welcher das Ende der Kurbelstange mit dem Querhaupte verbindet, sitzt hier am vertikal herabhängenden Stiele des letzteren.

Wenn man endlich die Dampfkolben mit zwei oder vier Kolbenstangen ausrüstet, so kann man den Krummzapfen dicht über den Dampfcylinder legen, wodurch natürlich eine bedeutende Höhe für diese Cylinder gewonnen wird. Es kommt dann das Querhaupt der Kolbenstangen, und dessen aus cylindrischen Stangen bestehende Führung über die Welle, und folglich auch über das Verdeck zu liegen. Diese Maschinen kommen sehr gewöhnlich auf den Dampfschiffen vor, welche auf dem Clyde fahren, und sind unter dem Namen steeple-engines bekannt.

Meist ganz abweichend hiervon sind die nordamerikanischen Dampfschiffsmaschinen. Diese arbeiten mit einem enormen Dampfdruck von vielleicht 100 Pfund pr. Quadratzoll, befinden sich über dem Verdeck und haben oft nur einen Cylinder und einen sehr großen Kolbenhub von 10 Fuß.

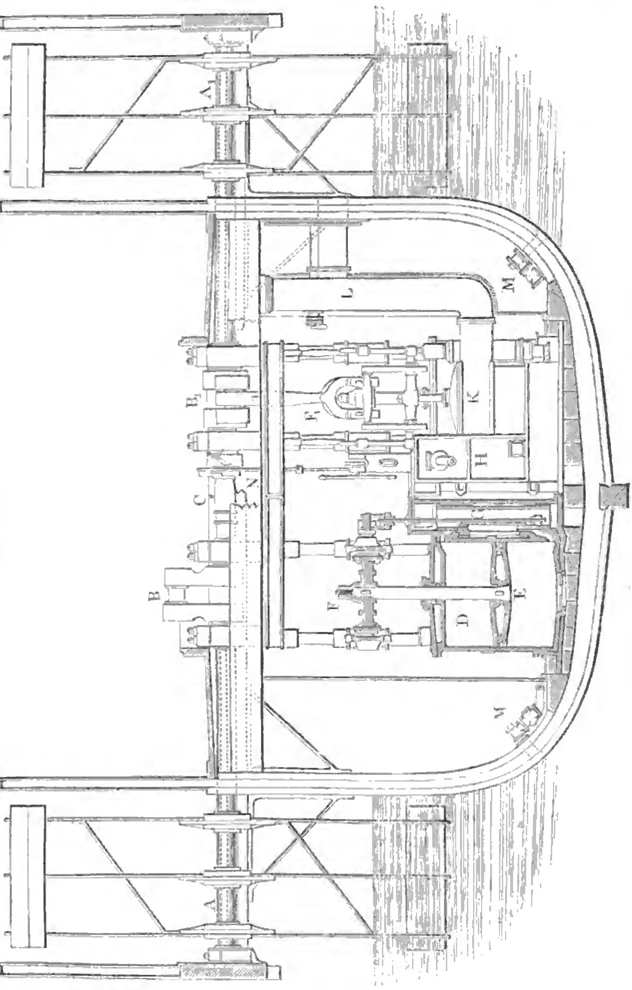
Die wesentliche Einrichtung einer Dampfschiffsmaschine ist aus dem Querschnitt in Fig. 643 zu ersehen. Es ist hier ACA_1 die Triebwelle mit den beiden Ruderrädern A, A_1 und den Krummzapfen B, B_1. Ferner sieht man in D den einen Dampfcylinder, sammt seiner Kolbenstange EF und dem Querhaupte F der letzteren. Die Kurbelstange zwischen BF ist abgenommen, dagegen ist aber die Kurbelstange $B_1 F_1$ der anderen Maschine vollständig sichtbar. Noch sieht man in dieser Abbildung bei G den Durchschnitt der Dampfkammer des einen Cylinders, in K das Aeußere des Condensators, in H das der Luft- und Warmwasserpumpe, in L das hierzu gehörige Austragerohr, in M, M Hähne zum Ein- und Auslassen des Condensations- und Kesselwassers, in N das eine Excentrik u. s. w. Die Geradführungen dieser Maschinen sind genau wie Fig. 642 andeutet.

Zur Umdrehung der Schraubenräder wendet man am einfachsten direct wirkende Dampfmaschinen mit horizontal liegenden Cylindern an. Um dieselben pr. Minute 80 bis 90 Spiele machen lassen zu können, ist es nöthig, ihren Schub auf das Minimum zu beschränken. Wenn nun auch durch diese große Anzahl von Spielen die Dampfkraft nicht ansehnlich herabgezogen wird, so ist es jedoch ganz unvortheilhaft, die Luft- und Warm-

wasserpumpe mit so großer Geschwindigkeit arbeiten zu lassen. Aus diesem Grunde leistet man hier entweder auf die Condensation ganz Verzicht, oder man reducirt durch eine Zwischenmaschine die Geschwindigkeit dieser

Dampfschiffsmaschinen.

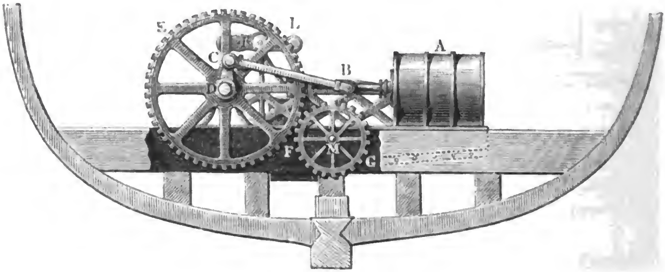
Fig. 643.



Dampfschiffs-maschinen.

Pumpe, oder man läßt dieselbe durch eine besondere Dampfmaschine in Bewegung setzen. In mechanisch-ökonomischer Beziehung ist es allerdings vortheilhafter, die Dampfmaschine nicht unmittelbar auf die Triebwelle wirken zu lassen, sondern ein Zahn- oder Riemenradvorgelege anzuwenden, welches bewirkt, daß die Radwelle in derselben Zeit zwei- bis dreimal so viel Umdrehungen macht als die Kurbelwelle. Einen solchen Umtriebsmechanismus, und zwar mit Zahnradvorgelege, sieht man in Fig. 644.

Fig. 644.

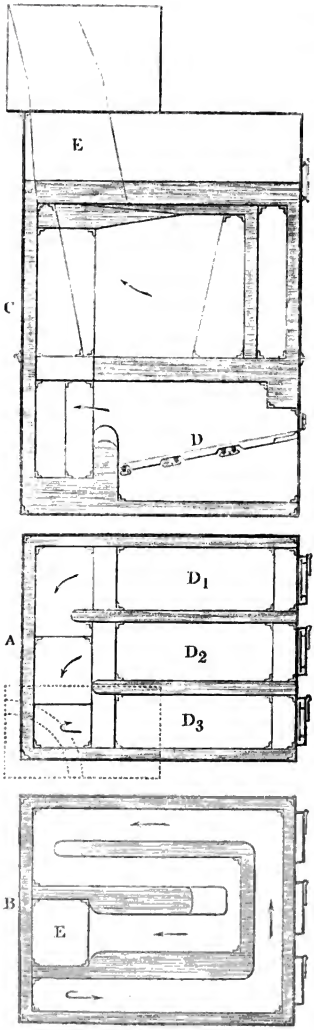


Es ist hier *A* der Dampfcylinder, *BC* die Kurbelstange und *CD* der Krummzapfen. Auf der Welle *D* des letzteren sitzt das Zahnrad *EF*, und dieses greift in ein kleineres Zahnrad *FG* ein, welches auf der Welle *M* des Schraubenrades befestigt ist. Noch sieht man in *KL* einen Hebel, durch welchen die Luft- und Warmwasserpumpe mit der Kurbelwelle in Verbindung gesetzt wird.

Schiffs-dampfkessel.

§. 323. Die Dampfkessel der Schiffsmaschinen sind natürlich so zu construiren, daß sie nicht allein möglichst leicht ausfallen, sondern auch möglichst wenig Raum einnehmen. Der Heerd eines solchen Kessels läßt sich natürlich nicht aus Steinen aufmauern, sondern er ist, wie bei einem Dampfwagen, aus Blech herzustellen, und mit dem eigentlichen Kessel zu einem Ganzen zu verbinden. Es befindet sich deshalb der Brennheerd im Innern des ganzen Kessels selbst und es sind zur Verhütung der Feuersgefahr und zur Erzeugung einer möglichst großen Erwärmungsfläche die Heizcanäle von allen Seiten mit Wasser zu umgeben. Statt der Kessel mit gewöhnlichen Heizcanälen wendet man auch jetzt häufig, zumal bei Hochdruckmaschinen, sogenannte Röhrenkessel an (s. II., §. 300). Die letzteren nehmen mindestens nur $^3/_4$mal so viel Raum ein als die ersteren und sind auch um ein Viertel leichter als diese. Die Heiz- oder Feuercanäle haben einen mehr oder weniger rectangulären Quer-

Fig. 645.



Schiffs-dampfkessel.

schnitt und sind anderthalb- bis dreimal so hoch als weit, die Heiz- oder Feuerröhren sind 8 bis 10 Fuß lang und 3 Zoll weit, und ihre Anzahl ist 300 bis 400. Während die Wasserräume bei den Kesseln mit Heizcanälen 5 bis 6 Zoll weit sind, giebt man den Heizröhren nur 1 Zoll Abstand von einander.

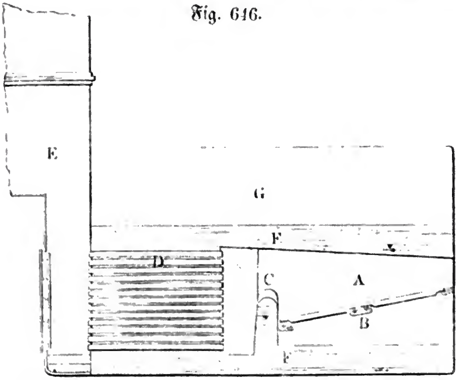
Kessel für größere Dampfschiffe erhalten zwei Etagen über einander, so daß die warme Luft erst die Züge in der einen und dann die in der anderen durchläuft. In Fig. 645 sieht man in *A* den Horizontaldurchschnitt der unteren und in *B* den der oberen Etage, sowie in *C* den vertikalen Längendurchschnitt eines solchen Kessels. Vier solche Kessel mit 12 Brennheerden haben eine gemeinschaftliche Esse. Den Weg, welchen die warme Luft von den Brennheerden D_1, D_2, D_3 bis zur Esse *E* macht, ersieht man aus den Richtungen der beigefügten Pfeile.

Die Einrichtung eines Röhrenkessels für Dampfschiffe läßt sich aus dem vertikalen Längendurchschnitt *A B C D E*, Fig. 646 (a. f. S.), eines solchen Kessels entnehmen. Es ist hier *A* der Brennheerd, *B* der Rost, *C* die Feuerbrücke, *D* der Röhrenapparat, *E* die Esse, *F F* der Wasser- und *G* der Dampfraum. Auch hier bilden vielleicht drei Brennheerde einen Kessel, und vier solche wieder ein Ganzes mit gemeinschaftlicher Esse.

Was die letzteren anlangt, so sind dieselben aus Eisenblech und haben eine Höhe von 20 bis 40 Fuß.

Schiffs-dampfkessel. Man versieht dieselben entweder mit einen Charniere, um sie beim Durchfahren unter Brücken niederlegen zu können, oder man giebt ihnen eine perspectivähnliche Einrichtung, indem man sie aus mehreren einander um-

Fig. 646.



fassenden Röhren bestehen läßt, welche sich in- und auseinander verschieben lassen.

Ablassen des Kesselwassers. §. 324. Ein wesentlicher Uebelstand entspringt bei den Seedampfschiffen aus dem Gebrauch des eine bedeutende Menge alkalischer Substanzen (3,2 bis 3,8 Procent) enthaltenden Seewassers. Während die Hitze einen Theil des Wassers in Dampf verwandelt, bleiben die salzigen Bestandtheile desselben in dem übrigen Wasser zurück; und da nun durch das Speisewasser immer mehr und mehr solcher salzige Theile dem Kessel zugeführt werden, so überschreitet endlich die das Kesselwasser bildende Solution ihren Sättigungspunkt, es schlägt sich aus derselben das Salz in fester Gestalt nieder und überzieht den Boden mit einer festen Kruste, welche den Durchgang der Wärme erschwert, wodurch wieder eine Ueberhitzung und das damit verbundene schnellere Abführen des Kessels herbeigeführt wird. Diesem Uebelstande kann man auf zweierlei Weise begegnen. Man kann entweder

1) das Speisen des Kessels so reguliren, daß das Salzwasser in demselben nie den Sättigungspunkt erreicht, oder man kann
2) das aus der Condensation des Dampfes hervorgehende reine Wasser wiederholt zum Speisen des Kessels verwenden.

Das einfachste Mittel, um die Sättigung des Salzwassers im Kessel zu verhindern, besteht darin, daß man von Zeit zu Zeit, etwa nach je 2 Stunden, einen Theil desselben abläßt und denselben wieder mittels der Speisepumpe

durch Condensationswasser ersetzt. Natürlich geht durch dieses Ablassen oder Ausblasen des heißen Wassers und Zuführen des nur warmen Condensationswassers eine ansehnliche Wärmemenge verloren; um daher durch unnöthige Wiederholung dieses Processes kein Brennmaterial zu verschwenden, ist der Gebrauch eines Instrumentes, des sogenannten Salinometers, welches den Salzgehalt des Kesselwassers anzeigt, von großem Nutzen. Da die Temperatur des Siedepunktes eine um so größere ist, je mehr das Wasser Salz in sich enthält, so kann man umgekehrt, aus dieser Temperatur auf die Größe des Salzgehaltes des Wassers schließen. Wenn z. B. das reine Wasser bei 100 Grad siedet, so gelangt das gewöhnliche Seewasser von $1/_{32}$ Salzgehalt erst bei $100^2/_3$ Grad C., ferner das abzulassende Kesselwasser, von $4/_{32}$ Salzgehalt, bei $102^0,6$ C., und das gesättigte Kesselwasser von $^{12}/_{32}$ Salzgehalt bei $107,^08$ C. zum Sieden. Wenn man daher eine kleine aus dem Kessel abgelassene Wassermenge in einem Kupfergefäße zum Sieden bringt, und die Temperatur desselben an einem genauen Thermometer beobachtet, so kann man dadurch den Salzgehalt des Kesselwassers finden. Ein Aräometer (s. I., §. 315) mit einer hohlen Metallkugel und einer eingetheilten Scala läßt sich natürlich ebenfalls anwenden, um die Grädigkeit des Kesselwassers zu finden. Ablassen des Kesselwassers.

Das Ablassen einer kleinen Menge Wasser aus dem Kessel, um den Salzgehalt desselben zu finden, wird bei Anwendung des Salinometers von Seaward ganz umgangen. Die wesentliche Einrichtung eines solchen Salinometers hat mit der aus II., §. 312, Fig. 437 bekannten Wasserstandsröhre die größte Aehnlichkeit. In diese Röhre bringt man zwei hohle Kugeln, wovon die eine auf dem Wasser schwimmt und die andere in dem Wasser zu Boden sinkt, wenn dasselbe den Salzgehalt ($^4/_{32}$) hat, bei welchem das Ausblasen nöthig oder zweckmäßig ist. So lange nun beide Kugeln noch am Boden liegen, hat das Kesselwasser noch nicht diese Grädigkeit, und wenn hingegen beide Kugeln schwimmen, so ist dieselbe bereits überschritten.

Um das Ausblasen des Kesselwassers zu reguliren, läßt man dasselbe nicht unmittelbar in die See, sondern erst in einen besonderen Behälter von etwa einer Tonne Fassungsraum laufen, und versieht nun nicht allein die Röhre, welche das Wasser in diesen Behälter, sondern auch diejenige, welche es aus demselben durch die Schiffswand in das Meer führt, mit einem Hahne. Hat man nun während der Eröffnung des ersten Hahnes den Behälter aus dem Kessel gefüllt, so kann man nachher, indem man denselben verschließt und den anderen Hahn eröffnet, dieses Füllwasser in das Meer ablassen, und es ist dadurch das ausgeblasene Quantum vollständig bekannt. Auch kann man das Ablassen des Salzwassers leicht dadurch

Ablassen des Kesselwassers. reguliren, daß man das Ventil, welches das Ausblaserohr von innen verschließt, mit einem Schwimmer verbindet, welcher dasselbe eröffnet, sowie das Wasser in dem Kessel eine gewisse Höhe übersteigt.

Ein anderes Hülfsmittel zum Ablassen des Salzwassers aus dem Dampfkessel besteht in der Anwendung einer besonderen Salzwasserpumpe (engl. brine-pump). Diese Pumpe wird wie die Speisepumpe durch die Maschine in Bewegung gesetzt, sie entnimmt so viel Wasser aus dem Kessel, daß das Salzquantum in demselben gleich ist der durch das Speisewasser zugeführten Salzmenge. Enthält das Speisewasser $^1/_{32}$ und das durch die Salzwasserpumpe abzuführende Wasser $^5/_{32}$ Salz, so ist das Salzquantum 5 Cubikfuß Speisewasser gleich der Salzmenge in 1 Cubikfuß Ablaßwasser. Um daher in einer bestimmten Zeit 4 Cubikfuß Wasser in Dampf zu verwandeln, hat man unter den gegebenen Umständen in derselben Zeit 5 Cubikfuß Speisewasser zu- und 1 Cubikfuß Salzwasser abzuführen.

Eine wesentliche Ersparniß wird bei dem Ausblasen des Salzwassers noch dadurch erzielt, daß man dasselbe erst durch einen Vorwärmer hindurchgehen läßt, ehe es in die See abfließt.

Das Speisen der Seedampfschiffkessel mit Süßwasser ist durch Anwendung eines schon von Watt erfundenen Röhrencondensators zu ermöglichen. Dieser Condensator besteht aus einem System von vielen engen Röhren, welche von außen mit einem Strome von kaltem Wasser umgeben sind und durch welche der Dampf strömt, nachdem er in dem Dampfcylinder seine Wirkung vollbracht hat. Bei diesem Durchströmen schlägt sich dieser Dampf als Wasser nieder, und dieses wird in einem Gefäße aufgefangen, aus welchem es wieder durch eine Pumpe dem Kessel als Speisewasser zugeführt wird. Da bei dieser Methode des Condensirens gar keine Vermischung des niedergeschlagenen Dampfes mit dem kalten Wasser vorkommt, so erhält man hierbei auch ganz reines, weder mit Salz noch mit Luft vermengtes Wasser. Watt hat die Anwendung dieses in der genannten Beziehung so zweckmäßigen Apparates vorzüglich deshalb aufgegeben, weil die Condensation durch denselben zu langsam vor sich ging, und deshalb noch immer ein namhafter Gegendruck auf den Dampfkolben zurückblieb. Der Condensator von Hall ist von dem Watt'schen nicht wesentlich verschieden. Da natürlich immer etwas Dampf oder Wasser verloren geht, so muß dies durch eine kleine Menge destillirten Seewassers ersetzt werden.

Schlußanmerkung. Ausführlich über Schifffahrtscanäle u. s. w. handelt Hagen in seiner Wasserbaukunst II. Ueber den Schiffbau ist nachzulesen: Bobrik's Handbuch der praktischen Schifffahrtskunde; ferner James Peake: Rudimentary Treatise on Ship-Building, und über Dampfschiffe in Robert